RECONÈIXER LES FORMES DE REPRESENTACIÓ QUE TÉ UNA FRACCIÓ

Nom: Curs: Data:

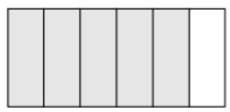
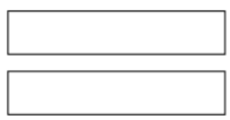
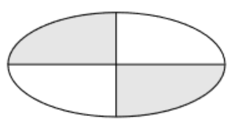
FRACCIONS

Una fracció es compon d'un **numerador** i un **denominador**.

- **Denominador** → Parts en què es divideix la unitat.
- **Numerador** ⟶ Parts que prenem de la unitat.

ACTIVITATS

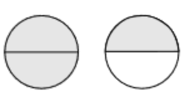
1 Completa la taula següent.

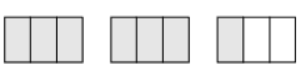
REPRESENTACIÓ ESCRITA	REPRESENTACIÓ NUMÈRICA	REPRESENTACIÓ GRÀFICA	REPRESENTACIÓ A LA RECTA NUMÈRICA
Quatre cinquens	$\frac{4}{5}$		0
			0
Set cinquens	$\frac{7}{5}$		0
			0

2 A partir del dibuix, troba la fracció que representa i escriu com es llegeix.

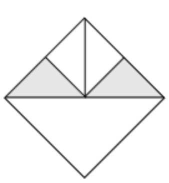
a)  ⟶ $\frac{}{8}$ ⟶ .... vuitens

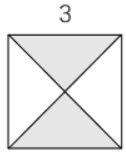
b)  ⟶ — ⟶ ....

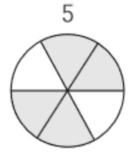
c)  ⟶ $\frac{}{2}$ ⟶ .... mitjos

d)  ⟶ — ⟶ ....

3 Quina és la resposta correcta? Encercla-la.

a) $\frac{2}{5}$  $\frac{2}{8}$

b) $\frac{2}{5}$ $\frac{2}{3}$  $\frac{1}{2}$

d) $\frac{4}{6}$ $\frac{2}{5}$  $\frac{1}{3}$

RECONÈIXER I OBTENIR FRACCIONS EQUIVALENTS A UNA DE DONADA

Nom: Curs: Data:

FRACCIONS EQUIVALENTS

Dues **fraccions** $\frac{a}{b}$ i $\frac{c}{d}$ són **equivalents** quan el producte encreuat de numeradors i denominadors és igual.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

EXEMPLE

Les fraccions $\frac{2}{3}$ i $\frac{4}{6}$ són equivalents, perquè $2 \cdot 6 = 3 \cdot 4$.

ACTIVITATS

1 Dibuixa les fraccions següents:

a) $\frac{3}{6}$ c) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{4}{8}$

b) $\frac{4}{6}$ d) $\frac{5}{10}$ f) $\frac{1}{2}$

2 Després d'observar l'exercici anterior veiem que algunes fraccions, tot i que són diferents, ens donen el mateix resultat. Col·loca en dos grups aquestes fraccions:

Grup 1 {Fraccions que representen la meitat del pastís.

Grup 2 {Fraccions que representen dos terços del pastís.

3 Calcula tres fraccions equivalents:

a) $\frac{9}{12} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

b) $\frac{16}{24} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

c) $\frac{2}{4} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

d) $\frac{6}{12} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

4 Troba el nombre que falta perquè les fraccions siguin equivalents.

a) $\frac{1}{5} = \frac{x}{10}$ b) $\frac{4}{3} = \frac{8}{x}$ c) $\frac{x}{30} = \frac{2}{15}$

AMPLIFICAR I SIMPLIFICAR FRACCIONS

Nom: Curs: Data:

AMPLIFICACIÓ DE FRACCIONS

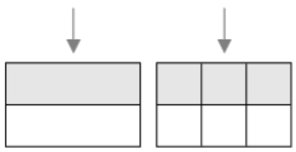
- Per obtenir una fracció equivalent a una altra fracció donada **multipliquem** el numerador i el denominador de la fracció **per un nombre diferent de zero**. Aquest mètode s'anomena **amplificació**.
- Observa que podem obtenir tantes fraccions amplificades com vulguem.

EXEMPLE

Escriu una fracció equivalent i amplificada de $\frac{1}{2}$.

$\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{3}{6}$ $\qquad \frac{1}{2} = \frac{3}{6}$

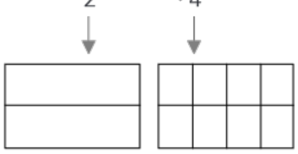
Les fraccions són equivalents, o sigui, $\frac{1}{2}$ i $\frac{3}{6}$ representen el mateix nombre.



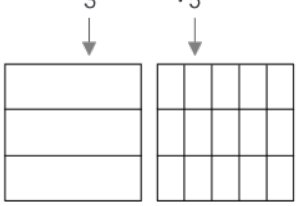
ACTIVITATS

1 Calcula fraccions equivalents per amplificació.

a) $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{\quad \cdot 4}{\quad \cdot 4} = \frac{\quad}{\quad}$ $\qquad \frac{1}{2} = \frac{\quad}{\quad}$



b) $\frac{2}{3} \rightarrow \frac{\quad \cdot 5}{\quad \cdot 5} = \frac{\quad}{\quad}$ $\qquad \frac{2}{3} = \frac{\quad}{\quad}$



2 Troba dues fraccions equivalents.

a) $\frac{2}{3} \rightarrow \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{\quad}{\quad}$ $\qquad \frac{2}{3} = \frac{\quad}{\quad}$ $\qquad \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{\quad}{\quad}$ $\qquad \frac{2}{3} = \frac{\quad}{\quad}$

b) $\frac{1}{4} \rightarrow \frac{\quad \cdot \quad}{\quad \cdot \quad} = \frac{\quad}{\quad}$ $\qquad \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$ $\qquad \frac{\quad \cdot \quad}{\quad \cdot \quad} = \frac{\quad}{\quad}$ $\qquad \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

c) $\frac{4}{5} \rightarrow \frac{\quad \cdot \quad}{\quad \cdot \quad} = \frac{\quad}{\quad}$ $\qquad \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$ $\qquad \frac{\quad \cdot \quad}{\quad \cdot \quad} = \frac{\quad}{\quad}$ $\qquad \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

d) $\frac{9}{2} \rightarrow \frac{\quad \cdot \quad}{\quad \cdot \quad} = \frac{\quad}{\quad}$ $\qquad \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$ $\qquad \frac{\quad \cdot \quad}{\quad \cdot \quad} = \frac{\quad}{\quad}$ $\qquad \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

AMPLIFICAR I SIMPLIFICAR FRACCIONS

Nom: Curs: Data:

SIMPLIFICACIÓ DE FRACCIONS

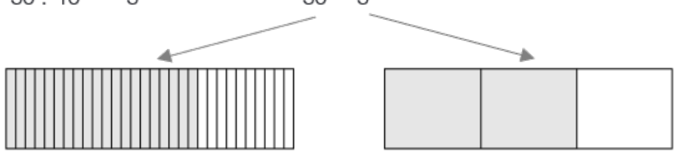
- **Simplificar** uuna fracció és trobar una altra fracció que hi sigui equivalent dividint numerador i denominador per un factor comú.
- Observa que el procés, al contrari que en l'amplificació, no es pot dur a terme indefinidament. S'acaba quan es troba una fracció que no es pot simplificar. Aquesta fracció s'anomena **fracció irreductible**.

EXEMPLE

Simplifica les fraccions següents:

$\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{10}} = \frac{5:5}{10:5} = \frac{1}{2}$ $\qquad \frac{5}{10}$ i $\frac{1}{2}$ són equivalents

$\frac{\mathbf{20}}{\mathbf{30}} = \frac{20:10}{30:10} = \frac{2}{3}$ $\qquad \frac{20}{30}$ i $\frac{2}{3}$ són equivalents



3 Amplifica i simplifica la fracció següent:

$\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{4}}$

Amplificar: $\frac{2}{4} = \frac{2\cdot}{4\cdot} = \frac{}{}$

Simplificar: $\frac{2}{4} = \frac{2:2}{4:2} = \frac{}{}$

$\frac{2}{4} = \frac{}{} = \frac{}{}$

4 Fes el mateix amb aquestes fraccions:

a) $\frac{6}{21}$

Amplificar: $\frac{6}{21} = \frac{\cdot}{\cdot} = \frac{}{}$

Simplificar: $\frac{6}{21} = \frac{:}{:} = \frac{}{}$

$\frac{6}{21} = \frac{}{} = \frac{}{}$

b) $\frac{12}{20}$

Amplificar: $\frac{12}{20} = \frac{\cdot}{\cdot} = \frac{}{}$

Simplificar: $\frac{12}{20} = \frac{:}{:} = \frac{}{}$

$\frac{12}{20} = \frac{}{} = \frac{}{}$

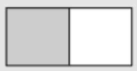
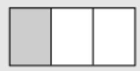
REDUIR FRACCIONS A COMÚ DENOMINADOR

Nom: Curs: Data:

COMPARACIÓ DE FRACCIONS

- Quina fracció és més gran, $\frac{1}{2}$ o $\frac{1}{3}$?

  Representem les fraccions amb un dibuix i ho veurem fàcilment:

  $\frac{1}{2}$  $\frac{1}{3}$ 

- Amb tot, el dibuix no sempre és tan clar. Per tant, aprendrem a fer-ho creant una fracció equivalent de cada fracció, amb **comú denominador**; o sigui, hem d'aconseguir que el denominador de les dues fraccions sigui el mateix.

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{3}{6}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{2}{6}$$

6 és el comú denominador

- Ara, en comptes de comparar $\frac{1}{2}$ amb $\frac{1}{3}$, comparem $\frac{3}{6}$ amb $\frac{2}{6}$.
- Com que el denominador és comú, comparem els numeradors de $\frac{3}{6}$ i $\frac{2}{6}$ per saber quina fracció és la més gran:

$$\frac{3}{6} > \frac{2}{6}; \text{ per tant, } \frac{1}{2} > \frac{1}{3}$$

- Recorda que, donades dues fraccions amb el mateix denominador, és més gran la que té el numerador més gran.

ACTIVITATS

1 Ordena aquestes fraccions

a) $\mathbf{\frac{4}{3}} = \frac{\quad \cdot 10}{\quad \cdot 10} = \frac{\quad}{30}$

$\mathbf{\frac{3}{2}} = \frac{\quad \cdot 15}{\quad \cdot 15} = \frac{\quad}{30}$

$\mathbf{\frac{8}{6}} = \frac{\quad \cdot \quad}{\quad \cdot \quad} = \frac{\quad}{\quad}$

$\mathbf{\frac{4}{5}} = \frac{\quad \cdot \quad}{\quad \cdot \quad} = \frac{\quad}{\quad}$

COMÚ DENOMINADOR

$\frac{\quad}{30} > \frac{\quad}{30} \quad \frac{\quad}{30} \quad \frac{\quad}{30}$

$\frac{\quad}{\quad} > \frac{\quad}{\quad} \quad \frac{\quad}{\quad} \quad \frac{\quad}{\quad}$

b) $\frac{3}{5}, \frac{3}{10}, \frac{13}{25}, \frac{21}{50}$. Observa que totes les fraccions es poden expressar amb denominador 50.

REDUIR FRACCIONS A COMÚ DENOMINADOR

Nom: Curs: Data:

CÀLCUL DEL DENOMINADOR COMÚ

Volem comparar les fraccions següents: $\frac{7}{10}$, $\frac{2}{3}$ i $\frac{3}{5}$.

- Quins són els denominadors? ..10.., ..3.. i ..5..
- El **comú denominador** serà un nombre més gran que 10, 3 i 5, però que tingui 10, 3 i 5 com a divisors; per exemple:

a) El nombre 12 és més gran que 10, 3 i 5, però els té tots com a divisors?

$$12 = 3 \cdot 4$$
$$12 = 10 \cdot ?$$
$$12 = 5 \cdot ?$$

No té ni el 10 ni el 5 com a divisors, només el 3. Per tant, el 12 no serveix.

b) El nombre 15 també és més gran que 10, 3 i 5. Però mirem què passa quan l'utilitzem:

$$15 = 10 \cdot ?$$
$$15 = 3 \cdot 5$$
$$15 = 5 \cdot 3$$

El 15 tampoc serveix, perquè no té el 10 com a divisor.

c) Provem-ho amb el nombre 30.

$$30 = 10 \cdot 3$$
$$30 = 5 \cdot 6$$
$$30 = 3 \cdot 10$$

El nombre 30 serveix com a comú denominador, encara que no és l'únic. Si continuéssim buscant, en trobaríem més: 60, 90, …

- Ara trobarem fraccions equivalents a les donades, amb denominador comú 30:

Per quin nombre cal multiplicar perquè el denominador sigui 30 si partim de 10? $10 \cdot ? = 30$

$$\frac{7}{10} = \frac{7 \cdot 3}{10 \cdot 3} = \frac{21}{30}$$

Per quin nombre cal multiplicar perquè el denominador sigui 30 si partim de 3? $3 \cdot ? = 30$

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 10}{3 \cdot 10} = \frac{20}{30}$$

Per quin nombre cal multiplicar perquè el denominador sigui 30 si partim de 5? $5 \cdot ? = 30$

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 6}{5 \cdot 6} = \frac{18}{30}$$

Per tant: $\frac{7}{10}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5} \longrightarrow \frac{21}{30}, \frac{20}{30}, \frac{18}{30}$

Ara ordenem les fraccions de més gran a més petita:

$$\frac{21}{30} > \frac{20}{30} > \frac{18}{30} \longrightarrow \frac{7}{10} > \frac{2}{3} > \frac{3}{5}$$

REDUIR FRACCIONS A COMÚ DENOMINADOR

Nom: Curs: Data:

2 Ordena les fraccions següents: $\frac{7}{12}, \frac{5}{6}, \frac{2}{3}, \frac{5}{2}$ i $\frac{3}{4}$.

- Ens fixem en els denominadors: ...., ..., ..., ..., ...
- Volem trobar un nombre que contingui tots els denominadors com a divisors.

  El nombre més adequat és 12.

$$\frac{7}{12} = \frac{\cdot}{\cdot} = \frac{}{12}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{\cdot 2}{\cdot 2} = \frac{}{12}$$ *Com es calcula aquest nombre? 12 : 6 = 2*

$$\frac{2}{3} = \frac{\cdot}{\cdot} = \frac{}{12}$$ *Com es calcula aquest nombre? 12 : 3 =*

$$\frac{5}{2} = \frac{\cdot}{\cdot} = \frac{}{12}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{\cdot}{\cdot} = \frac{}{}$$

- Ara els ordenem de més gran a més petit:

REDUCCIÓ DE FRACCIONS A COMÚ DENOMINADOR

Redueix a comú denominador aquestes fraccions: $\frac{7}{15}$ i $\frac{8}{9}$

Calculem el m.c.m. dels denominadors.

$$\begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \left.\begin{array}{r} 15 = 3 \cdot 5 \\ 9 = 3^2 \end{array}\right\} \rightarrow \text{m.c.m. } (15, 9) = 3^2 \cdot 5 = 45$$

El m.c.m. dels denominadors és el nou denominador de les fraccions.

$$\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{15}} \longrightarrow 7 \cdot 3 = 21 \longrightarrow \frac{\mathbf{21}}{\mathbf{45}} \qquad 45 : 15 = 3$$

$$\frac{\mathbf{8}}{\mathbf{9}} \longrightarrow 8 \cdot 5 = 40 \longrightarrow \frac{\mathbf{40}}{\mathbf{45}} \qquad 45 : 9 = 5$$

3 Completa la taula.

FRACCIONS	REDUÏDES A COMÚ DENOMINADOR	ORDENADES DE PETITA A GRAN
$\frac{7}{4}, \frac{3}{5}, \frac{5}{6}$		
$\frac{47}{12}, \frac{23}{15}, \frac{7}{24}$		

SUMAR, RESTAR, MULTIPLICAR I DIVIDIR FRACCIONS

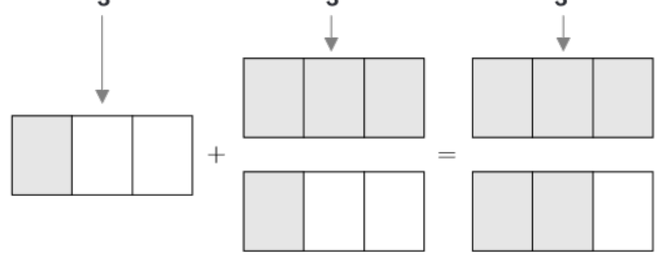
Nom: Curs: Data:

SUMA (O RESTA) DE FRACCIONS AMB EL MATEIX DENOMINADOR

La suma (o resta) de fraccions amb el mateix denominador és una altra fracció amb el mateix denominador i que té per numerador la suma (o resta) dels numeradors.

EXEMPLE

$$\frac{1}{3} + \frac{4}{3} = \frac{5}{3}$$



Un terç més quatre terços són cinc terços.

SUMA (O RESTA) DE FRACCIONS AMB DENOMINADOR DIFERENT

Per sumar (o restar) fraccions amb denominador diferent, primer reduïm a denominador comú i, després, sumem (o restem) els numeradors.

EXEMPLE

Fes aquesta suma de fraccions: $\frac{1}{3} + \frac{6}{5}$.

Per sumar les fraccions cal obtenir fraccions equivalents amb el mateix denominador.

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{5}{15} \qquad \frac{6}{5} = \frac{6 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{18}{15}$$

Ens interessa obtenir el mínim comú denominador de 3 i 5, en aquest cas, 15.

Ara sumem les fraccions amb el mateix denominador:

$$\frac{1}{3} + \frac{6}{5} = \frac{5}{15} + \frac{18}{15} = \frac{23}{15}$$

ACTIVITATS

1 Resol les operacions següents:

a) $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} + \frac{5}{4} = \frac{}{}$

b) $\frac{10}{7} - \frac{2}{3} = \frac{}{} - \frac{}{} = \frac{}{} \qquad \frac{10}{7} = \frac{\cdot}{\cdot} = \frac{}{} \qquad \frac{2}{3} = \frac{\cdot}{\cdot} = \frac{}{}$

SUMAR, RESTAR, MULTIPLICAR I DIVIDIR FRACCIONS

Nom: Curs: Data:

MULTIPLICACIÓ DE FRACCIONS

El producte de dues fraccions és una altra fracció en què el numerador és el producte dels numeradors, i el denominador és el producte dels denominadors:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

EXEMPLE

$\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{5} = \frac{3 \cdot 4}{2 \cdot 5} = \frac{12}{10}$

2 Multiplica les fraccions.

a) $\frac{7}{3} \cdot \frac{5}{4} =$

b) $\frac{10}{11} \cdot \frac{13}{9} =$

c) $\frac{6}{8} \cdot \frac{4}{3} =$

d) $\frac{5}{4} \cdot \frac{8}{20} =$

e) $\frac{1}{5} \cdot \frac{4}{15} =$

f) $\frac{7}{8} \cdot \frac{11}{9} =$

g) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} =$

h) $\frac{12}{5} \cdot \frac{4}{3} =$

DIVISIÓ DE FRACCIONS

La divisió de dues fraccions és una altra fracció en què el numerador és el producte del numerador de la primera fracció pel denominador de la segona, i el denominador és el producte del denominador de la primera fracció pel numerador de la segona:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

EXEMPLE

$\frac{11}{2} : \frac{3}{5} = \frac{11 \cdot 5}{2 \cdot 3} = \frac{55}{6}$

3 Divideix les fraccions.

a) $\frac{8}{3} : \frac{4}{5} =$

b) $\frac{9}{5} : \frac{5}{7} =$

c) $\frac{4}{5} : \frac{1}{7} =$

d) $\frac{8}{3} : \frac{16}{18} =$

e) $\frac{2}{7} : \frac{4}{3} =$

f) $\frac{6}{4} : \frac{3}{8} =$

SUMAR, RESTAR, MULTIPLICAR I DIVIDIR FRACCIONS

Nom: Curs: Data:

OPERACIONS COMBINADES

Recorda que, quan es fan operacions combinades, o sigui, sumes, restes, multiplicacions i divisions alhora:

- Primer es fan les **operacions dels parèntesis**.
- Després es resolen **les multiplicacions i les divisions**, d'esquerra a dreta.
- Per acabar, s'operen **les sumes i les restes**, en el mateix ordre.

EXEMPLE

$$\frac{3}{2}\cdot\frac{5}{2}+\frac{3}{4}:\frac{1}{5}-\frac{5}{4}$$

$\frac{3}{2}\cdot\frac{5}{2} + \frac{3}{4}:\frac{1}{5} - \frac{5}{4}$ En aquest cas, l'operació queda dividida en tres BLOCS.

$\underbrace{\boxed{\frac{3}{2}\cdot\frac{5}{2}}}_{A} + \underbrace{\boxed{\frac{3}{4}:\frac{1}{5}}}_{B} - \underbrace{\boxed{\frac{5}{4}}}_{C}$ Fem les operacions de cada bloc abans de sumar o restar:

A: Fem la multiplicació.
B: Fem la divisió.
C: No es pot operar.

$\boxed{\frac{15}{4}} + \boxed{\frac{15}{4}} - \boxed{\frac{5}{4}}$ Ara fem les sumes i les restes: Solució $\frac{25}{4}$.

4 Fes aquestes operacions: $\frac{7}{3}-\frac{5}{2}\cdot\left(\frac{2}{3}+1\right)$

- Tenim dos blocs, amb els quals hem d'operar de manera separada:

$$\underbrace{\boxed{\frac{7}{3}}}_{A} - \underbrace{\boxed{\frac{5}{2}\cdot\left(\frac{2}{3}+1\right)}}_{B} \rightarrow \begin{cases} A: \frac{7}{3} & \text{No es pot operar.} \\ B: \frac{5}{2}\cdot\left(\frac{2}{3}+1\right) & \text{Hem d'operar per parts i tornar a dividir l'operació en blocs.} \end{cases}$$

- Com que no hi ha sumes o restes fora dels parèntesis, té prioritat el producte:

$$\underbrace{\boxed{\frac{5}{2}}}_{I} \cdot \underbrace{\boxed{\left(\frac{2}{3}+1\right)}}_{II} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{I: No es pot operar.} \\ \text{II: Fem la suma: } \frac{2}{3}+1=\frac{2}{3}+\frac{}{3}=\frac{}{3} \\ \qquad 1=\frac{\cdot 3}{\cdot 3}=\frac{}{3} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{5}{2}\cdot\frac{}{}=\frac{}{}$$

$$\frac{7}{3}-\frac{5}{2}\cdot\left(\frac{2}{3}+1\right)=\frac{7}{3}-\frac{}{}=\frac{}{}-\frac{}{}=\frac{}{}$$

Comú denominador

OBTENIR LA FORMA DECIMAL D'UNA FRACCIÓ

Nom: Curs: Data:

FORMA DECIMAL D'UNA FRACCIÓ

Per **obtenir la forma decimal** d'una fracció o nombre racional es **divideix el numerador entre el denominador**.

EXEMPLE

$\frac{3}{4} \longrightarrow$

```
30 |4
20  0,75
 0
```

FORMA FRACCIONÀRIA: $\frac{3}{4} \longrightarrow$ FORMA DECIMAL: 0,75

$\frac{14}{11} \longrightarrow$

```
14     |11
 30     1,2727...
  80
   30
    80
     3
```

FORMA FRACCIONÀRIA: $\frac{14}{11} \longrightarrow$ FORMA DECIMAL: $1,2727\ldots = 1,\widehat{27}$

$\frac{13}{6} \longrightarrow$

```
13  |6
 10  2,166...
  40
   40
    4
```

FORMA FRACCIONÀRIA: $\frac{13}{6} \longrightarrow$ FORMA DECIMAL: $2,166\ldots = 2,1\widehat{6}$

ACTIVITATS

1 Expressa en forma decimal aquestes fraccions i ordena-les:

a) $\frac{3}{5}$

c) $\frac{9}{5}$

e) $\frac{37}{30}$

b) $\frac{7}{6}$

d) $\frac{31}{25}$

f) $\frac{17}{6}$

...... < ...... < ...... < ...... < ...... < ...... → ...... < ...... < ...... < ...... < ...... < ......

RECONÈIXER ELS DIFERENTS TIPUS DE NOMBRES DECIMALS

Nom: Curs: Data:

TIPUS DE NOMBRES DECIMALS

Quan es divideix el numerador entre el denominador d'una fracció per obtenir-ne l'expressió decimal es poden donar aquests casos:

- **Si el residu és zero:**
  - Quan el quocient no té part decimal, tenim un **nombre enter**.
  - Quan el quocient té part decimal, diem que és un **decimal exacte**.
- **Si el residu no és zero:** les xifres del quocient es repeteixen, l'expressió decimal té infinites xifres. Obtenim un decimal periòdic.
  - Quan la part que es repeteix comença des de la coma, s'anomena **decimal periòdic pur**.
  - Quan la part que es repeteix no comença des de la coma, s'anomena **decimal periòdic mixt**.

EXEMPLE

$\frac{3}{4} = 0{,}75 \rightarrow$ Decimal exacte $\frac{14}{11} = 1{,}\widehat{27} \rightarrow$ Decimal periòdic pur $\frac{13}{6} = 2{,}1\widehat{6} \rightarrow$ Decimal periòdic mixt

ACTIVITATS

1 Completa la taula classificant l'expressió decimal de les fraccions en exactes, periòdiques pures o periòdiques mixtes.

FORMA FRACCIONÀRIA	FORMA DECIMAL	DECIMAL EXACTE	DECIMAL PERIÒDIC PUR	DECIMAL PERIÒDIC MIXT
$\frac{5}{3}$	$1{,}\widehat{6}$	No	Sí	No
$\frac{7}{6}$				
$\frac{9}{5}$				
$\frac{31}{25}$				
$\frac{37}{30}$				
$\frac{17}{6}$				

2 Escriu en cada nombre les xifres necessàries per completar deu xifres decimals.

a) 1,347347…
b) 2,7474…
c) 4,357357…
d) 0,1313…
e) 3,2666…
f) 0,25373737…
g) 1,222…
h) 43,5111…

OBTENIR FRACCIONS A PARTIR DE NOMBRES DECIMALS

Nom: Curs: Data:

Qualsevol nombre decimal exacte o periòdic es pot expressar en forma de fracció.

Per fer-ho, cal multiplicar-lo per la potència de 10 adequada i efectuar una sèrie d'operacions fins a obtenir una fracció.

NOMBRES DECIMALS EXACTES

0,32

- El nombre decimal 0,32 l'anomenem x.
- Multipliquem per la unitat seguida de tants zeros com xifres decimals té el nombre.
- Simplifiquem, si és possible.

$x = 0{,}32$

$100x = 100 \cdot 0{,}32$

$100x = 32$

$x = \frac{32}{100}$

$x = \frac{8}{25}$ → $\boxed{0{,}32 = \frac{8}{25}}$

ACTIVITATS

1 Completa l'operació.

0,14

$x = 0{,}14$

$100x = 100 \cdot 0{,}14$

$100x =$

$x = \frac{}{100}$

$x = \frac{}{}$ → $\boxed{0{,}14 = \frac{}{}}$

2 Troba la forma fraccionària d'aquest nombre decimal.

0,3

Per què hem multiplicat per 10 i no per 100?

$x = 0{,}3$

$10x = 10 \cdot 0{,}3$

$x = \frac{}{}$ → $\boxed{0{,}3 = \frac{}{}}$

OBTENIR FRACCIONS A PARTIR DE NOMBRES DECIMALS

Nom: Curs: Data:

3 Expressa aquests nombres decimals com a fracció.

a) 0,101

Per quin valor hem de multiplicar? $x = 0,101$

$x = \frac{\quad}{\quad}$ → $0,101 = \frac{\quad}{\quad}$

b) 0,24

$x = \frac{\quad}{\quad}$ → $0,24 = \frac{\quad}{\quad}$

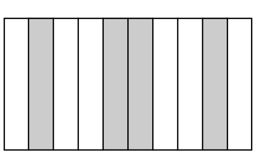
c) 0,7

$x = \frac{\quad}{\quad}$ → $0,7 = \frac{\quad}{\quad}$

d) 0,44

$x = \frac{\quad}{\quad}$ → $0,44 = \frac{\quad}{\quad}$

4 Expressa mitjançant un nombre decimal la part grisa de la figura.



Escrivim de forma fraccionària la part grisa de la figura. $\frac{\quad}{\quad}$ → Passem a forma decimal.

OBTENIR FRACCIONS A PARTIR DE NOMBRES DECIMALS

Nom: Curs: Data:

NOMBRES DECIMALS PERIÒDICS PURS

Volem obtenir la forma fraccionària del nombre decimal $2{,}333\ldots = 2{,}\hat{3}$.

- Si 2,333... no tingués infinites xifres decimals, podríem obtenir la forma fraccionària com en el cas dels nombres decimals exactes.

- Com que no és un decimal exacte, no podem actuar d'aquesta manera.

$$2{,}333\ldots$$

$$x = 2{,}333\ldots$$

$$10x = 10 \cdot 2{,}333\ldots$$

$$10x = 23{,}333\ldots$$

$$x = \frac{23{,}333\ldots}{10} \longrightarrow \cancel{2{,}333\ldots = \frac{23{,}333\ldots}{10}}$$

- Hem d'eliminar les infinites xifres decimals.

$$2{,}333\ldots$$

Multipliquem per la unitat seguida de tants zeros com xifres té el període.

$$x = 2{,}333\ldots$$

$$10x = 10 \cdot 2{,}333\ldots$$

$$10x = 23{,}333\ldots$$

Mitjançant aquesta resta eliminem la part decimal.

$$\boxed{\begin{aligned} 10x &= 23{,}\cancel{333}\ldots \\ -x &= -2{,}\cancel{333}\ldots \\ \hline 9x &= 21 \end{aligned}}$$

Simplifiquem.

$$x = \frac{21}{9}$$

$$x = \frac{7}{3} \longrightarrow \boxed{2{,}\hat{3} = \frac{7}{3}}$$

- Sempre s'ha de simplificar, si es pot, la fracció resultant.

OBTENIR FRACCIONS A PARTIR DE NOMBRES DECIMALS

Nom: Curs: Data:

5 Completa les operacions següents.

a) $5,\widehat{7} = 5,777\ldots$

$x = 5,777\ldots$

$10x =$

$10x =$

$10x =$
$-x = -5,777\ldots$
$9x =$

$x = \frac{\quad}{\quad}$ $5,\widehat{7} = \frac{\quad}{\quad}$

b) $45,\widehat{8} = 45,888\ldots$

$x = 45,888\ldots$

$= 10 \cdot 45,888\ldots$

$= 458,888\ldots$

$= 458,\cancel{888}\ldots$
$-x = -45,\cancel{888}\ldots$
$=$

$x = \frac{\quad}{\quad}$ $45,\widehat{8} = \frac{\quad}{\quad}$

c) $7,\widehat{3}$

$x =$

$-x =$
$=$

$x = \frac{\quad}{\quad}$ $7,\widehat{3} = \frac{\quad}{\quad}$

OBTENIR FRACCIONS A PARTIR DE NOMBRES DECIMALS

Nom: Curs: Data:

6 Calcula la forma fraccionària dels nombres decimals.

a) 15,474747…

Multipliquem per 100.

$x = 15{,}474747\ldots$

$100x = 100 \cdot 15{,}474747\ldots$

$100x =$

$100x =$

$-x = -15{,}474747\ldots$

$99x =$

$x = \frac{\quad}{\quad}$

$15{,}\widehat{47} = \frac{\quad}{\quad}$

b) $24{,}\widehat{35}$

$x = 24{,}353535\ldots$

$x = \frac{\quad}{\quad}$

$24{,}\widehat{35} = \frac{\quad}{\quad}$

c) 103,251251

$x =$

$-x =$

$=$

$x = \frac{\quad}{\quad}$

$103{,}\widehat{251} = \frac{\quad}{\quad}$

OBTENIR FRACCIONS A PARTIR DE NOMBRES DECIMALS

Nom: Curs: Data:

NOMBRES DECIMALS PERIÒDICS MIXTOS

Volem obtenir la forma fraccionària del nombre decimal $2{,}1333\ldots = 2{,}1\hat{3}$.

- Si actuem com en el cas dels decimals periòdics purs, tenim que:

$$x = 2{,}1333\ldots$$

$$10x = 10 \cdot 2{,}1333\ldots$$

$$10x = 21{,}333\ldots$$

$$\begin{array}{rl} 10x = & 21{,}3\cancel{33}\ldots \\ -x = & -2{,}1\cancel{33}\ldots \\ \hline 9x = & 19{,}2 \end{array}$$

$$x = \frac{19{,}2}{9}$$ No obtenim una fracció.

- Cal fer servir un altre procediment.

$$2{,}1333\ldots$$

Multipliquem per la unitat seguida de tants zeros com xifres té la part periòdica i no periòdica.

$$x = 2{,}1333\ldots$$

$$100x = 100 \cdot 2{,}1333\ldots$$

$$100x = 213{,}333\ldots$$

Multipliquem per la unitat seguida de tants zeros com xifres té la part decimal no periòdica.

$$10x = 21{,}333\ldots$$

Mitjançant aquesta resta eliminem els decimals.

$$\begin{array}{rl} 100x = & 213{,}\cancel{333}\ldots \\ -10x = & -21{,}\cancel{333}\ldots \\ \hline 90x = & 192 \end{array}$$

$$x = \frac{192}{90}$$

Simplifiquem.

$$x = \frac{32}{15} \longrightarrow \boxed{2{,}1\hat{3} = \frac{32}{15}}$$

OBTENIR FRACCIONS A PARTIR DE NOMBRES DECIMALS

Nom: Curs: Data:

7 Expressa aquests nombres decimals en forma de fracció.

a) $5,3\widehat{7} = 5,3777\ldots$

$x = 5,3777\ldots$

$100x = 100 \cdot 5,3777\ldots =$

$10x =$

$100x =$
$-10x = -53,777\ldots$
$90x =$

$x = \text{——}$ $\qquad 5,3\widehat{7} = \text{——}$

b) $45,2\widehat{8} = 45,2888\ldots$

$x = 45,2888\ldots$

$x = \text{——}$ $\qquad 45,2\widehat{8} = \text{——}$

c) $0,7\widehat{3}$

$x =$

$-x =$
$=$

$x = \text{——}$ $\qquad 0,7\widehat{3} = \text{——}$

OBTENIR FRACCIONS A PARTIR DE NOMBRES DECIMALS

Nom: Curs: Data:

8 Completa l'operació següent.

$3{,}57474\ldots$

Multipliquem per 100.

$x = 3{,}57474\ldots$

$1000x = 1000 \cdot 3{,}57474\ldots$

$1000x = 3574{,}7474\ldots$

$10x = 35{,}7474\ldots$

$$\begin{array}{r}1000x = 3574{,}7474\ldots\\ -10x = 35{,}7474\ldots\\ \hline 990x = \phantom{3574{,}7474\ldots}\end{array}$$

$x = \text{——}$ → $3{,}5\widehat{74} = \text{——}$

9 Expressa com una fracció.

$5{,}24545\ldots$

$x =$

$x = \text{——}$ → $5{,}2\widehat{45} = \text{——}$

NOMBRES IRRACIONALS

Hi ha nombres decimals que no es poden expressar com una fracció.

$\sqrt{2} = 1{,}4142\ldots \qquad \pi = 3{,}1415\ldots \qquad \sqrt{5} = 2{,}2360\ldots$

Aquests nombres s'anomenen **nombres irracionals**.

10 Classifica els nombres següents.

a) $0{,}14$ b) $4{,}37777\ldots$ c) $3{,}\widehat{4}$ d) $2{,}44$ e) $43{,}2727\ldots$ f) $\sqrt{2} = 1{,}4142\ldots$

DECIMAL EXACTE	DECIMAL PERIÒDIC PUR	DECIMAL PERIÒDIC MIXT	IRRACIONAL

Nom: Curs: Data:

ACTIVITATS

1 En Ton ha dividit el seu hort en set parts. Cinc parts les ha sembrat de tomàquets i dos terços els ha sembrat de cogombres. Quina part de l'hort està sembrada de cogombres?

2 Els $\frac{2}{3}$ dels llibres de l'Àngel, són novel·les; de la resta, $\frac{1}{4}$ són biografies. Quina fracció del total representen les biografies?

3 En una sabateria, dues cinquenes parts dels 670 parells de sabates que tenen són calçat esportiu. De la resta, una novena part són de festa i els que queden són sandàlies. Calcula la quantitat de parells de sabates de festa i de sandàlies que hi ha a la sabateria.

4 D'un escalfador, primer se'n gasta la meitat de l'aigua i, després, una quarta part de la que quedava. Si encara en queden 12 litres, quina és la capacitat de l'escalfador?

Nom: Curs: Data:

5 Tenim una peça de filferro de 90 m. En venem $\frac{2}{3}$ parts a 3 €/m, $\frac{1}{6}$ de la resta a 4 €/m i els metres que falten a 2 €/m. Quant hi hem guanyat, si havíem comprat el metre de filferro a 2 €?

6 D'una bóta plena de vi, n'han extret tres desenes parts de la capacitat. Després, han fet una segona extracció de tres setenes parts del que queda, i una tercera extracció de la meitat del contingut restant. A la bóta queden 150 ℓ sense extreure. Quina capacitat té la bóta?

7 L'Anna i la Patrícia surten de casa amb la mateixa quantitat de diners. L'Anna es gasta dues setenes parts dels diners i, després, dos cinquens dels que li queden. La Patrícia es gasta quatre novens dels seus diners i, després, un cinquè de la resta. Quina de les dues ha gastat més?

8 Un grup d'excursionistes volen fer una ruta de 105,5 km amb aquestes condicions per a les etapes:

- Cap etapa no pot tenir més de 15 km.
- Quan s'acosti el final de la travessa, recorreran $\frac{4}{5}$ de la distància que hagin fet en l'etapa anterior.
- Com que tindran cansament acumulat a l'última etapa només recorreran 8 km.

a) Quantes etapes té la travessa?

b) Quants quilòmetres recorreran en cada etapa?

FER OPERACIONS AMB POTÈNCIES

Nom: Curs: Data:

POTÈNCIA

- Un nombre *a*, anomenat base, elevat a un exponent natural *n* és igual al resultat de multiplicar *a* per si mateix *n* vegades:

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a = a^n}_{n \text{ vegades}}$$

a^n → ***n*: exponent** (indica quantes vegades es multiplica la base).
a^n → ***a*: base**

- Es llegeix: «*a* elevat a *n*».

EXEMPLE

$\mathbf{6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^3}$ → Es llegeix: «sis elevat a tres».

1 **Completa.**

a) $29 \cdot 29 \cdot 29 \cdot 29 \cdot 29 = \square$ «..................................»

b) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = \square$ «..................................»

c) $= 13^5$ «..................................»

d) $= \square$ «set elevat a quatre»

e) $= \square$ «nou elevat a cinc»

MULTIPLICACIÓ DE POTÈNCIES

- Com que les potències són multiplicacions, hi apliquem la definició de potència i tenim que:

$$3^4 \cdot 3^3 = \overbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}^{} \cdot \overbrace{3 \cdot 3 \cdot 3}^{} = 3^7$$

$$5^2 \cdot 5^4 = \overbrace{5 \cdot 5}^{} \cdot \overbrace{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}^{} = 5^6 \leftarrow \text{Exponent}$$

- Les potències han de tenir la **mateixa base** per poder sumar els exponents.

$3^2 \cdot 5^4 = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$ → No es pot posar amb el mateix exponent.

- La fórmula general per **multiplicar potències de la mateixa base** és:

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

2 **Fes les operacions següents.**

a) $10^2 \cdot 10^5 =$

b) $7^4 \cdot 7^2 = 7^{\square}$

c) $11^3 \cdot 11^2 \cdot 11 =$

d) $3^2 \cdot 3^6 =$

e) $3^3 \cdot 3^3 \cdot 3^5 =$

f) $\square \cdot 3^5 = 3^7$

g) $11^3 \cdot 11^3 =$

h) $19^5 \cdot 19^7 =$

i) $2^2 \cdot \square = 2^5$

FER OPERACIONS AMB POTÈNCIES

Nom: Curs: Data:

DIVISIÓ DE POTÈNCIES

- Per dividir potències amb la mateixa base, es resten els exponents: $a^n : a^m = a^{n-m}$.
- Cal que tinguis en compte que la divisió entre potències de base diferent no es pot fer, i ha de quedar indicada.

EXEMPLE

$$7^5 : 7^2 = \frac{7^5}{7^2} = \frac{\cancel{7} \cdot \cancel{7} \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7}{\cancel{7} \cdot \cancel{7}} = 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^3$$

3 **Calcula aquestes operacions.**

a) $5^6 : 5^4 = \dfrac{5^6}{5^4} = \dfrac{\qquad}{\qquad} = 5 \cdot 5 = \boxed{}$

b) $3^7 : 3^4 = \dfrac{\quad}{\quad} = \dfrac{\cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}{\cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3}} = \quad = \boxed{} \cdot \boxed{} \cdot \boxed{} = \boxed{}$

c) $11^5 : 11^3 =$

d) $13^6 : 13^2 =$

e) $7^3 : 7^2 =$

4 **Fes les divisions.**

a) $3^5 : 3^4 = \boxed{}$

b) $\boxed{} : 7^2 = 7^5$

c) $4^6 : \boxed{} = 4^3$

d) $12^7 : 12^4 = \boxed{}$

e) $5^7 : \boxed{} = 5^2$

f) $6^2 : 6^5 = \boxed{}$

- Hi ha operacions que combinen la multiplicació i la divisió. En aquests casos, fem les operacions pas a pas.

$$\frac{3^2 \cdot 3^5 \cdot 3}{3^6} = \frac{3^8}{3^6} = 3^2 \qquad \frac{5^6 \cdot 5^3}{5^2 \cdot 5^3} = \frac{5^9}{5^5} = 5^4$$

- Recorda que només podem operar amb potències de la mateixa base.

$$\frac{7^2 \cdot 7^3 \cdot 5^2}{7^2 \cdot 7} = \frac{7^5 \cdot 5^2}{7^3} = 7^2 \cdot 5^2$$

5 **Completa les operacions següents.**

a) $\overbrace{(2^5 \cdot 2^4)} : \underbrace{(2^3 \cdot 2^2)} = \dfrac{\qquad}{\qquad} = \dfrac{2^{\boxed{}}}{2^{\boxed{}}} = \boxed{}$

b) $(11^5 \cdot 11^2 \cdot 11^3) : (11^4 \cdot 11) =$

c) $(10^5 : 10^2) \cdot 10^5 = \underline{\qquad} \cdot \boxed{} = \boxed{}$

FER OPERACIONS AMB POTÈNCIES

Nom: Curs: Data:

POTÈNCIA D'UNA POTÈNCIA

- Si elevem una potència a una altra potència, el resultat és una altra potència amb la mateixa base, en què l'exponent és el producte dels exponents:

$$(a^n)^p = a^{n \cdot p}$$

EXEMPLE

$(7^2)^3 = (7 \cdot 7)^3 = (7 \cdot 7) \cdot (7 \cdot 7) \cdot (7 \cdot 7) = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^6$

$(5^4)^2 = (5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5)^2 = (5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5) = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^8$

6 **Completa les operacions següents.**

a) $(7^3)^4 = 7^{\square}$

b) $(3^3)^{\square} = 3^{15}$

c) $(6^2)^{\square} = 6^{12}$

d) $(9^3)^{\square} = 9^{15}$

e) $(4^2)^{\square} = 4^8$

f) $(2^5)^2 = 2^{\square}$

g) $(5^3)^4 = 5^{\square}$

h) $(10^2)^3 = 10^{\square}$

- Hi ha operacions combinades que presenten les tres operacions estudiades fins ara.
- Abans de començar a estudiar-les, vegem-ne les regles per operar:

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$	$a^m : a^n = a^{m-n}$	$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
multiplicació	**divisió**	**potència d'una potència**

EXEMPLE

$(2^5 \cdot 2^4) : (2^2)^3 = \dfrac{2^5 \cdot 2^4}{(2^2)^3} = \dfrac{2^9}{2^6} = 2^3$

7 **Fes les operacions.**

a) $(3^5 : 3^2)^3 = \left(\frac{\quad}{\quad}\right)^3 = (\quad)^3 =$

b) $(5^7 : 5^3) \cdot (5^6 : 5^2) =$ —— · ——

c) $(10^3)^4 : (10^2 \cdot 10^3) =$

d) $(4^2)^3 \cdot (4^5)^2 =$

e) $(6^5 : 6^2) \cdot (6^3)^4 =$

f) $(7^2 : 7) \cdot (7^3)^2 =$

FER OPERACIONS AMB POTÈNCIES

Nom: Curs: Data:

POTÈNCIA D'UNA FRACCIÓ

- Per elevar una fracció a una potència s'eleven el numerador i el denominador a aquesta potència.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

EXEMPLE

$$\left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3} = \frac{2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2}{3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3} = \frac{2^5}{3^5} = \frac{32}{243}$$

8 **Opera.**

a) $\left(\frac{2}{5}\right)^7 =$

b) $\left(\frac{6}{10}\right)^3 =$

c) $\left(\frac{4}{3}\right)^5 =$

d) $\left(\frac{3}{7}\right)^3 =$

e) $\left(\frac{1}{5}\right)^4 =$

f) $\left(\frac{2}{3}\right)^6 =$

9 **Completa l'exercici i soluciona'l:** $\left(\frac{3}{4}\right)^2 - \frac{3}{4}$

- Vegem el nombre de blocs en què queda dividida l'operació.
  En aquest cas tenim dos blocs separats pel signe $-$.

$$\underbrace{\boxed{\left(\frac{3}{4}\right)^2}}_{A} - \underbrace{\boxed{\frac{3}{4}}}_{B}$$

- Fem les operacions de cada bloc:

A: $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \underline{\quad}$ B: $\frac{3}{4}$ En aquest bloc no podem operar.

$$\underline{\quad} - \frac{3}{4} = \underline{\quad} - \underline{\quad}$$

- Hem de resoldre la resta, però per fer-ho necessitem el denominador comú.
  El denominador comú és:

$$\underline{\quad} = \underline{\quad} \qquad \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

- Ara sí que podem restar: Solució $= \underline{\quad}$

FER OPERACIONS AMB POTÈNCIES

Nom: Curs: Data:

POTÈNCIA D'EXPONENT NEGATIU

- Quan es resol una divisió de potències, el resultat pot ser una potència d'exponent negatiu:

$$7^3 : 7^5 = \frac{7^3}{7^5} = \frac{7 \cdot 7 \cdot 7}{7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7} = \frac{1}{7 \cdot 7} = \frac{1}{7^2} = 7^{-2}$$

- O sigui, un nombre enter elevat a una potència negativa és una fracció.

$$3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{1}{81}$$

- En general, les potències d'exponent negatiu es defineixen així: $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$
- Les potències d'exponent negatiu compleixen les mateixes propietats que les potències d'exponent natural.

10 **Opera amb exponents negatius.**

a) $5^2 \cdot 3^{-2} = 5^2 \cdot \dfrac{1}{3^{\square}} = \dfrac{5^2}{3^{\square}} = \dfrac{25}{\square}$

b) $5^2 \cdot 5^{-7} \cdot 5^3 = 5^2 \cdot \dfrac{1}{\square} \cdot 5^3 = \dfrac{5^2 \cdot 5^3}{\square} =$

c) $6^3 \cdot 2^{-4} = 6^3 \cdot \dfrac{1}{\square} = (2 \cdot 3)^3 \cdot \dfrac{1}{\square} = \dfrac{2^3 \cdot 3^3}{\square} = \square$

$\boxed{6 = 2 \cdot 3}$

d) $7^3 \cdot 7^2 \cdot 7^{-4} = \square \cdot \square \cdot \dfrac{1}{\square} =$ ______

e) $4^3 \cdot 2^{-3} \cdot 8 = 4^3 \cdot \dfrac{\square}{\square} \cdot 8 = (2 \cdot 2)^3 \cdot \dfrac{\square}{\square} \cdot 2^3 = \dfrac{\quad}{\quad} =$

$\boxed{4 = 2 \cdot 2}$

$\boxed{8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3}$

11 **Expressa en forma de potència de la base indicada en cada cas.**

Operació	Base	Resultat
$9^{-7} \cdot 9^{11}$	3	
$4^6 : 8^{-3}$	2	
$(25^9)^{-3}$	5	
$(16^{-5} : 4^3)^{-2}$	2	
$(49^{-3})^4 : 7^{-6}$	7	

EXPRESSAR NOMBRES EN NOTACIÓ CIENTÍFICA

Nom: Curs: Data:

NOMBRES EN NOTACIÓ CIENTÍFICA

- L'expressió d'un nombre en notació científica consisteix a representar-lo com un nombre enter o un nombre decimal, amb una sola xifra entera, multiplicat per una potència de 10 (positiva o negativa).

$$10^2 = 10 \cdot 10 = 100 = 1 \cdot 10^2$$

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{10 \cdot 10 \cdot 10} = 0{,}001 = 1 \cdot 10^{-3}$$

- Anomenem **ordre de magnitud** d'un nombre expressat en notació científica l'exponent de la potència de 10.

EXEMPLE

Expressa en notació científica el nombre 3.220.000.

Desplacem la coma sis llocs a l'esquerra i multipliquem per 10^6.

NOTACIÓ DECIMAL		NOTACIÓ CIENTÍFICA
3.220.000	=	$\boxed{3{,}22} \cdot 10^6$

NOMBRE DECIMAL POTÈNCIA DE 10

Determina l'ordre de magnitud del nombre anterior.

L'ordre de magnitud és 6, perquè l'exponent de la potència de 10 és 6.

1 **Fes les operacions.**

a) $10^3 =$ $\quad =$

b) $10^4 =$ $\quad =$

c) $10^5 =$ $\quad =$

d) $10^{-4} = \frac{1}{} = \frac{}{} = \frac{}{} = 0{,}0\ldots$

e) $10^{-6} =$ $\quad =$

f) $10^{-3} =$

2 **Escriu en forma decimal aquests nombres expressats en notació científica.**

a) $3{,}2 \cdot 10^4 = 3{,}2 \cdot 10.000 =$

b) $3{,}2 \cdot 10^{-2} = 3{,}2 \cdot \frac{1}{} =$

3 **Escriu, amb totes les xifres, aquests nombres expressats en notació científica.**

a) $2{,}51 \cdot 10^6 =$

b) $9{,}32 \cdot 10^{-8} =$

c) $1{,}01 \cdot 10^{-3} =$

d) $1{,}15 \cdot 10^4 =$

e) $3{,}76 \cdot 10^{12} =$

EXPRESSAR NOMBRES EN NOTACIÓ CIENTÍFICA

Nom: Curs: Data:

4 **Quin d'aquests nombres és més gran?**

$7{,}1 \cdot 10^{-3}$ → 0,0071 $4{,}2 \cdot 10^{-2}$ → 0, $1{,}2 \cdot 10^{-4}$ → 0,

El nombre més gran és:

5 **Els nombres següents no estan escrits correctament en notació científica. Escriu-los de la manera adequada.**

Nombre	Expressió correcta
$12{,}3 \cdot 10^{15}$	
$0{,}6 \cdot 10^{-9}$	
$325 \cdot 10^{3}$	
$0{,}002 \cdot 10^{-2}$	
$6.012 \cdot 10^{4}$	
$1{,}3 \cdot 10^{3}$	

6 **Expressa en notació científica.**

a) Mil tres-cents quaranta bilions.

b) Dues-centes cinquanta mil·lèsimes.

c) Trenta-set.

d) Quaranta-tres bilions.

e) Sis-cents vuitanta mil.

f) Tres bilionèsimes.

7 **Indica l'ordre de magnitud de cadascun d'aquests nombres.**

a) $1{,}3 \cdot 10^{3}$

b) $6 \cdot 10^{-4}$

c) $3{,}2 \cdot 10^{7}$

d) $8 \cdot 10^{-5}$

e) $2{,}6 \cdot 10^{4}$

f) $1{,}9 \cdot 10^{2}$

FER SUMES I RESTES EN NOTACIÓ CIENTÍFICA

Nom: Curs: Data:

SUMA I RESTA EN NOTACIÓ CIENTÍFICA

Per sumar (o restar) nombres en notació científica els reduïm a l'ordre de magnitud del més gran i, després, sumem (o restem) els nombres decimals i mantenim la mateixa potència de 10.

EXEMPLE

Fes les operacions següents.

$\mathbf{3{,}5 \cdot 10^3 + 5{,}2 \cdot 10^3} = (3{,}5 + 5{,}2) \cdot 10^3 = 8{,}7 \cdot 10^3$

Si els exponents de les potències són iguals, sumem els nombres decimals i deixem la mateixa potència de base 10.

$\mathbf{3{,}5 \cdot 10^4 + 5{,}2 \cdot 10^3} = 3{,}5 \cdot 10^4 + 0{,}52 \cdot 10^4 =$

Si els exponents de les potències són diferents, reduïm al més gran.

$= (3{,}5 + 0{,}52) \cdot 10^4 = 4{,}02 \cdot 10^4$

Després sumem els nombres decimals i deixem la potència de base 10.

ACTIVITATS

1 Completa aquestes sumes i restes.

a) $17.000 + 3{,}2 \cdot 10^3 - 232 \cdot 10^2 =$

$= 17 \cdot 10^3 + 3{,}2 \cdot 10^3 - \boxed{} \cdot 10^3 = (\boxed{} + \boxed{} - \boxed{}) \cdot 10^3 =$

b) $0{,}00035 + 5{,}7 \cdot 10^{-4} - 7{,}2 \cdot 10^{-3} =$

$= \boxed{} \cdot 10^{\boxed{}} + \boxed{} \cdot 10^{\boxed{}} - \boxed{} \cdot 10^{\boxed{}} = (\boxed{} + \boxed{} - \boxed{}) \cdot 10^{\boxed{}} =$

Han de tenir el mateix exponent.

c) $1{,}9 \cdot 10^5 + 3{,}2 \cdot 10^7 =$

d) $6 \cdot 10^{-4} - 4{,}5 \cdot 10^{-2} =$

2 Fes les operacions en notació científica.

a) $37{,}3 \cdot 10^6 - \boxed{} = 8{,}4 \cdot 10^5$

b) $9{,}32 \cdot 10^{-3} + \boxed{} = 5{,}6 \cdot 10^{-2}$

c) $1{,}15 \cdot 10^4 + \boxed{} = 3 \cdot 10^5$

d) $3{,}6 \cdot 10^{12} - \boxed{} = 2 \cdot 10^{12}$

FER MULTIPLICACIONS I DIVISIONS EN NOTACIÓ CIENTÍFICA

Nom: Curs: Data:

MULTIPLICACIÓ EN NOTACIÓ CIENTÍFICA

Per multiplicar nombres en notació científica multipliquem els nombres decimals i les potències de 10. O sigui, obtenim un nombre en què la part decimal és igual al producte dels nombres decimals i l'exponent de la potència de 10 és igual a la suma dels exponents de les altres.

EXEMPLE

$3.457 \cdot (4,3 \cdot 10^4)$ $\xrightarrow[\text{Ho passem a notació científica}]{}$ $= (3,457 \cdot 10^3) \cdot (4,3 \cdot 10^4) =$

$\xrightarrow[\text{Multipliquem els nombres i les potències de 10}]{}$ $= (3,457 \cdot 4,3) \cdot 10^3 \cdot 10^4 =$

$\xrightarrow[\text{Escrivim el resultat}]{}$ $= 14,8651 \cdot 10^7 =$

$\xrightarrow[\text{Ho passem a notació científica}]{}$ $= 1,48651 \cdot 10^8 =$

1 Completa seguint el model anterior.

a) $13.500.000 \cdot (3,5 \cdot 10^5)$ $\xrightarrow[\text{Ho passem a notació científica}]{}$ $= (1,35 \cdot 10^{\square}) \cdot (3,5 \cdot 10^5) =$

$\xrightarrow[\text{Operem}]{}$ $= (1,35 \cdot 3,5) \cdot 10^{\square} \cdot 10^5 =$

$\longrightarrow$ $=$

b) $(4,5 \cdot 10^5) \cdot 0,032$ $\longrightarrow$ $= (4,5 \cdot 10^5) \cdot (3,2 \cdot 10^{\square}) =$

$\longrightarrow$ $=$ $=$

$\xrightarrow[\text{Ho passem a notació científica}]{}$ $=$

c) $0,00013 \cdot 0,002$ $\longrightarrow$ $=$ $=$

$\longrightarrow$ $=$ $=$

$\xrightarrow[\text{Ho passem a notació científica}]{}$ $=$

2 Fes les operacions en notació científica.

a) $(34 \cdot 10^3) \cdot (25,2 \cdot 10^{-2}) =$

b) $(8,06 \cdot 10^9) \cdot (0,65 \cdot 10^7) =$

c) $(37,3 \cdot 10^{-2}) \cdot (0,01 \cdot 10^2) =$

d) $(0,00000009) \cdot (1,5 \cdot 10^{-6}) =$

e) $(33,57) \cdot (4,3 \cdot 10^{-4}) =$

f) $(3 \cdot 10^5) \cdot (2,5 \cdot 10^{11}) =$

FER MULTIPLICACIONS I DIVISIONS EN NOTACIÓ CIENTÍFICA

Nom: Curs: Data:

DIVISIÓ EN NOTACIÓ CIENTÍFICA

Per dividir nombres en notació científica dividim els nombres decimals i les potències de 10.
O sigui, el nombre decimal és igual a la divisió dels nombres decimals i la potència de 10 té l'exponent igual a la resta dels exponents de dividend i divisor.

EXEMPLE

$14.000.000 : (3{,}2 \cdot 10^{12})$

$\xrightarrow[\text{Ho passem a notació científica}]{} = (1{,}4 \cdot 10^{7}) : (3{,}2 \cdot 10^{12})$

$\xrightarrow[\text{Dividim les parts enteres o decimals i les potències de 10}]{} = \dfrac{(1{,}4 \cdot 10^{7})}{(3{,}2 \cdot 10^{12})} = \dfrac{1{,}4}{3{,}2} \cdot \dfrac{10^{7}}{10^{12}}$

$\xrightarrow[\text{Escrivim el resultat}]{} = 0{,}4375 \cdot 10^{-5}$

$\xrightarrow[\text{Ho escrivim en notació científica}]{} = 4{,}375 \cdot 10^{-6}$

3 Completa l'operació següent.

$13.500.000 : (4{,}3 \cdot 10^{5}) \xrightarrow[\text{Ho passem a notació científica}]{} = (1{,}35 \cdot \boxed{}) : (\qquad\qquad) =$

$\xrightarrow[\text{Ho passem a fracció}]{} = \dfrac{\boxed{} \cdot 10^{\boxed{}}}{\boxed{} \cdot 10^{\boxed{}}} =$

$\xrightarrow{} = \qquad \cdot 10^{5} =$

$\xrightarrow[\text{Ho passem a notació científica}]{} =$

4 Fes les operacions en notació científica.

a) $(0{,}75 \cdot 10^{7}) : (0{,}3 \cdot 10^{3}) =$
b) $(13.650.000.000) : (6{,}5 \cdot 10^{15}) =$
c) $(14.310 \cdot 10^{3}) : (5{,}4 \cdot 10^{5}) =$
d) $(9 \cdot 10^{6}) : (3 \cdot 10^{4}) =$
e) $(20.100 \cdot 10^{3}) : (6{,}7 \cdot 10^{5}) =$
f) $(6 \cdot 10^{4}) : (3 \cdot 10^{2}) =$
g) $(15.320) : (20 \cdot 10^{4}) =$
h) $(6 \cdot 10^{-7}) : (1{,}2 \cdot 10^{5}) =$

RECONÈIXER DIFERENTS TIPUS DE NOMBRES REALS I APROXIMAR NOMBRES REALS

Nom: Curs: Data:

Els nombres irracionals són els que no es poden expressar com una fracció. La seva forma decimal té infinites xifres decimals no periòdiques.
El conjunt dels nombres reals és el conjunt de nombres format pels nombres racionals i els irracionals.

ACTIVITATS

1 **Classifica els nombres següents en racionals o irracionals:**

a) $3,\widehat{8}$

d) π

g) 0,010010001...

b) 1,234567891011...

e) $\frac{2}{7}$

h) -3

c) $9,103\widehat{6}$...

f) $-0,18$

i) 1,313311333111...

Per **truncar** un nombre decimal fins a un ordre determinat hem d'eliminar les xifres decimals del nombre següent a la xifra que indica aquest ordre.

Per **arrodonir** fins a un ordre determinat, hem de truncar el nombre i, si la xifra següent a l'ordre és més gran o igual que 5, augmentem una unitat l'última xifra decimal; si és més petita que 5, ho deixem com està.

2 **Trunca i arrodoneix els nombres de l'activitat anterior a les centèsimes.**

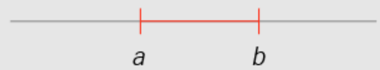
3 **Indica si és cert o fals.**

a) El nombre π és un nombre racional que té com a valor 3,14.
b) El nombre π és un nombre irracional que, truncat a les dècimes, és 3,1.
c) Els nombres periòdics són irracionals, perquè tenen infinites xifres decimals.
d) Si truncrem $0,\widehat{3}$ a les dècimes, obtenim el mateix resultat que si l'arrodonim a les dècimes.
e) Si arrodonim el nombre $8,15\widehat{9}$ a les mil·lèsimes obtenim 8,160, i si el truncrem, 8,150.

ENTENDRE QUÈ ÉS UN INTERVAL I QUINS TIPUS D'INTERVAL HI HA

Nom: Curs: Data:

Un interval d'extrems *a* i *b* està format per tots els nombres inclosos entre *a* i *b*.
L'interval es representa a la recta numèrica marcant tot el segment que hi ha entre els dos nombres que són extrems.



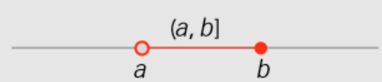
ACTIVITATS

1 **Representa en la recta numèrica els intervals (1, 4) i (2,5; 8), i indica tres nombres que pertanyin a cadascun dels intervals.**

Un interval pot incloure els dos extrems, un de sol o cap.

- Si els dos extrems pertanyen a l'interval, diem que és tancat i ho escrivim [*a*, *b*].
- Si els dos extrems de l'interval no hi pertanyen, diem que és obert i ho escrivim (*a*, *b*).
- Si l'extrem més petit pertany a l'interval però el més gran no, diem que és tancat per l'esquerra i obert per la dreta, i ho escrivim [*a*, *b*).
- Si l'extrem més petit no pertany a l'interval i el més gran sí, diem que és obert per l'esquerra i tancat per la dreta, i ho escrivim (*a*, *b*].

A la representació gràfica, l'extrem obert el representem amb un punt buit, i el tancat, amb un punt.



2 **Indica a quins dels intervals següents pertany el 0:**

[–1, 1] (2, 3) (0, 7) (–8, 0] [–1, 0,001)

3 **Escriu intervals amb les condicions següents:**

a) El 2 no hi pertany, però hi pertanyen tots els nombres més grans que 2 fins a 4.

b) Hi pertanyen tots els nombres que hi ha entre 1 i 10, tots dos inclosos.

Nom: Curs: Data:

ACTIVITATS

1 En un laboratori fan dos cultius, un amb bacteris *A*, que es dupliquen cada 5 minuts, i un altre amb bacteris *B*, que ho fan cada 6 minuts. Si partim d'un bacteri de cada tipus:

a) Quants bacteris de cada tipus hi haurà al cap de 15 minuts?

b) Quants minuts han de passar per tenir $6{,}5536 \cdot 10^4$ bacteris de cada tipus?

c) Indica l'expressió que proporciona el nombre de bacteris segons el temps per a cada tipus.

2 Considera la sèrie formada pels nombres que determinen les superfícies dels quadrats que són el quàdruple del seu anterior, en què el primer és el de superfície *S*.

a) Quina és la superfície del quadrat que ocupa la posició vuitena en la sèrie?

b) Quina és la sèrie formada pels nombres que determinen els costats d'aquests quadrats?

Nom: Curs: Data:

3 Arquimedes, al segle III aC, va donar com a aproximació del nombre π la fracció $\frac{22}{7}$.

a) Escriu tres aproximacions per defecte i per excés de π d'aquesta fracció.

b) Arrodoneix tots dos nombres a les mil·lèsimes i compara'n els resultats. Què hi observes?

c) I si els arrodoneixes a les centèsimes?

4 Una potència d'exponent enter positiu és sempre més gran que la base? En quins casos?

5 Una potència d'exponent enter negatiu és més gran que la base? Hi ha alguns valors de la base per als quals la potència és més petita?

6 Continua la sèrie:

$2^2 = 1^2 + 3$
$3^2 = 2^2 + 5$
$4^2 = 3^2 + 7$
$5^2 = \square^2 + \square$
$n^2 = \ldots$

RECONÈIXER EL GRAU, ELS TERMES I EL TERME INDEPENDENT D'UN POLINOMI

Nom: Curs: Data:

- Un **monomi** és una expressió algebraica formada pel producte d'un nombre, anomenat **coeficient**, i una o més lletres elevades a un nombre natural, que configuren la **part literal** del monomi.
- El **grau** d'un monomi és l'exponent de la lletra que forma la part literal, si només n'hi ha una, o la suma dels exponents, si hi ha més d'una lletra.
- Dos **monomis** són **semblants** si tenen la mateixa part literal.

ACTIVITATS

1 Completa la taula següent:

Monomi	Coeficient	Part literal	Grau
$5x^3$	5	x^3	3
$-2x^4$			
$2x^3y$			
$-xy$			

2 Determina si aquests monomis són semblants o no ho són:

a) $2x^3y^3$ i $2x^2y^3$

b) $2xy^2$ i $-7xy^2$

c) x^3 i $-14x^3$

POLINOMIS

- Un **polinomi** és una expressió algebraica formada per la suma de monomis, que són els **termes** del polinomi.
- Un polinomi és **reduït** quan no té monomis semblants.
- El **grau** d'un polinomi reduït coincideix amb el grau del seu terme de grau més alt.
- Un polinomi és **complet** quan té termes de tots els graus inferiors al grau del polinomi. En cas contrari, és **incomplet**.

3 Determina els termes, el terme independent i el grau dels polinomis següents:

Polinomi	Termes	Terme independent	Grau
$P(x) = -4x^2 + 5x - 2$			
$Q(x) = 2x^3 + 40$			
$R(x) = -10x^2 - 20x + 40$			
$S(x) = 40$			
$T(x) = x^3 + x^2 + 1$			

RECONÈIXER EL GRAU, ELS TERMES I EL TERME INDEPENDENT D'UN POLINOMI

Nom: Curs: Data:

EXEMPLE

Donat el polinomi $P(x) = 5x^2 - 3x + 2x + 1 - 3$:

a) Troba'n el polinomi reduït.

b) Determina'n el grau.

c) Quants termes té el polinomi? Quin és el terme independent?

a) Per reduir un polinomi cal resoldre les operacions que es pugui:

$$P(x) = 5x^2 \underbrace{- 3x + 2x} + \overbrace{1 - 3} = P(x) = 5x^2 - x - 2 \longrightarrow \text{Polinomi reduït}$$

b) El grau del polinomi és 2: $P(x) = 5x^2 - x - 2$.

c) El polinomi té tres termes i -2 és el terme independent.

$P(x) = 5x^2 - x - 2 \longrightarrow -2$ és el terme independent.

$\longrightarrow$ Té tres termes.

4 Calcula el polinomi reduït.

a) $P(x) = 4 - 3x^2 + x - x^2 + 1$

b) $P(x) = x^4 - 4 - 3x^2 + x - x^2 + 1 - 3x^4 - 3x$

5 Calcula el polinomi reduït i ordena'n els termes de grau més gran a grau més petit.

$$P(x) = 3x^5 - 2x^4 + 3x + 4x^4 - 3x + 2x^2 + 5$$

$P(x) =$

- Té .... termes.
- El terme independent és ....
- El grau del polinomi és ....
- Com és el polinomi, complet o incomplet? ....

6 Redueix el polinomi i ordena'n els termes de grau més gran a grau més petit.

$$P(x) = 3x^3 - 2x^2 + 3 + 5 - 7x + 3x^2 - 2x^3$$

$P(x) =$

- Té .... termes.
- El terme independent és ....
- El grau del polinomi és ....
- Com és el polinomi, complet o incomplet? ....

DETERMINAR EL VALOR NUMÈRIC D'UN POLINOMI

Nom: Curs: Data:

VALOR NUMÈRIC D'UN POLINOMI

El **valor numèric** d'un polinomi $P(x)$, per a un cert valor de la variable $x = a$, s'obté substituint x per a i operant.

EXEMPLE

En un polinomi com, per exemple, $P(x) = 2x^2 + 1$, podem donar qualsevol valor a la x.

Per a $x = 2 \rightarrow P(2) = 2 \cdot (2)^2 + 1 = 2 \cdot 4 + 1 = 8 + 1 = 9$

El valor numèric del polinomi per a $x = 2$ és 9.

Per a $x = 10 \rightarrow P(10) = 2 \cdot (10)^2 + 1 = 2 \cdot 100 + 1 = 200 + 1 = 201$

El valor numèric del polinomi per a $x = 10$ és 201.

ACTIVITATS

1 Calcula el valor numèric dels polinomis següents per a $x = 1$.

a) $P(x) = x + 1$

$x = 1 \rightarrow P(\ ) = (\ \ ) + 1$

b) $P(x) = x^2 + 1$

c) $P(x) = x^3 + 1$

d) $P(x) = x^4 + 1$

2 Calcula el valor numèric de cada polinomi per al valor de la variable que s'indica.

a) $A(x) = x + 1$, per a $x = 1$

b) $B(x) = 4x^5 - 6x^2 + 3$, per a $x = -1$

c) $C(x) = -9x^4 + 7x^2 + 5$, per a $x = 1$

d) $D(x) = x^3 + x^2 + x + 2$, per a $x = -2$

FER SUMES I RESTES AMB POLINOMIS

Nom: Curs: Data:

SUMES I RESTES AMB POLINOMIS

- La **suma** de dos polinomis es calcula sumant els termes semblants dels dos polinomis.
- La **resta** de dos polinomis s'obté sumant el primer amb el polinomi oposat del segon.
- Cal recordar que la regla bàsica de les sumes i les restes de polinomis és que **només es poden sumar i restar els termes semblants**.

EXEMPLE

Suma els polinomis $P(x) = 3x^3 - 2x^2 + 5x - 3$ i $Q(x) = 4x^2 - 3x + 2$.

Es pot fer de dues maneres:

- **En línia:** només se sumen els elements iguals.

$$P(x) + Q(x) = 3x^3 \boxed{-2x^2} \boxed{+5x} \boxed{-3} \boxed{+4x^2} \boxed{-3x} \boxed{+2} = 3x^3 + 2x^2 + 2x - 1$$

$$P(x) + Q(x) = 3x^3 + 2x^2 + 2x - 1$$

- **En columna:** cal posar en columna els termes semblants.

$$\begin{array}{rl} P(x) = & 3x^3 - 2x^2 + 5x - 3 \\ +\,Q(x) = & \phantom{3x^3 - {}} 4x^2 - 3x + 2 \\ \hline P(x) + Q(x) = & 3x^3 + 2x^2 + 2x - 1 \end{array}$$

EXEMPLE

Resta els polinomis $P(x) = 3x^3 - 5x^2 + 5$ i $Q(x) = 5x^2 - 2x + 7$.

Es pot fer de dues maneres:

- **En línia:** el signe negatiu davant del parèntesi afecta tots els termes.

$$P(x) - Q(x) = 3x^3 - 5x^2 + 5 - (5x^2 - 2x + 7) =$$

$$= 3x^3 \boxed{-5x^2} \boxed{+5} \boxed{-5x^2} + 2x \boxed{-7} = 3x^3 - 10x^2 + 2x - 2$$

$$P(x) - Q(x) = 3x^3 - 10x^2 + 2x - 2$$

- **En columna:** cal posar en columna els termes semblants.

$$\begin{array}{rl} P(x) = & 3x^3 - 5x^2 + 5 \\ -\,Q(x) = & - (5x^2 - 2x + 7) \\ \hline P(x) - Q(x) = & 3x^3 - 10x^2 + 2x - 2 \end{array}$$

ACTIVITATS

1 Donats els polinomis $P(x) = x^3 - 2x + 1$ i $Q(x) = x^2 - 3x + 2$, calcula $P(x) + Q(x)$ i $P(x) - Q(x)$. Fes les operacions en línia i en columna.

FER SUMES I RESTES AMB POLINOMIS

Nom: Curs: Data:

2 Calcula la suma i la resta de cada parell de polinomis.

a) $P(x) = 3x + 2x^2 - x - 4$ $\qquad Q(x) = x^3 - x^2 - 9x + 3$

$P(x) =$
$+\ Q(x) =$
$P(x) + Q(x) =$

$P(x) =$
$-\ Q(x) =$
$P(x) - Q(x) =$

b) $P(x) = x^7 - 8x^4 + 3$ $\qquad Q(x) = x^5 + 3x^3 - 6$

$P(x) =$
$+\ Q(x) =$
$P(x) + Q(x) =$

$P(x) =$
$-\ Q(x) =$
$P(x) - Q(x) =$

c) $P(x) = 10x^4 + x^2 + 1$ $\qquad Q(x) = x^5 + 7x^2 - x$

$P(x) =$
$+\ Q(x) =$
$P(x) + Q(x) =$

$P(x) =$
$-\ Q(x) =$
$P(x) - Q(x) =$

d) $P(x) = -x^4 - x^3 - 2$ $\qquad Q(x) = -3x^4 - 2x^3 - x - 5$

$P(x) =$
$+\ Q(x) =$
$P(x) + Q(x) =$

$P(x) =$
$-\ Q(x) =$
$P(x) - Q(x) =$

e) $P(x) = -3x^3 - 2x^2 - 2$ $\qquad Q(x) = 6x^4 - x^3 - 3x + 7$

$P(x) =$
$+\ Q(x) =$
$P(x) + Q(x) =$

$P(x) =$
$-\ Q(x) =$
$P(x) - Q(x) =$

FER MULTIPLICACIONS AMB POLINOMIS

Nom: Curs: Data:

PRODUCTE DE POLINOMIS

- El **producte** de dos polinomis es calcula multiplicant cadascun dels monomis d'un polinomi pels monomis de l'altre, i sumant, després, els polinomis obtinguts en aquestes multiplicacions.
- Per multiplicar dos polinomis cal aplicar la **propietat distributiva**.

EXEMPLE

Multiplica els polinomis $P(x) = 7x^3 + 2x^2 + x - 7$ i $Q(x) = x^2 + 3$.

Ho resoldrem multiplicant en línia:

$$P(x) \cdot Q(x) = (7x^3 + 2x^2 + x - 7) \cdot (x^2 + 3) =$$

Es multipliquen tots els monomis d'un polinomi pels monomis de l'altre polinomi.

$$\boxed{7x^3 \cdot x^2 + 7x^3 \cdot 3}\ \boxed{+\ 2x^2 \cdot x^2 + 2x^2 \cdot 3}\ \boxed{+\ x \cdot x^2 + x \cdot 3}\ \boxed{-\ 7 \cdot x^2 - 7 \cdot 3}$$

$$= 7x^5 + 21x^3 + 2x^4 + 6x^2 + x^3 + 3x - 7x^2 - 21 =$$

$$= 7x^5 + 2x^4 + 22x^3 - x^2 + 3x - 21$$

Se sumen els termes semblants.

$P(x) \cdot Q(x) = 7x^5 + 2x^4 + 22x^3 - x^2 + 3x - 21$

ACTIVITATS

1 Multiplica els polinomis següents.

a) $P(x) = 5x^2 - 7x + 3$ i $Q(x) = 2x^2 + 1$

$$P(x) \cdot Q(x) = (5x^2 - 7x + 3) \cdot (2x^2 + 1)$$

Multipliquem els monomis.

$$= \boxed{}\ \boxed{-}\ \boxed{+}$$

$=$

Sumem els termes semblants.

$P(x) \cdot Q(x) =$

b) $P(x) = x^3 - 1$ i $Q(x) = 5x^2 - x + 2$

FER MULTIPLICACIONS AMB POLINOMIS

Nom: Curs: Data:

EXEMPLE

Multiplica els polinomis: $P(x) = 7x^3 + 2x^2 + x - 7$ i $Q(x) = x^2 + 3$.

Resoldrem l'exercici multiplicant en columna:

$$\begin{array}{rr}
 & 7x^3 + 2x^2 + x - 7 \\
 \times & x^2 + 3 \\
\hline
 & 21x^3 + 6x^2 + 3x - 21 \\
 & 7x^5 + 2x^4 + x^3 - 7x^2 \\
\hline
P(x) \cdot Q(x) = & 7x^5 + 2x^4 + 22x^3 - x^2 + 3x - 21
\end{array}$$

← *Producte de 3 per $7x^3 + 2x^2 + x - 7$*

← *Producte de x^2 per $7x^3 + 2x^2 + x - 7$*

← *Suma de monomis semblants*

2 Multiplica els polinomis: $P(x) = 5x^2 - 3x + 4$ i $Q(x) = 3x + 2$.

$$\begin{array}{rr}
 & 5x^2 - 3x + 4 \\
 \times & 3x + 2 \\
\hline
\end{array}$$

← *Producte de 2 per $5x^2 - 3x + 4$*

← *Producte de $3x$ per $5x^2 - 3x + 4$*

$P(x) \cdot Q(x) = \boxed{}$ ← *Suma de monomis semblants*

3 Calcula el producte del polinomi $R(x) = x^3 - 1$ i el polinomi $S(x) = x + 3$. Fes servir la propietat distributiva.

4 Troba el producte dels polinomis següents.

a) $R(x) = x^3 - 1$ i $S(x) = x$

b) $R(x) = x^4 - x + 1$ i $S(x) = x^2 + 1$

FER DIVISIONS AMB POLINOMIS

Nom: Curs: Data:

DIVISIONS AMB POLINOMIS

- El primer que cal tenir en compte per dividir els polinomis $P(x)$ i $Q(x)$ és que el grau del polinomi $P(x)$ ha de ser més gran o igual que el del polinomi $Q(x)$.
- En aquestes condicions, donats dos polinomis $P(x)$ i $D(x)$, hi ha dos polinomis més, $Q(x)$ i $R(x)$, que compleixen:

  $\boldsymbol{P(x) = D(x) \cdot Q(x) + R(x)}$
  $P(x)$ és el polinomi **dividend**.
  $D(x)$ és el polinomi **divisor**.
  $Q(x)$ és el polinomi **quocient**.
  $R(x)$ és el polinomi **residu**.
- Si el residu de la divisió és nul, o sigui, si $R(x) = 0$:
  - La **divisió** és **exacta**.
  - El polinomi **$P(x)$ és divisible per $D(x)$**.
- En cas contrari, diem que la divisió no és exacta.

EXEMPLE

Divideix els polinomis $P(x) = 5x^3 + 3x^2 + 5x - 7$ i $D(x) = x^2 + 5$.

$$\begin{array}{l|l} 5x^3 + 3x^2 + 5x - 7 & x^2 + 5 \\ \hline & \bigcirc \end{array}$$

S'ha d'escollir un monomi que multiplicat per x^2 ens doni $5x^3$:

$\bigcirc \cdot x^2 = 5x^3$. En aquest cas, $\bigcirc = 5x$.

$$\begin{array}{l|l} \cancel{5x^3} + 3x^2 + 5x - 7 & x^2 + 5 \\ \cline{2-2} -\cancel{5x^3} \qquad - 25x & 5x + 3 \\ \cline{1-1} \qquad 3x^2 - 20x - 7 & \end{array}$$

Multipliquem $5x$ per cadascun dels termes del polinomi quocient ($x^2 + 5$), canviem de signe els resultats i els col·loquem a la seva columna. Tot seguit, sumem.

$$\begin{array}{l|l} \cancel{5x^3} + 3x^2 + 5x - 7 & x^2 + 5 \\ \cline{2-2} -\cancel{5x^3} \qquad - 25x & 5x + 3 \\ \cline{1-1} \qquad \cancel{3x^2} - 20x - 7 & \\ \qquad -\cancel{3x^2} \qquad - 15 & \\ \cline{1-1} \qquad\qquad - 20x - 22 & \end{array}$$

S'ha de buscar un monomi que multiplicat per x^2 ens doni $3x^2$, en aquest cas 3.

Multipliquem 3 per $x^2 + 5$, canviem de signe els resultats i els col·loquem a la seva columna. Tot seguit, sumem.

S'ha de buscar un monomi que multiplicat per x^2 ens doni $20x$, però no n'hi ha cap. Per tant, s'acaba la divisió.

Polinomi dividend:	$P(x) = 5x^3 + 3x^2 + 5x - 7$
Polinomi divisor:	$D(x) = x^2 + 5$
Polinomi quocient:	$Q(x) = 5x + 3$
Polinomi residu:	$R(x) = -20x - 22$

En aquest cas, la divisió no és exacta, perquè el residu que hem obtingut és diferent de zero.

FER DIVISIONS AMB POLINOMIS

Nom: Curs: Data:

1 Calcula les divisions de polinomis i digues si són exactes o enteres.

a) $P(x) = x - 1$, $Q(x) = x$

c) $P(x) = x^2 - 1$, $Q(x) = x + 1$

b) $P(x) = x^2 - 5x + 6$, $Q(x) = x - 2$

d) $P(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$, $Q(x) = x$

2 Fes les divisions i comprova que $P(x) = D(x) \cdot Q(x) + R(x)$.

a) $P(x) = x^3 - 1$, $Q(x) = x$

c) $P(x) = x^3 - 1$, $Q(x) = x^2 - 2$

b) $P(x) = x^3 - 1$, $Q(x) = x + 1$

d) $P(x) = x^3 + 1$, $Q(x) = x^3$

IDENTIFICAR I DESENVOLUPAR IGUALTATS NOTABLES

Nom: Curs: Data:

QUADRAT D'UNA SUMA

- El quadrat d'una suma és igual al quadrat del primer, més el doble del producte del primer pel segon, més el quadrat del segon.

$$\boldsymbol{(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$$

- Això es pot fer com una multiplicació normal:

$$(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = a \cdot a + \overbrace{a \cdot b + a \cdot b} + b \cdot b = a^2 + 2ab + b^2$$

EXEMPLE

$\boldsymbol{(x + 3)^2} = (x + 3) \cdot (x + 3) = x^2 + 3x + 3x + 9 = x^2 + 6x + 9$

$\boldsymbol{(4x + y)^2} = (4x + y) \cdot (4x + y) = 16x^2 + 4xy + 4xy + y^2 = 16x^2 + 8xy + y^2$

1 Desenvolupa aquestes igualtats.

a) $(x + 2y)^2 = (x + 2y) \cdot (x + 2y) =$

b) $(3x^3 + 3)^2 =$

c) $(2x + 3y)^2 =$

d) $(4a + b^2)^2 =$

QUADRAT D'UNA DIFERÈNCIA

- El quadrat d'una diferència és igual al quadrat del primer, menys el doble del producte del primer pel segon, més el quadrat del segon.

$$\boldsymbol{(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$$

- Això es pot fer com una multiplicació normal:

$$(a - b)^2 = (a - b) \cdot (a - b) = a \cdot a - \overbrace{a \cdot b - a \cdot b} + b \cdot b = a^2 - 2ab + b^2$$

EXEMPLE

$\boldsymbol{(2y - 3)^2} = (2y - 3) \cdot (2y - 3) = 4y^2 - 6y - 6y + 9 = 4y^2 - 12y + 9$

$\boldsymbol{(x^2 - 2)} = (x^2 - 2) \cdot (x^2 - 2) = x^4 - 2x^2 - 2x^2 + 4 = x^4 - 4x^2 + 4$

2 Desenvolupa les igualtats següents.

a) $(6x - 4y)^2 = (6x - 4y) \cdot (6x - 4y) =$

b) $(5x^4 - 2)^2 =$

c) $(2x - 3y)^2 =$

d) $(4x^3 - a^2)^2 =$

IDENTIFICAR I DESENVOLUPAR IGUALTATS NOTABLES

Nom: Curs: Data:

PRODUCTE D'UNA SUMA PER UNA DIFERÈNCIA

- El producte d'una suma per una diferència és igual al quadrat del primer menys el quadrat del segon.

$$(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}) \cdot (\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}) = \boldsymbol{a^2} - \boldsymbol{b^2}$$

- Això es pot fer com una multiplicació normal:

$$(a + b) \cdot (a - b) = a \cdot a - \cancel{a \cdot b} + \cancel{a \cdot b} - b \cdot b = a^2 - b^2$$

EXEMPLE

$\boldsymbol{(3x + 2) \cdot (3x - 2)} = 9x^2 - 6x + 6x - 4 = 9x^2 - 4$

$\boldsymbol{(5x - 3y) \cdot (5x + 3y)} = 25x^2 + 15xy - 15xy - 9y^2 = 25x^2 - 9y^2$

3 Desenvolupa les igualtats següents.

a) $(7x + x^4) \cdot (7x - x^4) =$

b) $(y + x^2) \cdot (y - x^2) =$

c) $(x + x^3) \cdot (x - x^3) =$

d) $(a^4 - b) \cdot (a^4 + b) =$

4 Desenvolupa.

a) $(x + 5)^2 =$

b) $(2y - 7)^2 =$

c) $(3xy + 2yz) \cdot (3xy - 2yz) =$

d) $(abc + 1)^2 =$

e) $(7 - 3x)^2 =$

f) $(9v + 2z) \cdot (9v - 2z) =$

g) $(3xy + x^3)^2 =$

5 Desenvolupa les igualtats.

a) $(4x + 2)^2 - (5x + 1) \cdot (2x - 3) =$

b) $(x + 3)^2 - (x - 2)^2 =$

FACTORITZAR UN POLINOMI

Nom: Curs: Data:

Factoritzar un polinomi consisteix a escriure'l com a producte dels seus polinomis divisors de grau més baix.
Per factoritzar un polinomi utilitzem tècniques com ara extreure factor comú (quan tots els termes tenen un divisor comú), les igualtats notables i la regla de Ruffini.

EXEMPLE

Factoritza aquests polinomis:

a) $P(x) = x^3 - 3x^2$ **b)** $Q(x) = 4x^2 + 8x + 4$ **c)** $R(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$

a) Extraiem factor comú x^2: $P(x) = x^2 \cdot (x - 3)$, i ja no el podem descompondre més.

b) Extraiem el 4 factor comú: $Q(x) = 4 \cdot (x^2 + 2x + 1)$. No sabem si l'expressió entre parèntesis es pot descompondre més; ho comprovem calculant-ne les arrels, o bé dividint per Ruffini, o pensem si és equivalent a alguna de les identitats notables, com és el cas: $Q(x) = 4 \cdot (x + 1)^2$.

c) Utilitzem Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & 4 & 1 & -6 \\
1 & & 1 & 5 & 6 \\
\hline
 & 1 & 5 & 6 & 0 \\
-2 & & -2 & -6 & \\
\hline
 & 1 & 3 & 0 &
\end{array}$$

Així: $R(x) = (x - 1)(x + 2)(x + 3)$

1 Factoritza les expressions següents:

a) $P(x) = x^5 + 4x^4$ b) $Q(x) = 3x^{10} + 9x^9$ c) $R(x) = x^6 - 8x^7$

2 Factoritza les expressions següents mitjançant les identitats notables:

a) $P(x) = 4x^2 + 4x + 1$ b) $Q(x) = 3x^2 - 18x + 27$ c) $R(x) = x^2 - 2xy + y^2$

3 Factoritza aquests polinomis:

a) $P(x) = 2x^4 - 8x^2$ b) $Q(x) = x^4 - 10x^2 + 9$ c) $R(x) = x^3 + 102x^2 + 120x - 8.000$

Nom: Curs: Data:

ACTIVITATS

1 Completa aquestes divisions i escriu els polinomis dividend, divisor, quocient i residu:

a)

	2	3	0	−1
−1	□	□	□	□
	□	□	□	□

b)

	1	2	3	4
□	□	□	□	□
	□	−1	□	□

c)

	1	2	−1	−3
□	□	□	□	□
	□	0	□	□

d)

	□	0	1	−1
2	□	□	□	□
	□	−4	□	□

2 Resol aquesta divisió per la regla de Ruffini:

$(x^2 + 2x - 3) : (2x - 6)$

3 Calcula les divisions següents mitjançant la regla de Ruffini:

a) $(x^5 + 1) : (2x + 4)$

b) $(x^4 - 5x^2 + 2) : (5x - 10)$

4 Aplica la igualtat notable $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$ i calcula mentalment.

a) $1.000^2 - 999^2$

b) $250^2 - 240^2$

c) $41^2 - 21^2$

d) $125^2 - 25^2$

Nom: Curs: Data:

5 Calcula els valors de a, b i c en el polinomi $P(x) = ax^2 + bx + c$ sabent que 4 i -7 són arrels del polinomi i el valor numèric de $P(x)$ per a $x = 1$ és -24.

6 Escriu en cada cas un polinomi de grau 5 que tingui aquests polinomis com a divisors:

a) $P(x, y) = x - y$ $\quad Q(x, y) = 2x + 5y$

b) $P(x, y) = xy + 2$ $\quad Q(x, y) = x$ $\quad R(x, y) = 2 - 7x^2$

c) $P(x, y) = 3y - x$ $\quad Q(x, y) = x^3 - 5$

d) $P(x, y) = x$ $\quad Q(x, y) = x^2y$

7 Donat el polinomi:

$$P(x, y) = 8x^3y - 6xy + 5xy^2 + 8x^2 - 3y$$

Calcula.

a) $P(-x, y)$ $\quad$ c) $P(-x, -y)$

b) $-P(x, -y)$ $\quad$ d) $-P(-x, -y)$

8 Calcula la descomposició factorial i les arrels dels polinomis següents:

a) $P(-x)$, en què $P(x) = x^2 - x$

b) $P(-x^2)$, en què $P(x) = (x + 9)^2$

c) $P(x^2) - P(x^3)$, en què $P(x) = x^2$

d) $P(x + x^2)$, en què $P(x) = 4x - 3$

IDENTIFICAR UNA EQUACIÓ, EL SEU GRAU I LA SEVA SOLUCIÓ

Nom: Curs: Data:

EQUACIONS

- Donat el polinomi $P(x) = 3x + 5$, ja sabem com calcular-ne el valor numèric:

  $x = 3 \longrightarrow P(3) = 3 \cdot 3 + 5 = 14$

  $x = -2 \longrightarrow P(-2) = 3 \cdot (-2) + 5 = -1$

  Si al polinomi hi imposem un valor com a resultat, obtenim una **equació**:

  $3x + 5 = 8$ Cal saber per a quin valor de x el polinomi val 8.

- Podem seguir el mateix raonament amb la igualtat de dos polinomis:

  $P(x) = 3x^2 + 2x - 7$ $Q(x) = 2x + 8$

  Si imposem la condició d'igualtat entre els dos polinomis, també obtenim una equació:

  $3x^2 + 2x - 7 = 2x + 8$ Cal saber per a quin valor de x es compleix aquesta igualtat.

  Per tant, el concepte d'equació apareix quan s'imposa una igualtat algebraica.

En una equació amb una sola incògnita:

- La **incògnita** és la lletra de valor desconegut.
- El **grau** és l'exponent més gran amb què figura la incògnita a l'equació, un cop fetes totes les operacions.
- La part esquerra de la igualtat s'anomena **primer membre**, i la part dreta, **segon membre**.
- Cada membre està format per un sumand o més, que s'anomenen **termes**.
- Als termes amb incògnita, el nombre s'anomena **coeficient**. Els termes sense incògnita s'anomenen **termes independents**.
- La **solució** o les solucions d'una equació són els valors de la incògnita que fan que la igualtat sigui certa.

EXEMPLE

Elements d'una equació:

$$\underbrace{\underbrace{3x}_{\text{terme}} + \underbrace{7x}_{\text{terme}}}_{\text{1r membre}} = \underbrace{\underbrace{2x}_{\text{terme}} + \underbrace{5}_{\text{terme}}}_{\text{2n membre}}$$

x: incògnita

coeficients: 3, 7, 2

EXEMPLE

Grau d'una equació:

$2x - 8 = 7 \rightarrow$ Primer grau $\qquad (x - 5) \cdot (x - 2) = 1 \xrightarrow[\text{Operem}]{} x^2 - 7x + 10 = 1 \rightarrow$ Segon grau

ACTIVITATS

1 Indica el grau de les equacions següents.

a) $5x + 6 = x^2 + 4$ b) $x^2 + x - 1 = x^2 - 2x$ c) $7(x - 1) = 4(x - 2) - 3(-x - 5)$

2 Quin dels nombres és la solució de l'equació $5x - 9 = 4(x - 5)$?

a) 4 b) -3 c) 14 d) -11

RESOLDRE EQUACIONS. TRANSPOSICIÓ DE TERMES

Nom: Curs: Data:

RESOLUCIÓ D'EQUACIONS

- **Resoldre una equació** és obtenir el valor de la incògnita que compleix l'equació.
- Per aconseguir-ho es fa servir la **transposició de termes**, de manera que es passen tots els termes amb x a un membre i tots els nombres a l'altre. Cal tenir en compte les regles següents:
  - **Regla de la suma:** un terme que està sumant en un membre de l'equació passa a l'altre membre restant, i si està restant, passa sumant.
  - **Regla del producte:** un terme que està multiplicant en un membre de l'equació passa a l'altre membre dividint, i si està dividint, passa multiplicant.

EXEMPLE

Resol l'equació per transposició: $6x + 8 = 3x - 4$

- Si restem 8 als dos membres, eliminem el terme $+8$ del primer membre.
  Això equival a passar directament el terme $+8$ al segon membre com a -8.
- Igualment, per eliminar $3x$ del segon membre, el passem al primer com a $-3x$.
- Operem i, a l'equació que hem obtingut, $3x = -12$, el 3, que està multiplicant al primer membre, el passem dividint al segon membre.

$$\boxed{6x + 8 = 3x - 4}$$

$$6x + 8 = 3x - 4$$

$$6x - 3x = -4 - 8$$

$$3x = -12$$

$$x = \frac{-12}{3} = -4$$

ACTIVITATS

1 Resol les equacions següents.

a) $3x + 8 = 5x + 2$

b) $3x - 5 = 2x + 4 + x - 9$

c) $9x - 11 = 4x + 6 + 5x + 5$

d) $4x - 5 = 3x - x + x - 5$

e) $2x + 5 = 2 + 4x + 3$

f) $6x + 2x + 4 = 3x + 3 - 5x - 9$

RESOLDRE EQUACIONS AMB PARÈNTESIS I DENOMINADORS

Nom: Curs: Data:

EQUACIONS AMB PARÈNTESIS

Per eliminar els parèntesis d'una equació:

- Si el parèntesi porta al davant el signe $+$, els termes de l'interior es deixen tal com estan.

$$x + (2x - 3 + x^2) = x + 2x - 3 + x^2$$

- Si el parèntesi porta al davant el signe $-$, es canvia el signe de tots els termes de l'interior.

$$x - (2x - 3 + x^2) = x - 2x + 3 - x^2$$

EXEMPLE

Resol l'equació. $\mathbf{3(x + 5) - 7x + 1 = 2x - 2}$

a) Traiem els parèntesis: $3x + 15 - 7x + 1 = 2x - 2$

b) Reduïm els termes semblants: $-4x + 16 = 2x - 2$

c) Transposem els termes: $16 + 2 = 2x + 4x \rightarrow 18 = 6x$

d) Aïllem la x: $\dfrac{18}{6} = x \rightarrow 3 = x$

e) Comprovem la solució: $3(x + 5) - 7x + 1 = 2x - 2$

$$\text{Si } x = 3 \rightarrow 3(3 + 5) - 7 \cdot 3 + 1 = 2 \cdot 3 - 2$$
$$3 \cdot 8 - 21 + 1 = 6 - 2$$
$$24 - 21 + 1 = 4$$
$$4 = 4$$

La solució és correcta, perquè el resultat és el mateix nombre en tots dos membres.

ACTIVITATS

1 Resol l'equació: $4[(x + 2) \cdot 4 - 7] = 10x - 8$

a) Traiem els parèntesis.

b) Reduïm els termes semblants.

c) Transposem els termes.

d) Aïllem la x.

e) Comprovem la solució.

La solució és correcta si el resultat final és el mateix nombre en tots dos membres.

RESOLDRE EQUACIONS AMB PARÈNTESIS I DENOMINADORS

Nom: Curs: Data:

EQUACIONS AMB DENOMINADORS

Per **eliminar els denominadors** d'una equació hem de calcular el mínim comú múltiple (m.c.m.) dels denominadors i multiplicar els dos membres de l'equació per aquest nombre.

EXEMPLE

Resol l'equació. $\dfrac{7x-3}{2} - 7 = \dfrac{x+7}{5}$

a) Calculem el m.c.m.: m.c.m. $(2, 5) = 10$

b) Multipliquem l'equació per 10: $\dfrac{10}{2}(7x-3) - 10 \cdot 7 = \dfrac{10}{5}(x+7)$

$$5(7x-3) - 10 \cdot 7 = 2(x+7)$$

c) Traiem els parèntesis: $35x - 15 - 70 = 2x + 14$

d) Reduïm els termes semblants: $35x - 85 = 2x + 14$

e) Transposem els termes: $35x - 2x = 14 + 85 \rightarrow 33x = 99$

f) Aïllem la x: $x = \dfrac{99}{33} = 3$

g) Comprovem la solució: $\dfrac{7x-3}{3} - 7 = \dfrac{x+7}{5}$

$$\text{Si } x = 3 \rightarrow \frac{7 \cdot 3 - 3}{2} - 7 = \frac{3+7}{5}$$

$$\frac{18}{2} - 7 = \frac{10}{5}$$

$$9 - 7 = 2 \rightarrow 2 = 2$$

2 Resol l'equació $\dfrac{3x+1}{2} - 3 = \dfrac{2(x+1)}{3}$

a) Calculem el m.c.m.

b) Multipliquem l'equació pel m.c.m.

c) Traiem els parèntesis.

d) Reduïm els termes semblants.

e) Transposem els termes.

f) Aïllem la x.

g) Comprovem la solució.

RESOLDRE EQUACIONS AMB PARÈNTESIS I DENOMINADORS

Nom: Curs: Data:

3 Resol les equacions i comprova la solució.

a) $3(x - 2) - (2x - 1) = 0$

b) $4(x - 3) - 5(x + 8) = 6(x + 3) - 2$

c) $\dfrac{2x - 1}{3} - \dfrac{x - 1}{7} = \dfrac{x}{2}$

d) $3\left(x - \dfrac{2}{3}\right) + 4(2x - 1) = \dfrac{x + 4}{7} + 2(x + 4)$

RESOLDRE EQUACIONS DE SEGON GRAU

Nom: Curs: Data:

EQUACIONS DE SEGON GRAU

- Una **equació de segon grau** amb una incògnita és una equació que s'expressa de la forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

en què a, b i c són nombres reals i $a \neq 0$

- La **fórmula general** per resoldre una equació de segon grau és:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

EXEMPLE

Resol l'equació $\boldsymbol{x(x + 3) - 2(x + 1) = 4}$

a) Traiem els parèntesis: $x^2 + 3x - 2x - 2 = 4$

b) Reduïm els termes semblants: $x^2 + x - 2 = 4$

c) Com que és una equació de 2n grau, passem tots els termes a un membre: $x^2 + x - 6 = 0$

d) Apliquem la fórmula general. Per fer-ho, identifiquem els termes:

$$\left.\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= 0 \\ x^2 + x - 6 &= 0 \end{aligned}\right\} \rightarrow a = 1, b = 1 \text{ i } c = -6$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2} \longrightarrow x = \frac{-1 \pm 5}{2}$$

$$x_1 = \frac{-1 + 5}{2} = 2 \longrightarrow x_1 = 2$$

$$x_2 = \frac{-1 - 5}{2} = -3 \longrightarrow x_2 = -3$$

e) Comprovem les solucions:

$$\begin{aligned} & & x(x + 3) - 2(x + 1) &= 4 \\ \text{Si } x_1 = 2 &\longrightarrow & 2(2 + 3) - 2(2 + 1) &= 4 \\ & & 2 \cdot 5 - 2 \cdot 3 &= 4 \\ & & 10 - 6 &= 4 \\ & & 4 &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & & x(x + 3) - 2(x + 1) &= 4 \\ \text{Si } x_2 = -3 &\rightarrow & -3(-3 + 3) - 2(-3 + 1) &= 4 \\ & & -3 \cdot 0 - 2 \cdot (-2) &= 4 \\ & & 0 + 4 &= 4 \\ & & 4 &= 4 \end{aligned}$$

RESOLDRE EQUACIONS DE SEGON GRAU

Nom: Curs: Data:

ACTIVITATS

1 Resol l'equació $(2x+1)x-2(x+1)=x(1-x)-3x$

$(2x+1)x-2(x+1)=x(1-x)-3x$

Traiem els parèntesis: $\square+\square-\square-\square=\square-\square-3x$

Com que és una equació de 2n grau, ho passem tot a un membre: $=0$

Operem: $\boxed{3x^2+x-2=0}\rightarrow a=3,\ b=1$ i $c=-2$

Fem servir la fórmula: $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\cdot3\cdot(-2)}}{2\cdot3}$$

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{(\ \ )+(\ \ )}}{6}$$

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{(\ \ )}}{6}$$

$$x=\frac{-1\pm(\ \ )}{6}\quad x_1= \quad x_2=$$

Comprovem si les solucions són correctes:

$(2x+1)x-2(x+1)=x(1-x)-3x$

Si $x_1=\square\rightarrow(\square+1)\square-2(\square+1)=\square(1-\square)-3\square$

$=$

$=$

$\boxed{\quad=\quad}$ Per tant, $x_1=\square$ és solució

Si $x_2=\square\rightarrow(\square+1)\square-2(\square+1)=\square(1-\square)-3\square$

$=$

$=$

$\boxed{\quad=\quad}$ Per tant, $x_2=\square$ també és solució

RESOLDRE EQUACIONS DE SEGON GRAU

Nom: Curs: Data:

2 Resol l'equació $x(x - 2) + 2x = 4$.

3 Resol les equacions següents.

a) $x^2 - 4x + 3 = 0$

$x_1 =$ | $x_2 =$

Comprovem el resultat:

b) $2x^2 - 20x + 50 = 0$

$x_1 =$ | $x_2 =$

Comprovem el resultat:

RESOLDRE PROBLEMES MITJANÇANT EQUACIONS

Nom: Curs: Data:

RESOLUCIÓ DE PROBLEMES

Recorda els quatre passos que has de fer per resoldre un problema correctament:

a) **Llegir** detingiudament l'enunciat.
b) **Plantejar** el problema.
c) **Resoldre** el problema.
d) **Comprovar** el resultat.

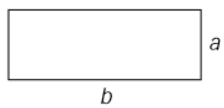
EXEMPLE

El perímetre d'una parcel·la rectangular és de 90 metres i fa 5 metres més de llargada que d'amplada. Quines dimensions té?

Abans de començar, recordem dues fórmules bàsiques:

Àrea del rectangle $= b \cdot a$

Perímetre del rectangle $= 2a + 2b$



a) **Lectura** detinguda de l'enunciat (pot ser útil fer un dibuix bàsic o un esquema).

b) **Plantejament** del problema.
Si el costat més petit és x, quin és el costat més gran si fa 5 metres més de llargada que el petit?
El costat més gran és $x + 5$.
Per tant: $x \longrightarrow$ costat més petit de la parcel·la
$x + 5 \rightarrow$ costat més gran de la parcel·la
Com que el perímetre de la parcel·la fa 90 metres $\rightarrow 2x + 2(x + 5) = 90$

c) **Resolució** de l'equació. $2x + 2x + 10 = 90 \rightarrow 4x = 80 \rightarrow x = 20$
Costat petit: 20 metres Costat gran: $20 + 5 = 25$ metres

d) **Comprovació** de la solució.
$2x + 2(x + 5) = 90 \xrightarrow{x = 20} 2 \cdot 20 + 2 \cdot (20 + 5) = 90 \rightarrow 40 + 2 \cdot 25 = 90 \rightarrow 90 = 90$

ACTIVITATS

1 **En Miquel té ara quatre anys més que el seu cosí Ignasi i, d'aquí a tres anys, entre tots dos sumaran 20 anys. Quants anys té cadascú?**

a) Llegeix l'enunciat a poc a poc.

b) Planteja el problema tot organitzant la informació.

	AVUI		D'AQUÍ A 3 ANYS
En Miquel té	$x + 4$ anys	$+ 3$ anys $\longrightarrow$	$x + 4 + 3$
L'Ignasi té	x anys	$+ 3$ anys $\longrightarrow$	

La suma dels dos nombres és 20 $\longrightarrow$ $\boxed{}$

c) Resol el problema.

d) Comprova'n el resultat.

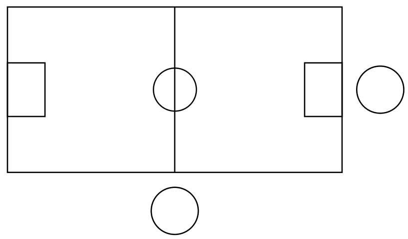
RESOLDRE PROBLEMES MITJANÇANT EQUACIONS

Nom: Curs: Data:

2 Un camp de futbol fa 30 metres més de llargada que d'amplada, i la seva àrea és de 7.000 m^2. Calcula'n les dimensions.

a) Llegeix detingudament el problema.

b) Planteja l'equació.



L'àrea és de 7.000 m^2 ⟶ $\boxed{\qquad = 7.000}$

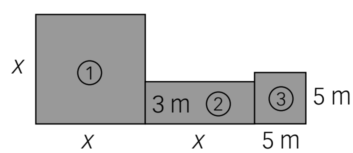
c) Resol l'equació.

d) Comprova el resultat.

3 Calcula el valor de x si saps que l'àrea total de la figura és 53 m^2.

a) Llegeix detingudament el problema.

b) Planteja l'equació.



Àrea 1 = ☐ Àrea 2 = ☐ Àrea 3 = ☐ Les tres àrees sumen 53 m^2.

c) Resol l'equació.

d) Comprova el resultat.

Nom: Curs: Data:

ACTIVITATS

1 Dos motoristes surten de la mateixa ciutat. El primer comença el viatge a les 12 del migdia, i el segon, a les 12.10 h. El segon motorista circula a 15 km/h més que el primer. Si es troben a les 12.40 h, a quina velocitat viatjava el segon motorista?

2 En Xavier ha de pagar una factura de 450 €. La paga amb quinze bitllets de dos tipus, de 20 € i de 50 €. Quants en té de cada tipus?

3 La Rosalia té tres fills. El petit té la meitat d'anys que el mitjà, que té 6 anys menys que el gran. Calcula les edats dels tres fills sabent que la suma de les edats que tenen ara és igual a la de la seva cosina Margalida, que és 12 anys més gran que el germà petit.

4 En Marcel té una sisena part dels diners que té en Ramon, i en Ramon, el triple que en Jeremies. Entre tots tres compren un regal per a un amic, que els costa 86,40 €. Acorden que els diners que els sobrin se'ls repartiran de manera directament proporcional al que ha posat cadascú. Quants diners corresponen a cada amic si els han sobrat 3,60 €?

Nom: Curs: Data:

5 Determina quants litres de llet de 0,75 €/ℓ s'han de mesclar amb llet de 0,85 €/ℓ per aconseguir-ne 100 ℓ a 0,77 €/ℓ.

6 Disposem de dos tipus de te: un de Tailàndia, a 5,20 €/kg, i un de l'Índia, a 6,20 €/kg, i volem aconseguir 100 kg de te a 6 €/kg. Quants quilos hem de mesclar de cada tipus?

7 Tenim farina de blat a 1,20 €/kg i farina de sègol a 1,60 €/kg, i volem obtenir 100 kg de farina multicereals a 1,36 €/kg. Quants quilos de farina de cada tipus hem de mesclar?

8 Un cinema té la mateixa quantitat de files que de butaques per fila. El propietari decideix remodelar-lo i treu una butaca per fila i tres files. Després de la remodelació, la quantitat de butaques és de 323.

a) Quantes files hi havia abans de la remodelació?

b) Quantes butaques hi ha ara en cada fila?

IDENTIFICAR SISTEMES D'EQUACIONS I ELS SEUS ELEMENTS

Nom: Curs: Data:

SISTEMES D'EQUACIONS

Un **sistema de dues equacions lineals amb dues incògnites** és un conjunt de dues equacions de les quals es busca una solució comuna.

$$\left.\begin{array}{r} ax + by = k \\ a'x + b'y = k' \end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} \textbf{Coeficients} \text{ de les incògnites: } a, a', b, b' \\ \textbf{Termes independents}\text{: } k, k' \end{array}\right.$$

EXEMPLE

$$\left.\begin{array}{r} \boldsymbol{x + y = 5} \\ \boldsymbol{x - 2y = 2} \end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} \text{Incògnites: } x, y \\ \text{Coeficients de les incògnites: } 1, 1, 1, -2 \\ \text{Termes independents: } 5, 2 \end{array}\right.$$

ACTIVITATS

1 Determina les incògnites, els coeficients i els termes independents d'aquests sistemes.

a) $\left.\begin{array}{r} x - 2y = 7 \\ 3x - y = 2 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r} -2x + y = -1 \\ x - y = 0 \end{array}\right\}$

- Una **solució** d'un sistema de dues equacions amb dues incògnites és una parella de nombres que verifiquen totes dues equacions.
- **Resoldre un sistema de dues equacions amb dues incògnites** és trobar-ne les solucions.
- **Si un sistema té solució**, o sigui, si es poden trobar dos nombres que verifiquin les dues equacions, diem que és **compatible**.

EXEMPLE

Comprova si el sistema d'equacions següent té com a solució $x = 4$ i $y = 1$.

$$\left.\begin{array}{r} \boldsymbol{x + y = 5} \\ \boldsymbol{x - 2y = 2} \end{array}\right\}$$

Mirem si la solució de l'enunciat verifica les dues equacions del sistema.

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 5 \\ x - 2y = 2 \end{array}\right\} \xrightarrow{x = 4,\, y = 1} \left.\begin{array}{r} 4 + 1 = 5 \\ 4 - 2 \cdot 1 = 2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow \text{Verifica l'equació.} \\ \rightarrow \text{Verifica l'equació.} \end{array}$$

Per tant, $x = 4$ i $y = 1$ és una solució del sistema. El sistema és compatible.

2 Determina si $x = 0$ i $y = -1$ és la solució d'aquests sistemes.

a) $\left.\begin{array}{r} 3x - y = 1 \\ x + 4y = 2 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r} x + 4y = 2 \\ 3y = -3 \end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{r} x - y = 1 \\ 2x + 4y = -4 \end{array}\right\}$

RESOLDRE SISTEMES MITJANÇANT EL MÈTODE DE SUBSTITUCIÓ

Nom: Curs: Data:

MÈTODE DE SUBSTITUCIÓ

Per resoldre un sistema de dues equacions amb dues incògnites pel mètode de substitució:

a) **Aïllem** la incògnita en una de les dues equacions.
b) **Substituïm** l'expressió obtinguda a l'altra equació.
c) **Resolem** l'equació d'una incògnita que en resulta.
d) **Substituïm** el valor obtingut a qualsevol de les dues equacions per trobar l'altra incògnita.
e) **Comprovem** que la solució que hem trobat verifica totes dues equacions.

EXEMPLE

Resol el sistema d'equacions següent pel mètode de substitució.

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 30 \\ x - y = 20 \end{array}\right\}$$

a) Escollim **aïllar** la incògnita x de la segona equació.

$$x = 10 + y$$

b) **Substituïm** aquesta incògnita a la primera equació.

$$x + y = 30 \xrightarrow{x = 10 + y} (10 + y) + y = 30$$

c) **Resolem** l'equació que hem obtingut.

$$(10 + y) + y = 30$$
$$10 + y + y = 30$$
$$10 + 2y = 30$$
$$2y = 30 - 10$$
$$y = \frac{20}{2}$$
$$\boxed{y = 10}$$

d) **Substituïm** el valor $y = 10$ a la primera equació.

$$x + y = 30$$
$$x + 10 = 30$$
$$\boxed{x = 10}$$

e) **Comprovem** la solució que hem trobat. Per fer-ho, cal substituir la parella de valors (20, 10) a totes dues equacions.

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 30 \\ x - y = 10 \end{array}\right\} \xrightarrow{x = 20,\, y = 10} \left.\begin{array}{r} 20 + 10 = 30 \\ 20 - 10 = 10 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \to \text{Verifica l'equació.} \\ \to \text{Verifica l'equació.} \end{array}$$

La solució del sistema és la parella de valors $x = 20$ i $y = 10$.

Per tant, el sistema d'equacions té solució, o sigui, és un sistema compatible.

RESOLDRE SISTEMES MITJANÇANT EL MÈTODE DE SUBSTITUCIÓ

Nom: Curs: Data:

ACTIVITATS

1 Resol el sistema d'equacions pel mètode de substitució.

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 5 \\ x - 2y = 2 \end{array}\right\}$$

a) Escollim aïllar la incògnita y de la primera equació.

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 5 \\ x - 2y = 2 \end{array}\right\} \rightarrow \quad y = 5 - x$$

b) Substituïm aquesta incògnita a la segona equació.

$$x - 2y = 2 \xrightarrow{y = 5 - x} x - 2(5 - x) = 2$$

c) Resolem l'equació que hem obtingut.

$\boxed{x = }$

d) Substituïm el valor x obtingut en una de les equacions, per exemple, a la primera.

$x + y = 5$

$\boxed{} + y = 2$

$\boxed{y = }$

Solució del sistema: $\boxed{x = }$ $\boxed{y = }$

e) Comprovem la solució del sistema.

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 5 \\ x - 2y = 2 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} \boxed{} + \boxed{} = 5 \\ \boxed{} + 2 \cdot \boxed{} = 2 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} 5 = 5 \\ 2 = 2 \end{array}\right\} \rightarrow$$ Si obtenim aquest resultat, els valors de x i y són correctes.

2 Resol els sistemes mitjançant el mètode de substitució i comprova'n els resultats.

a) $\left.\begin{array}{r} x + 3y = 8 \\ 2x - y = 9 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r} -x + y = 7 \\ 3x - y = 4 \end{array}\right\}$

RESOLDRE SISTEMES MITJANÇANT EL MÈTODE DE SUBSTITUCIÓ

Nom: Curs: Data:

3 Resol el sistema següent mitjançant el mètode de substitució i comprova'n la solució.

$$\left.\begin{aligned}\frac{3x-1}{5}+2y&=1\\ y+\frac{3x}{2}&=2\end{aligned}\right\}$$

a) Calculem el comú denominador

$$\left.\begin{aligned}\frac{3x-1}{5}+\frac{5\cdot 2y}{5}&=\frac{5\cdot 1}{5}\\ \frac{2\cdot y}{2}+\frac{3x}{2}&=\frac{2\cdot 2}{2}\end{aligned}\right\}$$

D'aquesta manera obtenim:

$$\left.\begin{aligned}3x-1+10y&=5\\ 2y+3x&=4\end{aligned}\right\}$$

b) Traiem els denominadors

$$\left.\begin{aligned}\frac{3x-1}{\cancel{5}}+\frac{10y}{\cancel{5}}&=\frac{5}{\cancel{5}}\\ \frac{2y}{\cancel{2}}+\frac{3x}{\cancel{2}}&=\frac{4}{\cancel{2}}\end{aligned}\right\}$$

Ara troba la solució tal com ho has fet en exercicis anteriors. No t'oblidis de comprovar-ne la solució.

4 Resol el sistema següent mitjançant el mètode de substitució i comprova-ho.

$$\left.\begin{aligned}\frac{x-2}{3}+y&=4\\ x+\frac{y}{3}&=6\end{aligned}\right\}$$

RESOLDRE SISTEMES MITJANÇANT EL MÈTODE D'IGUALACIÓ

Nom: Curs: Data:

MÈTODE D'IGUALACIÓ

Per resoldre un sistema de dues equacions amb dues incògnites pel mètode d'igualació:

a) **Aïllem** la mateixa incògnita a les dues equacions.
b) **Igualem** les expressions obtingudes.
c) **Resolem** l'equació d'una incògnita que en resulta.
d) **Substituïm** el valor obtingut a qualsevol de les dues equacions per trobar l'altra incògnita.
e) **Comprovem** la solució que hem trobat.

EXEMPLE

Resol el sistema d'equacions següent pel mètode d'igualació.

$$\left.\begin{array}{l} 2x - y = -1 \\ 3x + y = 11 \end{array}\right\}$$

a) Escollim **aïllar** la incògnita y de les dues equacions.

$$\left.\begin{array}{r} 2x + 1 = y \\ 11 - 3x = y \end{array}\right\}$$

b) **Igualem** les expressions obtingudes.

$$2x + 1 = 11 - 3x$$

c) **Resolem** l'equació que hem obtingut.

$$2x + 1 = 11 - 3x$$
$$2x + 3x = 11 - 1$$
$$5x = 10$$
$$\boxed{x = 2}$$

d) **Substituïm** el valor $x = 2$ a qualsevol de les equacions. Triem la segona.

$$3x + y = 11$$
$$3 \cdot 2 + y = 11$$
$$6 + y = 11$$
$$\boxed{y = 5}$$

e) **Comprovem** la solució que hem trobat.

Per fer-ho, cal substituir la parella de valors (2, 5) a totes dues equacions.

$$\left.\begin{array}{r} 2x - y = -1 \\ 3x + y = 11 \end{array}\right\} \xrightarrow{x = 2,\, y = 5} \left.\begin{array}{r} 2 \cdot 2 - 5 = -1 \\ 3 \cdot 2 + 5 = 11 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \to \text{Verifica l'equació} \\ \to \text{Verifica l'equació} \end{array}$$

La solució del sistema és la parella de valors $x = 2$ i $y = 5$

Per tant, el sistema d'equacions té solució, o sigui, és un sistema compatible.

RESOLDRE SISTEMES MITJANÇANT EL MÈTODE D'IGUALACIÓ

Nom: Curs: Data:

ACTIVITATS

1 Resol el sistema mitjançant el mètode d'igualació i comprova'n la solució.

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 77 \\ x - y = 2 \end{array}\right\}$$

a) Aïllem la mateixa incògnita a totes dues equacions:

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 77 \\ x - y = 2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow \\ \rightarrow \end{array}$$

b) Igualem les equacions obtingudes.

c) Resolem l'equació d'una incògnita que hem obtingut.

d) Substituïm el valor d'una de les incògnites a qualsevol de les dues equacions del sistema.

e) Comprovem la solució.

2 Resol els sistemes següents mitjançant el mètode d'igualació i comprova'n els resultats.

a) $\left.\begin{array}{r} x + 2y = 4 \\ 2x - 4y = 0 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r} 2x + 5y = 10 \\ 4x + 10y = 20 \end{array}\right\}$

RESOLDRE SISTEMES MITJANÇANT EL MÈTODE DE REDUCCIÓ

Nom: Curs: Data:

MÈTODE DE REDUCCIÓ

Per resoldre un sistema de dues equacions amb dues incògnites pel mètode de reducció:

a) **Busquem un sistema equivalent** en què els coeficients d'una mateixa incògnita siguin iguals o de signe oposat.
b) **Restem o sumem** les dues equacions obtingudes i, així, eliminem una incògnita.
c) **Resolem** l'equació que en resulta.
d) **Substituïm** el valor obtingut a qualsevol de les dues equacions per trobar l'altra incògnita.
e) **Comprovem** la solució que hem trobat.

EXEMPLE

Resol el sistema d'equacions següent pel mètode de reducció.

$$\left.\begin{array}{r} x + 2y = 25 \\ 2x + 3y = 40 \end{array}\right\}$$

a) **Obtenim** un sistema equivalent.

Triem una incògnita a les dues equacions, en aquest cas x

Multipliquem la primera equació per 2

$$\left.\begin{array}{r} 2(x + 2y = 25) \\ 2x + 3y = 40 \end{array}\right\}$$

Ara el sistema equivalent és:

$$\left.\begin{array}{r} 2x + 4y = 50 \\ 2x + 3y = 40 \end{array}\right\}$$

b) **Restem** les dues equacions del sistema per eliminar la x.

$$\begin{array}{r} 2x + 4y = 50 \\ -\ (2x + 3y = 40) \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 2x + 4y = 50 \\ -2x - 3y = -40 \\ \hline y = 10 \end{array}$$

c) **Resolem** l'equació d'una incògnita que en resulta.

$$\boxed{y = 10}$$

d) **Substituïm** el valor obtingut en una de les equacions del sistema, en aquest cas, a la primera equació.

$$x + 2y = 25$$

$$x + 2 \cdot 10 = 25$$

$$\boxed{x = 5}$$

e) **Comprovem** el resultat

$$\left.\begin{array}{r} x + 2y = 25 \\ 2x + 3y = 40 \end{array}\right\} \xrightarrow{x = 5,\, y = 10} \left.\begin{array}{r} 5 + 2 \cdot 10 = 25 \\ 2 \cdot 5 + 3 \cdot 10 = 40 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} 25 = 25 \\ 40 = 40 \end{array}\right\}$$

La solució del sistema és la parella de valors $x = 5$ i $y = 10$.

Per tant, el sistema d'equacions té solució, o sigui, és un sistema compatible.

RESOLDRE SISTEMES MITJANÇANT EL MÈTODE DE REDUCCIÓ

Nom: Curs: Data:

ACTIVITATS

1 Resol el sistema següent pel mètode de reducció i comprova'n el resultat.

$$\left.\begin{array}{r} 3x - 2y = -10 \\ 4x + 5y = 140 \end{array}\right\}$$

a) Obtenim un sistema equivalent. Triem una incògnita, per exemple, la *y*.

Multipliquem la primera equació per 5 i la segona equació per 2.

$$\left.\begin{array}{r} 5(3x - 2y) = -10) \\ 2(4x + 5y) = 140) \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{r} 15x - 10y = -50 \\ 8x + 10y = 280 \end{array}\right\} \text{Sistema equivalent}$$

b) Sumem les dues equacions per eliminar la *y*.

$$\begin{array}{r} 15x - \cancel{10y} = -50 \\ - \ 8x + \cancel{10y} = 280 \\ \hline 23x \qquad = 230 \end{array}$$

c) Resolem l'equació obtinguda.

$\boxed{x = \quad}$

d) Substituïm el valor obtingut a qualsevol de les equacions del sistema i trobem el valor de *y*.

e) Comprovem la solució.

2 Resol el sistema pel mètode de reducció i comprova'n el resultat.

$$\left.\begin{array}{r} 3x + 2y = 26 \\ 2x - 3y = -13 \end{array}\right\}$$

RESOLDRE PROBLEMES MITJANÇANT SISTEMES D'EQUACIONS

Nom: Curs: Data:

Per **resoldre un problema** mitjançant un sistema de dues equacions amb dues incògnites cal seguir aquests passos:

a) **Entendre** el problema.
b) **Plantejar** les equacions i conformar el sistema d'equacions.
c) **Resoldre** el sistema d'equacions, mitjançant qualsevol dels tres mètodes.
d) **Comprovar** que la solució compleix les condicions de l'enunciat.

EXEMPLE

La suma de les edats de dos germans és 29 i, d'aquí a 8 anys, l'edat del gran serà el doble de l'edat del petit. Quants anys té cada germà?

a) Llegim el problema les vegades que calgui fins que n'entenguem l'enunciat.

b) Plantegem les equacions i formem el sistema.

- Escollim les incògnites:

  x = edat del germà gran

  y = edat del germà petit

- Plantegem el problema:

	Avui		**D'aquí a 8 anys**
Germà gran	x	$\rightarrow$	$x + 8$
Germà petit	x	$\rightarrow$	$y + 8$
	$x + y = 29$		$x + 8 = 2(y + 8)$
	Les dues edats sumen 29.		*L'edat del gran serà el doble de la del petit.*

- Formem el sistema d'equacions:

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 29) \\ x + 8 = 2(y + 8) \end{array}\right\}$$

c) Resolem el sistema d'equacions. Escollim el mètode de substitució, aïllem la x a la primera equació i substituïm a la segona.

$$x = 29 - y \rightarrow (29 - y) + 8 = 2(y + 8)$$

$$29 - y + 8 = 2y + 16$$

$$29 + 8 - 16 = 2y + y \rightarrow 21 = 3y \rightarrow y = 7$$

Substituïm $y = 7$ a la primera equació: $x + 7 = 29 \rightarrow x = 29 - 7 = 22$

Per tant: $x = 22$ anys té el germà gran.

$y = 7$ anys té el germà petit.

d) Comprovem que la solució fa certes les condicions de l'enunciat: substituïm els valors obtinguts de x i y ($x = 22$ i $y = 7$) a totes dues equacions.

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 29) \\ x + 8 = 2(y + 8) \end{array}\right\} \xrightarrow{x = 22,\, y = 7} \left.\begin{array}{l} 22 + 7 = 29 \\ 22 + 8 = 2 \cdot (7 + 8) \end{array}\right\} \rightarrow 30 = 14 + 16 \rightarrow 30 = 30$$

Per tant, $x = 22$ i $y = 7$ és solució del problema.

RESOLDRE PROBLEMES MITJANÇANT SISTEMES D'EQUACIONS

Nom: Curs: Data:

ACTIVITATS

1 Un alumne fa un examen de deu preguntes. Per cada pregunta encertada li donen 2 punts i per cada pregunta que falla li treuen 1 punt. Sabent que la qualificació final va ser de 8 punts, quants encerts i quantes errades va fer?

a) Llegim el problema a poc a poc.

b) Plantegem les equacions i formem el sistema.

- Escollim les incògnites:

  $x =$ ....

  $y =$ ....

- Plantegem el problema:

Nre. de preguntes encertades	$\boxed{x}$	$\longrightarrow$	$\boxed{}$	Puntuació de preguntes encertades
Nre. de preguntes fallades	$\boxed{y}$	$\longrightarrow$	$\boxed{}$	Puntuació de preguntes fallades
Total de preguntes: 10	$\boxed{x + y =}$	$\longrightarrow$	$\boxed{}$	Puntuació total: 8
	Primera equació		Segona equació	

- Formem el sistema d'equacions:

$$\left.\begin{array}{l} x + y = \boxed{} \\ \boxed{} \end{array}\right\}$$

c) Ara resolem el sistema. Escollim el mètode de resolució més adequat.

d) Comprovem el resultat.

RESOLDRE PROBLEMES MITJANÇANT SISTEMES D'EQUACIONS

Nom: Curs: Data:

2 En un hotel hi ha 120 habitacions dobles i individuals. Si el nombre total de llits és 195, quantes habitacions hi ha de cada tipus?

a) Identifiquem les incògnites.

$x =$ ....

$y =$ ....

b) Plantegem les equacions i formem el sistema.

- Plantegem el problema:

Habitacions dobles	x	→		Llits en habitacions dobles
Habitacions individuals	y	→		Llits en habitacions individuals
Total d'habitacions: 120		→		Total de llits: 195.
	Primera equació		Segona equació	

- Formem el sistema d'equacions:

$$\left.\begin{array}{l} \boxed{} \\ \boxed{} \end{array}\right\}$$

c) Escollim un mètode de resolució i resolem el problema.

d) En comprovem el resultat.

RESOLDRE PROBLEMES MITJANÇANT SISTEMES D'EQUACIONS

Nom: Curs: Data:

3 Calcula dos nombres la suma dels quals és 10 i la diferència és 6.

4 En un corral hi ha 25 bens i gallines; si en comptem les potes, n'hi ha 80 en total. Quants bens i quantes gallines són?

5 La Sara té monedes de 2 € i 1 €. Sabent que té 20 monedes i que el valor total és de 33 €, calcula el nombre de monedes de cada mena.

	Monedes	Valor de les monedes	
D'1 €	$\square$	$\square$	
De 2 €	$\square$	$\square$	
Total de monedes: 20	$\square$	$\square$	Valor total: 33 €.

Nom: Curs: Data:

ACTIVITATS

1 La suma de les dues xifres d'un nombre és $2a$ i la diferència és a. Quins nombres compleixen aquesta condició?

2 Si en un sistema d'equacions amb solució única multipliquem tots els termes d'una equació per 3:

a) La nova solució és el triple de l'original
b) La solució és la mateixa
c) El nou sistema no pot tenir solució

3 Hem barrejat 40 kg de cafè de 10 €/kg amb una altra quantitat de cafè de 14 €/kg. Quants quilos hem fet servir de cada classe si venem la barreja a 12,80 €/kg?

4 En Josep diu a l'Agnès: «Si et donés 10 discos en tindries tants com jo.» L'Agnès li respon: «Tens raó, només et falten 10 discos per doblar-me'n el nombre». Quants discos té cadascú?

Nom: Curs: Data:

5 Per fer un lingot han fos 5 kg d'or de llei 0,81 amb 4 kg d'or de llei 0,9. Quina llei tindrà el lingot?

Indicació: S'anomena llei d'un aliatge la quantitat d'un metall preciós que hi ha per gram d'aliatge. Així, 1 kg d'or de llei 0,9 té $1.000 \cdot 0{,}9 = 900$ g d'or pur.

6 Si disposem de 7.500 g de plata de llei 0,94, amb quina quantitat d'un altre metall menys valuós l'han de fondre per obtenir un lingot de llei 0,8? Quant pesarà aquest lingot?

7 A les 5 de la tarda un autobús surt d'una població amb una velocitat de 90 km/h. Dues hores més tard en surt un cotxe, en el mateix sentit, a una velocitat de 110 km/h.

a) A quina distància de la població el cotxe trobarà l'autobús?

b) Quant de temps haurà passat des que ha sortit l'autobús? I des que ha sortit el cotxe?

DISTINGIR RELACIONS FUNCIONALS ENTRE MAGNITUDS

Nom: Curs: Data:

- **Magnitud** és qualsevol característica que es pot mesurar i el valor de la qual es pot expressar amb un número.
- Una **relació entre dues magnituds** és una manera d'associar una sèrie de valors d'una magnitud amb una sèrie de valors de l'altra. Per exemple:
  - El consum de gasolina d'un cotxe associat a la distància recorreguda.
  - El preu del menú d'un restaurant depèn dels plats escollits.
  - El preu de les entrades de cinema està relacionat amb el nombre d'amics amb qui hi anem.
- En una relació entre magnituds, els seus valors canvien, i per això les magnituds s'anomenen **variables**.

ACTIVITATS

1 Quines característiques són magnituds? Marca-ho amb una creu.

a) El nombre de pàgines d'un llibre.
b) El color de la tapa d'una llibreta.
c) El preu d'un disc compacte.
d) L'altura d'un edifici.

2 De les parelles de magnituds, quines estan relacionades? Marca-ho amb una creu.

a) L'alçada dels alumnes de classe i la seva nota de Matemàtiques.
b) El coeficient intel·lectual d'una persona i el seu lloc de naixement.
c) El nombre d'entrades de cinema i el seu import.
d) La velocitat d'un cotxe i el temps invertit en un trajecte.

FUNCIÓ

Si en una relació entre dues magnituds, cada valor de l'una està associat a un únic valor de l'altra, diem que aquesta correspondència o relació és una **funció**.

- Les magnituds *nombre de quilos de taronges* i *cost* representen una funció. A una certa quantitat de quilos només hi correspon un preu.
- El coeficient intel·lectual d'una persona i el seu lloc de naixement no representen una funció. A un cert coeficient hi poden correspondre diversos llocs de naixement.

La **variable independent (*x*)** pot prendre qualsevol valor, i el valor de la **variable dependent (*y*)** depèn del que prengui la variable independent.

3 Dels parells de magnituds següents, digues quins representen una funció. Identifica'n la variable dependent i la independent:

a) El volum d'un cub i la seva aresta.
b) L'edat d'una persona i el seu color d'ulls.
c) L'import del rebut de la llum i la quantitat d'electricitat que es gasta.
d) L'edat d'una persona i la seva talla de camisa.
e) El nombre de diagonals i el nombre de costats d'un polígon.
f) L'edat d'un pare i l'edat del seu fill.

CONÈIXER LES DIFERENTS EXPRESSIONS D'UNA FUNCIÓ

Nom: Curs: Data:

MANERES D'EXPRESSAR UNA FUNCIÓ

La relació entre dues variables es pot expressar de maneres diferents:

- **Mitjançant un enunciat:** descripció verbal i/o escrita que expressa la relació entre dues variables. És el que acostumem a anomenar enunciat del problema.
- **Mitjançant una taula de valors:** els valors de les variables independent i dependent s'organitzen en forma de taula.
- **Mitjançant una gràfica:** ens dóna una visió qualitativa de la relació que hi ha entre les variables. Pot ser una representació en uns eixos de coordenades.
- **Mitjançant una fórmula o expressió algebraica:** podem calcular quin valor de la variable dependent correspon a un valor de la variable independent.

EXEMPLE

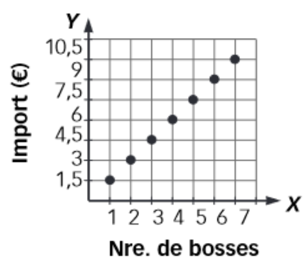
Un grup d'amics van al cinema i compren bosses de crispetes. Una bossa val 1,50 €, dues bosses valen 3 € i cinc bosses valen 7,50 €.

Ara expressarem aquest exemple de les quatre maneres que hem vist:

- **Mitjançant un enunciat:** l'import que cal pagar en euros és el producte d'1,50 pel nombre de bosses de crispetes que s'han comprat.
- **Mitjançant una taula de valors:** el nombre de bosses és la variable independent i l'import és la variable dependent.

Nre. de bosses	1	2	3	…
Import (€)	1,50	3	4,50	…

- **Mitjançant una gràfica:** hem triat una gràfica de punts en un sistema d'eixos de coordenades.

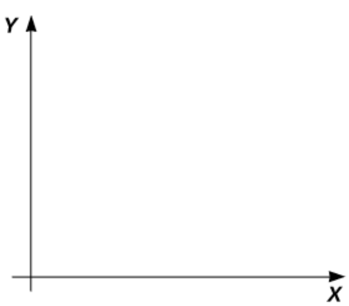


- **Mitjançant una fórmula o expressió algebraica:** si anomenem y l'import en euros i x el nombre de bosses de crispetes, la fórmula és: $y = 1,5 \cdot x$.

ACTIVITATS

1 Una companyia telefònica cobra al rebut una quota fixa de 0,13 € en cada trucada i 0,15 € per cada minut. Troba la taula, la gràfica i la fórmula que expressa la relació entre l'import del rebut de telèfon i el nombre de minuts.

Nre. de minuts (x)				
Import del rebut (y)				



CONÈIXER LES DIFERENTS EXPRESSIONS D'UNA FUNCIÓ

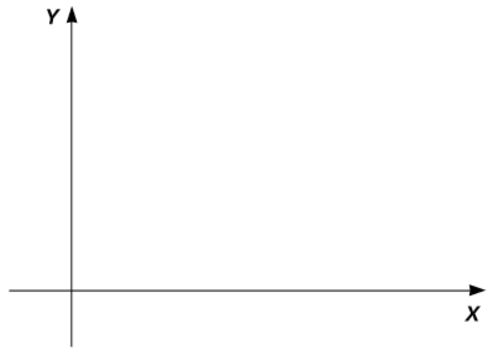
Nom: Curs: Data:

GRÀFICA D'UNA FUNCIÓ

La **gràfica d'una funció** és la representació del conjunt de punts que defineixen aquesta funció.

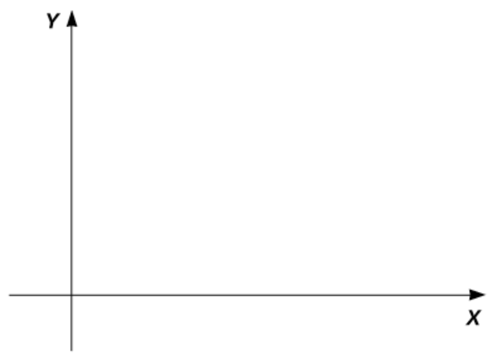
2 La taula següent expressa la relació entre el costat d'un quadrat i la seva àrea. Troba la gràfica i la fórmula que representa la relació entre les dues magnituds.

Cost	Àrea
2	4
4	16
6	36
8	64
10	100



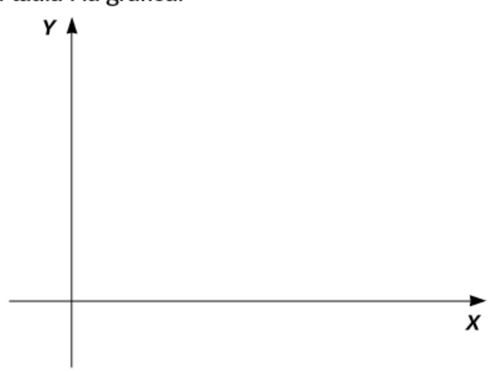
3 Donada la funció mitjançant la fórmula $y = x^2 + 1$, troba'n la taula i la gràfica.

x	$y = f(x)$
-3	$(-3)^2 + 1 = 10$
-2	
1	
0	
1	
2	
3	



4 Donada la funció mitjançant la fórmula $y = x^2 - 2$, troba'n la taula i la gràfica.

x	$y = f(x)$



5 Expressa, mitjançant una fórmula, la relació que hi ha entre les magnituds següents:

a) El radi d'una circumferència i la seva longitud.

b) El costat d'un quadrat i la seva àrea.

c) El radi d'una esfera i el seu volum.

CALCULAR EL DOMINI I EL RECORREGUT D'UNA FUNCIÓ

Nom: Curs: Data:

- Una relació entre dues magnituds és una **funció** si a cada valor de la variable independent hi associem un únic valor de la variable dependent: $f(x) = y$
- El valor de la **variable independent** el solem representar amb x, i també en diem **original**.
- El valor de la **variable dependent** el solem representar amb y, i també en diem **imatge**.
- El **domini** d'una funció és el conjunt de tots els valors que pot prendre la variable x.
- El **recorregut** d'una funció és el conjunt de tots els valors que pren la variable y.

EXEMPLE

Donada la funció $f(x) = 2x + 3$, calcula les imatges per a $x = 0$ i $x = -1$.

$f(0) = 2 \cdot 0 + 3 = 3$ $\qquad$ $f(-1) = 2 \cdot (-1) + 3 = 1$

Troba el domini i el recorregut de la funció: $f(x) = 3x - 7$.

El domini i el recorregut de la funció són el conjunt dels nombres reals, perquè la variable x pot prendre com a valor qualsevol nombre real, i per a cadascun d'aquests nombres reals, la variable y té com a valor també un nombre real.

ACTIVITATS

1 Donada la funció que associa a cada nombre enter la seva quarta part més 5 unitats:

a) Troba'n la fórmula o expressió algebraica.

b) Calcula $f(2)$ i $f(0)$.

c) És possible trobar la imatge de $\frac{2}{3}$?

d) Determina'n el domini.

2 Donada la relació que associa a cada nombre real l'invers de la suma d'aquest nombre més 5:

a) És una funció? Si ho és, determina'n la fórmula.

b) Es pot calcular $f(-2)$, $f\left(\frac{1}{3}\right)$ i $f(-5)$?

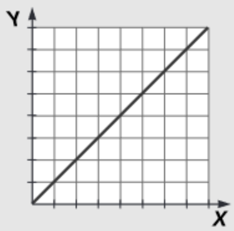
c) Determina'n el domini i el recorregut.

DISTINGIR ENTRE FUNCIONS DISCONTÍNUES I CONTÍNUES

Nom: Curs: Data:

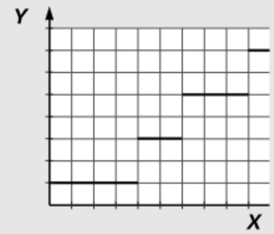
FUNCIÓ CONTÍNUA

Una funció és contínua si podem dibuixar-ne la gràfica d'un sol traç; o sigui, no presenta punts de discontinuïtat.



FUNCIÓ DISCONTÍNUA

Una funció és discontínua quan no la podem dibuixar d'un sol traç; els punts en què hem d'aixecar el llapis del paper s'anomenen punts de discontinuïtat.



ACTIVITATS

1 Estudia la relació que hi ha entre l'edat d'en Joan i la paga setmanal que li donen els seus pares, tenint en compte aquestes dades. Des que va néixer fins als 10 anys no va rebre paga setmanal, des dels 10 anys fins als 12 va rebre 5 € setmanals, des dels 12 anys fins als 15 va rebre 8 €, des dels 15 anys fins als 20 va rebre 10 € i a partir dels vint anys ja no va rebre paga setmanal. Fes la taula que relaciona les dues magnituds i la gràfica. Com és la funció que has obtingut, contínua o discontínua?

2 Un venedor de mobles té un sou base de 650 € i per cada moble que ven cobra una comissió de 100 €.

a) Representa la gràfica que expressa el sou en funció de la quantitat de mobles venuts.

b) La funció és contínua o discontínua?

3 Donada la funció que associa a cada nombre real el seu quàdruple més 2 unitats:

a) Escriu-ne l'expressió algebraica.

b) Representa gràficament la funció.

c) És contínua o discontínua?

ESTUDIAR EL CREIXEMENT I EL DECREIXEMENT, ELS MÀXIMS I ELS MÍNIMS

Nom: Curs: Data:

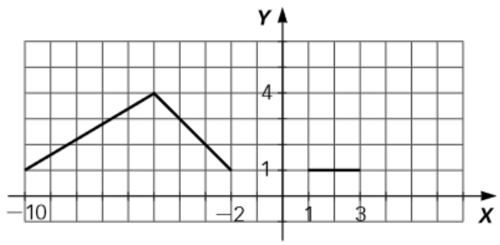
CREIXEMENT I DECREIXEMENT

Donada una funció $f(x)$ i dos valors x_1 i x_2, de manera que $x_1 < x_2$:

- Si $f(x_2) - f(x_1) > 0$, la funció és **creixent** entre x_1 i x_2.
- Si $f(x_2) - f(x_1) < 0$, la funció és **decreixent** entre x_1 i x_2.

EXEMPLE

Donada la funció següent, estudia'n els intervals de creixement i decreixement:



Sempre es comença estudiant l'eix X, d'esquerra a dreta.

- A l'interval $[-10, -5]$, la funció creix amb una taxa de creixement de:

$$\left.\begin{array}{r} f(-10) = 1 \\ f(-5) = 4 \end{array}\right\} \rightarrow f(-5) - f(-10) = 4 - 1 = 3$$

- A l'interval $[-5, -2]$, la funció decreix amb una taxa de decreixement de:

$$\left.\begin{array}{r} f(-5) = 4 \\ f(-2) = 1 \end{array}\right\} \rightarrow f(-5) - f(-2) = 4 - 1 = 3$$

- Hi ha una discontinuïtat des de $x = -2$ fins a $x = 1$.
- A l'interval $[1, 3]$, la funció no creix ni decreix, es manté constant.

ACTIVITATS

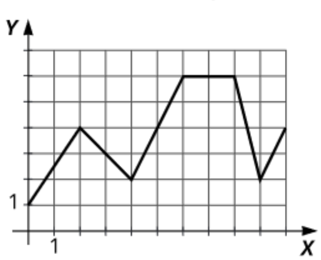
1 Representa una funció que tingui les característiques següents:

a) És creixent als intervals $[2, 5]$ i $[7, 9]$.

b) És decreixent a $[5, 7]$.

c) És constant a $[0, 2]$.

2 Donada la funció representada per la gràfica següent, estudia'n la continuïtat i el creixement:

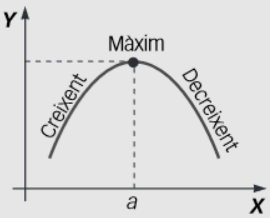


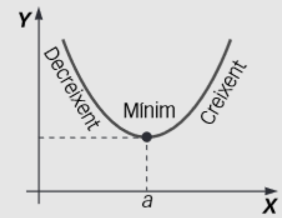
ESTUDIAR EL CREIXEMENT I EL DECREIXEMENT, ELS MÀXIMS I ELS MÍNIMS

Nom: Curs: Data:

MÀXIMS I MÍNIMS

- Una funció té un **màxim** en un punt si, a l'esquerra d'aquest punt, la funció és creixent i a la dreta decreixent.
- Una funció té un **mínim** en un punt, si a l'esquerra d'aquest punt és decreixent i a la dreta és creixent.





3 Donada la funció $y = x^2 - 4$, fes una taula de valors, representa-la i estudia si és contínua, on és creixent i decreixent, i si té màxims i mínims.

4 La taula següent mostra la quantitat de medicament en sang que té una persona després de prendre un xarop.

Temps (hores)	1	2	3	4	5	6	7
Quantitat	90	75	60	45	30	15	0

a) Fes una gràfica a partir de la taula.
b) La funció representada, és contínua?
c) És creixent o decreixent?
d) Té màxim o mínim?

RECONÈIXER LES FUNCIONS PERIÒDIQUES

Nom: Curs: Data:

FUNCIÓ PERIÒDICA

En una **funció periòdica**, la gràfica es repeteix cada cert interval, que anomenem període; o sigui $f(x) = f(x + T)$, on T és el valor del període.

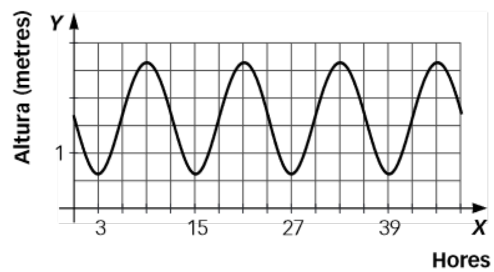
EXEMPLE

Analitza com varia la profunditat de l'aigua en una platja al llarg del temps.

Aquesta funció és periòdica perquè, si prenem la gràfica a l'interval [3, 15], veiem que es repeteix exactament igual en l'interval [15, 27] i es continua repetint en [27, 39], i així de manera successiva.

La longitud de l'interval que es repeteix s'anomena període:

$[3, 15] \rightarrow 3 - 15 = 12 \rightarrow$ En aquest cas, el període és 12.



ACTIVITATS

1 **Un tren surt d'Albada a les 12 hores i es dirigeix a velocitat constant a Borà, on arriba al cap de 40 minuts. S'hi atura durant 20 minuts i, després, surt de Borà en direcció a Albada, on arriba al cap de 50 minuts. S'hi atura 10 minuts i a l'hora en punt torna a sortir cap a Borà.**

a) Representa gràficament aquesta situació (posa el temps a l'eix d'abscisses i, a l'eix de coordenades, la distància del tren respecte d'Albada).

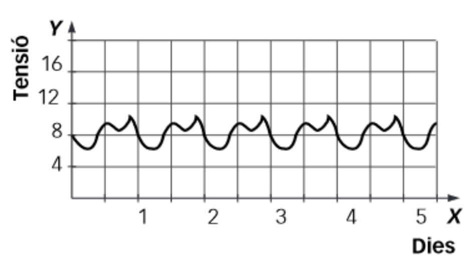
b) És periòdica aquesta funció? Quin període té?

2 **La gràfica mostra com varia la tensió arterial mínima d'una persona al llarg d'uns quants dies.**

a) És una funció periòdica? Si ho és, indica'n el període.

b) En quins intervals és creixent? I decreixent?

c) Quan es dóna un màxim? I un mínim?



Nom: Curs: Data:

ACTIVITATS

1 Considera la funció segons la qual a cada nombre real li correspon -1 si el nombre és negatiu i $+1$ si és positiu.

a) Quin és el valor de la funció si $x = 2$?

b) Dibuixa'n la gràfica.

c) Determina'n el domini i el recorregut.

2 Donada la funció $y = \frac{2}{x}$, digues en quins punts talla els eixos de coordenades.

3 Estudia les característiques de les funcions següents:

a) $y = \begin{cases} -x & \text{si } x < 0 \\ 2x & \text{si } x > 0 \end{cases}$

b) $y = |x|$

c) $y = \begin{cases} 2 - x & \text{si } x < 2 \\ 3 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

d) $y = \frac{1}{x+2}$

Nom: Curs: Data:

4 Representa la gràfica d'una funció simètrica respecte de l'eix *Y* i que sempre sigui creixent. És possible? I si fos simètrica respecte de l'origen?

5 La funció $y = 5x$, en quin punt talla l'eix *Y*?
I la funció $y = 5x + 1$?
I la funció $y = 5x - 2$?
Amb els resultats anteriors, en quin punt et sembla que la funció $y = 5x - 7$ tallarà l'eix *Y*?

CONÈIXER LA FUNCIÓ DE PROPORCIONALITAT DIRECTA

Nom: Curs: Data:

FUNCIÓ LINEAL

- Una **funció de proporcionalitat directa o funció lineal** s'expressa de la forma:

  $\boldsymbol{y = m \cdot x}$, en què m és un nombre qualsevol.
- La **representació gràfica** d'aquestes funcions és una **recta que passa por l'origen de coordenades**.
- La inclinació d'aquesta recta respecte de l'eix d'abscisses (X) està representada pel nombre $\boldsymbol{m}$, que s'anomena **pendent**. Com més gran sigui m, més inclinada estarà la recta respecte de l'eix X, o sigui, més gran serà l'angle que aquesta recta forma amb l'horitzontal.
- Si entre dues magnituds hi ha una **relació de proporcionalitat directa**, la funció que representa aquesta relació és una funció lineal.

EXEMPLE

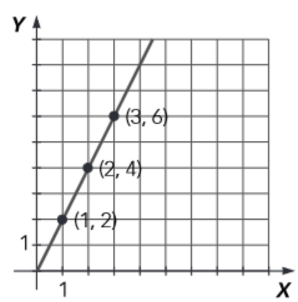
Observa la taula i determina si la relació entre les magnituds és de proporcionalitat directa.

Bosses de crispetes	1	2	3	4	5	6
Import (€)	2	4	6	8	10	12

- El nombre de bosses de crispetes i els diners que costen són magnituds directament proporcionals, perquè si es compren el doble de bosses es duplicarà el cost...
- La constant de proporcionalitat és: $m = \frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{6}{3} = \ldots = 2$
- L'expressió algebraica de la funció la podem expressar de la forma:

  $$y = m \cdot x \rightarrow y = 2 \cdot x$$

  en què x és la quantitat de bosses de crispetes i y és l'import en euros.
- La representació gràfica d'aquesta funció és una recta que passa per l'origen de coordenades i té de pendent $m = 2$.
  Per representar-la hem de marcar en uns eixos de coordenades els punts (1, 2), (2, 4), (3, 6)… i unir-los mitjançant una recta.



ACTIVITATS

1 Digues si aquests parells de valors són magnituds directament o inversament proporcionals. Quins es poden representar amb una funció lineal?

a) Un nombre i el seu oposat.
b) Un nombre i el seu invers.
c) Un nombre i el seu triple.
d) Un nombre i la seva meitat.
e) Un nombre i el doble del seu invers.
f) Un nombre i el triple de l'oposat del seu invers.
g) Un nombre i el doble de l'invers de l'oposat.
h) Un nombre i l'invers del seu triple.

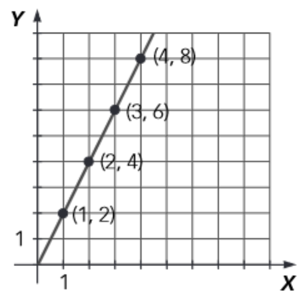
CONÈIXER LA FUNCIÓ DE PROPORCIONALITAT DIRECTA

Nom: Curs: Data:

2 Compara les funcions que representen la relació entre el nombre de fotocòpies que s'han fet a diversos establiments i el seu import. Fes la taula de valors, la funció lineal i la gràfica corresponent.

Establiment 1: cada fotocòpia val 2 cèntims d'euro.

Nre. de fotocòpies	Import (ct.)
1	$1 \cdot 2 = 2$
2	$2 \cdot 2 = 4$
3	$3 \cdot 2 = 6$
4	$4 \cdot 2 = 8$
…	…

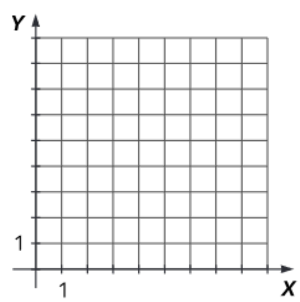


Constant de proporcionalitat $\rightarrow m = \frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{6}{3} = \frac{8}{4} = 2$

Funció de proporcionalitat o funció lineal $\rightarrow y = 2x$

Establiment 2: cada fotocòpia val 3 cèntims d'euro.

Nre. de fotocòpies	Import (ct.)
1	$1 \cdot 3 = 3$

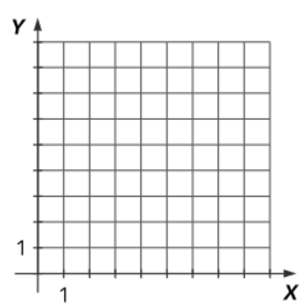


Constant de proporcionalitat $\rightarrow m =$

Funció de proporcionalitat o funció lineal $\rightarrow y =$

Establiment 3: cada fotocòpia val 1,5 cèntims d'euro.

Nre. de fotocòpies	Import (ct.)
1	$1 \cdot 1{,}5 = 1{,}5$
2	$2 \cdot 1{,}5 = 3$



Constant de proporcionalitat $\rightarrow m =$

Funció de proporcionalitat o funció lineal $\rightarrow y =$

CONÈIXER LA FUNCIÓ AFÍ

Nom: Curs: Data:

FUNCIÓ AFÍ

- Una **funció afí** s'expressa de la forma:

  $y = m \cdot x + n$, en què m i n són dos nombres qualssevol.

  ***m*: pendent de la recta.**

  Si $m > 0$, la recta és **creixent**.

  Si $m < 0$, la recta és **decreixent**.

  ***n*: ordenada a l'origen.**

- La representació gràfica d'aquestes funcions és una recta que no passa per l'origen de coordenades, sinó pel punt $(0, n)$.
- Les funcions de proporcionalitat directa o **funcions lineals** són un cas particular de les funcions afins quan $n = 0$.

EXEMPLE

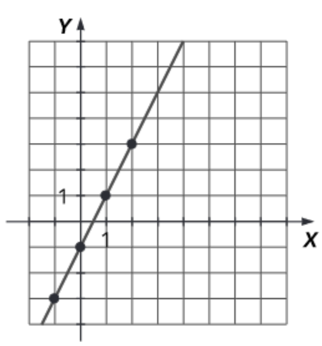
Donades les funcions $y = 2x - 1$ i $y = -3x + 4$:

a) Determina'n el pendent.
b) Troba la coordenada a l'origen.
c) Representa-les gràficament.
d) Quina té un pendent més gran?
e) Com són les rectes, creixents o decreixents?

Funció 1

a) $m_1 = 2$
b) $n_1 = -1$
c)

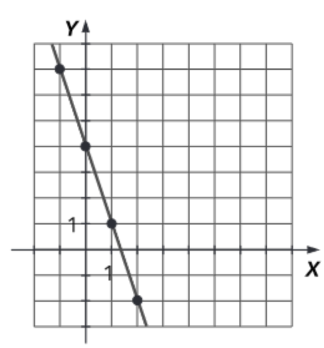
x	y
0	−1
1	1
2	3
−1	−3



Funció 2

a) $m_2 = -3$
b) $n_2 = 4$
c)

x	y
0	4
1	1
2	−2
−1	7



d) $m_1 > m_2$
e) $m_1 > 0 \rightarrow$ Creixent $\qquad m_2 < 0 \rightarrow$ Decreixent

CONÈIXER LA FUNCIÓ AFÍ

Nom: Curs: Data:

ACTIVITATS

1 **Classifica les funcions en lineals i afins, i escriu el valor del pendent i l'ordenada a l'origen.**

a) $y = -0{,}7x \rightarrow m = -0{,}7 \;\; n = 0$ b) $y = \frac{1}{2}x + 3$ c) $y = -\frac{1}{3}x$ d) $y = -3{,}5x - 3$

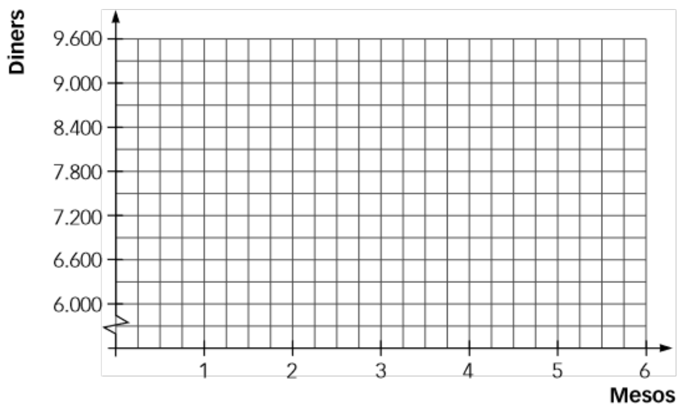
2 **La Rosa ha pagat 6.000 € d'entrada per comprar un pis i ha d'abonar 600 € mensuals.**

a) Fes una taula que reflecteixi el que ha pagat al cap d'1, 2, 3, ..., 6 mesos.

Mesos	0	1	2	3	4	5	6
Diners							

b) Escriu una funció que expressi els diners pagats en funció del nombre de mesos transcorreguts.

c) Representa la gràfica de la funció.



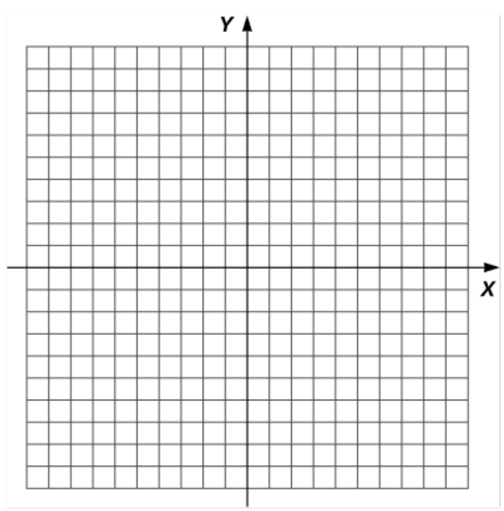
d) Quin és el pendent?

e) I l'ordenada a l'origen?

3 **El pendent d'una funció de la forma $y = mx + n$ és 3 i la seva ordenada a l'origen és 2. Representa-la.**

a) Escriu la funció.

b) Troba el valor de y per a $x = -2{,}5$.



CONÈIXER LA FUNCIÓ AFÍ

Nom: Curs: Data:

4 Calcula la taula de valors d'aquestes funcions i representa-les als eixos de coordenades.

a) $y = 5x - 1$ **b)** $y = 3x - 1$ **c)** $y = -x - 1$ **d)** $y = -3x - 1$

Funció a)

x	$y = 5x - 1$
-3	$5 \cdot (-3) - 1 = -16$
-2	$5 \cdot (-2) - 1 = -11$
-1	$5 \cdot (-1) - 1 = -6$
0	$5 \cdot 0 - 1 = -1$
1	$5 \cdot 1 - 1 = 4$
2	$5 \cdot 2 - 1 = 9$
3	$5 \cdot 3 - 1 = 14$

Funció b)

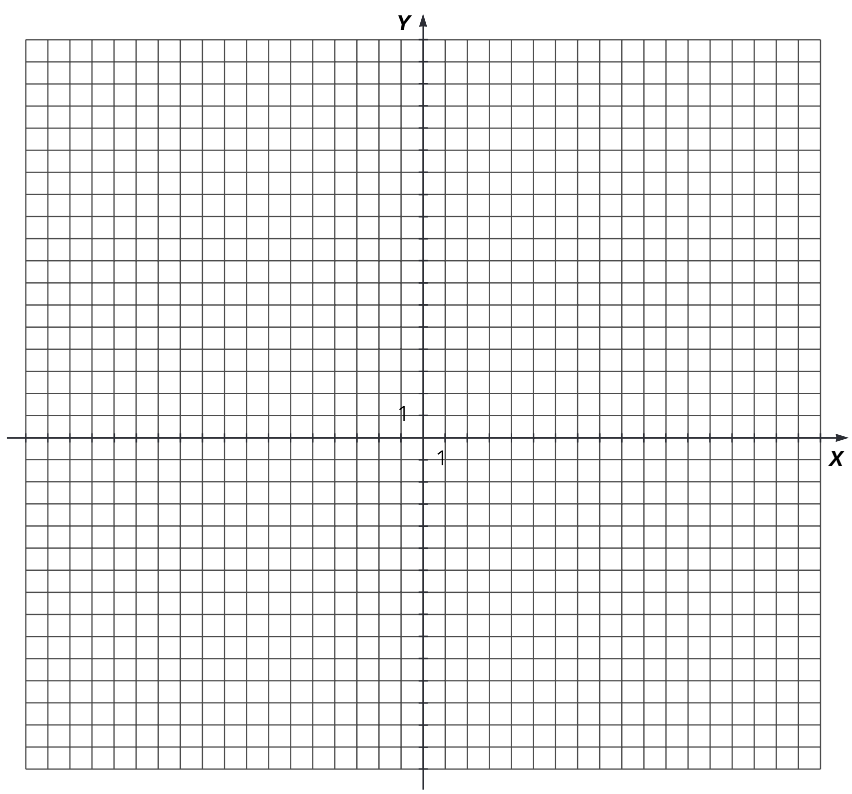
x	$y = 3x - 1$
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	

Funció c)

x	$y = -x - 1$
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	

Funció d)

x	$y = -3x - 1$
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	



De les funcions anteriors:

- Quines són creixents?
- Quines són decreixents?
- Hi ha cap característica en l'expressió de les funcions $y = 5x - 1$, $y = 3x - 1$, $y = -x - 1$, $y = -3x - 1$ que indiqui quines són creixents i quines decreixents?

OBTENIR L'EQUACIÓ DE LA RECTA

Nom: Curs: Data:

EQUACIÓ DE LA RECTA QUE PASSA PER DOS PUNTS

- Per representar una recta només cal conèixer dos punts pels quals passa.
- Per trobar l'equació de la recta $y = mx + n$ que passa per dos punts, conegudes les seves coordenades $A(x_1, y_1)$; $B(x_2, y_2)$, ho farem així:

1r **Calculem el valor del pendent** $\rightarrow m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

2n Substituïm les coordenades d'un dels punts a l'equació general de la recta, i **obtenim el valor de l'ordenada a l'origen, *n*.**

$$y_1 = mx_1 + n \rightarrow n = y_1 - mx_1$$

o bé:

$$y_2 = mx_2 + n \rightarrow n = y_2 - mx_2$$

3r **Substituïm els valors obtinguts** per al pendent (m) i l'ordenada a l'origen (n) a l'equació general de la recta.

EXEMPLE

Calcula l'equació de la recta que passa pels punts *A*(3, 2) i *B*(4, 0).

1r Calculem el valor del pendent: $m = \dfrac{0-2}{4-3} = -2$

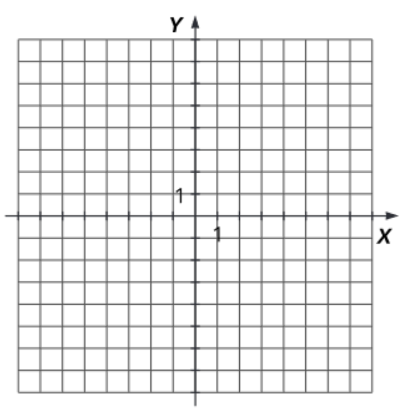
2n Obtenim el valor de l'ordenada a l'origen substituint, per exemple, el punt A:

$$y = mx + n \rightarrow 2 = -2 \cdot 3 + n \rightarrow n = 8$$

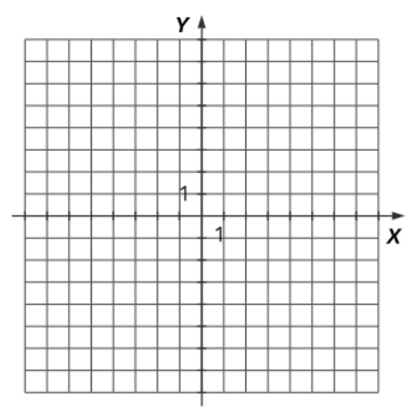
3r Substituïm els valors obtinguts: $y = mx + n \xrightarrow{m = -2, n = 8} y = -2x + 8$

ACTIVITATS

1 Escriu l'equació de la recta que passa pels punts $A(2, -1)$ i $B(-3, -4)$ i representa-la.



2 Troba l'equació de la recta que passa pel punt $A(2, -1)$ i té pendent $m = -2$. Fes una taula de valors i representa-la.



OBTENIR L'EQUACIÓ DE LA RECTA

Nom: Curs: Data:

EQUACIÓ GENERAL DE LA RECTA

$ax + by + c = 0$, en què a, b i c són nombres reals.

Podem obtenir aquesta equació a partir de l'equació de la recta que passa per dos punts, agrupant tots els termes en un membre.

EXEMPLE

Escriu l'equació general de les rectes següents:

a) $y = 3x - 10$

b) **La recta que passa per (0, 1) i (2, 3)**

a) En aquest cas només hem d'agrupar tots els membres que tenim a un costat de l'equació, de manera que l'equació general seria: $3x - y - 10 = 0$, amb $a = 3$, $b = -1$ i $c = -10$.

b) Calculem el pendent: $m = \dfrac{2-0}{3-1} = \dfrac{2}{2} = 1$.

Obtenim el valor de l'ordenada a l'origen mitjançant el punt (0, 1): $1 = 1 \cdot 0 + n \rightarrow n = 1$.

Tindríem l'equació: $y = x + 1$. L'equació general de la recta és: $x - y + 1 = 0$, amb $a = 1$, $b = -1$ i $c = 1$.

3 Calcula l'equació general d'aquestes rectes:

a) $y = 7x - 8$

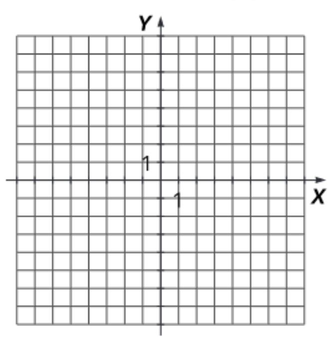
b) $3y = 12x + 14$

c) $y = -8x + 11$

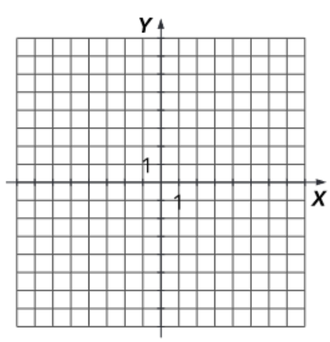
4 Escriu l'equació general de les rectes que passen pels punts següents i representa-les:

a) (2, 3) i (8, -3)

b) (-1, -7) i (-2, -5)



5 Representa gràficament la recta que té com a equació general $2x + 3y - 6 = 0$.



CONÈIXER LA FUNCIÓ DE PROPORCIONALITAT INVERSA

Nom: Curs: Data:

- Una **funció de proporcionalitat inversa** s'expressa de la forma $y = \frac{k}{x}$, en què k és un nombre qualsevol diferent de 0 anomenat constat de proporcionalitat.
- La representació gràfica d'aquestes funcions és una corba anomenada **hipèrbola**.
- Si $k > 0$ la funció és decreixent, i si $k < 0$ la funció és creixent.

EXEMPLE

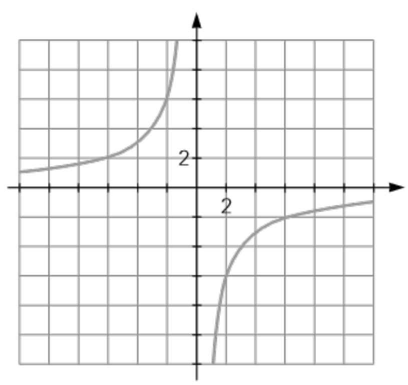
La taula següent és de proporcionalitat inversa. Completa-la. Escriu la funció que la representa i fes-ne la representació gràfica.

x	−3	−2	−1	...	1	2	3	...
y	4	6			−12			

- Si la taula recull dues magnituds inversament proporcionals, voldrà dir que el producte de dues magnituds serà sempre igual a la constant de proporcionalitat, i, per tant, $k = (-3) \cdot 4 = (-2) \cdot 6 = -12$. A partir d'aquí, ja podrem calcular els valors que falten.

x	−3	−2	−1	...	1	2	3	...
y	4	6	12		−12	−6	−4	

- La funció té aquesta expressió algebraica: $x \cdot y = -12 \rightarrow y = \frac{-12}{x}$, i la seva representació gràfica és la següent:



ACTIVITATS

1 Esbrina quins dels parells de valors següents són magnituds inversament proporcionals.

a) Un nombre i el seu oposat.

b) Un nombre i el seu invers.

c) Un nombre i el seu doble.

d) Un nombre i el triple del seu invers.

e) Un nombre i l'invers del seu triple.

f) Un nombre i el seu quadrat.

g) Un nombre i l'invers del seu quadrat.

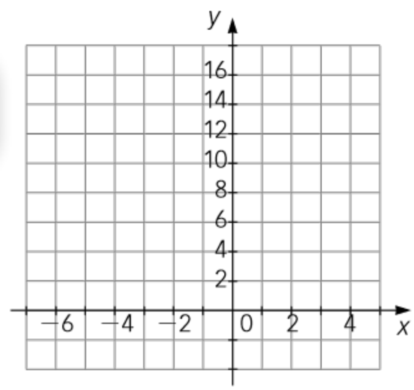
h) Un nombre i la seva meitat.

CONÈIXER LA FUNCIÓ DE PROPORCIONALITAT INVERSA

Nom: Curs: Data:

2 Una funció de proporcionalitat inversa té l'expressió algebraica $y = -\frac{4}{x}$. Fes una taula dels valors negatius i representa gràficament aquesta funció.

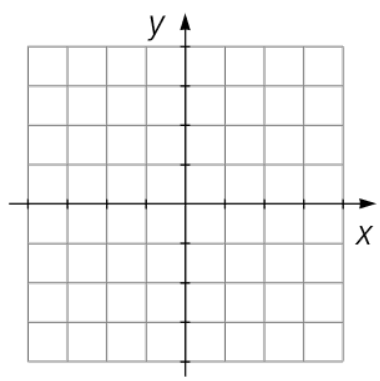
x	...	−3	−2	−1	−1/2	−1/3	−1/4	...
y								



3 Representa les funcions $y = \frac{2}{x}$, $y = \frac{8}{x}$ i $y = \frac{1}{x}$.

a) Quina gràfica està per sobre de les altres?

b) On estaran situades les gràfiques de les funcions $y = \frac{12}{x}$ i $y = \frac{0,25}{x}$?



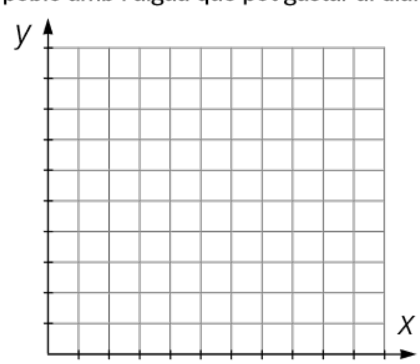
4 Un poble té 10.000 m^3 d'aigua per al consum diari.

a) Expressa per mitjà d'una taula la quantitat d'aigua diària que pot gastar cada habitant si el nombre d'habitants és de 100, 200, …

b) Escriu l'equació de la funció que relaciona el nombre d'habitants del poble amb l'aigua que pot gastar al dia.

c) Quin tipus de funció és?

d) Representa-la gràficament.



NOTES

Nom: Curs: Data:

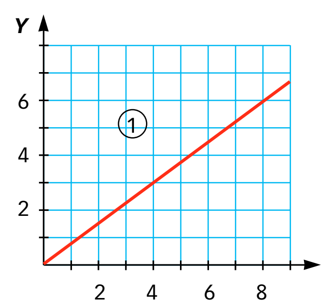
ACTIVITATS

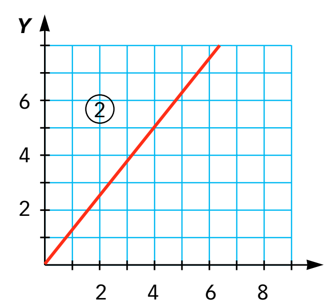
1 Representa la funció $y = x - 3$ i digues com són aquestes expressions algebraiques:

a) De funció paral·lela i de proporcionalitat directa.
b) De funció lineal simètrica respecte de l'eix *Y*.
c) De funció paral·lela *k* unitats per sobre.
d) De funció paral·lela a la donada que passa per (0, *b*).
e) De funció lineal de pendent el doble.
f) De funció paral·lela que passa per (*a*, 0).

2 L'Helena ha fet la gràfica del preu final d'un article en funció del preu inicial, després d'aplicar-hi el 25 % de descompte.

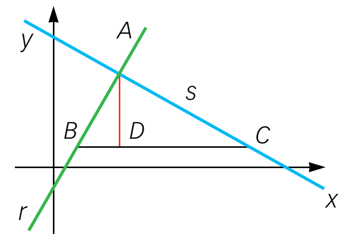
a) Quina de les gràfiques següents és la més adequada per representar aquesta funció? Per què?
b) Calcula l'equació de les rectes.





Nom: Curs: Data:

3 Completa el raonament següent: r i s són rectes perpendiculars



El pendent de r és $\frac{AD}{BC} = m_1$ i el pendent de s és $-\frac{AD}{DC} = m_2$,

perquè com que s és decreixent, el seu pendent serà...

El triangle $\widehat{ABC}$ és .... perquè $\widehat{A}$ és ....

Com que AD és una .... del triangle $\widehat{ABC}$,

els triangles $\widehat{ABD}$ i $\widehat{ADC}$ són ....

i els seus costats són ....

Així doncs, $\frac{AD}{BD} = \frac{DC}{AD}$ i $m_1 \cdot m_2 = ...$

Quina relació hi ha entre els pendents de dues rectes perpendiculars?

RECONÈIXER POBLACIÓ I MOSTRA, I DIFERENCIAR-HO

Nom: Curs: Data:

POBLACIÓ I MOSTRA

- **Estadística** és la ciència encarregada de recopilar i ordenar dades referides a diversos fenòmens per analitzar-les i interpretar-ho posteriorment.
- **Població** és el conjunt d'elements en què estudiem una característica o un aspecte determinats.
- **Mostra** és una part de la població. És important escollir correctament la mostra: cal que sigui representativa, és a dir, que doni una informació similar a la que obtindríem si estudiéssim tota la població.

EXEMPLE

Considera que la teva classe és la població i emplena el qüestionari següent.

Nom: .... **Cognoms:** ....

Marca amb una creu la resposta escollida i respon les preguntes.

Sexe: ☐ Home ☐ Dona

Esport preferit:

☐ Futbol ☐ Bàsquet ☐ Tennis ☐ Handbol ☐ Altres

Quants germans tens?

☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 o més germans

Quants anys tens?

☐ 13 anys ☐ 14 anys ☐ 15 anys ☐ 16 anys

Quina alçada fas?

Quant peses?

Pot passar que el dia que es reparteixi el qüestionari falti algú a classe o que algun alumne o alumna no l'ompli; encara que el nostre objectiu sigui tota la **població**, o sigui, el conjunt d'alumnes de classe, farem servir una part de la població anomenada **mostra**, que en aquest cas estarà formada pels alumnes que han respost el qüestionari.

ACTIVITATS

1 Assenyala en quins casos val més estudiar la població o una mostra.

a) La longitud dels caragols que fabrica una màquina de manera ininterrompuda.

b) L'alçada de tots els visitants estrangers en un any a Catalunya.

c) El pes d'un grup de cinc amics.

d) Els efectes d'un medicament nou en l'ésser humà.

e) El nombre de fills de les famílies d'una comunitat de veïns.

f) La talla de camisa dels homes d'una comarca.

g) Els gustos musicals dels joves d'una ciutat.

h) L'alçada mitjana de vint alumnes d'una classe.

CLASSIFICAR LES VARIABLES ESTADÍSTIQUES

Nom: Curs: Data:

VARIABLE ESTADÍSTICA

- **Variable estadística** és qualsevol característica o aspecte dels elements d'una població o d'una mostra que podem estudiar.
- Les variables estadístiques poden ser **quantitatives** o **qualitatives**.
- **Variables quantitatives:** els valors que poden prendre són nombres. Poden ser discretes o contínues.
  – **Variables quantitatives discretes:** prenen un nombre determinat de valors.
  – **Variables quantitatives contínues:** poden prendre qualsevol valor comprès entre dos valors donats.
- **Variables qualitatives:** no es poden mesurar.

EXEMPLE

Al qüestionari de l'exemple anterior, diferencia les variables quantitatives i les qualitatives.

- Variables estadístiques quantitatives: nombre de germans, edat, pes i alçada.
  Aquestes variables les expressem mitjançant nombres.
  – Variables estadístiques quantitatives discretes: nombre de germans i edat.
  – Variables estadístiques quantitatives contínues: pes i alçada.
- Variables estadístiques qualitatives: sexe i esport preferit.
  Aquestes variables no s'expressen mitjançant nombres.

ACTIVITATS

1 Assenyala en cada cas el que correspongui.

Variable	QUANTITATIVA		Qualitativa
	Discreta	Contínua	
Comarca de residència			
Nombre de veïns d'un edifici			
Professió de la mare			
Alçada d'un edifici			
Nombre de trucades telefòniques diàries			
Nombre de cosins			
Tipus de música preferida			
Barres de pa consumides en una setmana en una escola			
Consum de gasolina per cada 100 km			
Número de la porta de casa teva			
Color de cabells			
Talla de pantalons			

OBTENIR LA TAULA ESTADÍSTICA ASSOCIADA A UN CONJUNT DE DADES

Nom: Curs: Data:

TAULES ESTADÍSTIQUES

- Les **taules estadístiques** serveixen per organitzar les dades d'una variable estadística i estudiar-les més fàcilment.
- **Si la variable és discreta**, o sigui, si tenim un conjunt de dades petit, formem una taula amb dues columnes. En una de les columnes col·loquem els diferents valors de la variable i, a l'altra columna, el nombre de vegades que apareix cadascun dels valors.
- **Si la variable és contínua**, agrupem els valors en intervals de la mateixa amplitud, establim la marca de classe, que és el punt mitjà de cada interval, i fem el recompte de les dades de cada interval.

EXEMPLE

En Daniel ha comprat 5 bosses de crispetes, 7 caramels, 2 xiclets de menta i 10 piruletes. Organitza aquest conjunt de dades en una taula.

Si volem recollir la informació en una taula, posem en una columna els diferents valors de la variable: bosses de crispetes, caramels, xiclets de menta i piruletes, i, a l'altra, el nombre de vegades que apareix cadascun dels valors.

Articles	Recompte
Bosses de crispetes	5
Caramels	7
Xiclets de menta	2
Piruletes	10

EXEMPLE

Les alçades (en cm) de 27 joves són:

155, 178, 170, 165, 173, 168, 160, 166, 176, 169, 158, 170, 179, 161, 164, 156, 170, 171, 167, 151, 163, 158, 164, 174, 176, 164, 154

Forma una taula, fes-ne el recompte i troba les marques de classe.

En aquest cas, la variable és contínua. Per tant, hem d'agrupar les dades en intervals.

Per fer-ho, obtenim la diferència entre el valor més gran i el més petit:

$$179 - 151 = 28$$

Per incloure-hi tots els valors, prenem 6 intervals d'amplitud 5 ($6 \cdot 5 = 30 > 28$, que és la diferència entre el més gran i el més petit).

Comencem pel valor 150.

Marques de classe:
$(150 + 155)/2 = 152,5$
$(155 + 160)/2 = 157,5$
$(160 + 165)/2 = 162,5$
$(165 + 170)/2 = 167,5$
$(170 + 175)/2 = 172,5$
$(175 + 180)/2 = 177,5$

Interval	Marca de classe	Recompte
[150, 155)	152,5	2
[155, 160)	157,5	4
[160, 165)	162,5	6
[165, 170)	167,5	5
[170, 175)	172,5	6
[175, 180]	177,5	4

OBTENIR LA TAULA ESTADÍSTICA ASSOCIADA A UN CONJUNT DE DADES

Nom: Curs: Data:

ACTIVITATS

1 Les edats (en anys) de 20 alumnes són:

13, 15, 14, 16, 13, 15, 14, 16, 15, 14, 13, 13, 13, 15, 14, 16, 14, 14, 15, 13

Quin tipus de variable és? Fes la taula corresponent.

Edats	Recompte

2 El sexe de 20 alumnes és:

D, H, H, D, D, D, H, H, D, D, H, D, H, H, D, D, D, D, H, D

Quin tipus de variable és? Fes la taula associada a aquestes dades.

Sexe	Recompte

3 El pes (en kg) de 20 alumnes és:

66,5; 59,2; 60,1; 64,2; 70; 50; 41,6; 47,9; 42,8; 55; 52,2; 50,3; 42,2; 61,9; 52,4; 49,2; 41,6; 38,8; 36,5; 45

Quin tipus de variable és? Fes la taula associada a aquestes dades.

Interval	Marca de classe	Recompte

4 El nombre d'hores diàries d'estudi de 30 alumnes és:

3, 4, 3, 5, 5, 1, 1, 1, 1, 2, 3, 4, 5, 0, 2, 0, 3, 2, 2, 1, 2, 1, 3, 2, 0, 1, 2, 1, 4, 2

Elabora una taula de recompte de dades.

CALCULAR LA FREQÜÈNCIA ABSOLUTA I LA RELATIVA

Nom: Curs: Data:

FREQÜÈNCIA ABSOLUTA I RELATIVA

- **Freqüència absoluta, f_i,** d'un conjunt de dades és el nombre de vegades que es repeteix cada valor de la variable, x_i, en el total de les dades.
  La suma de les freqüències absolutes és igual al nombre total de dades, N.
- **Freqüència relativa, h_i,** és el quocient entre la freqüència absoluta i el nombre total de dades: $h_i = \frac{f_i}{N}$
  La freqüència relativa sempre és un nombre comprès entre 0 i 1.
  La suma de les freqüències relatives és 1.
- **Percentatge (%)** és el resultat de multiplicar la freqüència relativa per 100.

EXEMPLE

Les edats (en anys) de 20 alumnes d'un institut són:

13, 13, 13, 13, 13, 13, 14, 14, 14, 14, 14, 14, 14, 15, 15, 15, 15, 16, 16, 16

Fes la taula de freqüències i de percentatges.

Comencem a construir la taula:

– A la primera columna col·loquem els valors de la variable.

– A la segona columna col·loquem el nombre de vegades que apareix cada dada. Aquest nombre l'anomenem freqüència absoluta.

– A la tercera columna col·loquem el *quocient* entre la freqüència absoluta de cada dada i el nombre total de dades (20). Aquest nombre l'anomenem freqüència relativa.

x_i	f_i	h_i	%
13	6	0,30	30
14	7	0,35	35
15	4	0,20	20
16	3	0,15	15
Suma	20	1	100

$h_1 = \frac{f_1}{N} = \frac{6}{20} = 0{,}30$ $\quad h_2 = \frac{f_2}{N} = \frac{7}{20} = 0{,}35$

$h_3 = \frac{f_3}{N} = \frac{4}{20} = 0{,}20$ $\quad h_4 = \frac{f_4}{N} = \frac{3}{20} = 0{,}15$

– A la quarta columna col·loquem el percentatge, resultat de multiplicar la freqüència relativa per 100.

ACTIVITATS

1 Les notes d'anglès de 20 alumnes han estat:

6, 5, 3, 1, 2, 5, 6, 5, 9, 8,
7, 4, 9, 10, 7, 7, 8, 6, 5, 5

Construeix la taula de freqüències absolutes, freqüències relatives i percentatges.

x_i	f_i	h_i	%
1	1	0,05	5
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
Suma	20		

CALCULAR LA FREQÜÈNCIA ABSOLUTA I LA RELATIVA

Nom: Curs: Data:

EXEMPLE

Els resultats d'un test d'intel·ligència fet a 25 persones han estat:

100, 80, 92, 101, 65, 72, 121, 68, 75, 93, 101, 100, 102, 97, 89, 73, 121, 114, 113, 113, 106, 84, 94, 83, 74

Fes la taula de freqüències i de percentatges prenent intervals d'amplitud 10.

– A la primera columna col·loquem els valors de la variable, prenent 6 intervals d'amplitud 10, ja que la diferència entre els valors extrems és 121 – 65 = 56.
– A la segona columna col·loquem la marca de classe de cada interval.
– A la tercera columna col·loquem el nombre de vegades que apareix cada dada. Aquest nombre s'anomena freqüència absoluta.
– A la quarta columna col·loquem el quocient entre la freqüència absoluta de cada dada i el nombre total de dades (25). Aquest nombre s'anomena freqüència relativa.
– A la cinquena columna col·loquem el percentatge, que és el resultat de multiplicar la freqüència relativa per 100.

Interval	x_i	f_i	h_i	%
[65, 75)	70	5	0,20	20
[75, 85)	80	4	0,16	16
[85, 95)	90	4	0,16	16
[95, 105)	100	6	0,24	24
[105, 115)	110	4	0,16	16
[115, 125]	120	2	0,08	8

2 El pes (en kg) de 24 persones és:

68,5; 34,2; 47,5; 39,2; 47,3; 79,2; 46,5; 58,3; 62,5; 58,7; 80; 63,4; 58,6; 50,2; 60,5; 70,8; 30,5; 42,7; 59,4; 39,3; 48,6; 56,8; 72; 60

Agrupa'ls en intervals d'amplitud 10 i fes la taula de freqüències absolutes, freqüències relatives i percentatges.

Interval	x_i	f_i	h_i	%

3 Completa la taula següent:

x_i	f_i	h_i	%
10		4	
20	5		10
30		61	
40	10		
50		41	
60			18

CALCULAR LES FREQÜÈNCIES ACUMULADES

Nom: Curs: Data:

FREQÜÈNCIES ACUMULADES

- **Freqüència absoluta acumulada, F_i,** d'un valor x_i és la suma de les freqüències f_j de tots els valors que són més petits o iguals que aquest valor.
- **Freqüència relativa acumulada, H_i,** d'un valor x_i és el quocient entre la freqüència absoluta acumulada i el nombre total de dades: $H_i = \dfrac{F_i}{N}$

EXEMPLE

Les edats (en anys) de 20 alumnes d'un institut són:

13, 13, 13, 13, 13, 13, 14, 14, 14, 14, 14, 14, 14, 15, 15, 15, 15, 16, 16, 16

Fes la taula de freqüències absolutes acumulades i de freqüències relatives acumulades.

- Per obtenir la freqüència absoluta acumulada de cada valor cal sumar les freqüències absolutes dels valors més petits o iguals que aquest valor:

$F_1 = f_1 = 6$

$F_2 = f_1 + f_2 = 6 + 7 = 13$

$F_3 = f_1 + f_2 + f_3 = 6 + 7 + 4 = 17$

$F_4 = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 = 6 + 7 + 4 + 3 = 20$

- Per obtenir la freqüència relativa acumulada d'un valor cal dividir la freqüència absoluta acumulada de cada valor entre el nombre total de dades:

$$H_1 = \frac{F_1}{N} = \frac{f_1}{N} = \frac{6}{20} = 0{,}30$$

$$H_2 = \frac{F_2}{N} = \frac{f_1 + f_2}{N} = \frac{6+7}{20} = \frac{13}{20} = 0{,}65$$

$$H_3 = \frac{F_3}{N} = \frac{f_1 + f_2 + f_3}{N} = \frac{6+7+4}{20} = \frac{17}{20} = 0{,}20$$

$$H_4 = \frac{F_4}{N} = \frac{f_1 + f_2 + f_3 + f_4}{N} = \frac{6+7+4+3}{20} = \frac{20}{20} = 1$$

x_i	f_i	F_i	h_i	H_i
13	6	6	0,30	0,30
14	7	13	0,35	0,65
15	4	17	0,20	0,85
16	3	20	0,15	1

ACTIVITATS

1 Donades les dades d'una variable estadística i les freqüències absolutes, completa la taula de freqüències relatives i freqüències absolutes i relatives acumulades.

x_i	f_i	F_i	h_i	H_i
1	4			
2	4			
3	3			
4	7			
5	5			
Suma				

CALCULAR LES FREQÜÈNCIES ACUMULADES

Nom: Curs: Data:

2 Les dades de la taula es refereixen a l'alçada (en cm) de 40 alumnes. Fes la taula de freqüències associada a aquestes dades.

Interval	x_i	f_i	h_i	%
[150, 155)		3		
[155, 160)		6		
[160, 165)		9		
[165, 170)		10		
[170, 175)		7		
[175, 180]		5		

3 Donades les dades següents d'una variable estadística, calcula'n la taula de freqüències.

Interval	[0, 2)	[2, 4)	[4, 6)	[6, 8]
Freqüència	10	8	4	2

4 Completa la taula següent:

x_i	f_i	F_i	h_i	H_i	%
10	5				
11		13			
12	10				
13		35			
14	7				
15	8				16

UTILITZAR I INTERPRETAR ELS GRÀFICS ESTADÍSTICS

Nom: Curs: Data:

GRÀFICS ESTADÍSTICS

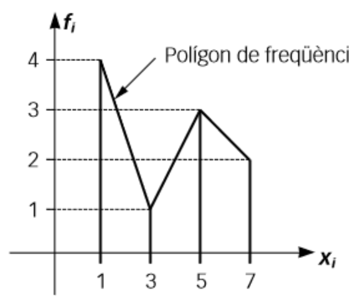
Els **gràfics** ajuden a interpretar fàcilment la informació que contenen les taules estadístiques. Segons com sigui la variable, es fa servir un tipus de gràfic o un altre.

- **Diagrama de barres:** s'utilitza per representar dades qualitatives o quantitatives discretes.
  Sobre l'eix *X* senyalem els valors de la variable i aixequem barres de la mateixa altura que la freqüència (que representem (absoluta, absoluta acumulada, relativa o relativa acumulada).
- **Polígon de freqüències:** és una línia poligonal que obtenim a partir del diagrama de barres, unint cada extrem d'una barra amb l'extrem de la barra següent.
- **Histograma:** s'utilitza per representar variables quantitatives contínues.
  Senyalem sobre l'eix horitzontal els extrems dels intervals i aixequem rectangles de la mateixa altura que la freqüència que representem.
- **Polígon de freqüències:** l'obtenim unint els punts mitjans dels costats superiors dels rectangles de l'histograma.

EXEMPLE

Representa el diagrama de barres i el polígon de freqüències del conjunt de dades següent:

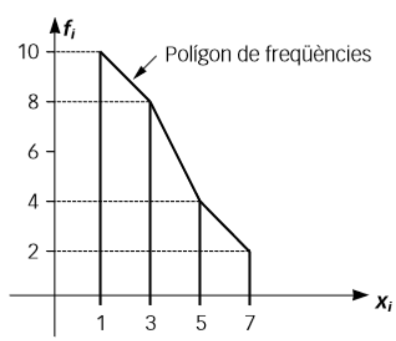
x_i	1	3	5	7
f_i	4	1	3	2



EXEMPLE

Representa el diagrama de barres i el polígon de freqüències del conjunt de dades següent:

x_i	1	3	5	7
f_i	10	8	4	2



UTILITZAR I INTERPRETAR ELS GRÀFICS ESTADÍSTICS

Nom: Curs: Data:

ACTIVITATS

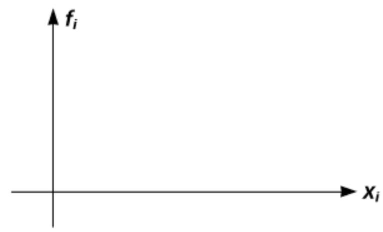
1 El número de calçat que utilitzen 20 alumnes en una classe d'Educació física és:

37, 40, 39, 37, 38, 38, 38, 41, 42, 37, 43, 40, 38, 38, 38, 40, 37, 37, 38, 38

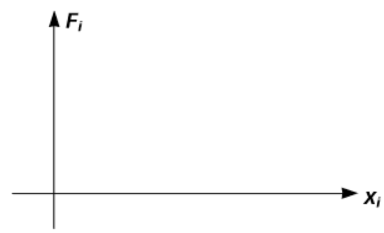
Construeix la taula de freqüències i representa el diagrama de barres i el polígon de freqüències per a les freqüències absolutes i per a les freqüències absolutes acumulades.

x_i	f_i	F_i	h_i	H_i
37	5			
38	8			
39	1			
40	3			
41	1			
42	1			
43	1			
Suma				

FREQÜÈNCIES ABSOLUTES



FREQÜÈNCIES ABSOLUTES ACUMULADES



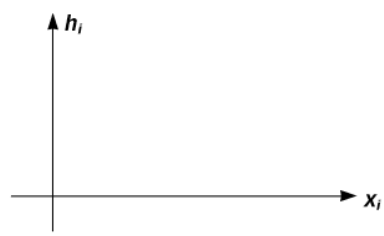
2 En un edifici hi ha 25 habitatges, i el nombre de vehicles per habitatge és:

0, 1, 2, 3, 1, 0, 1, 1, 1, 4, 3, 2, 2, 1, 1, 2, 2, 1, 1, 1, 2, 1, 3, 2, 1

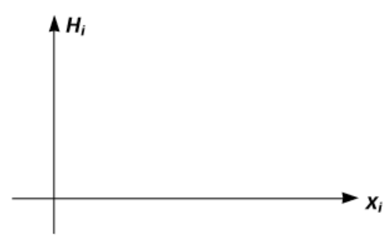
Construeix la taula de freqüències i representa el diagrama de barres i el polígon de freqüències per a les freqüències relatives i les freqüències relatives acumulades.

x_i	f_i	F_i	h_i	H_i
0				
1				
2				
3				
4				
Suma				

FREQÜÈNCIES RELATIVES



FREQÜÈNCIES RELATIVES ACUMULADES



UTILITZAR I INTERPRETAR ELS GRÀFICS ESTADÍSTICS

Nom: Curs: Data:

3 En una enquesta efectuada a 50 clients d'un supermercat sobre els quilos de carn que compren a la setmana, el 10 % van afirmar que en compren d'1 a 2,5 kg, 20 en compren de 2,5 a 4 kg, el 30 % en compren de 4 a 5,5 kg, i la resta, de 5,5 a 7 kg.

a) Emplena la taula de freqüències.

b) Representa l'histograma de freqüències relatives.

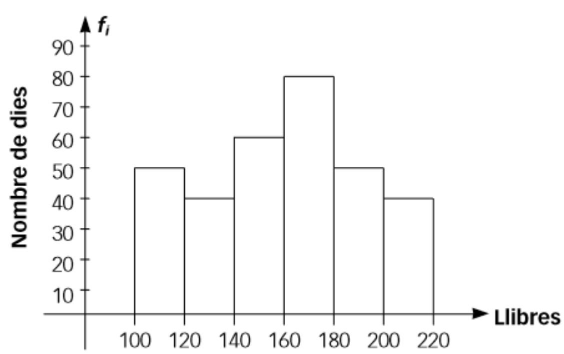
Interval	Marca de classe	f_i	h_i	F_i	H_i	%

4 Observa l'histograma de freqüències absolutes referit als llibres que una llibreria ha venut diàriament.

a) Emplena la taula de freqüències.

b) Representa l'histograma de freqüències absolutes acumulades.

c) Quin percentatge de dies es van vendre més de 200 llibres? I menys de 100?



HISTOGRAMA DE FREQÜÈNCIES ABSOLUTES ACUMULADES

Interval	Marca de classe	f_i	h_i	F_i	H_i	%

DISTINGIR I CALCULAR LES MESURES DE CENTRALITZACIÓ I DISPERSIÓ

Nom: Curs: Data:

La mitjana aritmètica, la mediana i la moda s'anomenen **mesures de centralizació** i són valors que resumeixen la informació de la mostra.

MITJANA

Donat un conjunt de dades $x_1, x_2, \dots, x_n$, amb freqüències $f_1, f_2, \dots, f_n$, la **mitjana,** $\bar{x}$, és igual a:

$$\bar{x} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + \dots + f_nx_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n}$$

Si les dades estan agrupades en intervals, el valor x_i és la marca de classe de cada interval.

EXEMPLE

Troba la mitjana del conjunt de dades següent:

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$
26	6	156
28	7	196
30	4	120
32	3	96
Suma	20	568

$\bar{x} = \frac{568}{20} = 28,4$

A la taula de freqüències hem afegit una tercera columna en què calculem el producte de cada valor per la seva freqüència relativa.

ACTIVITATS

1 Donades les dades 2, 5, 7, 8 i 7, calcula'n la mitjana.

2 Troba la mitjana del conjunt de dades següent:

Interval	x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$
[0, 20)	10	50	
[20, 40)	30	67	
[40, 60)	50	30	
[60, 80]	70	42	
	Suma		

3 Una alumna ha fet 8 exàmens d'una assignatura i ha tret aquestes notes: 7, 5, 6, 10, 9, 7, 6 i 6.

Quina nota mitjana aconseguirà en aquesta assignatura? Has de tenir en compte que per calcular la mitjana cal sumar les dades i dividir el resultat entre el nombre total de dades.

DISTINGIR I CALCULAR LES MESURES DE CENTRALITZACIÓ I DISPERSIÓ

Nom: Curs: Data:

MEDIANA I MODA

- La **mediana** d'un conjunt de dades és el valor que ocupa la posició central de les dades després d'ordenar-les de forma creixent, de manera que la meitat de les dades són més petites i l'altra meitat, més grans. Es representa ***Me***.
  - Si el conjunt de dades és un nombre senar, la mediana és el valor central.
  - Si el conjunt de dades és un nombre parell, la mediana és la mitjana dels dos valors centrals.
- La **moda** d'un conjunt de dades és el valor o els valors de la variable que es repeteixen més. Es representa ***Mo***.

  El valor de la moda pot ser que no sigui únic, és a dir, hi pot haver diferents modes.

EXEMPLE

Determina la mediana i la moda del conjunt de dades següent: 2, 2, 1, 6, 4, 3 i 9.

- Mediana:
  Ordenem les dades de manera creixent: 1, 2, 2, **3**, 4, 6, 9.
  Com que el nombre de dades és senar, la mediana és el valor central: $Me = 3$.
- Moda:
  El valor que es repeteix més és 2; així doncs, $Mo = 2$.

4 S'ha fet un estudi de la quantitat d'usuaris de 20 autobusos i s'han obtingut les dades següents:

3, 12, 7, 16, 22, 13, 18, 4, 6, 19, 24, 25, 4, 8, 12, 22, 17, 19, 23, 4

a) Construeix la taula amb els valors agrupats de 5 en 5 començant des de 0.

b) Calcula'n la moda, la mediana i la mitjana.

c) Fes un histograma amb les freqüències acumulades.

Interval	Marca de classe	f_i	F_i	$f_i \cdot x_i$

Mitjana: $\bar{x} =$

Mediana: $Me =$

Moda: $Mo =$

DISTINGIR I CALCULAR LES MESURES DE CENTRALITZACIÓ I DISPERSIÓ

Nom: Curs: Data:

5 Calcula la mitjana, la mediana i la moda del conjunt de dades següent:

4, 7, 10, 8, 3, 2, 1, 2, 2, 8

6 Els números de calçat que gasten els 20 alumnes d'una classe de 3r d'ESO són:

34, 34, 35, 35, 35, 36, 36, 36, 37, 37, 37, 38, 38, 38, 39, 39, 39, 39, 40, 40

Troba la mitjana, la mediana i la moda.

7 Un esportista es vol comprar una bicicleta tot terreny i analitza el preu i el pes d'aquestes bicicletes:

Bicicleta	Preu (€)	Pes (kg)
Marin Rift Zone	1.474	13,12
Kastle Degree 12.0	2.879	12,2
Sistesi Bazooka	3.540	15,7
Bianchi NTH	4.350	11,52
Arrow Spyce HPR	1.799	13,1
Pro-Flex Beast	1.788	13,46
DBR V-Link Pro	4.494	11,66
Specialized M-2 S-Works	2.934	10,35
Sunn Revolt 2	2.172	11,21
BH Top Line Expert 001	2.550	9,95

a) Troba el preu mitjà.

b) Calcula el pes mitjà.

CALCULAR I INTERPRETAR LES MESURES DE DISPERSIÓ

Nom: Curs: Data:

Les **mesures de dispersió** són mesures estadístiques que indiquen el grau d'agrupament més gran o més petit dels valors que formen un conjunt de dades.

El recorregut, la desviació, la desviació mitjana, la variància i la desviació típica són mesures de dispersió.

RANG I DESVIACIÓ RESPECTE DE LA MITJANA

- El **rang** o **recorregut** el calculem com la diferència entre el valor més gran i el més petit de la variable estadística.
- La **desviació respecte de la mitjana** és la diferència entre cada valor de la variable i la mitjana. La suma de les desviacions sempre és zero.

EXEMPLE

Les alçades (en cm) dels jugadors de dos equips de bàsquet són:

Equip A	180	165	170	173	162
Equip B	168	173	171	169	169

Calcula el rang o recorregut i la desviació per a cadascun dels equips.

- Recorregut = valor més gran de la variable – valor més petit de la variable

  Equip A: Recorregut $= 180 - 162 = 18$ cm

  Equip B: Recorregut $= 173 - 168 = 5$ cm

  Podem observar que les mesures de l'equip A estan més disperses que les de l'equip B, ja que la diferència entre el valor més gran i el més petit és més gran en el cas de l'equip A.

- Desviació respecte de la mitjana = valor de la variable − mitjana

  Equip A: Mitjana $= (180 + 165 + 170 + 173 + 162)/5 = 170$ cm

  $180 - 170 = 10$ cm $\quad 165 - 170 = -5$ cm

  $170 - 170 = 0$ cm $\quad 173 - 170 = 3$ cm $\quad 162 - 170 = -8$ cm

  Equip B: Mitjana $= (168 + 173 + 171 + 169 + 169)/5 = 170$ cm

  $168 - 170 = -2$ cm $\quad 173 - 170 = 3$ cm

  $171 - 170 = 1$ cm $\quad 169 - 170 = -1$ cm $\quad 169 - 170 = -1$ cm

  Observem que la suma de les desviacions sempre és zero:

  Equip A: $10 + (-5) + 0 + 3 + (-8) = 0$

  Equip B: $(-2) + 3 + 1 + (-1) + (-1) = 0$

ACTIVITATS

1 En un examen de Matemàtiques s'han obtingut les notes següents:

3, 5, 7, 2, 9, 5, 3

Calcula el recorregut i la desviació.

CALCULAR I INTERPRETAR LES MESURES DE DISPERSIÓ

Nom: Curs: Data:

2 Les edats dels alumnes d'una classe estan reflectides a la taula següent. Calcula el rang i la desviació.

Edat (x_i)	f_i	$f_i \cdot x_i$	$x_i - \overline{x}$	$f_i \cdot (x_i - \overline{x})$
13	6			
14	7			
15	4			
16	3			
Suma				

3 Calcula el recorregut i la desviació de les dades següents:

Interval	x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$x_i - \overline{x}$	$f_i \cdot (x_i - \overline{x})$
[0, 4)		3			
[4, 8)		10			
[8, 12)		5			
[12, 16]		2			
Suma					

4 Comprova, per als pesos de 20 alumnes, que la suma de les desviacions és zero.

Pes	x_i	f_i	$x_i - \overline{x}$	$f_i \cdot (x_i - \overline{x})$
[35, 41)		2		
[41, 47)		5		
[47, 53)		6		
[53, 59)		1		
[59, 65)		4		
[65, 71]		2		

CALCULAR I INTERPRETAR LES MESURES DE DISPERSIÓ

Nom: Curs: Data:

DESVIACIÓ MITJANA, VARIÀNCIA I DESVIACIÓ TÍPICA

- **Desviació mitjana (*DM*):** és la mitjana dels valors absoluts de les desviacions.
- **Variància:** és la mitjana dels valors absoluts de les desviacions al quadrat.
- **Desviació típica:** és l'arrel quadrada de la variància. La designem amb la lletra σ.

EXEMPLE

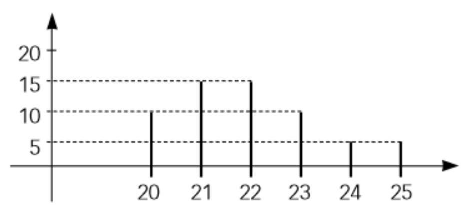
La taula mostra els resultats que hem obtingut en un test de 120 preguntes. Calcula la desviació mitjana, la variància i la desviació típica.

Interval	x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$\lvert x_i - \bar{x}\rvert$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f_i \cdot (x_i - \bar{x})^2$
[0, 30)	15	12	180	$\lvert 15 - 52{,}35\rvert = 36{,}73$	1.349,02	$12 \cdot 1.349{,}02 = 16.726.228{,}28$
[30, 60)	45	20	900	$\lvert 45 - 52{,}35\rvert = 7{,}35$	54,02	$20 \cdot 54{,}02 = 1.080{,}4$
[60, 90)	75	10	750	$\lvert 75 - 52{,}35\rvert = 22{,}65$	513,02	$10 \cdot 513{,}02 = 5.130{,}2$
[90, 120]	105	7	735	$\lvert 105 - 52{,}35\rvert = 52{,}65$	2.772,02	$7 \cdot 2.772{,}02 = 19.404{,}14$
	Suma	49	2.565			42.343,02

$$\text{Desviació mitjana} = \frac{36{,}73 \cdot 12 + 7{,}35 \cdot 20 + 22{,}65 \cdot 10 + 52{,}65 \cdot 7}{49} = 24{,}14$$

$$\text{Variància} = \frac{42.343{,}20}{49} = 864{,}14 \qquad \text{Desviació típica} = \sqrt{\text{variància}} = \sqrt{864{,}14} = 29{,}4$$

5 Calcula les mesures de centralització i les mesures de dispersió.



x_i	f_i	F_i	$f_i \cdot x_i$	$\lvert x_i - \bar{x}\rvert$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f_i \cdot (x_i - \bar{x})^2$	$f_i \cdot \lvert x_i - \bar{x}\rvert^2$
20							
21							
22							
23							
24							
25							
Suma							

Mitjana $= \bar{x} =$

Mediana $= Me =$

Moda $= Mo =$

Rang $=$

Desviació mitjana $=$

Variància $=$

Desviació típica $= \sigma =$

CALCULAR I INTERPRETAR LES MESURES DE DISPERSIÓ

Nom: Curs: Data:

6 Les deixalles (en kg) que produeix cada habitant a l'any en 10 països europeus són les que mostra la taula següent.

País	Deixalles (kg)
Alemanya	337
Bèlgica	313
Andorra	214
França	288
Gran Bretanya	282
Itàlia	246
Noruega	415
Països Baixos	381
Suècia	300
Suïssa	336

a) Calcula la mitjana de deixalles produïdes per cada habitant en aquests països.

b) Quant val la mediana de les dades?

c) Quin és el recorregut de la distribució?

d) Completa la taula:

País	Deixalles (kg)	$\lvert x_i - \bar{x} \rvert$	$(x_i - \bar{x})^2$
Alemanya	337		
Bèlgica	313		
Andorra	214		
França	288		
Gran Bretanya	282		
Itàlia	246		
Noruega	415		
Països Baixos	381		
Suècia	300		
Suïssa	336		
Total			

e) Quant sumen les desviacions respecte de la mitjana?

f) Quant val la variància?

g) I quant val la desviació típica?

Nom: Curs: Data:

ACTIVITATS

1 Un conjunt de dades, compost de nombres enters positius i diferents entre si, té 47 com a mitjana. Si una de les dades és 97 i la suma de totes les dades és 329, quin és el nombre més gran que pot tenir?

2 Donat el conjunt de dades: 14, 12, 26, 16 i x. Calcula x perquè la mediana i la mitjana de les dades siguin iguals.

3 Considera el conjunt de dades següent:

$$23 \quad 17 \quad 19 \quad x \quad y \quad 16$$

Si saps que la mitjana és 20 i la moda és 23, quins són els valors x i y?

4 Aquestes són les dades d'una enquesta sobre el nombre de tauletes tàctils a les llars catalanes:

Nre. de tauletes	0	1	2	3	4
Nre. de llars	432	8.343	6.242	1.002	562

a) Quantes tauletes tàctils tenen la quarta part de les llars?

b) I el 75 %?

c) Quin significat té la mediana?

Nom: Curs: Data:

5 Compara el rendiment de dos alumnes que fan 5 proves i obtenen els resultats següents:

Joan	2	6	5	7	5
Anna	0	1	9	8	7

6 Si en un conjunt de cinc dades la mitjana és 10 i la mediana és 12, quin és el valor més petit que pot prendre el recorregut?

7 Després d'ordenar un conjunt de set dades, prenem les quatre primeres i la seva mitjana és 5; però si prenem les quatre últimes, la mitjana és 8. Si la mitjana de tots els nombres és $\frac{46}{7}$, quina en serà la mediana?

8 Quan escrivim en ordre creixent la mitjana, la mediana i la moda del conjunt de dades 10, 2, 5, 2, 4, 2, x, obtenim una progressió aritmètica. Calcula tots els valors possibles de x.

DISTINGIR ENTRE EXPERIMENT ALEATORI I DETERMINISTA

Nom: Curs: Data:

EXPERIMENTS ALEATORIS I DETERMINISTES

- En l'**experiment determinista** podem predir, un cop estudiat, el resultat que obtindrem; o sigui, que sabem el que passarà abans que succeeixi.

  Per exemple:

  – Si posem un recipient amb aigua perquè s'escalfi, sabem que l'aigua bull a 100 ºC.

  – Si un cotxe que va a 100 km/h triga 2 hores a fer un trajecte, sabem del cert que ha recorregut 200 km.

  Aquests experiments són deterministes.

- En l'**experiment aleatori** no podem predir el resultat que obtindrem, o sigui que, per moltes vegades que repetim l'experiment en igualtat de condicions, no en coneixerem el resultat.

  El llenguatge que fem servir per expressar experiments aleatoris està relacionat amb situacions d'incertesa, perquè es tracta de situacions d'atzar: «és més probable, és igual de probable, és impossible, és poc probable, és més segur, és improbable, és quasi segur...».

  Per exemple:

  – Si llancem un dau, no podem predir el nombre que sortirà.

  – Quan traiem una bola d'una capsa que conté boles de diferents colors, no podem predir el color que obtindrem.

ACTIVITATS

1 Classifica els experiments següents. En cas que l'experiment sigui aleatori, escriu un resultat possible.

Experiment	Determinista	Aleatori	
Llançar un dau.		×	Treure un 3
El resultat de dividir 10 entre 2.	×		
En una caiguda lliure de 5 metres, saber la velocitat que s'assoleix.			
Llançar una moneda a l'aire.			
Treure una carta d'una baralla.			
Saber la data de naixement d'una persona.			
Treure una fitxa vermella d'una capsa on hi ha 20 fitxes vermelles i 5 fitxes blaves.			
Llançar un dau i obtenir una puntuació més alta que 5.			
Saber el resultat d'elevar un nombre al quadrat.			
Saber el temps que farà demà.			

OBTENIR L'ESPAI MOSTRAL D'UN EXPERIMENT ALEATORI

Nom: Curs: Data:

ESPAI MOSTRAL

- L'**espai mostral** és el conjunt format per tots els resultats possibles d'un experiment aleatori. Es representa amb *E*.
- Cadascun dels resultats possibles s'anomena **esdeveniment elemental**.

EXEMPLE

Determina l'espai mostral i els seus esdeveniments elementals en aquests experiments.

Experiment	Espai mostral	Esdeveniments elementals
Llançar una moneda	$E = \{\text{cara, creu}\}$	cara (*c*) i creu (*x*)
Llançar un dau	$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$	1, 2, 3, 4, 5 i 6

ESDEVENIMENTS

Cada **esdeveniment** està format per un o diversos esdeveniments elementals.

- L'**esdeveniment segur** està format per tots els resultats possibles (esdeveniments elementals). Es verifica sempre.
- L'**esdeveniment impossible** no conté cap esdeveniment elemental. No es verifica mai.

EXEMPLE

A l'experiment de llançar un dau a l'aire, un **esdeveniment segur** és obtenir un nombre més petit que 6 i un **esdeveniment impossible** és obtenir un 30.

ACTIVITATS

1 Amb una baralla de cartes, es fa l'experiment de treure una carta. Escriu els esdeveniments elementals que conformen aquests esdeveniments.

a) Treure oros.

b) Treure un 5.

c) Treure un figura.

d) Treure bastos.

2 Donades vuit cartes numerades de l'1 al 8, efectuem l'experiment aleatori de treure una carta. Escriu els esdeveniments elementals que conformen els esdeveniments següents.

a) Obtenir un nombre parell.

b) Obtenir un múltiple de 3.

c) Obtenir un nombre més gran que 4.

DETERMINAR LA UNIÓ I LA INTERSECCIÓ DE DOS ESDEVENIMENTS

Nom: Curs: Data:

OPERACIÓ AMB ESDEVENIMENTS

Una **operació entre esdeveniments** ens permet obtenir un altre esdeveniment que té el mateix espai mostral.

- **Unió d'esdeveniments:** la unió de dos esdeveniments A i B està formada pels elements (esdeveniments elementals) de l'esdeveniment A i de l'esdeveniment B.

$$A \cup B = A \text{ unió } B$$

- **Intersecció d'esdeveniments:** la intersecció de dos esdeveniments A i B està formada pels elements (esdeveniments elementals) comuns dels esdeveniments A i B.

$$A \cap B = A \text{ intersecció } B$$

- Si dos **esdeveniments** no tenen cap esdeveniment elemental en comú, diem que són **incompatibles**:

$$A \cap B = \emptyset$$

- Si dos **esdeveniments** tenen algun esdeveniment elemental en comú, diem que són **compatibles**:

$$A \cap B \neq \emptyset$$

- Donat un esdeveniment A, l'**esdeveniment** o **complementari,** $\overline{A}$, està format pels esdeveniments elementals de l'espai mostral que no són a A.

EXEMPLE

A l'experiment que consisteix a llançar un dau, considerem els esdeveniments:

A = Obtenir un nombre més petit que 4 = {1, 2, 3} **B = Obtenir un nombre senar = {1, 3, 5}**

Calcula la unió i intersecció d'aquests esdeveniments i escriu-ne els esdeveniments contraris.

- Escrivim l'esdeveniment unió, format per tots els esdeveniments elementals de A i B:

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$$

- Escrivim l'esdeveniment intersecció, format per tots els esdeveniments elementals de A i B:

$$A \cap B = \{1, 3\}$$

- Escrivim l'esdeveniment contrari de A, format per tots els esdeveniments elementals de l'espai mostral de l'experiment que no són a A:

$$\overline{A} = \{4, 5, 6\}$$

De la mateixa manera, l'esdeveniment contrari de B és:

$$\overline{B} = \{2, 4, 6\}$$

Comprovem que la unió d'un esdeveniment i el seu contrari sempre és l'espai mostral.

ACTIVITATS

1 Considera l'experiment de llançar un dau de vuit cares numerades de l'1 al 8 i els esdeveniments A = Sortir puntuació parell i B = Sortir puntuació senar. Escriu l'espai mostral i troba els esdeveniments següents:

a) $A \cup B =$

b) $A \cap B =$

c) $\overline{A} =$

d) $\overline{B} =$

e) $\overline{A} \cap B =$

f) $\overline{A} \cup \text{B} =$

DETERMINAR LA UNIÓ I LA INTERSECCIÓ DE DOS ESDEVENIMENTS

Nom: Curs: Data:

2 D'una baralla espanyola de 40 cartes, n'extraiem una i considerem els esdeveniments següents:

A = Sortir oros B = Sortir un rei C = Sortir un as D = No sortir oros

Indica si els esdeveniments són compatibles, incompatibles o contraris.

Esdeveniment	Compatibilitat		Contraris
	Compatibles	Incompatibles	
A i B			
A i C			
A i D			
B i C			

3 D'una baralla espanyola de 40 cartes n'hem separat els asos i els reis. Amb aquest grup de cartes efectuem l'experiment de treure dues cartes.

a) Escriu l'espai mostral.

b) Indica un esdeveniment impossible d'aquest experiment.

c) Com són els esdeveniments de treure oros i treure un rei?

d) Quins esdeveniments conformen la unió dels esdeveniments de treure oros i treure un rei?

e) Quins esdeveniments elementals formen l'esdeveniment de treure dos reis?

f) I l'esdeveniment de treure oros?

4 En una capsa hi ha vuit boles, numerades de l'1 al 8. Escriu un esdeveniment compatible, un d'incompatible i un altre de contrari d'aquests esdeveniments:

Esdeveniment	Compatible	Incompatible	Contrari
A = Treure un nombre més petit que 4			
B = Treure un nombre senar			
C = Treure un múltiple de 2			
D = Treure un múltiple de 7			

OBTENIR LA FREQÜÈNCIA ABSOLUTA I LA RELATIVA D'UN ESDEVENIMENT

Nom: Curs: Data:

FREQÜÈNCIES ABSOLUTES I RELATIVES

- **Freqüència absoluta (f_i)** d'un esdeveniment és el nombre de vegades que té lloc aquest esdeveniment quan repetim un experiment aleatori *n* vegades.
- **Freqüència relativa (h_i)** d'un esdeveniment és el quocient entre la seva freqüència absoluta i el nombre de vegades que repetim l'experiment: $h_i = \frac{f_i}{N}$.

EXEMPLE

En Robert ha llançat un dau 50 vegades i ha obtingut els resultats de la taula:

Cara	1	2	3	4	5	6	Suma
f_i	7	6	14	9	10	4	**50**
h_i	0,14	0,12	0,28	0,18	0,20	0,08	**1**

El nombre de vegades que apareix cara és la freqüència absoluta (f_i).

La freqüència relativa l'obtenim dividint la freqüència absoluta entre el nombre de vegades que repetim l'experiment.

ACTIVITATS

1 En un bombo hi ha 10 boles numerades del 0 al 9. Repetim 100 vegades l'experiment d'extreure'n una bola i reemplaçar-la tot seguit. Els resultats que hem obtingut s'expressen a la taula.

Bola	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Suma
f_i	7	13	11	12	8	10	12	6	10	11	**100**
h_i											

a) Completa la taula calculant les freqüències relatives.

b) Considera els esdeveniments i calcula:

A = múltiple de 3 B = nombre senar C = divisor de 6

- Freqüència relativa de A, B i C:

$A = \{3, 6, 9\}$ $h_A = h_3 + h_6 + h_9 =$

$B =$

$C =$

- Freqüència relativa de $A \cup B$, $A \cap B$, $A \cup C$ i $A \cap C$:

$A \cup B = \{1, 3, 5, 6, 7, 9\}$ $h_A = h_1 + h_3 + h_5 + h_6 + h_7 + h_9 =$

$A \cap B =$

$A \cup C =$

$A \cap C =$

CALCULAR LA PROBABILITAT D'UN ESDEVENIMENT

Nom: Curs: Data:

PROBABILITAT D'UN ESDEVENIMENT

La **probabilitat d'un esdeveniment** és el nombre cap al qual s'aproxima la freqüència relativa d'aquest esdeveniment a mesura que augmenta el nombre de repeticions d'un experiment aleatori.

EXEMPLE

Llancem un dau de quatre cares i anotem les vegades que surt el nombre 1.

Llançaments	20	40	60	80	100
f_i	7	11	15	18	27
h_i	0,35	0,275	**0,25**	0,225	0,27

Quan obtenim la taula de freqüències relatives que correspon a aquest experiment, observem que el nombre cap al qual s'aproxima la freqüència de l'esdeveniment de sortir el nombre 1 és 0,25.

Per tant, la probabilitat d'obtenir el nombre 1 quan llancem un dau de quatre cares és $P = 0{,}25$.

ACTIVITATS

1 Llança una moneda 25 vegades i emplena la taula:

	Recompte	**Freqüència absoluta**	**Freqüència relativa**
Cara			
Creu			

Les freqüències relatives són nombres pròxims a 0,5? Quines conseqüències extreus dels teus resultats?

REGLA DE LAPLACE

Quan tots els esdeveniments elementals d'un experiment aleatori són equiprobables, la probabilitat d'un esdeveniment A és el quocient entre el nombre de casos favorables a l'esdeveniment i el nombre de casos possibles.

Aquesta expressió és la regla de Laplace: $P(A) = \dfrac{\textbf{Casos favorables}}{\textbf{Casos possibles}}$

EXEMPLE

Llancem un dau de sis cares a l'aire. L'espai mostral és: $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
Calcula les probabilitats següents:

Esdeveniment	**Casos favorables**	**Casos possibles**	$P = \dfrac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos possibles}}$
Sortir nombre parell.	{2, 4, 6}	{1, 2, 3, 4, 5, 6}	$P = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$
Sortir nombre menor que 5.	{1, 2, 3, 4}	{1, 2, 3, 4, 5, 6}	$P = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$
Sortir nombre parell o menor que 5.	{1, 2, 3, 4, 6}	{1, 2, 3, 4, 5, 6}	$P = \dfrac{5}{6}$
Sortir nombre parell i 4.	{4}	{1, 2, 3, 4, 5, 6}	$P = \dfrac{1}{6}$

CALCULAR LA PROBABILITAT D'UN ESDEVENIMENT

Nom: Curs: Data:

2 **Per fer travesses, utilitzem un dau que té tres cares amb l'1, dues cares amb la X i l'altra cara amb el 2. Si llancem el dau una vegada, calcula aplicant la regla de Laplace:**

a) L'espai mostral.

b) La probabilitat d'obtenir 1.

c) La probabilitat d'obtenir X.

d) La probabilitat d'obtenir 2.

3 **En una urna hi ha quatre boles: 1 de vermella, 1 de blava, 1 de verda i 1 de blanca. Si n'extraiem dues boles alhora, calcula:**

a) L'espai mostral.

b) La probabilitat que una bola sigui blanca i l'altra vermella.

c) La probabilitat que les dues boles siguin vermelles.

d) La probabilitat que cap de les dues boles siguin blanques.

4 **Traiem una carta d'una baralla espanyola de 40 cartes. Calcula aquestes probabilitats:**

a) Que sigui un rei.

b) Que siguin oros.

c) Que sigui un 4 o un 6.

d) Que sigui el rei d'oros.

e) Que sigui una carta que no sigui de copes.

f) Que sigui una figura de bastos.

g) Que sigui una carta que no sigui figura.

h) Que sigui una carta més petita que 5.

5 **En un àpat hi ha 28 homes i 32 dones. Han menjat carn 16 homes i 20 dones, i la resta han menjat peix. Fixa't en la taula, completa les dades que falten i calcula, si triem una persona a l'atzar:**

	Carn	**Peix**	Suma
Homes	16		28
Dones	20		32
Suma	36		

a) Quina probabilitat hi ha que sigui home?

b) Quina és la probabilitat que hagi menjat peix?

c) Quina és la probabilitat que sigui home i hagi menjat peix?

6 **Llancem dos daus i sumem els punts que hem obtingut. Calcula:**

a) L'espai mostral.

b) La probabilitat que la suma sigui 3.

c) La probabilitat que la suma sigui 7.

d) La probabilitat que la suma sigui més gran que 10.

e) La probabilitat que la suma sigui 4 o 5.

APLICAR LES PROPIETATS DE LA PROBABILITAT

Nom: Curs: Data:

- **La suma de les probabilitats de tots els esdeveniments elementals d'un experiment aleatori és 1.**

  Per exemple: en el llançament d'un dau, $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$:

  $$P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = P(5) = P(6) = \frac{1}{6}$$

  $$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$$

- La probabilitat d'un esdeveniment és un **nombre comprès entre 0 i 1**.
- **La probabilitat de l'esdeveniment segur és 1 i la probabilitat de l'esdeveniment impossible és 0.**
- A i B són dos esdeveniments de l'espai mostral E:
  - Si són incompatibles: $\boldsymbol{P(A \cup B) = P(A) + P(B)}$.

    Per exemple: En llançar un dau, donats els esdeveniments incompatibles A = Sortir nombre primer i B = Sortir múltiple de 4, la probabilitat que tingui lloc un dels dos és:

    $$A = \{1, 3, 5\} \text{ i } B = \{4\} \rightarrow P(A \cup B) = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6}$$

  - Si són compatibles: $\boldsymbol{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)}$.

    Per exemple, si en llançar un dau obtenim $A = \{1, 3, 5\}$ i $B = \{3, 6\} \rightarrow P(A \cup B) = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6}$

- La **probabilitat de l'esdeveniment contrari** de A, $\overline{A}$, és: $\boldsymbol{P(\overline{A}) = 1 - P(A)}$.

  Per exemple, si en llançar un dau considerem $A = \{3, 6\}$, aleshores $\overline{A} = \{1, 2, 4, 5\} \rightarrow P(A) = \frac{2}{6}$ $\quad P(\overline{A}) = \frac{4}{6}$

  Comprovem que: $P(\overline{A}) = 1 - P(A) \rightarrow \frac{4}{6} = 1 - \frac{2}{6}$

ACTIVITATS

1 D'una baralla espanyola de 40 cartes n'extraiem una a l'atzar. Calcula aquestes probabilitats:

Esdeveniment	Probabilitat	Esdeveniment	Probabilitat
A = Treure espases	$P(A) =$	D = Treure espases o sota	$P(D) =$
B = Treure sota	$P(B) =$	E = No treure espases	$P(E) =$
C = Treure espases i sota	$P(C) =$	F = No treure sota	$P(F) =$

2 En una urna hi ha 4 boles blanques, 1 de vermella i 5 de negres. Considera l'experiment de treure una bola a l'atzar i calcula aquestes probabilitats:

Esdeveniment	Probabilitat	Esdeveniment	Probabilitat
A = Sortir bola blanca	$P(A) =$	D = Sortir bola que no sigui vermella	$P(D) =$
B = Sortir bola vermella	$P(B) =$	E = Sortir bola verda	$P(E) =$
C = Sortir bola que no sigui negra	$P(C) =$	F = Sortir bola blanca o negra	$P(F) =$

3 La probabilitat d'un esdeveniment és 0,2. Quina és la probabilitat de l'esdeveniment contrari?

APLICAR DIVERSES TÈCNIQUES DE CÀLCUL DE PROBABILITATS

Nom: ______ Curs: ______ Data: ______

- **Esdeveniments compostos:** són aquells que estan associats a experiments que es realitzen un darrere d'altre.
- **Diagrames en arbre:** diagrama que permet determinar la probabilitat d'un esdeveniment compost en funció dels esdeveniments simples que el componen
- **Taula de contingència:** taula de doble entrada que conté les dades del problema i amb la qual es podran calcular les probabilitats dels diferents esdeveniments compostos.

EXEMPLE

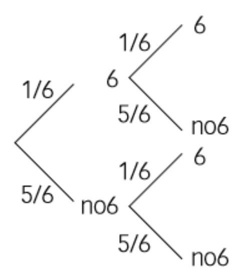
Llancem a l'aire un dau dues vegades seguides. Calcula la probabilitat de no obtenir cap 6.

Aquest experiment està compost de dos de senzills E = {6, no6} les probabilitats dels quals són

$P(6) = \frac{1}{6}$ i $P(\text{no}6) = \frac{5}{6}$, per la qual cosa, tenim:

Si volem obtenir la probabilitat de l'esdeveniment $A = \{\text{no}6, \text{no}6\}$, l'únic que hem de fer és multiplicar les probabilitats dels esdeveniments que el componen, o sigui

$P(A) = \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{36}$



Fem un estudi amb els 30 companys de classe sobre si porten ulleres o no en relació al sexe i hem obtingut la taula següent. Completa-la i calcula la probabilitat que si escollim a un noi porti ulleres.

	Noi	Noia	Total
Amb ulleres	4		
Sense ulleres		9	
Total	12		

N'hi ha prou a completar els buits tenint en compte que són 30 alumnes:

	Noi	Noia	Total
Amb ulleres	4	9	13
Sense ulleres	8	9	17
Total	12	18	30

I per tant, la probabilitat que si escollim un noi, porti ulleres és $P(A) = \frac{4}{30}$

ACTIVITATS

1 Fes aquest últim problema mitjançant un diagrama en arbre.

APLICAR DIVERSES TÈCNIQUES DE CÀLCUL DE PROBABILITATS

Nom: Curs: Data:

2 D'una baralla s'extreuen dues cartes per observar si son figures o no. Descriu l'espai mostral de l'experiment si, una vegada extreta la primera carta, la tornem a la baralla. Calcula les diferents probabilitats dels esdeveniments associats a l'experiment.

3 Fes el mateix exercici amb l'extracció de tres cartes i sense devolució de la carta a la baralla.

4 En una urna tenim 5 boles blanques i quatre de verdes. Traiem dues boles. Quina és la probabilitat d'obtenir dues boles blanques?

5 En un taller mecànic, es fa un estudi per determinar si la producció d'uns determinats aparells és més gran al torn del matí o al de tarda. Per això, es reuneixen una sèrie de dades que es veuen a la taula següent:

	Matí	Tarda	Total
Defectuós	2.234		
No defectuós		125	
Total		600	1.500

En quin torn surten els aparells amb més defectes?

Nom: Curs: Data:

ACTIVITATS

1 Quants resultats són possibles en el llançament de tres daus? Fes un diagrama d'arbre i calcula la probabilitat d'obtenir al menys un sis.

2 En una urna tenim 7 boles blanques i 4 de negres, i traiem tres boles. Calcula la probabilitat que les tres siguin blanques si cada vegada es torna la bola que es treu a la urna.

3 En l'activitat anterior, calcula la probabilitat que siguin del mateix color en els dos casos: que la bola que es treu es torni a l'urna i que no es torni.

Nom: Curs: Data:

4 En una urna hi ha 100 boles numerades de l'1 al 100. Traiem una bola el nombre de la qual sigui *n* i definim els esdeveniments.

A = «*n* és múltiple de 5»

B = «*n* és múltiple de 3»

C = «*n* és divisible per 2»

D = «*n* és divisible per 10»

E = «*n* és divisible per 1»

a) Quants esdeveniments elementals componen cada esdeveniment? Quina és la probabilitat de cadascun?

b) Hi ha dos esdeveniments incompatibles?

c) Hi ha dos esdeveniments compatibles? I contraris?

d) Troba la probabilitat de $A \cap B$, $A \cup B$ i D.

5 En una llar d'infants hi ha 20 nens i 16 nenes. La meitat dels nens i tres quartes parts de les nenes són morens i la resta són rossos. Quina és la probabilitat que si en triem un a l'atzar sigui nen o tingui els cabells morens?

