
DOSSIER D'ESTIU DE MATEMÀTIQUES

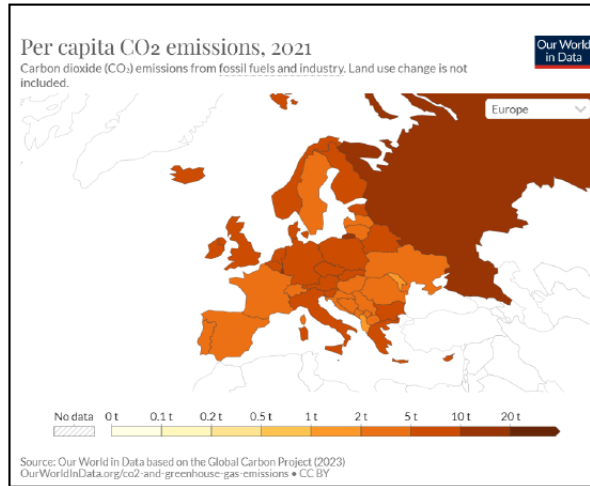
3r D'ESO



NOM i COGNOM:
GRUP:

SA 1: Estadística

Hem entrat a la pàgina web Our world in data (<https://ourworldindata.org/co2-emissions>) per a estudiar les emissions de CO₂.



A continuació es faciliten les dades de les emissions mitjanes per càpita de tones de CO₂ de l'any 2021 d'una selecció de països de la Unió Europea:

Country	Per capita CO ₂ emission (ton)
Portugal	3,96
Spain	4,92
Greece	5,39
Germany	8,09
France	4,74

Calculeu, seguint les fórmules treballades a classe, quina és la mitjana aritmètica, la mediana, el rang, la variància i la desviació típica d'aquestes dades.

SA 2: Nombres racionals

P.1 Indica amb una **X** a quin **conjunt numèric** pertany cadascun dels següents nombres:

Nombre	Naturals	Enters	Racionals	Irracionals
- 3				
0				
$0,20\bar{5}$				
- 2,6				
$\sqrt{2}$				

Nombre	Naturals	Enters	Racionals	Irracionals
$1,2\bar{3}$				
π				
0,5				
8				
4,5263 ...				

P.2 Escriu la **fracció generatriu** dels següents nombres (deixa constància de tot el procés seguit):

a) $- 3 =$

b) $0,5 =$

c) $0,20\bar{5} =$

d) $1,2\bar{3} =$

P.3 **Realitza** les següents **operacions combinades amb fraccions** i **simplifica al màxim el resultat** (deixa constància de tot el procés seguit):

a) $\left[\left(\frac{1}{2} \right)^3 + \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{2} - 2 \right] : \left[1 - \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{-1}{3} \right) \right] =$

b) $\left(\frac{-2}{3} \right) \cdot \left(\frac{-1}{5} \right) : \left(\frac{-4}{45} \right) =$

P.4 Realitza les següents operacions (deixa constància de tot el procés seguit):

a) $\left(\frac{-1}{2}\right)^5 =$

b) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} =$

c) $\sqrt{\frac{16}{25}} =$

d) $\sqrt{\frac{9}{64}} =$

P.5 Expressa els següents nombres en notació científica:

a) 0,000 000 000 128 =

b) 912 000 000 000 =

P.6 Realitza les següents operacions (deixa constància de tot el procés seguit, expressa el resultat també en notació científica):

a) $2,56 \cdot 10^{-8} + 4,39 \cdot 10^{-9} - 5,88 \cdot 10^{-7} =$

b) $(3,4 \cdot 10^{15}) \cdot (7,6 \cdot 10^{13}) =$

c) $(1,99 \cdot 10^{-9} + 2,01 \cdot 10^{-8}) : (9,88 \cdot 10^6) =$

P.7 Considera el nombre decimal **2,384997**

a) A quin ordre d'unitat he d'aproximar-lo per tal que l'error comès tant per truncament com per arrodoniment sigui el mateix? **Justifica la teva resposta.**

b) Arrodoneix el nombre a les dècimes i indica l'error absolut i l'error relatiu comès en l'aproximació.

SA 3: Successions i progressions

P.1 Completa la taula per tenir recollides totes les **fórmules** que pots necessitar:

	Terme general	Suma n termes	Suma tots	Producte n termes	Interpolació
Progressions aritmètiques	$a_n =$	$S_n =$	—	—	$d =$
Progressions geomètriques	$a_n =$	$S_n =$	$S =$	$P_n =$	—

P.2 Escribe els **cinc primers termes** de les següents successions:

- a) $a_n = (-1)^n$
- b) $b_n = 3n + 2$
- c) $c_n = (-1)^n \cdot 2 \cdot n$
- d) $d_n = 32 \cdot (0,5)^n$

P.3 Digues i justifica si les següents successions són progressions aritmètiques o geomètriques. Troba'n el **terme general** de cadascuna d'elles.

- a) $-4, -10, -16, -22, \dots$
- b) $5'4, 1'8, 0'6, 0'2, \dots$
- c) $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \dots$

P.4 Calcula el **terme general** d'una progressió aritmètica en la que el **primer terme és -7** i la **diferència és 3**. Escriu els deu primers termes.

P.5 Calcula el terme general d'una progressió aritmètica en la que el tercer terme és -16 i el cinquè terme és -21. Escriu-ne també el 6 primers termes.

P.6 Calcula la suma dels 25 primers termes d'una progressió aritmètica en la que el primer terme és 2 i la diferència és 11.

P.7 Troba la suma de tots els termes de la progressió geomètrica 125, 50, 20, 8,

P.8 Considerem una progressió geomètrica amb $a_3 = 4$ i $a_5 = 64$.

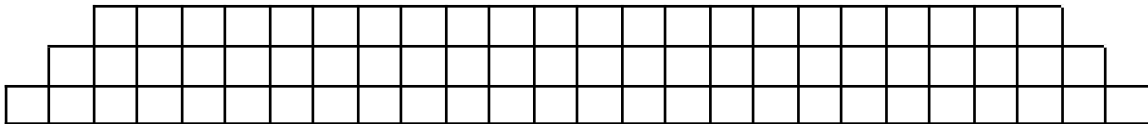
- a) Calcula'n la raó.
- b) Troba'n el primer terme.
- c) Calcula el terme general.
- d) Troba el valor del desè terme.
- e) Calcula la suma dels dotze primers termes.
- f) Calcula el producte dels dotze primers termes.

P.9 Interpola cinc termes mitjans aritmètics entre 2 i 30

P.10 **Resol** els següents problemes. Recorda que cal llegir el problema, plantejar les possibles respostes, situar-se (quin contingut necessitaré?), reinterpretar les dades del problema de forma que les pugui afegir als meus càlculs, resoldre el problema i, finalment, validar la resposta.

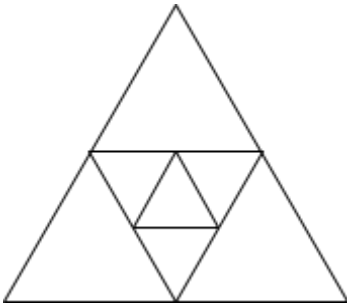
- A. Un estudiant de 3r d'ESO vol repassar matemàtiques durant vint dies abans de l'examen. Si el primer dia fa cinc exercicis i cada un dels dies següents fa dos exercicis més que el dia anterior, **esbrina quants exercicis farà l'última dia. Quants exercicis haurà fet en total?**

- B. Aquests són els tres primers pisos d'una piràmide que volem fer amb peces de Lego:



- a) **Troba el nombre de blocs totals dels primers set pisos**, sabent que la base (el primer pis) està formada per 26 blocs.
- b) **Quants blocs calen per acabar-la?**

- C. D'un dipòsit d'aigua amb 4.096 litres de capacitat se'n buida cada dia la meitat del contingut. **Quin volum se n'haurà tret al cap de vuit dies?**
- D. Les edats de cinc germans estan en progressió aritmètica i la seva suma és 30. El més gran té cinc vegades l'edat del més petit. **Esbrina les edats dels cinc germans.**
- E. En un triangle equilàter de 2m de costat s'inscriu un altre triangle equilàter, en aquest se n'inscriu un altre, i així indefinidament. Troba la **suma dels perímetres de tots els triangles.**



SA 4: Polinomis

P.1 Escriu l'expressió algebraica que més s'ajusti a cada pregunta (recorda que cal expressar la pregunta sense trobar la resposta):

- a) L'Anna té x anys. Quants anys tenia fa 5 anys?
- b) En Miquel tenia 375 € al banc i ha cobrat x €. Quin és el saldo actual?
- c) El doble d'un nombre x més quatre és igual a trenta-dos.
- d) El quadrat d'un nombre x menys set resulta ser vint-i-quatre.

P.2 Quan podem dir que dos monomis són semblants? Posa un exemple i un contraexemple.

P.3 Indica el coeficient, la part literal i el grau de cada un dels monomis següents:

	coeficient	part literal	grau		coeficient	part literal	grau
$5x^4$				$3abc$			
$-6x^2y^3$				x^5			

P.4 Fes les següents operacions amb monomis:

- a) $7ab + 12ab =$
- b) $4x^0 - 3 =$
- c) $16x^5 + 4x^2 =$
- d) $ab - 3ab - 8ab =$

P.5 Calcula el valor numèric del polinomi $P(x) = -5x^3 + 6x - 17$, per a $x = -2$ i per a $x = 0$

a) $P(-2) =$

b) $P(0) =$

P.6 Calcula els següents productes de monomis:

- a) $4x^5 \cdot 3x^4 =$
- b) $(-5xy) \cdot 3x^2y^3 =$
- c) $(-3t^2m) \cdot (-5m^3) =$

P.7 Escriu un polinomi per a cada condició:

- a) Que el terme de més grau sigui $2x^5$, tingui quatre termes i estigui desordenat.
- b) Que el terme independent sigui -1 , tingui grau quatre i sigui complet.

P.8 Comprova si $x = -2$ és arrel del polinomi $P(x) = -3x^3 + 3x + 18$

P.9 Donats els polinomis $P(x) = 5x^3 + 11x^2 - 6x + 8$, $Q(x) = -x^3 + 3x^2 - 4x + 3$ i $R(x) = x^3 + 4x^2 + 1$, calcula:

- a) $P(x) - Q(x) + R(x)$ $P(x) + Q(x)$ b) $Q(x) - R(x)$ c)

.....		
.....		
.....		
.....		
.....		

P.10 Fes les següents multiplicacions:

- a) $(6x^3 + x^2 - 3) \cdot 5x^4 =$ b) $(-3x^3 + x^2 - 2) \cdot (-3) =$

P.11 Donats $P(x) = 6x^3 - 3x^2 + 7$, $Q(x) = -2x^3 + x^2 + 2x$ i $R(x) = -5x + 4$, calcula:

- a) $P(x) \cdot Q(x)$ b) $Q(x) \cdot R(x)$

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

P.12 Extreu factor comú dels següents polinomis sempre que sigui possible:

a) $24x^4 + 27x^3 =$

b) $x^3 + x =$

c) $10x^2 - 5x + 35x^4 =$

d) $7x^2 - 4 =$

P.13 Troba el valor de k perquè la divisió sigui exacta en cada cas:

a) $(x^4 - 16x^2 + 3x - k) : (x - 4)$
 $: (x + 2)$

b) $(-x^4 - 2x^3 + 8x^2 - kx - 1)$

P.14 Quin valor ha de tenir m perquè $(x - 2)$ sigui un factor del polinomi $P(x) = x^4 - x^3 + mx - 4$?

P.15 En una divisió exacta, el quocient és $C(x) = 2x + 3$ i el divisor és $Q(x) = -x^3 - x^2 + 2x - 2$. Calcula quin és el dividend de l'operació entre polinomis.

P.16 Si $P(x) = 8x^5 - 4x^4 + 3x^2 - 2x + 7$ i $Q(x) = 2x^2 - 1$, fes la divisió $P(x) : Q(x)$

P.17 Fes les següents divisions pel mètode de Ruffini:

a) $(x^3 + 4x^2 - 2x + 6) : (x + 3) =$

b) $(2x + 3x^3 - 3x^4 - 2x^7 + 1) : (x - 1) =$



P.18 Utilitza el mètode de Ruffini per calcular el valor que ha de tenir k per tal que el residu de la divisió de $P(X) = x^5 - 2x^3 - x^2 + kx + 12$ entre $Q(x) = x + 1$ sigui 10.



P.19 Desenvolupa les següents identitats notables aplicant les fórmules corresponents:

a) $(3x^2 + 2x)^2 =$

b) $(2x - 5)^2 =$

c) $(2x + y)^3 =$

d) $(x + 5) \cdot (x - 5) =$

P.20 Indica si són identitats notables i, en cas afirmatiu, escriu-les:

a) $4x^2 - 36x + 81 =$
=

b) $x^2 + 4x + 4 =$

c) $x^2 - 4$

d) $x^2 - 2x + 1 =$
 $x^2 =$

e) $x^2 + 4x + 25 =$

f) $x^4 - 4$

P.21 Troba les arrels dels següents polinomis i descomposa'ls en factors:

a) $P(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2 =$

b) $S(x) = x^3 + 6x^2 + 9x =$

c) $R(x) = x^5 - x^4 - x^3 + x^2 =$

SA 5: Equacions**P.1** Esbrina i demostra si:

a) -3 és solució de l'equació $x + 7 = 25 - 2x$

b) -2 i 3 són solucions de $x^2 + 6 = 5x$

P.2 Resol les següents equacions:

a) $4x = -32$

b) $x - 3 = 5$

c) $7 - x = -13$

P.3 Resol les següents equacions:

a) $5x + 4 = 2x - 8$

b) $9 - 5x = 7 - 4x$

c) $4x - 3 = 14x + 7$

P.4 Resol les següents equacions:

a) $3(x - 2) = x + 8$

b) $5(x - 1) = -x + 19$

c) $-3(2 - x) = 4(2x + 1)$

P.5 Resol les següents equacions:

a) $\frac{x+6}{9} + \frac{x}{3} = 6$

b) $\frac{3(x+2)}{5} + \frac{18-x}{2} = 11$

c) $\frac{x+7}{2} = 11$

P.6 Resol les següents equacions:

a) $x^2 - 2x + 2 = 0$

b) $(x-2)(x-5) = 40$

c) $x^2 + 16 = 25$

P.7 Resol la següent equació:

a) $x^4 - 3x^3 - 10x^2 + 24x = 0$

P.8 Troba el nombre de quatre xifres sabent que aquestes quatre xifres són nombres consecutius i sumen 26. Cal plantejar el problema amb una equació i resoldre-la.

P.9 Troba el nombre tal que si l'hi sumes la seva meitat, la seva tercera part, la seva sisena part i 15, resulta el seu triple menys 3.

SA 6: Sistemes d'equacions

Gràfic	Substitució	Igualació
0 - Comprovar si és SCD / SCI / SI		
1 - Aïllar la "y" a les dues equacions	1 - Aïllar una incògnita en una equació	1 - Aïllar la mateixa incògnita a les dues equacions
2 - Taula de valors per a cada equació/recta	2 - Substituir a l'altra equació	2 - Igualar la incògnita del punt 1
3 - Dibuixar les rectes	3 - Resoldre l'equació - trobar una incògnita	3 - Resoldre l'equació - trobar una incògnita
4 - Llegir el punt de tall/solució	4 - Substituir a l'inici - trobar l'altra incògnita	4 - Substituir a l'inici - trobar l'altra incògnita
5 - Comprovar els resultats		

Recorda que has de comprovar tots els resultats.

P.1 Resol el següent sistema amb el mètode gràfic:

$$\left. \begin{array}{l} x - 3y = 2 \\ 3x - 2y = 6 \end{array} \right\}$$

Solució:

x =

y =

Comprovació:

P.2 **Resol** el següent sistema amb el **mètode de substitució**:

$$\begin{cases} 3x + 4y = 4 \\ x - 3y = 10 \end{cases}$$

Solució:

$$x =$$

$$y =$$

Comprovació:

P.3 **Resol** el següent sistema amb el **mètode d'igualació**:

$$\begin{cases} 7x - 3y = 15 \\ 5x + 6y = 27 \end{cases}$$

Solució:

$$x =$$

$$y =$$

Comprovació:

P.4 **Resol** els sistemes següent amb el **mètode que més et convingui** en cada cas. **Indica** clarament la **solució** i la **comprovació**.

$$\begin{cases} x - y = 5 \\ 2x - 2y = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 4y = 1 \\ 4x - 2y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + 5y = -12 \\ -2x + y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x - 4y = 3 \\ -10x + 8y = -6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x + 6y = 3 \\ 6x - 18y = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 2 \\ -6x + 12y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 100 \\ x - y = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 4y = 24 \\ -x + y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 35x - 14y = 2 \\ -5x + 2y = 1 \end{cases}$$

Resol aquí els sistemes

SA 7: Funcions

P.1 Què són l'**eix** i el **vèrtex** d'una **paràbola**?

P.2 Defineix **funció**. Posa exemples de funcions definides mitjançant un enunciat verbal (escrit), una taula de valors, una expressió analítica i una gràfica.

P.3 Explica què són el **domini** i el **recorregut** (o **imatge**) d'una funció i posa'n un exemple de cada cas. Comenta en què ens hem de fixar per determinar-los.

P.4 Quan és **periòdica** una funció? Dibuixa una gràfica d'una funció periòdica i indica quin és el seu **període**.

P.5 Explica com es calculen els **punts de tall amb els eixos** de la gràfica d'una funció de la qual coneixem l'expressió analítica. Posa'n un exemple.

P.6 Quan és **parella** una funció? I **imparella**? Posa un exemple de funció parella i un altre de funció imparella.

P.7 Explica mitjançant un exemple gràfic quan una funció és **contínua**. Defineix **punt de discontinuïtat**.

P.8 Fes la gràfica d'una funció que presenti intervals de **creixement** i de **decreixement** i explica quins són i per què ho són.

P.9 Explica mitjançant exemples gràfics què són els **màxims** i els **mínims relatius** d'una funció.

P.10 Defineix **funció afí**. Com són les gràfiques d'aquestes funcions? Posa'n tres exemples.

P.11 Quina és l'expressió analítica d'una **funció lineal**? Per què aquestes funcions també reben el nom de funcions de **proporcionalitat directa**?

P.12 Explica què són el **pendent** i l'**ordenada en l'origen** d'una recta.

P.13 Relaciona el **pendent** d'una recta amb el **creixement** o **decreixement** de la funció afí corresponent. Posa un exemple de cada cas.

P.14 Enumera les formes de l'**equació d'una recta** i posa un exemple de cadascuna.

P.15 Quines són les **posicions relatives de dues rectes**? Dibuixa un exemple de cada cas. Explica com pots comprovar aquestes posicions quan tenim les expressions analítiques de dues rectes.

P.16 Explica, amb un exemple, com es troba el **punt de tall de dues rectes** secants.

P.17 Defineix **funció quadràtica**. Com són les gràfiques d'aquestes funcions? Posa'n tres exemples.

P.18 Explica amb un exemple com es representa gràficament una funció quadràtica.

P.19 Troba l'**expressió analítica** de la funció que expressa el **cost d'un viatge** amb taxi del que saps que la "baixada de bandera" és de **3,40€ de preu fix** i que es paga a **1,25€ cada quilòmetre** recorregut.

P.20 Comprova si els punts **A (1, 2)**, **B (0, 3)** o **C ($-\frac{1}{2}$, 2)** pertanyen a la gràfica de la funció **$y = 2x + 3$** ,

P.21 **Calcula el pendent** de les rectes que passen pels parells de punts següents. **Indica** també si la recta resultant seria **creixent** o **decreixent**:

a) $A(1, 3)$ i $B(4, 2)$

b) $C(-1, 1)$ i $D(0, 7)$

c) $E(-5, -1)$ i $F(4, -1)$

P.22 **Troba** les diferents **formes de l'equació de la recta** que passa per $P(1,7)$ i té pendent $m = -2$. **Indica** també el **nom de cada forma** de l'equació.

P.23 **Determina** la **posició relativa** dels següents parells de rectes i **troba'n el punt de tall** si és que tenen.

a) $r: 4x - y + 1 = 0$

$s: y = 4x + 2$

b) $r: 3x + 3y + 3 = 0$

$s: x + y + 1 = 0$

c) $r: 3x - y = 5$

$s: x + 2y + 3 = 0$

P.24 El **cost** mensual del subministrament elèctric en una llar ve donat pel cost de la potència contractada, una **quantitat fixa de 31 €**, i el cost de l'energia consumida, **0,15 € per cada kilowatt hora**.

- a) **Quina és la funció** que relaciona el cost mensual del subministrament elèctric i l'energia consumida?
- b) **Quin és el cost** corresponent a una energia consumida de 300 kilowatts hora?

P.25 Es vol delimitar un **terreny rectangular** amb 120 m de tanca.

- a) **Expressa** l'àrea del terreny delimitat com en funció de la mesura de la longitud d'un dels seus **costats**.
- b) **Determina** el domini de la funció que has escrit a l'apartat **a)** tenint en compte que tant la longitud del costat com l'àrea han de ser positius.
- c) Quines dimensions proporcionen l'àrea més gran?

P.26 **Fes** les **taules de valors** necessàries per a representar cadascuna de les rectes següents i **representa-les** a les graelles següents.

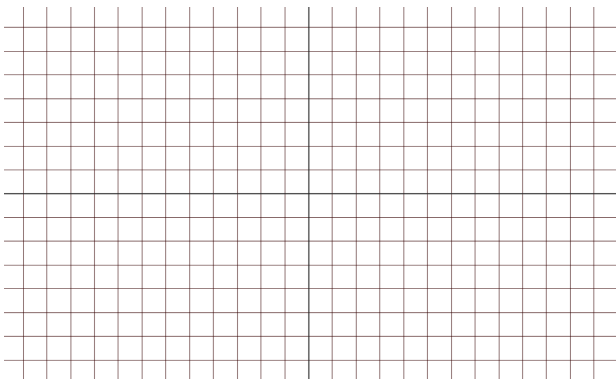
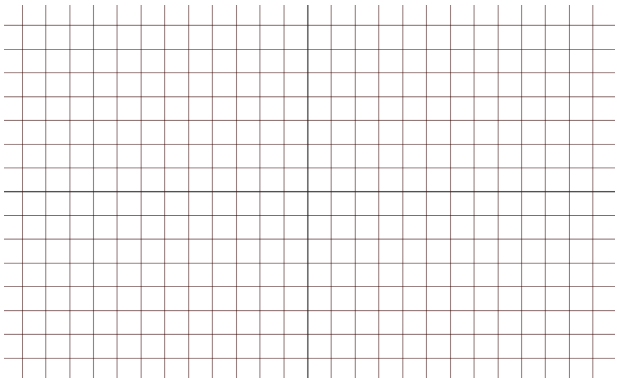
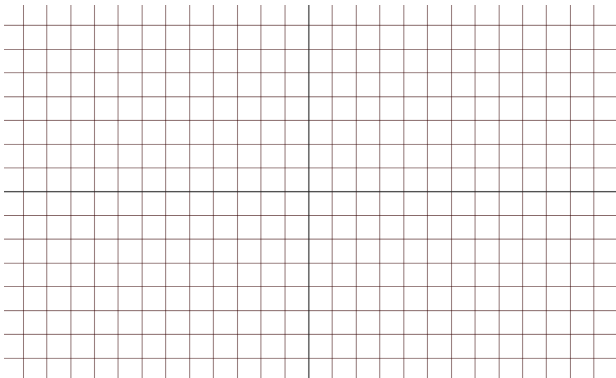
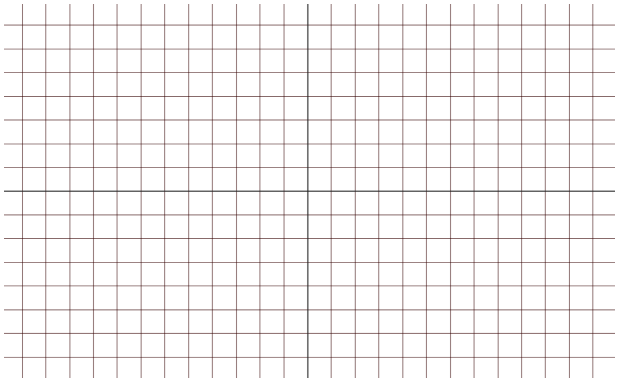
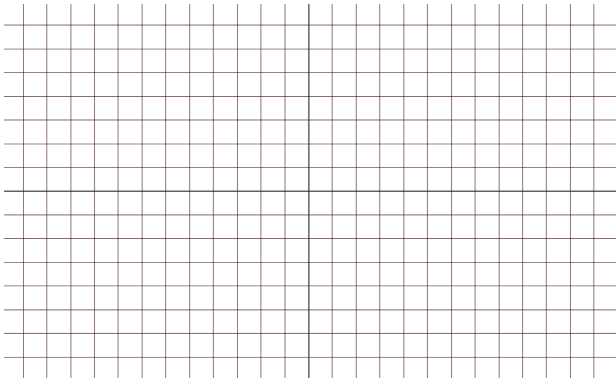
a) $y = -\frac{1}{2}x + 5$

b) $y = 4x + 1$

c) $y = 3x + 9$

d) $y = \frac{1}{3}x + 2$

e) $y = -3x - 2$



P.27 Troba els **punts necessaris** per a poder representar les següents funcions quadràtiques (**vèrtex i punts de tall amb els eixos**, com a mínim) i **representa-les** a les graelles següents.

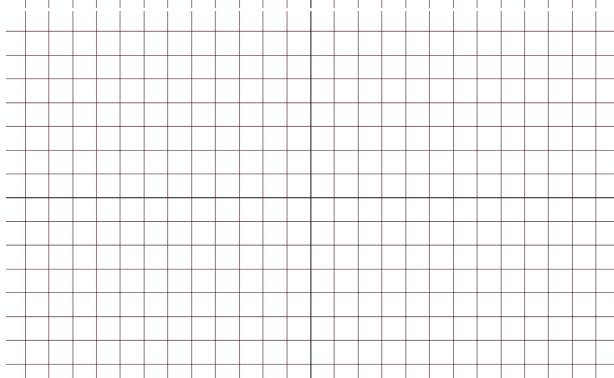
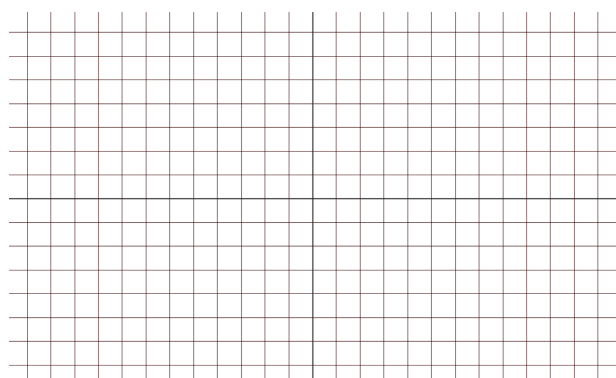
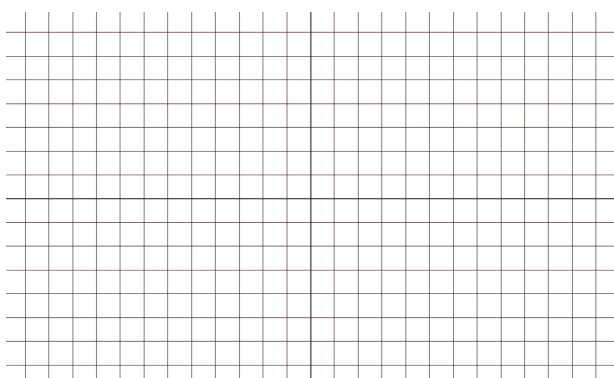
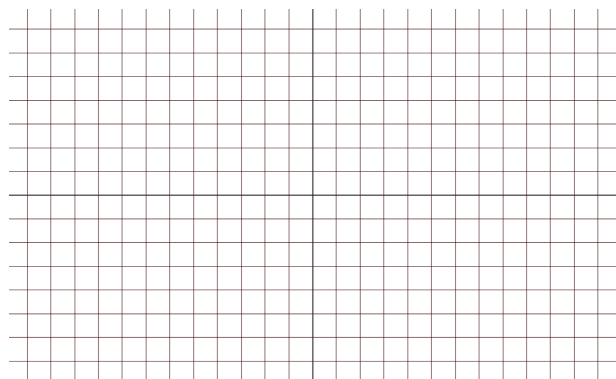
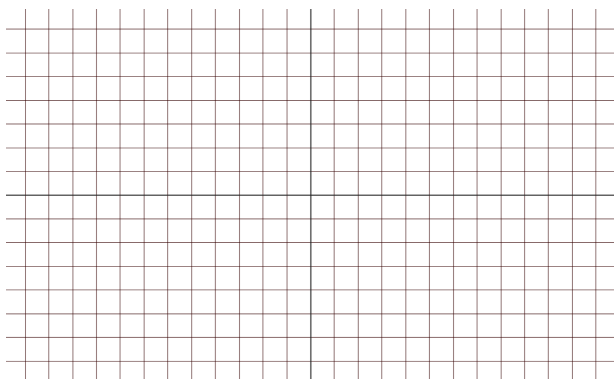
a) $y = -x^2 + 2x + 3$

b) $y = -x^2 + 5x$

c) $y = x^2 - 6x + 9$

d) $y = -x^2 + 4$

e) $y = x^2 - x$



SA 8: Geometria

P.1 Calcula l'àrea lateral, l'àrea total i el volum d'un *prisma recte de 12 m d'altura* la *base* del qual és un *hexàgon regular de 6 m de costat*.

P.2 Calcula l'àrea total d'un *tronc de piràmide* regular de *bases* del qual són *quadrats de 5 m i 3 m de costat*, i l'*apotema fa 4 m*.

P.3 Una *piràmide quadrangular* regular té *96 m³ de volum* i l'*altura és de 8 m*. Troba'n l'àrea lateral i l'àrea total.

P.4 Calcula l'àrea lateral, l'àrea total i el volum d'un *cilindre* si la *circumferència de la seva base fa 18,85 cm* i l'*altura és el triple del diàmetre* de la base.

P.5 Troba el pes d'una *columna cilíndrica* de formigó armat de *50 cm de diàmetre* i *4 m d'altura*, sabent la *densitat del formigó és de 2.400 kg/m³*.

P.6 Troba l'àrea lateral i l'àrea total d'un tronc de con que té una *base gran de 8 cm de radi*, una *base petita de 2 cm de radi* i una *altura de 18 cm*. Calcula també el volum del tronc de con sabent que *la part escapçada fa 6 cm d'altura*.