

*Instruccions: Resol OBLIGATORIAMENT totes les activitats en fulls a part (din A4), copiant els enunciats, dibuixant els esquemes quan calgui i justificant matemàticament tots els passos.*

## BLOC 1: Nombres Reals i Àlgebra

### 1. Extracció de factors i simplificació de radicals:

- |                   |                     |
|-------------------|---------------------|
| a) $\sqrt{50} =$  | e) $\sqrt[3]{16} =$ |
| b) $\sqrt{72} =$  | f) $\sqrt[4]{32} =$ |
| c) $\sqrt{300} =$ | g) $\sqrt{108} =$   |
| d) $\sqrt{80} =$  | h) $\sqrt{125} =$   |

### 2. Sumes i restes de Radicals (has d'obtenir el mateix radicand factoritzant prèviament):

- $3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - \sqrt{2} =$
- $2\sqrt{3} - 5\sqrt{12} + \sqrt{27} =$
- $\sqrt{20} + \sqrt{45} - \sqrt{80} =$
- $4\sqrt{8} - 3\sqrt{18} + \sqrt{50} =$
- $5\sqrt{24} - 2\sqrt{54} + \sqrt{150} =$

### 3. Multiplicació i divisió de Radicals amb diferent índex (redueix a índex comú calculant el m.c.m. dels índexs per poder ajuntar-los):

- |                                        |                                          |
|----------------------------------------|------------------------------------------|
| a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2} =$      | d) $\frac{\sqrt{x^3}}{\sqrt[3]{x}} =$    |
| b) $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{a^2} =$ | e) $\frac{\sqrt[4]{2^3}}{\sqrt[6]{2}} =$ |
| c) $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{2} =$      | f) $\frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[4]{3}} =$   |

### 4. Factorització de polinomis de segon grau. (Troba les arrels resolent l'equació $ax^2 + bx + c = 0$ i expressa-ho com $a(x - x_1)(x - x_2)$ o aplica identitats notables):

- $A(x) = x^2 - 5x + 6$
- $B(x) = x^2 + 6x + 9$
- $C(x) = x^2 - 25$
- $D(x) = x^2 - x - 12$
- $E(x) = 2x^2 - 8x - 10$
- $F(x) = 3x^2 - 12$

### 5. Factorització de Polinomis de grau superior. Utilitza la regla de Ruffini i/o treu factor comú per factoritzar al màxim:

- $P(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$
- $Q(x) = x^3 - 7x - 6$
- $R(x) = x^4 - 5x^2 + 4$
- $S(x) = x^3 - 9x$
- $T(x) = 2x^3 - 8x^2 + 8x$

### 6. Fraccions Algebraiques. Factoritza els polinomis i simplifica, multiplica o divideix:

- Simplifica:  $\frac{x^2-9}{x^2-3x}$
- Simplifica:  $\frac{x^2-4x+4}{x^2-4}$
- Simplifica:  $\frac{x^3+2x^2+x}{x^3-x}$
- Multiplica:  $\frac{x+1}{x} \cdot \frac{x^2}{x^2-1}$
- Divideix:  $\frac{2x+6}{x-1} : \frac{x+3}{x^2-1}$

### 7. Suma i resta de Fraccions Algebraiques. Recorda que necessites fer el m.c.m. dels denominadors:

- $\frac{2}{x} + \frac{3}{x^2} =$
- $\frac{x}{x-1} - \frac{1}{x} =$
- $\frac{1}{x+2} + \frac{3}{x-2} =$
- $\frac{2x}{x^2-4} - \frac{1}{x-2} =$
- $\frac{x-1}{x^2+x} + \frac{2}{x+1} =$
- $\frac{3}{x} - \frac{x}{x^2-x} =$

## BLOC 2: Equacions i Sistemes

### 8. Equacions de 1r grau amb parèntesis i denominadors:

- $3(x - 2) + 5 = 4(x + 1)$
- $2(3x - 1) - 5(x - 2) = 7$
- $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 5$
- $\frac{x-1}{2} - \frac{x}{2} = 1$
- $\frac{2x-3}{3} + \frac{x}{10} = 2$
- $\frac{x+2}{3} - \frac{x-1}{4} = 2$
- $2x - \frac{3x-1}{2} = x + 4$
- $\frac{x}{3} + 3(x - 1) = 5$
- $\frac{2(x-3)}{5} = \frac{x+1}{2}$
- $\frac{3x-1}{4} - \frac{2(x+3)}{3} = \frac{x}{6}$

### 9. Equacions de 2n Grau Completes i Incompletes:

- |                        |                     |
|------------------------|---------------------|
| a) $x^2 - 5x + 6 = 0$  | d) $2x^2 - 18 = 0$  |
| b) $2x^2 + 3x - 5 = 0$ | e) $x^2 + 7x = 0$   |
| c) $-x^2 + 4x + 5 = 0$ | f) $3x^2 - 12x = 0$ |

### 10. Equacions de grau superior i Biquadrades (aplica factorització o fes el canvi $t = x^2$ ):

- $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$
- $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$
- $x^4 - 25x^2 = 0$
- $x^3 - 4x^2 - 5x = 0$

### 11. Equacions Irracionals (aïlla l'arrel i eleva al quadrat, OBLIGATORI comprovar les solucions finals!):

- |                       |                          |
|-----------------------|--------------------------|
| a) $\sqrt{x+5} = 3$   | c) $\sqrt{2x+1} = x - 1$ |
| b) $\sqrt{x} + 2 = x$ | d) $x - \sqrt{x+2} = 4$  |

### 12. Sistemes d'equacions lineals (resol pel mètode que prefereixis: substitució, igualació o reducció):

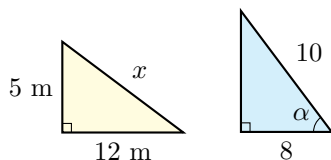
- $\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ x - y = -1 \end{cases}$
- $\begin{cases} 4x - 2y = 10 \\ 3x + y = 5 \end{cases}$
- $\begin{cases} \frac{x}{2} + y = 4 \\ x - \frac{y}{3} = 3 \end{cases}$
- $\begin{cases} 2(x - 1) + y = 3 \\ 3x - 2(y + 1) = 7 \end{cases}$

### 13. Problemes d'aplicació (resol plantejant sistemes):

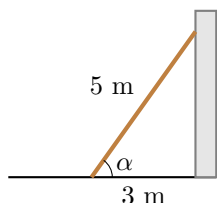
- En un aparcament hi ha cotxes i motos. En total comptem 45 vehicles i 140 rodes. Quants cotxes i quantes motos hi ha?
- He pagat 34 € per 3 llibretes i 4 bolígrafs. Un amic ha pagat 20 € per 2 llibretes i 2 bolígrafs. Quin és el preu de cada article?
- Un hotel té habitacions dobles i individuals. En total hi ha 50 habitacions i 87 llits. Quantes habitacions de cada tipus hi ha?
- La suma de les edats d'un pare i el seu fill és 48 anys. Fa 4 anys, l'edat del pare era el triple de la del fill. Quina edat tenen ara?

## BLOC 3: Trigonometria

### 14. Triangles Rectangles. Troba la mesura desconeguda ( $x$ o $\alpha$ ):



**15. L'escala recolzada.** Una escala de fusta de 5 m de longitud total està recolzada en una paret vertical. La base es troba a 3 m de distància de la paret. Quin angle forma l'escala amb el terra i a quina altura arriba?

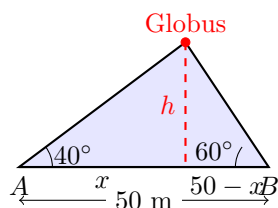


**16. L'avió i el far.**

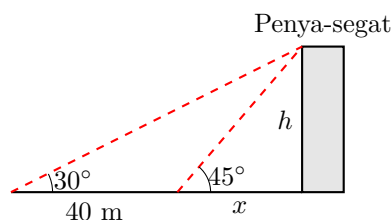
- Un avió s'enlaira en línia recta amb un angle d'elevació de  $30^\circ$ . Si ha recorregut 2000 m per l'aire en diagonal, a quina altura sobre el terra es troba?
- Un far fa 40 m d'alçada. El sol projecta una ombra de 30 m a terra. Quin és l'angle d'elevació del sol?

**17. TRIANGLES NO RECTANGLES (Estratègia de l'Altura).** Quan un triangle no té l'angle recte, la tècnica és **traçar l'altura** ( $h$ ) per dividir la figura en dos triangles rectangles més petits. Després, amb l'ajuda de la trigonometria, hem de plantejar un **sistema d'equacions** per resoldre-ho (també es coneix com el "mètode de la doble observació").

**17.1 Observadors oposats:** Dos observadors  $A$  i  $B$  estan separats per 50 m. Veuen un globus aerostàtic volant entre ells. Des d' $A$ , l'angle d'elevació és de  $40^\circ$ . Des de  $B$ , l'angle és de  $60^\circ$ . Traça l'altura  $h$ , anomena  $x$  la distància d' $A$  fins a l'altura i  $(50 - x)$  l'altre tros. Planteja un sistema amb la tangent dels dos angles per calcular l'altura  $h$  del globus.

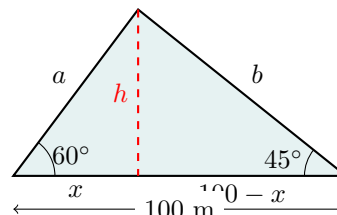


**17.2 Observadors alineats:** Des d'un vaixell es veu el punt més alt d'un penya-segat amb un angle d'elevació de  $30^\circ$ . El vaixell avança 40 m en línia recta cap a la costa i ara l'angle d'elevació és de  $45^\circ$ . Calcula l'altura  $h$  del penya-segat plantejant un sistema d'equacions amb les tangents dels dos triangles rectangles resultants.

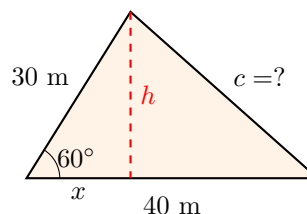


**17.3 Càlcul de costats restants:** En un triangle sabem que la base fa 100 m i que els dos angles adjacents són de  $60^\circ$  i  $45^\circ$ . Com hem fet abans, traça l'altura i planteja el

sistema per trobar  $h$  i la base  $x$ . Un cop sàpigues  $h$ , fes servir el sinus o Pitàgores per calcular la longitud dels costats inclinats  $a$  i  $b$ .



**17.4 Usant l'Estratègia per a Pitàgores:** Volem saber quant fa el tercer costat ( $c$ ) d'una parcel·la triangular. Coneixem dos costats que fan 30 m i 40 m, i sabem que l'angle que formen entre ells és de  $60^\circ$ . Traça l'altura  $h$  des del vèrtex superior. Utilitza el sinus i el cosinus de  $60^\circ$  per trobar el valor de  $h$  i de  $x$ . Finalment, amb el triangle rectangle de la dreta, aplica el Teorema de Pitàgores per trobar el costat  $c$ .



## BLOC 4: Geometria Analítica (Vectors)

**18. Components i Mòduls.** Siguin els punts  $A(-2, 3)$ ,  $B(4, -5)$  i  $C(9, 7)$ . Determineu:

- Les components cartesianes dels vectors  $\vec{AB}$  i  $\vec{BC}$ .
- El mòdul de cadascun dels vectors anteriors.

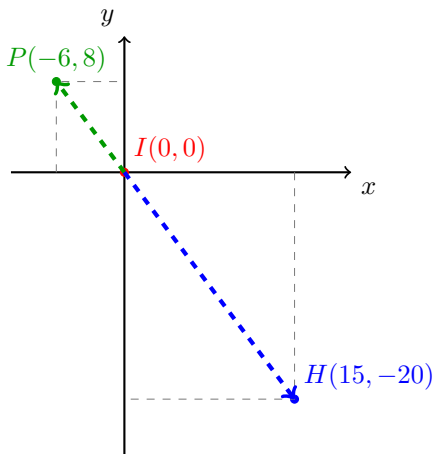
**19. Càlcul de l'extrem.** Determineu les coordenades del punt extrem  $Q$  del vector  $\vec{w}(6, -8)$  sabent que el seu origen és el punt  $P(-2, 5)$ .

**20. Operacions amb vectors.** Donats els vectors  $\vec{u}(-4, 6)$ ,  $\vec{v}(8, -2)$  i  $\vec{w}(5, 3)$ , efectueu les següents combinacions lineals:

- $5 \cdot \vec{u}$
- $-4 \cdot \vec{v}$
- $2 \cdot \vec{w}$
- $\vec{v} + \vec{w}$
- $\vec{u} - \vec{w}$
- $2 \cdot \vec{u} - 5 \cdot \vec{w}$

**21. Dependència lineal (Paral·lelisme).** Donats els vectors  $\vec{a}(4, -2)$ ,  $\vec{b}(-8, 4)$ ,  $\vec{c}(1, 2)$  i  $\vec{d}(5, 1)$ , justifiqueu analíticament quins parells de vectors són linealment dependents (són paral·lels o proporcionals).

**22. El Mapa de Sant Boi.** Es modelitza topogràficament una zona del municipi fixant l'origen de coordenades cartesianes a l'Institut  $I(0, 0)$ . En aquest mateix sistema, el Parc se situa a  $P(-6, 8)$  i l'Hospital a  $H(15, -20)$ . El factor d'escala estableix que **1 unitat cartesiana equival a 50 metres reals**.



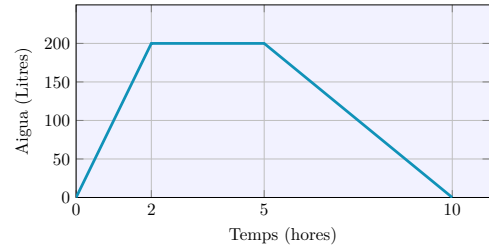
- Distància al Parc:** Trobeu el vector desplaçament  $\vec{IP}$  i calculeu-ne el mòdul. Expressen la distància resultant en metres reals.
  - Distància a l'Hospital:** Trobeu el vector  $\vec{IH}$  i calculeu la distància en línia recta de l'Institut a l'Hospital en metres reals.
  - Trajectòria P-H:** Obtingueu el vector desplaçament  $\vec{PH}$  i quantifiqueu-ne el mòdul en metres reals.
- 23. Equació de la recta al pla.**
- Troba l'equació explícita ( $y = mx + n$ ) de la recta que passa pels punts  $P(2, -5)$  i  $Q(-3, 10)$ .
  - Troba l'equació de la recta que passa pel punt  $(-1, 2)$  i és paral·lela a la recta  $y = 3x - 1$ .

## BLOC 5: Funcions i Interpretació Gràfica

**24. Representació i estudi de Paràboles.** Donada la funció quadràtica  $f(x) = x^2 + 2x - 3$ :

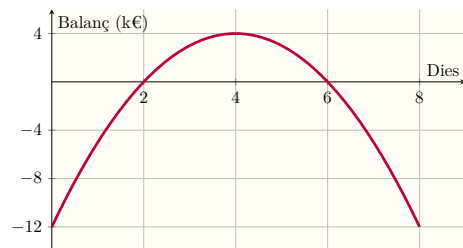
- Troba les coordenades del Vèrtex ( $x_v = \frac{-b}{2a}$ ).
- Troba els punts de tall amb l'eix X (fent  $f(x) = 0$ ).
- Troba el punt de tall amb l'eix Y.
- Dibuixa un esbós molt precís de la paràbola.

**25. Modelització: El dipòsit d'aigua.** La següent gràfica mostra el nivell d'aigua (en Litres) d'un dipòsit al llarg de 10 hores d'una jornada.



- Quants litres hi ha a l'inici? I al final?
- Durant quantes hores consecutives el nivell es manté estable al seu màxim? Quin és aquest màxim?
- Calcula el pendent de baixada (en L/h) en el tram final (de l'hora 5 a la 10).
- Troba l'expressió analítica (equació  $y = mx + n$ ) del primer tram de pujada (de  $t = 0$  a  $t = 2$ ).

**26. Modelització: Balanç econòmic.** El balanç econòmic (en milers d'euros, k€) d'un festival segueix la funció quadràtica  $B(x) = -x^2 + 8x - 12$ , on  $x$  són els dies transcorreguts.



- Resol l'equació  $B(x) = 0$ . Quins dies s'igualava el balanç (no hi ha pèrdues ni guanys)?
  - Calcula el vèrtex. Quin dia s'assoleix el benefici màxim i de quant és en euros reals?
  - Quin va ser el cost fix inicial (el dia  $t = 0$ )?
- 27. Modelització: Tarifes de Patinets.** Tarifa Blava: 3€ fix + 0,10€/min. Tarifa Vermella: 0€ fix + 0,25€/min.
- Escriu l'equació  $y = mx + n$  per a cada tarifa.
  - Si faig un viatge de 10 minuts, quina em sortirà més barata? Demostreu-ho.
  - Troba el **punt de tall** analíticament. A partir de quants minuts surt a compte la Tarifa Blava?