

Dossier d'estiu 3r ESO

Nom i Cognoms: _____ Grup: _____ Qualificació: _____

Instruccions: Aquest dossier s'ha de resoldre OBLIGATÒRIAMENT en fulls a part, copiant els enunciats i indicant clarament el número de l'exercici. Cal justificar tots els passos.

BLOC 1: Aritmètica i Nombres

1. Mecànica: Operacions Combinades. Resol respectant la jerarquia:

- a) $15 - (4 - 9) + 3 \cdot (-2) =$
- b) $(-4) \cdot [12 - 3 \cdot (5 - 2)] =$
- c) $20 : (-5) - (-3) \cdot (-4) =$
- d) $[(-3)^2 - 4 \cdot 2] \cdot (-5) =$
- e) $18 - [10 - (8 - 12) + 2] =$
- f) $(-2)^3 + 5 \cdot (-3) - (-10) =$

2. Mecànica: Fraccions. Simplifica sempre el resultat:

- a) $\frac{2}{5} + \frac{1}{4} - \frac{3}{10} =$
- b) $2 - \frac{1}{3} + \frac{4}{5} =$
- c) $\left(\frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{8}{9}\right) =$
- d) $\left(\frac{5}{6}\right) : \left(\frac{10}{3}\right) =$
- e) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{5} =$
- f) $\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) : \frac{5}{6} =$

3. Mecànica: Potències i Propietats. Expressa com una sola potència:

- a) $2^4 \cdot 2^3 \cdot 2^{-2} =$
- b) $\frac{5^6 \cdot 5^2}{5^9} =$
- c) $(3^4)^2 \cdot 3^{-5} =$
- d) $\frac{7^3 \cdot 7^{-1}}{(7^2)^3} =$

BLOC 2: Proporcionalitat i Percentatges

4. Problemes de Proporcionalitat Directa. Resol aplicant la regla de tres directa:

- a) 5 kg de taronges costen 7,50 €. Quant costaran 8 kg?
- b) Una font raja 20 litres d'aigua en 5 minuts. Quants litres rajarà en mitja hora (30 minuts)?
- c) Una recepta de pastís per a 4 persones necessita 200 grams de farina. Quanta farina necessitarem per fer-lo per a 10 persones?

5. Problemes de Proporcionalitat Inversa. Resol aplicant la regla de tres inversa:

- a) 6 obrers construeixen un mur en 10 dies. Quant

trigaran 4 obrers?

- b) Un cotxe a 120 km/h triga 3 hores en fer un trajecte. A quina velocitat ha d'anar per trigar 4 hores?
- c) Si 4 tractors triguen 12 hores a llaurar un camp, quant trigaran 6 tractors iguals treballant al mateix ritme?
- d) Un ramader té pinso per alimentar 30 vaques durant 15 dies. Si compra 15 vaques més (ara en té 45), per a quants dies li durarà el pinso?

6. Mecànica: Percentatges Comercials.

- a) Calcula el 15% de 480.
- b) Un ordinador costa 600 €. Si ens fan un descompte del 20%, quin serà el preu final?
- c) Una factura d'aigua puja a 45 € sense IVA. Si l'IVA és del 10%, quant pagarem en total?

BLOC 3: Àlgebra i Polinomis

7. Sumes i restes de polinomis. Redueix les expressions següents:

- a) $(3x^2 - 5x + 2) + (x^2 + 4x - 7)$
- b) $(2x^3 - 4x^2 + x) - (x^3 - 4x^2 + 3)$
- c) $2 \cdot (x^2 - 3x + 1) - 3 \cdot (2x^2 + x - 4)$
- d) $(5x^2 - 2x) - (3x^2 + x - 1) + (x^2 - 5)$

8. Multiplicació de polinomis. Calcula i agrupa els termes semblants:

- a) $3x \cdot (2x^2 - 5x + 4)$
- b) $(x + 4) \cdot (x - 3)$
- c) $(2x - 1) \cdot (3x + 2)$
- d) $(x - 2) \cdot (x^2 + 4x - 1)$

9. Mecànica: Identitats Notables. Desenvolupa:

- a) $(x + 6)^2 =$
- b) $(x - 5)^2 =$
- c) $(x + 7) \cdot (x - 7) =$
- d) $(2x + 3)^2 =$

BLOC 4: Equacions i Sistemes

10. Equacions de 1r Grau (Resultats enters). Resol detallant els passos:

- a) $5x - 3 = 2x + 12$
- b) $3x + 4 = x + 10$
- c) $7x - 5 = 4x + 7$
- d) $4(x - 2) - 3(x + 1) = 5$

- e) $2(x + 3) = 3(x - 1) + 4$
 f) $5(2x - 1) - 4x = 13$
 g) $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 7$
 h) $\frac{2x - 1}{3} = \frac{x + 3}{2}$
 i) $\frac{x - 2}{4} + \frac{x}{2} = 4$
 j) $\frac{3x - 1}{5} - \frac{x + 2}{2} = 1$
 k) $\frac{x}{6} - \frac{x - 4}{3} = -1$

11. Problemes d'Equacions de 1r Grau. Planteja una equació i resol:

- a) En Joan té 5 euros més que la Maria. Entre els dos tenen 35 euros en total. Quants diners té cadascun?
 b) El triple de l'edat de l'Anna menys 4 anys és igual a 26. Quina edat té l'Anna?
 c) Un terreny rectangular fa el doble de llargada que d'amplada. Si el seu perímetre és de 60 metres, quines són les seves mesures?
 d) En un pàrquing hi ha cotxes blancs i cotxes negres. Hi ha el triple de cotxes blancs que de negres. Si en total hi ha 48 cotxes, quants n'hi ha de cada color?
 e) La meitat dels alumnes d'una classe van d'excursió, la tercera part es queden a la biblioteca i els 5 restants estan malalts a casa. Quants alumnes hi ha a la classe en total?
 f) He gastat la quarta part dels meus estalvis en comprar-me un llibre i encara m'han sobrat 24 euros. Quants diners tenia estalviats al principi?

12. Equacions de 2n Grau. Resol (Completes i Incompletes):

- a) $x^2 - 7x + 10 = 0$
 b) $x^2 - 2x - 8 = 0$
 c) $x^2 + 5x + 6 = 0$
 d) $2x^2 - 10x + 12 = 0$
 e) $x^2 - 16 = 0$
 f) $3x^2 - 27 = 0$
 g) $x^2 - 5x = 0$
 h) $2x^2 + 8x = 0$

13. Sistemes d'Equacions. Resol per algun dels mètodes. Les solucions són nombres enters:

- a) $\begin{cases} 2x + y = 8 \\ x - y = 1 \end{cases}$
 b) $\begin{cases} 3x - 2y = -4 \\ 5x + y = 15 \end{cases}$
 c) $\begin{cases} x + 2y = 10 \\ 3x - y = 9 \end{cases}$
 d) $\begin{cases} 4x - 3y = 2 \\ 2x + 5y = 14 \end{cases}$

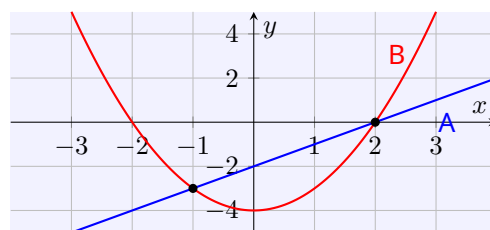
14. Problemes de Sistemes d'Equacions. Planteja un

sistema i resol:

- a) En una granja hi ha gallines i porcs. En total comptem 20 caps i 56 potes. Quantes gallines i quants porcs hi ha?
 b) He comprat 3 llibretes i 2 bolígrafs per 12 euros. Una companya ha comprat 2 llibretes i 4 bolígrafs per 16 euros. Quin és el preu d'una llibreta i d'un bolígraf?
 c) La suma de dos nombres és 45 i la seva diferència és 15. Quins són aquests dos nombres?
 d) En un cinema s'han venut 50 entrades en total. L'entrada d'adult costa 8 euros i la d'infant 5 euros. Si s'han recaptat 310 euros, quants adults i quants infants hi han anat?

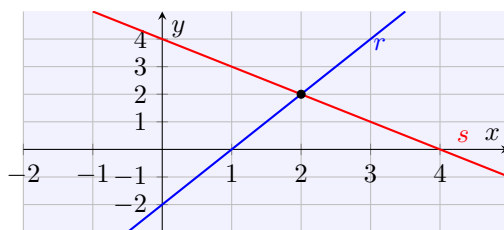
BLOC 5: Funcions i Gràfiques

15. Estudi Gràfic i Punts de tall. Observa la gràfica on hi ha representada una recta (A) i una paràbola (B).



- a) Quina és l'ordenada a l'origen de la recta A? I el seu pendent? Escriu la seva equació.
 b) Quines són les coordenades del vèrtex de la paràbola B?
 c) Escriu les coordenades exactes dels dos punts de tall (intersecció) marcats al gràfic.

16. Intersecció de dues Rectes. Observa el gràfic on es representen la recta r i la recta s.



- a) Escriu les coordenades exactes del punt de tall entre les dues rectes.
 b) Quina recta és la creixent i quina la decreixent?
 c) Troba l'ordenada a l'origen (n) i el pendent (m) de cadascuna i escriu les seves equacions.

17. Funcions Lineals. Donades les funcions $y = 2x - 4$ i $y = -x + 2$:

- a) Completa una taula de valors per a cadascuna ($x = 0, x = 2, x = 4$).
 b) Indica el pendent (m) i l'ordenada a l'origen (n).
 c) Representa-les en uns mateixos eixos i troba el punt de tall.

18. Trobar l'Equació. Calcula l'equació de la recta $y = mx + n$ en cada cas:

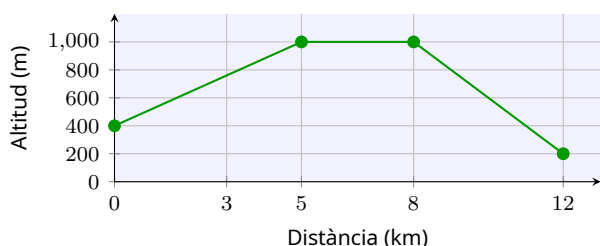
- Passa pels punts $P(1, 3)$ i $Q(3, 7)$.
- Té pendent $m = -2$ i passa per $A(0, 5)$.
- És paral·lela a $y = 3x - 2$ i passa per $(0, 0)$.

19. Funcions Quadràtiques.

- Fes l'estudi complet (orientació, vèrtex, talls amb eixos) i representa la paràbola $y = x^2 - 4x + 3$.
- Analitza (vèrtex i talls) i representa $y = -x^2 + 4x$.

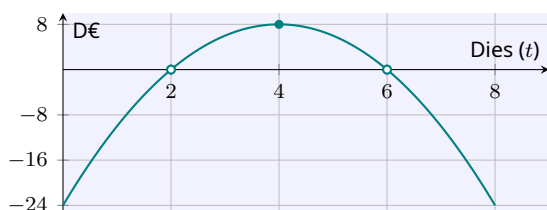
20. Sistemes Gràfics. Troba els punts de tall entre la paràbola $y = x^2 - 4$ i la recta $y = x - 2$. **Mètode Algebre:** Iguala les equacions, resol i dona les coordenades dels punts.

21. Modelització: Ruta de Senderisme. La gràfica mostra el perfil d'elevació d'una ruta de muntanya de 12 km de distància.



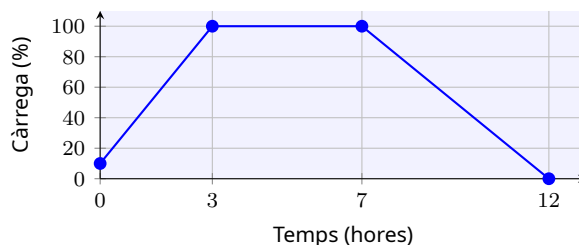
- Quina és l'altitud màxima i entre quins quilòmetres s'assoleix?
- Quina és la distància total del tram de carena plana (on l'altitud no canvia)?
- Calcula el pendent de la pujada inicial en metres/km.
- Calcula el pendent de la baixada final (recorda el signe negatiu!).

22. Modelització: Balanç d'una Food Truck. L'eix Y d'aquesta paràbola representa el benefici d'una furgoneta de menjar en desenes d'euros (D€) durant 8 dies en una fira. $B(t) = -2t^2 + 16t - 24$.



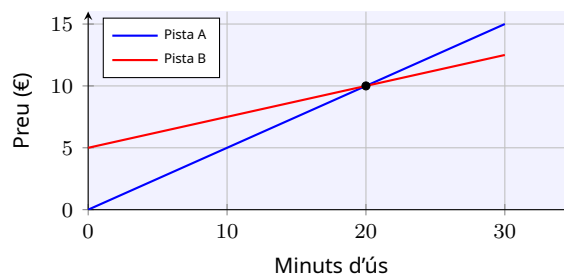
- Quins dies s'igualen el balanç (ni pèrdues ni guanys)?
- Quin dia s'assoleix el benefici màxim (el vèrtex)?
- Quin és l'import d'aquest benefici màxim en euros reals (no en desenes)?
- Quin va ser el cost del lloguer de la plaça (pèrdues en començar el dia $t = 0$)?

23. Modelització: Bateria Solar. El percentatge de càrrega d'una bateria solar varia segons les hores del dia des que surt el sol.



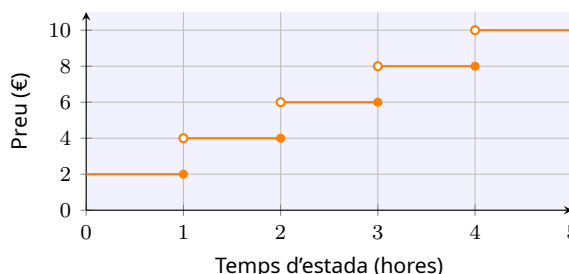
- Quin percentatge de càrrega té la bateria en iniciar el gràfic ($t = 0$)?
- Calcula el pendent de la recta de càrrega (%/hora) les primeres 3 hores.
- Quantes hores la bateria es manté estable al màxim?
- Calcula el pendent de descàrrega (%/hora) en el tram final.

24. Modelització: Circuit de Karts. Dues pistes de Karts ofereixen tarifes diferents segons els minuts.



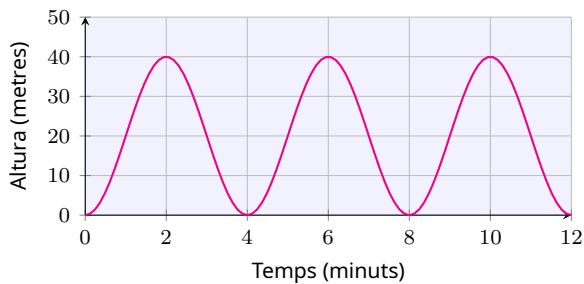
- Quina Pista (A o B) té un cost inicial fix només per entrar al recinte?
- A quants minuts d'ús el preu de les dues pistes s'igualen? Quin és aquest preu?
- Per a una carrera llarga de 30 minuts, quina surt més a compte?
- Indica quin és el pendent exacte de la Pista A (€/min).

25. Modelització: Funció Esclaonada (Pàrquing). El gràfic mostra la tarifa d'un aparcament subterrani segons el temps d'estada.



- Quant costa aparcar el cotxe durant 45 minuts? I durant exactament 2 hores?
- Si a la màquina de pagament m'han cobrat 6 €, entre quantes hores ha estat aparcat el cotxe?
- És una funció contínua o discontinua? Per què?

26. Modelització: Funció Periòdica (La Nòria). El gràfic mostra l'altura a la qual es troba una cabina d'una nòria de fira al llarg del temps.

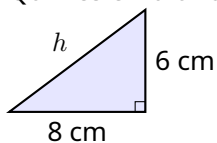


- A quina altura pugem a la cabina ($t = 0$)? Quina és l'altura màxima que assolix l'atracció?
- Quant de temps triga la nòria a fer una volta completa (això s'anomena "període")?
- En quins minuts exactes la cabina es troba a l'altura màxima?
- Si el viatge total dura 12 minuts, quantes voltes completes donarà la nòria?

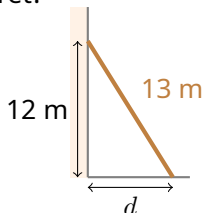
BLOC 6: Geometria Plana i Espacial

27. Teorema de Pitàgores Directe. Calcula la longitud desconeguda en cada cas:

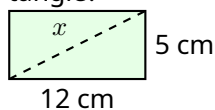
- Quin és el valor de la hipotenusa h ?



- L'escala fa 13 m. A quina distància d està de la paret?

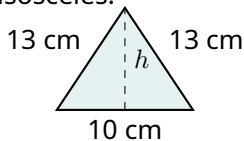


- Quina és la longitud de la diagonal x d'aquest rectangle?



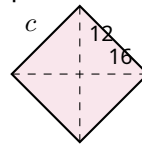
28. Àrees i Perímetres (Aplicant Pitàgores previ). Per resoldre aquestes figures necessitaràs aplicar primer el Teorema de Pitàgores per trobar una dada oculta:

- Troba l'altura h i després l'Àrea d'aquest triangle isòsceles:

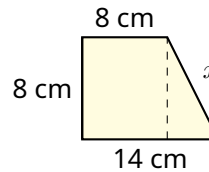


- Les diagonals del rombe fan $D = 16$ cm i $d = 12$

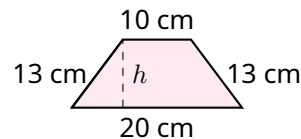
cm. Calcula'n l'Àrea i després utilitza Pitàgores per trobar el costat c i el seu Perímetre:



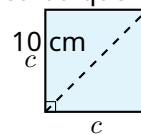
- Troba el costat oblic x i després el Perímetre i l'Àrea d'aquest trapezi rectangle:



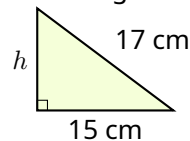
- Troba l'altura h i després l'Àrea d'aquest trapezi isòsceles:



- La diagonal d'aquest quadrat fa 10 cm. Utilitza Pitàgores ($c^2 + c^2 = 10^2$) per trobar el valor de c^2 . Recorda que l'Àrea d'un quadrat és exactament c^2 :

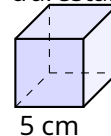


- Troba l'altura h d'aquest triangle rectangle aplicant Pitàgores i després calcula'n l'Àrea:

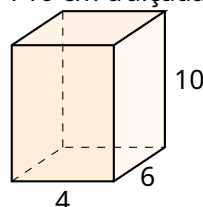


29. Volums de figures en 3D.

- Calcula el Volum i l'Àrea Total d'un cub que té 5 cm d'aresta.



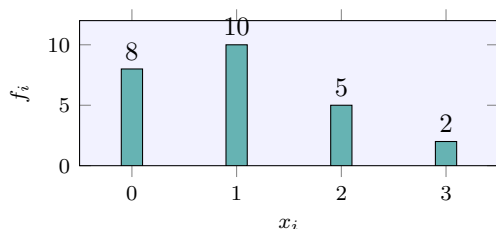
- Calcula el Volum d'un ortoedre (paral·lepípede) de dimensions 4 cm d'amplada, 6 cm de profunditat i 10 cm d'alçada.



- Calcula el Volum d'un prisma de base triangular on la base és un triangle rectangle de catets 3 cm i 4 cm, i l'altura del prisma és 10 cm.

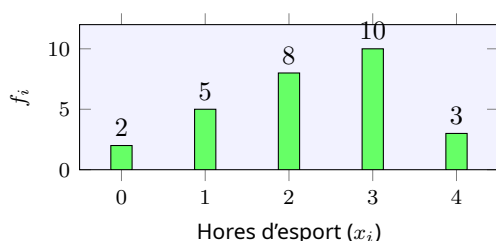
BLOC 7: Estadística i Probabilitat

30. Interpretació de Gràfics. Resultats de mascotes d'una classe:



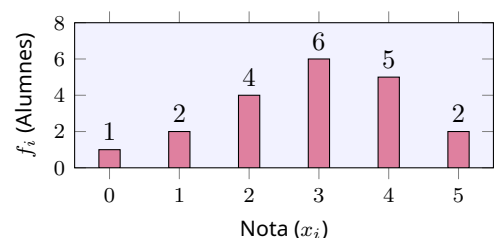
- Quants alumnes tenen exactament 2 mascotes? Quants alumnes hi ha en total?
- Calcula la **Mitjana aritmètica** ($\bar{x}$).

31. Interpretació de Gràfics. Hores d'esport setmanals d'un grup d'alumnes:



- A quantes persones se'ls ha preguntat en total?
- Quina és la moda (M_o)?

32. Interpretació de Gràfics. Notes obtingudes en un test (sobre 5 punts):



- Quants alumnes han fet el test en total?
- Quants alumnes han aprovat (nota igual o superior a 3)?

33. Taules de Freqüències. 20 alumnes i els seus germans: 1, 0, 2, 1, 1, 3, 0, 1, 2, 0, 1, 1, 2, 4, 0, 1, 2, 1, 0, 1. Copia i completa la taula al teu full per calcular els valors següents:

x_i	f_i	h_i	%
0			
1			
2			
3			
4			
Total	$N = \dots$	1	100%

34. Taules de Freqüències. Llibres llegits a l'estiu per 15 alumnes: 2, 1, 0, 2, 3, 1, 2, 4, 2, 1, 0, 3, 2, 1, 5. Completa:

x_i	f_i	h_i	%
0			
1			
2			
3			
4			
5			
Total	$N = \dots$	1	100%

35. Taules de Freqüències. Edats d'un grup de teatre: 14, 15, 12, 13, 14, 14, 15, 12, 13, 14. Completa:

Edat (x_i)	f_i	h_i	%
12			
13			
14			
15			
Total	$N = \dots$	1	100%

36. Probabilitat Simple (Dau). Es llança un dau de 6 cares perfectament equilibrat. Calcula la probabilitat de:

- Treure un 5.
- Treure un nombre parell.
- Treure un nombre major que 4.

37. Probabilitat Simple (Urna). En una bossa opaca hi ha 4 boles vermelles, 3 de verdes i 1 de groga. N'extraïem una a l'atzar:

- Quina és la probabilitat que sigui verda?
- Quina és la probabilitat que NO sigui vermella?
- Quina és la probabilitat que sigui groga o vermella?

38. Probabilitat Simple (Paraula). Escrivim cada lletra de la paraula **RECUPERACIÓ** en un paper i els posem en una bossa. Si en traiem un:

- Quina és la probabilitat de treure una vocal?
- Quina és la probabilitat de treure la lletra 'R'?

39. Probabilitat Simple (Ruleta). Fem girar una ruleta dividida en 8 sectors iguals, numerats de l'1 al 8. Calcula la probabilitat de:

- Que la fletxa caigui en el número 7.
- Que caigui en un múltiple de 3.
- Que caigui en un nombre menor que 5.

40. Probabilitat i Regla de Laplace. Traiem una carta a l'atzar d'una baralla espanyola (40 cartes). Calcula la probabilitat de:

- Treure un Rei.
- Treure una carta del pal d'Oros.
- Treure una figura (Sota, Cavall o Rei).
- Treure el 7 de Copes.