| Nom: | Grup: |
|---|---|
| | Data: |

# Tema 1. Nombres reals

RECORDA EL QUE ÉS ESSENCIAL

## NOMBRES REALS

### NOMBRES RACIONALS

Són els que es poden expressar com ...........
.....................................................................

EXEMPLES: $0{,}125 = \frac{\square}{\square}$ $12{,}333... = \frac{\square}{\square}$

### NOMBRES IRRACIONALS

L'expressió decimal d'un nombre irracional és
.....................................................................

EXEMPLE: $\sqrt{3}$ = ...........

## INTERVALS I SEMIRECTES

| NOM | EXPRESSIÓ | NOMBRES QUE COMPRÈN | REPRESENTACIÓ | EXEMPLE |
|---|---|---|---|---|
| | $(a, b)$ | | | |
| | $[a, b]$ | | | |
| | $(a, b]$ | | | |
| | $[a, b)$ | | | |
| | $(-\infty, b)$ | | | |
| | $(-\infty, b]$ | | | |
| | $(a, +\infty)$ | | | |
| | $[a, +\infty)$ | | | |

## ARRELS

• $\sqrt[n]{a} = b$ si $b^n = ...$ EXEMPLE: $\sqrt[3]{8} = 2$, perquè ...........

• Podem expressar un radical en forma de potència així: $\sqrt[n]{a} = ...$ $\sqrt[n]{a^m} = ...$

EXEMPLES: $\sqrt[5]{a} = ...$ $\sqrt[5]{3^2} = ...$ $8^{1/3} = ...$ $5^{3/4} = ...$

### PROPIETATS DELS RADICALS

① $\sqrt[np]{a^p} = \sqrt[n]{a}$ ② $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ ③ $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

EXEMPLE: $\sqrt[6]{5^3} = ...$ EXEMPLE: $\sqrt[3]{8 \cdot 3} = ...$ EXEMPLE: $\sqrt[4]{\frac{81}{16}} = ...$

④ $\left(\sqrt[n]{a}\right)^p = \sqrt[n]{a^p}$ ⑤ $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$

EXEMPLE: $\left(\sqrt[3]{5}\right)^2 = ...$ EXEMPLE: $\sqrt[3]{\sqrt{5}} = ...$

• **Racionalitzar** denominadors consisteix a ..........................................................................

| Nom: | Grup: |
|---|---|
| | Data: |

# Nombres reals

## PRACTICA

**1** Col·loca aquests nombres en el lloc de la taula que els correspon:

$2{,}53$ $\quad 2{,}\overset{\frown}{53}$ $\quad 3{,}1\overset{\frown}{4}$ $\quad \pi = 3{,}141592...$ $\quad 1{,}\overset{\frown}{4}$ $\quad \sqrt{2} = 1{,}4142...$

| RACIONALS | | IRRACIONALS |
|---|---|---|
| NOMBRE | EXPRESSIÓ FRACCIONÀRIA | |
| | | |

**2** Escriu, ordenant-los de menor a major, tres nombres de l'interval [2; 2,25].

**3** Representa el número $\sqrt{5}$, ajudant-te de regles i compàs. (Usa el teorema de Pitàgores).

**4** Escriu en notació científica aquests nombres.

a) 340 mil milions $\rightarrow$

b) 84 milionèsimes $\rightarrow$

**5** Expressa en forma radical i després simplifica les expressions següents:

a) $27^{2/3} = \sqrt[3]{27^2} = \sqrt[3]{(3^3)^2} = ...$

b) $8^{5/3} =$

c) $4^{3/2} =$

**6** Simplifica les expressions següents:

a) $\sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[4]{7^2} =$

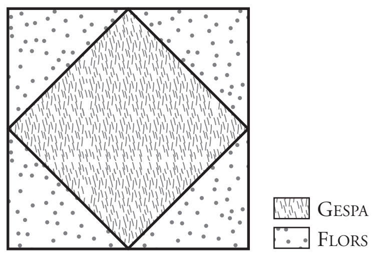
b) $\sqrt{3} : \sqrt[5]{3^2} =$

c) $\sqrt[3]{\sqrt{2^{12}}} =$

| Nom: | Grup: |
|---|---|

**APLICA. EL JARDINER**

El pare de la Marta és jardiner municipal. Li encarreguen que prepari un jardí segons les especificacions de l'arquitecte. Una vegada que en veu els plànols, s'adona que la tasca requerirà molts càlculs i demana ajuda a la filla, que fa 4t d'ESO. Segons el plànol, el jardí serà un quadrat, amb un altre quadrat més petit a l'interior, tal com es veu en el dibuix:




**1** El primer problema és que només li han donat la superfície del quadrat petit, 16 $m^2$. El jardiner demana a la Marta quin seria el costat del quadrat petit i el del gran, i afegeix que a l'informe final solen utilitzar sempre tres xifres decimals. Pots ajudar la Marta amb els càlculs?

**2** Com que volen posar una tanca metàl·lica envoltant el jardí, el jardiner diu a la Marta que el rotlle de cinc metres val 12 euros i que calculi quant es gastaran en la tanca.

**3** Mentre el jardiner posa la tanca, rep una trucada de la seva cap que li diu que vol saber la superfície que ocuparà el jardí, especificant la zona de gespa i la de flors, amb vista a introduir les dades en la memòria anual de la regidoria. La Marta s'ofereix a calcular les dades que demanen. Quins resultats obté la Marta?

**4** La Marta recorda que està estudiant fites d'errors a l'institut i decideix passar l'estona fent comptes mentre el seu pare acaba la feina. La Marta calcula una fita de l'error absolut i una altra de l'error relatiu de la longitud del costat del quadrat gran. Quines han estat les fites trobades per la Marta?

# ACTIVITATS DE REFORÇ • MATEMÀTIQUES 4t ESO

| Nom: | Grup: |
|---|---|
| | Data: |

## Tema 2. Polinomis i fraccions algebraiques RECORDA EL QUE ÉS ESSENCIAL

**DIVISIÓ DE POLINOMIS**

El procés per dividir dos polinomis és similar a ...............................................................

EXEMPLE: $3x^3 - 2x^2 + \quad 4 \;\; \underline{|\, x^2 + 1}$

La **regla de Ruffini** serveix per dividir un polinomi entre ...................................................

EXEMPLE: $(6x^5 - 3x^4 + 2x - 3) : (x - 1)$

$$\begin{array}{c|cccccc} & 6 & -3 & 0 & 0 & 2 & -3 \\ 1 & & & & & & \\ \hline \end{array}$$

**DIVISIBILITAT PER $x - a$**

Perquè un polinomi amb coeficients enters sigui **divisible per $x - a$,** és necessari que ..................

..........................................................................................................................................

**TEOREMA DEL RESIDU**

El valor que pren un polinomi, $P(x)$, quan fem $x = a$, coincideix amb ..........................................

..........................................................................................................................................

**FACTORIZACIÓ DE POLINOMIS**

- **Factorizar** consisteix a ..........................................................................................................
- **Treure factor comú** consisteix a ..........................................................................................

  EXEMPLE: $3x^4 + 2x^3 - 5x = ...$
- Podem usar les **identitats notables** per factoritzar.

  EXEMPLES: $x^2 + 4x + 4 = ...$ $\qquad x^2 - 6x + 9 = ...$ $\qquad x^2 - 25 = ...$
- En general, el **procediment per factoritzar** un polinomi és.........................................................

  ..........................................................................................................................................

  EXEMPLE: $x^4 - x^3 - 16x^2 + 16x = ...$

**FRACCIONS ALGEBRAIQUES**

- Una **fracció algebraica** és ....................................................................................................

  ..........................................................................................................................................
- La manera d'operar-hi és.............................................................................................................

  ..........................................................................................................................................

BARCANOVA

| Nom: | Grup: |
| --- | --- |
| | Data: |

# Polinomis i fraccions algebraiques

**PRACTICA**

**1** Divideix els polinomis $(x^5 - 6x^3 - 25x) : (x^2 + 3x)$.

**2** Fes aquestes divisions per la regla de Ruffini. Indica el polinomi quocient $Q(x)$ i el residu $R$, en cada cas:

a) $(x^3 - 3x^2 + 2x + 4) : (x + 1)$ b) $(2x^4 + x^3 - 5x - 3) : (x - 2)$

**3** Aplica el teorema del residu i calcula el residu d'aquestes divisions sense fer-les.

a) $(x^5 - 32) : (x - 2)$ b) $(x^4 + x^2 + 1) : (x + 1)$ c) $(2x^3 - 15x - 8) : (x - 3)$

**4** Factoritza aquestes expressions, traient factor comú:

a) $2x^4 - 8x^2 + 4x$

b) $5x^3 - 25x^2$

c) $\dfrac{x^5}{3} - \dfrac{x^3}{9} + \dfrac{x^2}{3}$

**5** Factoritza aquestes expressions, usant identitats notables:

a) $4x^2 - 12x + 9$

b) $16x^2 + 8x + 1$

c) $25x^2 - 9$

**6** Troba, mitjançant Ruffini, les arrels enteres d'aquests polinomis i factoritza'ls.

a) $x^3 + 8x^2 + 21x + 18$ b) $x^4 - 10x^2 + 9$

| Nom: | Grup: |
|---|---|

## APLICA. AFLUÈNCIA DE VIATGERS

El consorci d'autobusos interurbans d'una certa ciutat ha estudiat l'afluència de viatgers divendres al matí. Després d'obtenir-ne les dades i sotmetre-les a l'estudi del seu centre de càlcul, han arribat a la conclusió que l'afluència de viatgers, en milers, ve donada per l'expressió polinòmica $V(x) = 27x^3 - 54x^2 + 27x$, on $x$ és l'hora del matí segons la relació següent: $x = 0$ correspon a les 6.00 h; $x = 1$, a les 9.00 h, i $x = 2$, a les 12.00 h. Una vegada calculada l'expressió, la passen a tots els instituts de la ciutat perquè realitzin determinats càlculs.

**1** La primera cosa que faràs és factoritzar tot el que puguis el polinomi $V(x)$. (Treu-ne factor comú, aplica-hi les identitats notables, etc.).

**2** Ara calcularàs quants viatgers arriben en cada moment a la terminal. Completa la taula següent, recordant les equivalències entre hores del dia i valor de $x$.
(Per exemple: les 6 h corresponen a $x = 0$, les 7 h correspon a $x = \frac{1}{3}$, etc.).

| | 6 h | 7 h | 8 h | 9 h | 10 h | 11 h | 12 h |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | 0 | $\frac{1}{3}$ | $\frac{2}{3}$ | 1 | | | |
| $V(x)$ (en milers) | | | | | | | |

**3** Entre les 6 h i les 10 h, quina és l'hora punta (hora de màxima afluència de viatgers)? I l'hora de menor afluència? Com es poden explicar aquestes dades?

BARCANOVA

Nom: | Grup:

Data:

# Tema 3. Equacions, inequacions i sistemes

RECORDA

## EQUACIONS DE SEGON GRAU

**COMPLETES**

$ax^2 + bx + c = 0$, amb $a \neq 0$, es resol amb la fórmula:

$x =$ ................................

**INCOMPLETES**

$ax^2 + c = 0$, amb $a \neq 0$, es resol:

.......................................
.......................................

$ax^2 + bx = 0$, amb $a \neq 0$, es resol:

.......................................
.......................................

## ALTRES TIPUS D'EQUACIONS

**BIQUADRADES**

Per resoldre-les, .....................................
...............................................................
...............................................................
...............................................................

EXEMPLE: $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$

**AMB x EN EL DENOMINADOR**

Per resoldre-les, .....................................
...............................................................

EXEMPLE: $\frac{2}{x} + 2x = 5$

**AMB RADICALS**

Per resoldre-les, .....................................
...............................................................
...............................................................

EXEMPLE: $\sqrt{x+1} - 5 = 0$

**TIPUS (...) · (...) · (...) = 0**

Per resoldre-les, .....................................
...............................................................
...............................................................

EXEMPLE: $x(x + 1)(2x - 7) = 0$

## MÈTODES DE RESOLUCIÓ DE SISTEMES LINEALS

**SUBSTITUCIÓ**

Consisteix a.........................
...........................................
...........................................

**IGUALACIÓ**

Consisteix a.........................
...........................................
...........................................

**REDUCCIÓ**

Consisteix a.........................
...........................................
...........................................

## INEQUACIONS

- Una **inequació** és..........................................................................................
- Les **solucions** d'una inequació són ..........................................................................

  i s'expressen en forma de .....................................................................................
- Les solucions d'un sistema de dues inequacions de primer grau amb una incògnita

  s'obtenen mitjançant ...........................................................................................

| Nom: | Grup: |
| --- | --- |
| | Data: |

# Equacions, inequacions i sistemes

## PRACTICA

**1** Resol aquestes equacions de 2n grau, aplicant-hi la fórmula:

a) $x^2 - 6x + 8 = 0$ b) $x^2 - 4x + 4 = 0$

**2** Resol sense aplicar-hi la fórmula:

a) $x^2 - \frac{5x}{2} = 0$ b) $8x^2 - 32 = 0$

**3** Resol les equacions biquadrades següents:

a) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$ b) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$

**4** Resol aquestes equacions, eliminant primer denominadors:

a) $\frac{3}{x} + 9x = 3x + 9$ b) $\frac{4}{x^2} + \frac{1}{x} = 5$

**5** Resol aquests sistemes:

a) $\begin{cases} x + y = 1 \\ x \cdot y = -30 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 7 \\ x + y = 7 \end{cases}$

**6** Resol aquestes inequacions:

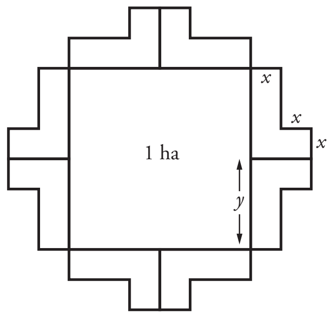
a) $6x - 4 < 2x + 3$ b) $x + \frac{x}{2} \geq 3$

BARCANOVA

| Nom: | Grup: |
|---|---|

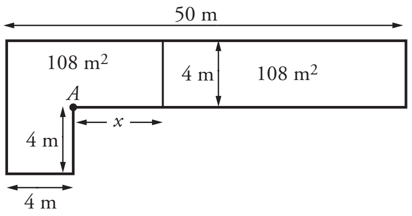
## APLICA. LA URBANITZACIÓ

La professora de matemàtiques us proposa que dissenyeu una urbanització de pisos. Tal com es mostra en el dibuix, es pretenen edificar 8 blocs d'apartaments entorn d'una gran plaça quadrada d'1 ha de superfície. Cada bloc ha d'ocupar 216 m$^2$.




**1** Quines han de ser les dimensions $x$ i $y$ de cada bloc d'apartaments?

**2** De cada planta es volen treure dos apartaments com els que veus en el dibuix, de 108 m$^2$ cada un. A quina distància $x$ del cantó A s'ha de construir l'envà de separació?




**3** En la plaça volem plantar rosers i arbres. La professora no recorda quants en vol posar de cada espècie, però recorda que si sumem el doble del nombre de rosers més el triple del nombre d'arbres, surt 66. A més, afegeix que si se sumen el nombre de rosers amb la meitat del nombre d'arbres, obtenim 23. Quin és el nombre de rosers i d'arbres que posarem a la plaça?

| Nom: | Grup: |
|---|---|
| | Data: |

# Tema 4. Funcions. Característiques

RECORDA EL QUE ÉS ESSENCIAL

## FUNCIONS

### FORMES DE DONAR UNA FUNCIÓ

Una funció pot donar-se per:

— una ......................................................

— ..............................................................

— ..............................................................

— ..............................................................

### GRÀFIC D'UNA FUNCIÓ

Un gràfic representa una funció si a cada valor de $x$ li ...............................................

EXEMPLES: **Funció** **No funció**

## CARACTERÍSTIQUES D'UNA FUNCIÓ

### DOMINI DE DEFINICIÓ

És el conjunt de valors de $x$ .........................

..................................................................

Causes que poden limitar el domini:

..................................................................

..................................................................

..................................................................

..................................................................

### CREIXEMENT, DECREIXEMENT, MÀXIMS I MÍNIMS

- $f$ és **creixent** en un interval si ...................
..................................................................
- $f$ és **decreixent** en un interval si ...............
..................................................................
- $f$ té un **màxim relatiu** en un punt quan .......
..................................................................
- $f$ té un **mínim relatiu** en un punt quan ........
..................................................................

### DISCONTINUÏTATS

- Raons per les quals una funció pot ser **discontínua** en un punt:

a) Té branques ................ b) ........................... c) ..............................

- Es diu que una funció és **contínua** quan .................................................................................

## VARIACIÓ D'UNA FUNCIÓ

### PENDENT D'UNA RECTA

És la variació ...............................................

El pendent d'una recta es troba així:

- Si coneixem dos punts: $m$ = ...........
- Si coneixem l'equació de la recta, .........
..................................................................

### TAXA DE VARIACIÓ MITJANA EN [$a$, $b$]

- És el pendent de ......................................
..................................................................

TVM [$a$, $b$] = .......................

- Mesura el grau de ....................................
..................................................................

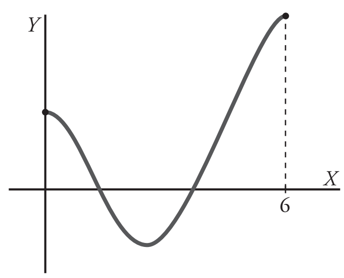
| Nom: | Grup: |
| --- | --- |
| | Data: |

# Funcions. Característiques

## PRACTICA

**1** Troba el domini de definició d'aquestes funcions:

a)

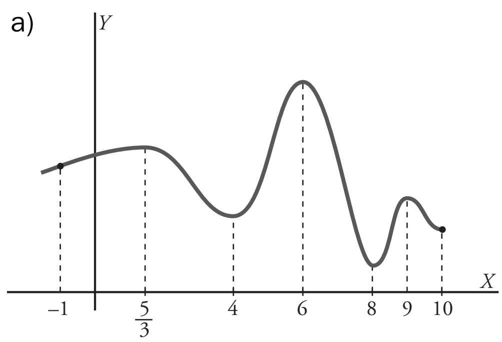



b) $f(x) = \dfrac{3}{x-2}$

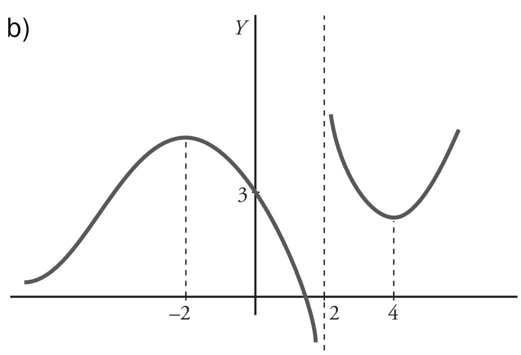
c) $f(x) = \sqrt{x-1}$

**2** Assenyala els intervals de creixement i de decreixement, i els valors de $x$ on les funcions presenten màxim o mínim relatius, en cada cas.

a)

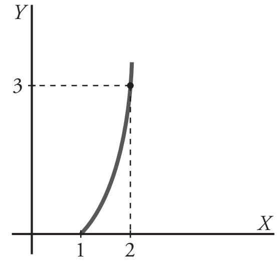



b)

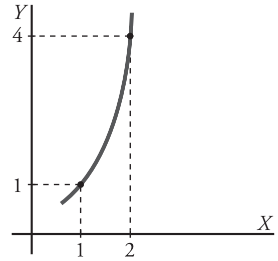



**3** Quina d'aquestes funcions creix més «ràpid» en l'interval esmentat? Esbrina-ho calculant la taxa de variació mitjana en aquest interval.

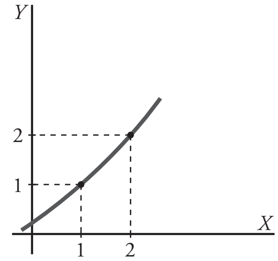
a)




b)



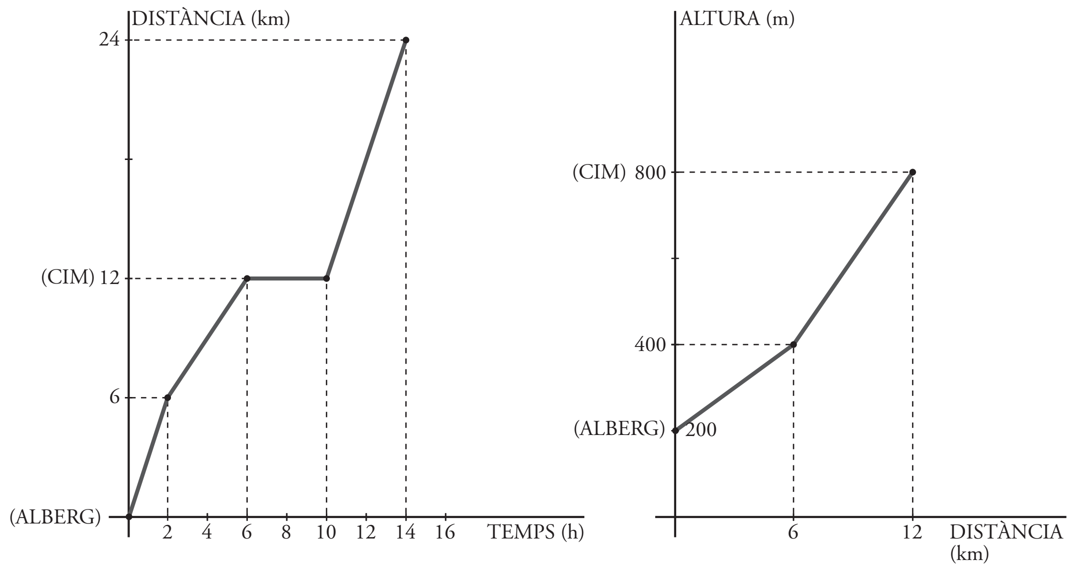

c)



| Nom: | Grup: |
|---|---|

## APLICA. DIA DE SENDERISME

Els alumnes de batxillerat han anat a fer senderisme. Aprofitant la circumstància, el professor de matemàtiques us encarrega una investigació sobre el dia en el camp. La marxa ha començat a les 6.00 h i han hagut d'ascendir per una muntanya situada a 12 km de l'alberg on s'allotjaran. De les gràfiques següents, el primer mostra la relació entre l'espai recorregut i el temps que han caminat, i el segon, el perfil geològic de la marxa.




**1** a) Quin és el domini de definició de la funció *temps utilitzat-distància recorreguda*?

b) A quina hora ha acabat l'excursió?

**2** La funció és, quasi sempre, creixent (a més temps utilitzat, més quilòmetres recorreguts). No obstant això, es veu un període de temps en què la gràfica és una recta horitzontal. Quin és? Com interpretes aquesta situació durant l'excursió? En quin quilòmetre ocorre això?

**3** Al llarg de les dues primeres hores del recorregut (interval [0, 2]), la gràfica creix més ràpid que en l'interval [2, 6]. Quina és la TVM de la funció en cada tram? Interpreta-ho observant la gràfica del perfil.

**4** Calcula la velocitat en cada un dels trams de pujada. Quina és la velocitat mitjana emprada en la pujada?

| Nom: | Grup: |
|---|---|
| | Data: |

# Tema 5. Funcions elementals

RECORDA EL QUE ÉS ESSENCIAL

## ALTRES FUNCIONS

### LINEALS

- Expressió: .....................
- Gràfica: .........................
- $m$ = ........
- $n$ és la .........................

### QUADRÀTIQUES

- Expressió: .....................
- Gràfica: .........................
- Si $a > 0$, ........................
- Si $a < 0$, ........................
- Vèrtex en $x$ = .........

### A TROSSOS

La seva expressió analítica és ..................................

EXEMPLE:

$$\begin{cases} x^2, & x < 1 \\ 1 - x, & x \geq 1 \end{cases}$$

### FUNCIÓ DE PROPORCIONALITAT INVERSA

- Expressió analítica: ........................................
- Domini de definició: .......................................
- La seva gràfica s'anomena .............................

Gràfica:

- Les rectes a què s'aproximen les branques de la corba s'anomenen ....................................

### FUNCIONS RADICALS

- Expressió analítica: ...............................
- Domini de definició: ...........................
- Gràfica:

## FUNCIONS EXPONENCIALS I LOGARÍTMIQUES

### FUNCIONS EXPONENCIALS

- Equació: $y$ = ....................
  - La base ha de ser .............................
  - És creixent si ........ i decreixent si .......
  - Passa per (0, ...) i (1, ...)
- Domini de definició: ...............................
- Gràfica:

$a > 1$ $a < 1$

### FUNCIONS LOGARÍTMIQUES

- Equació: $y$ = ....................
  - La base ha de ser .............................
  - Passa per (1, ...) i per (... , ...)
- Domini de definició: ...............................
- La seva inversa és .................................
- Gràfica:

### DEFINICIÓ DE LOGARITME D'UN NOMBRE

S'anomena logaritme en base $a$ de $P$, i s'escriu .......... a l'exponent .......................................................................................... $\Big\}$ $\log_a P = x \Leftrightarrow$ .........

Si la base és 10, els logaritmes s'anomenen .......................

| Nom: | Grup: |
| --- | --- |
| | Data: |

# Funcions elementals

## PRACTICA

**1** Representa les funcions quadràtiques següents:

a) $y = \dfrac{x^2}{4}$ b) $y = 2x^2 + 6x$ c) $y = -x^2 + 6x - 5$

**2** Representa aquestes funcions de proporcionalitat inversa:

a) $y = \dfrac{3}{x}$ b) $y = -\dfrac{2}{x}$ c) $y = \dfrac{1}{x + 2}$

**3** Representa aquestes funcions radicals:

a) $y = \sqrt{x - 1}$ b) $y = \sqrt{x + 1}$ c) $y = \sqrt{4 - x}$

## APLICA. NEGOCIS

El germà de la Clara vol obrir una botiga de fotocòpies i li demana ajuda perquè realitzi uns càlculs inicials sobre la rendibilitat del negoci. Com que la Clara és amiga teva, quedeu un dia per fer el treball. La Clara et diu que el proveïdor del seu germà assegura que la fotocopiadora treballa segons la tarifa per còpia següent:

$$y = \frac{5x + 2}{x}$$

on $x$ és el nombre de còpies i $y$ és el preu expressat en cèntims.

**1** En primer lloc, necessiteu saber com varia el preu de cada còpia segons el nombre de còpies. Per això decidiu fer una taula per als valors $x = 1, 5, 10, 100, \ldots, 1.000$, etc. Després penseu que, potser, seria molt recomanable veure les dades reflectides en una gràfica i us hi poseu. Entorn de quin valor s'estabilitza el preu per còpia?

**2** El germà de la Clara li va dir que les despeses que reporta la màquina pel seu manteniment són 15 € per revisar-la cada 10.000 còpies i 50 € per reposar el tòner de tinta cada 5.000 còpies. Us pregunta quina és la despesa per còpia.

**3** Penseu que al seu germà li aniria molt bé conèixer la funció $R(x)$ que dóna la rendibilitat de la màquina en funció del nombre de còpies:

$$R(x) = [\text{Tarifa segons el nombre de còpies} - \text{despesa per còpia}] \cdot x$$

Juntament amb la seva expressió algebraica li doneu una taula de valors i la seva gràfica aproximada.

**4** Si la màquina li ha costat 300 €, amb quantes còpies començarà a amortitzar-la, és a dir, a partir de quantes còpies guanyarà més de 300 €?

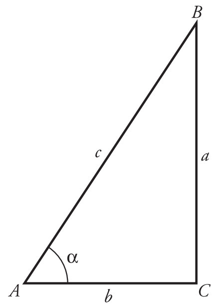
| Nom: | Grup: |
|---|---|
| | Data: |

# Tema 7. Trigonometria

RECORDA EL QUE ÉS ESSENCIAL

## TRIGONOMETRIA

### RAONS TRIGONOMÈTRIQUES D'UN ANGLE AGUT




*sin* α = .....................

*cos* α = .....................

*tg* α = ........................

### RELACIONS FONAMENTALS

Són: I) .............................................................

II) .............................................................

Serveixen per obtenir ........................................

.........................................................................

.........................................................................

.........................................................................

### RAONS TRIGONOMÈTRIQUES D'ALGUNS ANGLES

| | 30° | 45° | 60° |
|---|---|---|---|
| *sin* α | | | |
| *cos* α | | | |
| *tg* α | | | |

### RESOLUCIÓ DE TRIANGLES

Resoldre un triangle és trobar ..........................................................................................

.................................................................................................................................

- Triangles rectangles: per resoldre'ls s'utilitza ..................................................................
- Triangles obliquangles: per resoldre'ls cal traçar ..........................................................

.................................................................................................................................

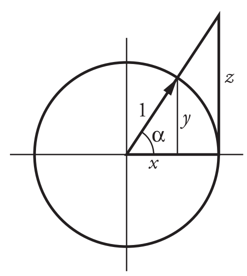
.................................................................................................................................

### RAONS TRIGONOMÈTRIQUES D'ANGLES ENTRE 0° I 360°

**Representació d'angles**

- S'utilitza una circumferència de radi ....... i centre en ........... que s'anomena .............................
- Per representar un angle en la circumferència es procedeix així:
  - – El vèrtex en .........................................................................................
  - – Un dels costats sobre ....................................................................
  - – Per situar l'altre costat es mesura l'angle en sentit .........................

    .........................................................................................




**Sinus, cosinus i tangent**

Si 0° ≤ α ≤ 360°:

*sin* α = ....................... *cos* α = ....................... *tg* α = .......................

Els angles que no tenen tangent són els de ........................................

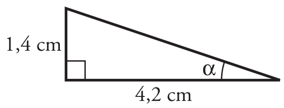
| | |
|---|---|
| **Nom:** | **Grup:** |
| | **Data:** |

# Trigonometria

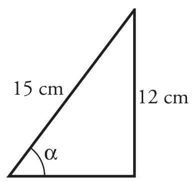
**PRACTICA**

**1** Troba les raons trigonomètriques de l'angle $\alpha$ en cada cas:

a)



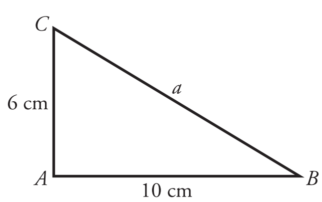

b)



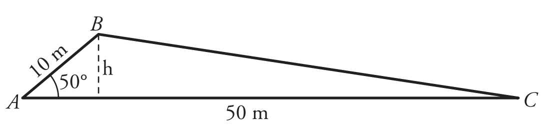

**2** Si $sin\ \alpha = \dfrac{2}{5}$, calcula $cos\ \alpha$ i $tg\ \alpha$ utilitzant les relacions fonamentals $(0 < \alpha < 90°)$.

**3** Sabent que $tg\ \alpha = 2$, calcula, en forma de radical, el valor de $sin\ \alpha$ i $cos\ \alpha$ $(\alpha < 90°)$.

**4** Resol (troba els costats i angles desconeguts) el triangle següent:

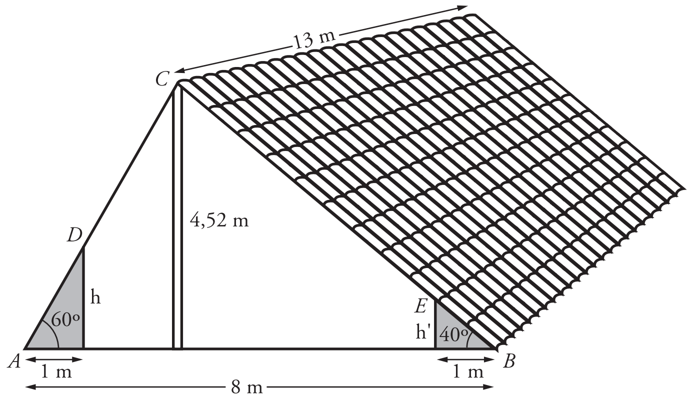



**5** Calcula l'àrea d'aquest triangle (calcula'n primer l'altura sobre la base).



## APLICA. LES GOLFES

Uns oncles teus, en Dídac i la Carme, volen construir unes golfes sobre casa seva al poble i et demanen ajuda per fer els càlculs. Observa el plànol que et donen i a veure si pots contestar les seves preguntes.




**1** «A quina distància de *A* i de *B* caldrà posar la biga de màxima altura?», et pregunta la Carme. Què li respons?

**2** «Escolta, m'aniria bé que em diguessis quina serà l'altura de les portes dels armaris, h i h', per comprar la fusta». Troba la dada que et demana l'oncle.

**3** Un cop fets els armaris, els teus oncles volen folrar de fusta tota la superfície del sostre i et pregunten quina és aquesta superfície. (Són rectangles de longitud 13 m i amplada $\overline{DC}$ i $\overline{CE}$, respectivament).

**4** A més, volen posar radiadors per escalfar les golfes. Et diuen que cada un ha d'escalfar uns 30 m$^3$. Quants radiadors necessitaran per a totes les golfes? (Has de calcular el volum útil de les golfes, és a dir, descomptant-hi el volum dels armaris).

| Nom: | Grup: |
|---|---|
| | Data: |

# Tema 9. Estadística

RECORDA EL QUE ÉS ESSENCIAL

## ESTADÍSTICA

### VARIABLES ESTADÍSTIQUES

**Variables quantitatives** són les que ...........................................................................................

Poden ser d'un d'aquests dos tipus:

- quantitatives **discretes** si ...........................................................................................
- quantitatives **contínues** si ...........................................................................................

**Variables qualitatives** són les que ...........................................................................................

EXEMPLES: «la professió del pare» és ...........................................................................................

«el pes» és ...........................................................................................

«el nombre de cotxes que hi ha en cada família» és ...........................................................

### PARÀMETRES ESTADÍSTICS

MITJANA: $\overline{x}$ = ....................................................... VARIÀNCIA: *Var* = ....................................................

DESVIACIÓ TÍPICA: $\sigma$ = ............................................ COEFICIENT DE VARIACIÓ: C.V. = ..................................

EXEMPLE: Calcular $\overline{x}$, *Var*, $\sigma$ i C.V. per a aquesta distribució: 3, 4, 6, 6, 7, 7, 7, 8, 8, 9

### MESURES DE POSICIÓ

Cada una de les mesures de posició és un paràmetre que divideix la població en dues parts de grandàries previstes.

- La **mediana**, *Me*, parteix la població en dues parts ........................................

  És a dir, el ...... % de la població mesura menys que *Me* i el ...... % mesura més.
- El quartil inferior, $Q_1$, deixa per sota el ...... % i per sobre el ...... %.
- El quartil superior, $Q_3$, deixa per sota el ...... % i per sobre el ...... %.

  EXEMPLE: Digues quines són la mediana i els quartils de la distribució següent:

  2, 3, 4, 4, 6, 6, 7, 7, 8, 8, 9, 10

BARCANOVA

| Nom: | Grup: |
|---|---|
| | Data: |

# Estadística

**PRACTICA**

**1** Donada la distribució següent:

3 3 3 4 4 5
5 6 6 8 8 8

Completa la taula:

| $x_i$ | $f_i$ | $x_i f_i$ | $x_i^2 f_i$ |
|---|---|---|---|
| 3 | | | |
| 4 | | | |
| 5 | | | |
| 6 | | | |
| 8 | | | |
| | | | |

**2** Amb ajuda de la taula anterior, calcula els paràmetres $\bar{x}$, $\sigma$ i C.V.

**3** Completa ara aquesta altra taula:

| $x_i$ | $f_i$ | $F_i$ | en % |
|---|---|---|---|
| 3 | | | |
| 4 | | | |
| 5 | | | |
| 6 | | | |
| 8 | | | |

**4** Amb les dades de la segona taula, calcula $Q_1$, $Me$ i $Q_3$.

BARCANOVA

## APLICA. CONTROL DE LIMITACIÓ DE VELOCITAT

En un punt conflictiu d'una carretera hi ha un limitador de velocitat a 90 km/h. S'ha fet un estudi estadístic, mesurant per radar la velocitat dels vehicles que hi han passat durant una hora. El resultat, corresponent a 30 cotxes, ha estat el següent:

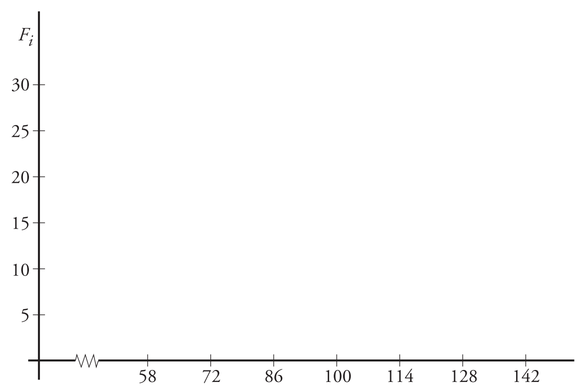
| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 100 | 110 | 120 | 120 | 130 | 110 | 90 | 95 |
| 95 | 80 | 85 | 70 | 65 | 75 | 85 | 105 |
| 100 | 110 | 80 | 90 | 90 | 95 | 130 | 140 |
| 140 | 140 | 60 | 60 | 60 | 70 | | |

**1** El departament d'estudis estadístics necessita agrupar les dades en una taula per poder fer els càlculs. Completa la taula següent per ajudar-los.

| INTERVAL | MARQUES $x_i$ | $f_i$ | $F_i$ | % | $x_i f_i$ | $x_i^2 f_i$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| [58, 72) | | | | | | |
| [72, 86) | | | | | | |
| [86, 100) | | | | | | |
| [100, 114) | | | | | | |
| [114, 128) | | | | | | |
| [128, 142) | | | | | | |

**2** Necessiten que calculis els paràmetres $\overline{x}$, *Var*, $\sigma$ i C.V.

**3** Per poder elaborar un informe precís, han de construir el polígon de freqüències acumulades. Fes aquest treball per a ells.




**4** Fins a quina velocitat transiten el 25 % dels vehicles de la mostra?

**5** De quina velocitat no excedeixen el 50 % dels vehicles?

| Nom: | Grup: |
|---|---|
| | Data: |

# Tema 11. Combinatòria

RECORDA EL QUE ÉS ESSENCIAL

## COMBINATÒRIA

### VARIACIONS AMB REPETICIÓ

Són les agrupacions ordenades de $n$ elements que es poden formar a partir de $m$ elements diferents. Es poden repetir i hi influeix l'ordre.

El nombre de variacions amb repetició de m elements presos de $n$ en $n$ és:

$VR_{m,\,n}$ = ........................

EXEMPLE: Quants resultats poden sortir en llançar una moneda dues vegades? $VR_{2,\,2}$ = ...................

I en llançar-la tres vegades? ...................

### VARIACIONS ORDINÀRIES

Són les agrupacions ordenades de $n$ elements no repetits que es poden formar a partir de $m$ elements diferents.

El nombre de variacions amb repetició de $m$ elements presos de $n$ en $n$ és:

$V_{m,\,n}$ = ........................

EXEMPLE: De quantes maneres 6 atletes poden quedar primer, segon i tercer en una cursa?

.......................................................................................................................................

### PERMUTACIONS

Són les diferents maneres en què es poden ordenar els $m$ elements d'un conjunt.

El nombre de permutacions de $m$ elements és:

$P_m$ = ........................

EXEMPLE: De quantes maneres puc col·locar tres llibres en una prestatgeria, d'esquerra a dreta?

.......................................................................................................................................

### COMBINACIONS

Són els diversos subconjunts de $n$ elements que es poden obtenir amb un conjunt de $m$ elements. No hi influeix l'ordre. No es poden repetir.

El nombre de combinacions de m elements presos de $n$ en $n$ és:

$C_{m,\,n}$ = ........................

EXEMPLE: Quants grups de tres puc escollir d'un grup de cinc alumnes?

.......................................................................................................................................

| Nom: | Grup: |
|---|---|
| | Data: |

# Combinatòria

**PRACTICA**

**1** Quatre equips de futbol sala A, B, C i D s'enfronten entre si, tots contra tots, en un torneig. De quantes maneres diferents poden quedar al final el 1r i el 2n? Utilitza un diagrama d'arbre.

**2** En una lliga de 10 equips d'handbol, de quantes maneres poden quedar classificats els tres primers? En quantes *A* és campió?

**3** Llanço un tetraedre (4 cares) numerat. Quants resultats poden sortir? I si el llanço dues vegades? I si el llanço tres vegades?

**4** Amb dos colors: *A* (blau) i *V* (vermell), quantes banderes de dues franges verticals pots formar? I amb tres colors per a tres franges?

**5** Volem que tres pobles *A*, *B* i *C* tinguin línia de fibra òptica que els comuniqui tots entre tots. Quantes línies hi hem d'instal·lar? I si fossin quatre pobles? I si fossin deu pobles?

## APLICA. FABRICACIÓ DE IOGURTS

En una fàbrica de iogurts tenen el sistema següent per codificar els diversos productes que elaboren. Hi ha tres sabors: natural (N), maduixa (M) i plàtan (P). Per cada sabor produeixen dos tipus de iogurts: sencer (codi 0) i desnatat (codi 1). De cada tipus en fabriquen dues modalitats: amb cereals (codi 0) i sense cereals (codi 1). Alhora, pretenen utilitzar dos tipus d'envasos: d'un quart de litre (codi 0) i d'un litre (codi 1).

**1** Hem trobar unes etiquetes que posen «P101». A quin producte pertanyen?

**2** El departament de compres vol saber quantes etiquetes diferents han d'elaborar per a tots els productes. Pots dir-li-ho?

**3** Han decidit fabricar uns altres dos sabors: kiwi i préssec. Quants tipus de productes llançarà ara l'empresa al mercat?

**4** En el laboratori han observat que els iogurts obtinguts en barrejar dos sabors entre els cinc elaborats donen un resultat excel·lent. Quantes barreges poden obtenir?

BARCANOVA

| Nom: | Grup: |
|---|---|
| | Data: |

# Tema 12. Càlcul de probabilitats

**RECORDA EL QUE ÉS ESSENCIAL**

## CÀLCUL DE PROBABILITATS

### PROPIETAT FONAMENTAL DE L'ATZAR. LLEI DELS GRANS NOMBRES

- Repetim un experiment un nombre $N$ de vegades, tan gran com vulguem. Anotem el nombre de vegades que surt un esdeveniment $S$ determinat. Aquest nombre l'anomenem freqüència absoluta $f(s)$ de $S$.
- A mesura que $N$ creix, el quocient $\frac{f(s)}{N}$ (freqüència relativa de S) s'estabilitza entorn d'un valor.
- **Conseqüències:** en fer una experiència aleatòria amb un instrument irregular, estimem la *probabilitat* d'un esdeveniment $S$ assignant-li el valor $p = \frac{f(s)}{N}$ ($p$ és una mesura de la presència de l'esdeveniment en l'experiment).

### LLEI DE LAPLACE

- Si realitzem una experiència aleatòria amb un instrument regular (dau no trucat, moneda, etc.), la probabilitat d'un esdeveniment $S$ és el quocient $p = \frac{\textit{nombre de casos favorables a } S}{\textit{nombre de casos possibles}}$

EXEMPLE: Probabilitat de treure nombre primer en llançar un dau: $S = \{2, 3, 5\}$

$p =$ ......................

### EXPERIÈNCIES COMPOSTES

El càlcul de probabilitats en una experiència composta se simplifica si es descompon en experiències simples. Aquestes poden ser independents o dependents.

**Experiències independents.** Dues experiències són **independents** quan........................................

..........................................................................................................................................

En aquest cas, $P[S_1$ en la 1a i $S_2$ en la 2a$]$ = ..................................................................

..........................................................................................................................................

**Experiències dependents.** Dues experiències són **dependents** quan ............................................

..........................................................................................................................................

En aquest cas, $P[S_1$ en la 1a i $S_2$ en la 2a$]$ = ..................................................................

EXEMPLES:

- Les experiències «llançar un dau» i «llançar una moneda» són ..................................................

  Per tant, $P$[3 en el dau i CARA en la moneda] = ..........................................................................

- Si tenim una bossa amb 3 boles blanques i 2 de negres i realitzem dues extraccions, les experiències «color de la 1a bola» i «color de la 2a bola» són ..............................................

  Per tant, P[blanca la 1a i blanca la 2a] = ........................................................................

| Nom: | Grup: |
|---|---|
| | Data: |

# Càlcul de probabilitats

**PRACTICA**

**1** Si llances una moneda 3 vegades:

a) Quants resultats possibles obtens?

b) Quina probabilitat tens de treure només dues cares?

c) I de no treure més d'una creu?

**2** Extraiem una carta d'una baralla de 40. Calcula:

a) Probabilitat que sigui AS.

b) Probabilitat que sigui AS o FIGURA.

c) Probabilitat de treure AS o COPES.

**3** D'una urna amb 5 boles vermelles, 3 de negres i 2 de blanques extraiem una bola, la tornem a l'urna i després fem una 2a extracció.

a) Quina probabilitat hi ha que no surti blanca en les dues?

b) I si després de la 1a extracció no tornem la bola?

**4** En un joc, el jugador guanya si, en llançar una moneda 3 vegades i extreure una carta d'una baralla, el resultat és: «No treure més d'una creu» i «No sortir espases». En cas contrari, perd. Quina probabilitat té el jugador de guanyar?

**APLICA. FESTES DEL BARRI**

Durant les festes del barri, vas amb les teves amigues i amics a la fira. Allà us pareu davant una caseta on el firaire us proposa l'aposta següent:

«Aposta i guanya! Llançaré una moneda quatre vegades i després trauré una carta de la baralla.

— Si surt cara 2 o 3 vegades i la carta és de bastos o espases, m'emporto la teva aposta.

— Si surt cara 0, 1 o 4 vegades i la carta és d'oros o copes, aleshores et donaré un 50 % més del que has apostat.

— Si surt un altre resultat, continuem jugant!».

El joc sembla molt beneficiós per a l'apostador, però hi ha alguna cosa que us preocupa i decidiu fer uns quants càlculs.

**1** En primer lloc, us pregunteu quina serà la probabilitat de treure cara 0, 1 o 4 vegades.

**2** Després, voleu calcular la probabilitat de treure cara 2 o 3 vegades.

**3** Passeu a les cartes. Us poseu a calcular la probabilitat de treure oros o copes en extreure una carta de la baralla.

**4** Quina probabilitat teniu de guanyar l'aposta? I de perdre-la? I de continuar jugant sense guanyar ni perdre?

**5** Què s'espera que ocorri si l'apostador posa $x$ euros en el platet? Us adoneu que heu d'analitzar la funció de guany o pèrdua $E(x) = 1{,}5\,x\,p - x\,q$, on $p$ és la probabilitat de guanyar i $q$ és la probabilitat de perdre.

**6** Quin serà el resultat més probable si aposteu 100 euros entre tots? I si hi poguéssiu jugar 1.000 euros?