Generalitat de Catalunya
Departament d'Educació
Institut Marianao

DOSSIER D'ESTIU

Matemàtiques 2 ESO

COMPRENDRE EL SIGNIFICAT DELS NOMBRES POSITIUS I NEGATIUS

Nom: Curs: Data:

NOMBRES NEGATIUS

- A la nostra vida diària, observem, llegim i diem expressions del tipus següent:

Expressions comunes	Matemàticament les escrivim	Les llegim
Hem deixat el cotxe al segon soterrani	−2	Menys dos
El submarí és a cent metres sota la superfície del mar	−100	Menys cent
Fa una temperatura de quatre graus sota zero	−4	Menys quatre
El teu compte està en números vermells: deus 120 €	−120	Menys cent vint

−2, −100, −4, −120 són nombres negatius.

- Expressen quantitats, situacions o mesures el valor de les quals és més petit que zero.
- Les precedeix el signe menys (−).
- S'associen a expressions del tipus: menys que, deure, sota, disminuir, restar, m'he gastat...

ACTIVITATS

1 Completa la taula següent:

Expressions comunes	Matemàticament les escrivim	Les llegim
La cova és a cinquanta-cinc metres de profunditat.		
La secció de joguines és en el tercer soterrani.		
La temperatura va ser d'un grau sota zero.		
L'estació de metro es troba a quaranta-cinc metres sota terra.		
He perdut 2 €.		

2 Escriu situacions que representin els nombres negatius següents.

a) −2 ....

b) −5 ....

c) −10 ....

d) −150 ....

COMPRENDRE EL SIGNIFICAT DELS NOMBRES POSITIUS I NEGATIUS

Nom: Curs: Data:

NOMBRES POSITIUS

- D'altra banda, també observem, llegim i diem expressions com:

Expressions comunes	Matemàticament les escrivim	Les llegim
La roba texana és a la tercera planta.	$+3$	Més tres
La gavina vola a cinquanta metres sobre el nivell del mar.	$+50$	Més cinquanta
Quina calor! Estem a trenta graus.	$+30$	Més trenta
Tinc 195 € al banc.	$+195$	Més cent noranta-cinc

$+3$, $+50$, $+30$, $+195$ són nombres positius.

- Expressen quantitats, situacions o mesures el valor de les quals és més gran que zero.
- Les precedeix el signe més ($+$).
- S'associen a expressions del tipus: més que, tinc, sobre, augmentar, afegir, sumar...

3 Completa la taula següent:

Expressions comunes	Matemàticament les escrivim	Les llegim
Estem a trenta-dos graus sobre zero.		
L'avió vola a mil cinc-cents metres sobre el nivell del mar.		
El puig té una altura de vuit-cents metres.		
L'estel és capaç de volar a vuitanta metres.		
Em vaig trobar a terra un bitllet de 5 €.		
T'espero a la planta baixa.		

NOMBRES ENTERS

Els nombres positius, negatius i el zero formen el conjunt dels **nombres enters**, conjunt representat amb la lletra $\mathbb{Z}$.

- **Positius**: $+1$, $+2$, $+3$, $+4$, $+5$, $+6$... (naturals amb signe $+$)
- **Negatius**: -1, -2, -3, -4, -5, -6... (naturals amb signe $-$)
- **Zero**: 0

COMPRENDRE EL SIGNIFICAT DELS NOMBRES POSITIUS I NEGATIUS

Nom: Curs: Data:

4 Un termòmetre ha marcat les temperatures següents en ºC durant set dies. Expressa-les amb nombres enters.

Dilluns	Dimarts	Dimecres	Dijous	Divendres	Dissabte	Diumenge
Dos sobre zero	Cinc sobre zero	Zero graus	Tres sota zero	Dos sobre zero	Un sota zero	Dos sobre zero

REPRESENTACIÓ DE NOMBRES ENTERS. ORDRE EN LA RECTA NUMÈRICA

Els nombres enters els representem de forma ordenada en una recta numèrica d'aquesta manera.

1r Dibuixem una recta i hi assenyalem el zero, 0.

2n Dividim la recta en segments iguals (unitats), a la dreta i a l'esquerra del zero.

3r A la **dreta** hi col·loquem els nombre enters **positius**, i a l'**esquerra**, els nombres enters negatius.

$$\dots \quad -7 \quad -6 \quad -5 \quad -4 \quad -3 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad +1 \quad +2 \quad +3 \quad +4 \quad +5 \quad +6 \quad +7 \quad \dots$$

Nombres enters **negatius** | Nombres enters **positius**

5 Representa en una recta els nombres enters següents: $+8, -9, +5, 0, -1, +6, -7, +11, -6$.

6 Donats els nombres enters $-7, +8, +3, -10, +6, +4, -2$:

a) Representa'ls en la recta numèrica.

b) Quin és el més allunyat del zero? I el més proper?

c) Escriu, per a cadascun, un altre nombre situat a la mateixa distància del zero que ell.

COMPARACIÓ DE NOMBRES ENTERS

Ja sabem que a la recta es representen els nombres enters ordenats. Hem de tenir en compte:

1r Un nombre enter positiu és més gran que qualsevol nombre enter negatiu.

2n Entre diversos nombre enters, sempre és més gran el que està situat més a la dreta sobre la recta.

3r Per comparar fem servir els símbols **més gran que** (>) i **més petit que** (<).

$$\dots \quad -7 \quad -6 \quad -5 \quad -4 \quad -3 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad +1 \quad +2 \quad +3 \quad +4 \quad +5 \quad +6 \quad +7 \quad \dots$$

$$\dots -7 < -6 < -5 < -4 < -3 < -2 < -1 < 0 < +1 < +2 < +3 < +4 < +5 < +6 < +7 \dots$$

$$\dots +7 > +6 > +5 > +4 > +3 > +2 > +1 > 0 > -1 > -2 > -3 > -4 > -5 > -6 > -7 \dots$$

COMPRENDRE EL SIGNIFICAT DELS NOMBRES POSITIUS I NEGATIUS

Nom: Curs: Data:

7 Ordena.

De més petit a més gran (<)	De més gran a més petit (>)
−8, −16, +5, −2, +13, +3, −4, −9, +9, 0, +18, −10	+11, −2, +8, 0, −1, +5, −6, +3, −3, +7, −4, −9, +17

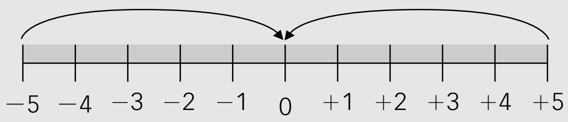
8 Escriu el signe que correspongui en cada parella de nombres enters: < o >.

a) +5 ◯ −2 c) −1 ◯ 0 e) +11 ◯ +15 g) −7 ◯ −4

b) +0 ◯ +8 d) −4 ◯ +1 f) +10 ◯ −9 h) +5 ◯ −11

VALOR ABSOLUT I OPOSAT D'UN NOMBRE ENTER

- El **valor absolut** d'un nombre enter és la **distància** (en unitats) que el separa del zero en la recta numèrica.
- En la pràctica l'escrivim entre dues barres | | i és el mateix nombre sense el seu signe: Valor absolut de −3 l'escrivim |−3| i és 3. Valor absolut de +5 l'escrivim |+5| i és 5.
- Observem que: |+5| = 5 i |−5| = 5.



- Els nombres enters +5 i −5 estan a la mateixa distància del zero: 5 unitats.
- Diem que +5 i −5 són **oposats** i ho escrivim així: Op (+5) = −5 i Op (−5) = +5
- Dos nombres oposats tenen el mateix valor absolut.

9 Completa la taula següent:

Valor absolut	Resultat	Ho llegim
|+10|	10	El valor absolut de +10 és 10.
|−8|		
	7	
|−9|		
		El valor absolut de −15 és 15.

10 Per a cada nombre enter, troba'n l'oposat i representa'ls en una recta numèrica.

a) −3 c) +9 e) −9 g) +8

FER OPERACIONS ARITMÈTIQUES AMB NOMBRES ENTERS

Nom: Curs: Data:

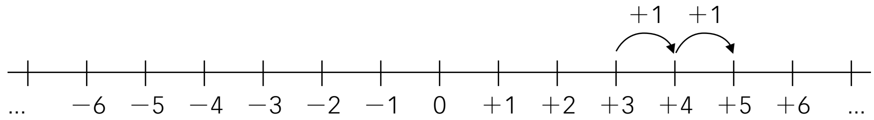
Per **sumar** dos nombres enters del **mateix signe**, en sumem els valors absoluts i al resultat li posem el signe dels sumands.

EXEMPLE

$$(+3)+(+2)\left.\right\}\begin{matrix}|+3|=3 \quad |+2|=2\\ 3+2=5\end{matrix}\left.\right\}(+3)+(+2)=+5$$

$$(-4)+(-1)\left.\right\}\begin{matrix}|-4|=4 \quad |-1|=1\\ 4+1=5\end{matrix}\left.\right\}(-4)+(-1)=-5$$

$(+3)+(+2)=+5$



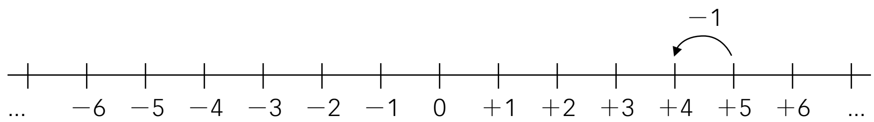
Per **sumar** dos nombres enters de **signe diferent**, en restem els valors absoluts i al resultat li posem el signe del sumand amb el valor absolut més gran.

EXEMPLE

$$(+5)+(-1)\left.\right\}\begin{matrix}|+5|=5 \quad |-1|=1\\ 5-1=4\end{matrix}\left.\right\}(+5)+(-1)=+4$$

$$(-6)+(+5)\left.\right\}\begin{matrix}|-6|=6 \quad |+5|=5\\ 6-5=1\end{matrix}\left.\right\}(-6)+(+5)=-1$$

$(+5)+(-1)=+4$



ACTIVITATS

1 Fes les sumes següents i representa-les en la recta numèrica:

a) $(-3)+(-1)$ b) $(+4)+(+4)$ c) $(+5)+(-2)$ d) $(-2)+(-5)$ e) $(+4)+(-4)$

Per **restar** dos nombres enters li sumem al primer l'oposat del **segon**. A continuació, apliquem la regla de la suma de nombres enters.

EXEMPLE

$$(+5)-(+2)=(+5)+(-2)=+3$$

$$\text{Op}(+2)=-2 \quad \begin{matrix}|+5|=5\\ |-2|=2\end{matrix}\left.\right\}5-2=3$$

EXEMPLE

$$(-6)-(-1)=(-6)+(+1)=-5$$

$$\text{Op}(-1)=+1 \quad \begin{matrix}|-6|=6\\ |+1|=1\end{matrix}\left.\right\}6-1=5$$

FER OPERACIONS ARITMÈTIQUES AMB NOMBRES ENTERS

Nom: Curs: Data:

OPERACIONS COMBINADES DE SUMES I RESTES DE NOMBRES ENTERS

Els nombres enters es poden combinar per mitjà de sumes i restes. Hem de tenir en compte una sèrie de regles:

- Quan el primer sumand és positiu l'escrivim sense signe.
- Quan eliminem els parèntesis, el signe que el precedeix afecta tots els nombres:
  - El signe $+$ **manté** els signes de tots els nombres: $+(-7+2-1+8)=-7+2-1+8$.
  - El signe $-$ **canvia** els signes de tots els nombres: $-(-7+2-1+8)=+7-2+1-8$.

Podem operar de dues maneres:

- Sumem per separat els enters positius i els enters negatius, i fem la resta entre tots dos.
- Fem les operacions en l'ordre en què apareixen.

EXEMPLE

Fes aquestes operacions combinades:

a) $(+7)+(+2)=7+2=9$

b) $(-4)+(-1)=-4-1=-5$

c) Primera manera: $+(-5+3-2+7)=-5+3-2+7=-7+10=+3$
Segona manera: $+(-5+3-2+7)=-5+3-2+7=-2-2+7=-4+7=+3$

d) Primera manera: $-(-5+3-2+7)=+5-3+2-7=7-10=-3$
Segona manera: $-(-5+3-2+7)=+5-3+2-7=+2+2-7=+4-7=-3$

2 Fes les operacions següents fent servir les regles anteriors:

Exemple: $(+11)+(-2)=11-2=9$.

a) $(+7)+(+1)=$

b) $(-15)+(-4)=$

c) $(+9)-(-5)=$

d) $(+10)-(+2)=$

e) $(-11)-(-10)=$

f) $(-7)+(+1)=$

3 Fes les operacions.

a) $7-5=$

b) $11-4+5=$

c) $-9-7=$

d) $-3+8=$

e) $-1+8+9=$

f) $-10+3+7=$

4 Calcula.

a) $5-7+19-20+4-3+10=$

b) $-(8+9-11)=$

c) $9-11+13+2-4-5+9=$

d) $-(20+17)-16+7-15+3=$

FER OPERACIONS ARITMÈTIQUES AMB NOMBRES ENTERS

Nom: Curs: Data:

5 Calcula el resultat de les operacions combinades següents:

a) $8 - (4 - 7) =$

b) $-4 - (5 - 7) - (4 + 5) =$

c) $-(-1 - 2 - 3) - (5 - 5 + 4 + 6 + 8) =$

d) $(-1 + 2 - 9) - (5 - 5) - 4 + 5 =$

e) $(-1 - 9) - (5 - 4 + 6 + 8) - (8 - 7) =$

f) $-4 - (4 + 5) - (8 - 9) + 1 + 6 =$

MULTIPLICACIÓ DE NOMBRES ENTERS

Per multiplicar dos nombres enters seguim aquests passos:

1r En multipliquem els valors absoluts (en la pràctica, els nombre entre ells).

2n Col·loquem al resultat el signe + si tots dos nombres tenen el **mateix signe**, i el signe − si tenen **signes diferents**.

EXEMPLE

$(+5) \cdot (-3) = -15$
1r $5 \cdot 3 = 15$
2n -15, perquè són de signe diferent (positiu i negatiu).

$(-5) \cdot (+3) = -15$
1r $5 \cdot 3 = 15$
2n -15, perquè són de signe diferent (negatiu i positiu).

$(-5) \cdot (-3) = +15$
1r $5 \cdot 3 = 15$
2n $+15$, perquè són del mateix signe (negatius).

$(+5) \cdot (+3) = +15$
1r $5 \cdot 3 = 15$
2n $+15$, perquè són del mateix signe (positius).

DIVISIÓ DE NOMBRES ENTERS

Per multiplicar dos nombres enters seguim aquests passos:

1r En dividim els valors absoluts (en la pràctica, els nombres entre ells, sempre que la divisió sigui exacta).

2n Col·loquem al resultat el signe + si tots dos tenen el **mateix signe**, i el signe − si tenen **signes diferents**.

EXEMPLE

$(+20) : (-4) = -5$
1r $20 : 4 = 5$
2n -5, perquè són de signe diferent (positiu i negatiu).

$(-20) : (+4) = -5$
1r $20 : 4 = 5$
2n -5, perquè són de signe diferent (negatiu i positiu).

$(-20) : (-4) = +5$
1r $20 : 4 = 5$
2n $+5$, perquè són del mateix signe (negatius).

$(+20) : (+4) = +5$
1r $20 : 4 = 5$
2n $+5$, perquè són del mateix signe (positius).

FER OPERACIONS ARITMÈTIQUES AMB NOMBRES ENTERS

Nom: Curs: Data:

En les operacions de multiplicació i divisió de nombres enters, fem servir la **regla dels signes**.

Multiplicació	Divisió
$(+) \cdot (+) = +$	$(+) : (+) = +$
$(-) \cdot (-) = +$	$(-) : (-) = +$
$(+) \cdot (-) = -$	$(+) : (-) = -$
$(-) \cdot (+) = -$	$(-) : (+) = -$

6 Fes les operacions següents:

a) $(+7) \cdot (+2) =$

b) $(+12) \cdot (-3) =$

c) $(-10) \cdot (+10) =$

d) $(-5) \cdot (+8) =$

e) $(-1) \cdot (-1) =$

f) $(+5) \cdot (+20) =$

7 Fes les divisions.

a) $(+16) : (+2) =$

b) $(-8) : (-1) =$

c) $(-25) : (+5) =$

d) $(-100) : (+10) =$

e) $(+12) : (-3) =$

f) $(+45) : (+9) =$

8 Calcula les operacions següents, aplicant la regla dels signes.

a) $(+12) \cdot (+3) =$

b) $(-20) : (-10) =$

c) $(+6) \cdot (-6) =$

d) $(+80) : (-8) =$

e) $(-9) : (-3) =$

f) $(-100) : (+25) =$

g) $(-1) \cdot (-18) =$

h) $(-77) : (-11) =$

i) $(+10) \cdot (+4) =$

j) $(-9) \cdot (+8) =$

k) $(+35) : (+5) =$

l) $(-12) \cdot (+5) =$

9 Completa els buits amb els nombres enters corresponents.

a) $(+9) \cdot$ .... $= -36$

b) .... $\cdot (+10) = -100$

c) $(+3) \cdot$ .... $= -15$

d) $(-7) \cdot$ .... $= +21$

e) $(-30) \cdot$ .... $= +30$

f) $(-8) \cdot$ .... $= +16$

g) .... $\cdot (-8) = -40$

h) $(+6) \cdot$ .... $= 0$

i) .... $\cdot (-5) = +25$

j) $(-4) \cdot$ .... $= +40$

10 Completa els buits amb els nombres enters corresponents.

a) $(+42) :$ .... $= -7$

b) $(-20) :$ .... $= -20$

c) $(+12) :$ .... $= -4$

d) $(-8) :$ .... $= +1$

e) .... $: (-6) = +5$

f) $(-64) :$ .... $= +8$

g) .... $: (-9) = +6$

h) $(+9) :$ .... $= -9$

i) $(-8) :$ .... $= -2$

j) .... $\cdot (+7) = -42$

FER OPERACIONS AMB POTÈNCIES

Nom: Curs: Data:

PRODUCTE DE POTÈNCIES AMB LA MATEIXA BASE

Per multiplicar potències amb la mateixa base, deixem la mateixa base i sumem els exponents.

EXEMPLE

$2^2 \cdot 2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$ En la pràctica: $2^2 \cdot 2^3 = 2^{2+3} = 2^5$.

ACTIVITATS

1 Expressa amb una sola potència.

a) $2^2 \cdot 2^4 \cdot 2^3 = 2^{2+4+3} =$

b) $(-4)^4 \cdot (-4)^4 =$

c) $5^2 \cdot 5^3 =$

d) $(-5)^5 \cdot (-5)^2 =$

e) $6^4 \cdot 6 \cdot 6^3 \cdot 6^2 =$

f) $(-10)^3 \cdot (-10)^3 \cdot (-10)^4 =$

2 Expressa com un producte de factors les potències següents:

Potència	Nre. de factors	Producte de potències amb la mateixa base
5^5	2	$5^2 \cdot 5^3$
$(-6)^6$	4	
2^9	5	
$(-10)^6$	3	

EXEMPLE

$2 = 2^1$ $(-3) = (-3)^1$ $10 = 10^1$ $16 = 16^1$ $(-20) = (-20)^1$

3 Col·loca els exponents que hi falten de manera que es compleixi la igualtat.
(Hi pot haver diverses solucions en cada cas.)

a) $2^2 \cdot 2^{\dots} \cdot 2^{\dots} = 2^6$

b) $4^2 \cdot 4^{\dots} \cdot 4^{\dots} \cdot 4^{\dots} = 4^7$

c) $3^{\dots} \cdot 3^{\dots} \cdot 3^{\dots} = 3^5$

d) $5^{\dots} \cdot 5^{\dots} = 5^5$

e) $(-7)^{\dots} \cdot (-7)^{\dots} = (-7)^5$

f) $10^{\dots} \cdot 10^{\dots} = 10^5$

g) $(-2)^4 \cdot (-2)^{\dots} \cdot (-2)^{\dots} = (-2)^8$

h) $10^6 \cdot 10^{\dots} \cdot 10^{\dots} = 10^9$

i) $6^{\dots} \cdot 6^{\dots} \cdot 6^{\dots} = 6^6$

QUOCIENT DE POTÈNCIES AMB LA MATEIXA BASE

Per dividir potències amb la mateixa base, deixem la mateixa base i restem els exponents.

EXEMPLE

$\frac{2^5}{2^3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2} \cdot \frac{2 \cdot 2}{1} = \frac{2^3}{2^3} \cdot 2 \cdot 2 = 1 \cdot 2^2 = 2^2$ En la pràctica: $\frac{2^5}{2^3} = 2^{5-3} = 2^2$.

FER OPERACIONS AMB POTÈNCIES

Nom: Curs: Data:

4 Expressa amb una sola potència.

a) $\dfrac{3^6}{3^2} = 3^{6-2} = 3^4$

b) $\dfrac{(-4)^6}{(-4)^2} =$

c) $\dfrac{4^4}{4^3} =$

d) $\dfrac{(-7)^3}{(-7)} =$

e) $\dfrac{5^5}{5^3} =$

f) $\dfrac{(-6)^8}{(-6)^6} =$

POTÈNCIES D'EXPONENT 0 I 1

Una potència d'exponent zero sempre val u.

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{2^3}{2^3} = \dfrac{2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2} = \dfrac{8}{8} = 1 \\ \dfrac{2^3}{2^3} = 2^{3-3} = 2^0\end{array}\right\} \quad \boxed{2^0 = 1}$$

Una potència d'exponent 1 és igual a la base.

$2^1 = 2 \qquad (-3)^1 = -3$

$10^1 = 10 \qquad (-20)^1 = -20$

5 Col·loca els exponents que falten, de manera que es compleixi la igualtat. (*Hi pot haver diverses solucions en cada cas*.)

a) $\dfrac{2^{\ldots}}{2^{\ldots}} = 2^{\ldots} = 2^5$

b) $\dfrac{10^{\ldots}}{10^{\ldots}} = \ldots\ldots = 10^4$

c) $\dfrac{3^{\ldots}}{3^{\ldots}} = 3^{\ldots} = 3^3$

d) $\dfrac{(-5)^{\ldots}}{(-5)^{\ldots}} = \ldots\ldots = 5^2$

e) $\dfrac{4^{\ldots}}{4^{\ldots}} = \ldots\ldots = 4^2$

f) $\dfrac{6^{\ldots}}{6^{\ldots}} = \ldots\ldots = 1$

POTÈNCIA D'UNA POTÈNCIA

Per elevar una potència a una altra, mantenim la mateixa base i en multipliquem els exponents.

EXEMPLE

$[(2)^3]^2 = 2^3 \cdot 2^3 = 2^{3+3} = 2^6$ En la pràctica: $[(2)^3]^2 = (2)^{3 \cdot 2} = 2^6$.

$[(-3)^4]^3 = (-3)^4 \cdot (-3)^4 \cdot (-3)^4 = (-3)^{4+4+4} = (-3)^{12}$ En la pràctica: $[(-3)^4]^3 = (-3)^{4 \cdot 3} = (-3)^{12}$.

6 Expressa amb una sola potència.

a) $[(4)^5]^2 = (4)^{5 \cdot 2} = 4^{\ldots}$

b) $[(-3)^3]^3 =$

c) $[(-8)^2]^3 =$

d) $[(5)^2]^4 =$

e) $[(6)^0]^2 =$

f) $[(10)^3]^4 =$

7 Expressa amb una sola potència. (*Hi pot haver diverses solucions en cada cas*.)

a) $[2^{\ldots}]^{\ldots} = 2^8$

b) $[6^{\ldots}]^{\ldots} = 6^{12}$

c) $[3^{\ldots}]^{\ldots} = 3^{10}$

d) $[4^{\ldots}]^{\ldots} = 1$

e) $[-5^{\ldots}]^{\ldots} = (-5)^6$

f) $[10^{\ldots}]^{\ldots} = 10^2$

IDENTIFICAR ELS MÚLTIPLES I ELS DIVISORS D'UN NOMBRE

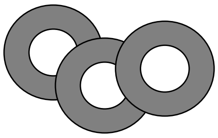
Nom: Curs: Data:

Els **múltiples** d'un nombre són aquells nombres que obtenim multiplicant aquest nombre pels nombres naturals.

·	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	...

Múltiples de 5 ⟶ 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45...

EXEMPLE



En una botiga, les rosquilles es venen en paquets de 3 unitats. Quantes en puc comprar si me n'emporto uns quants paquets?

$3 \cdot 1 = 3$ rosquilles $3 \cdot 2 = 6$ rosquilles $3 \cdot 3 = 9$ rosquilles

$3 \cdot 4 = 12$ rosquilles $3 \cdot 5 = 15$ rosquilles $3 \cdot 6 = 18$ rosquilles

- Podem comprar 3, 6, 9, 12, 15, 18… rosquilles: 3, 6, 9, 12, 18... són múltiples de 3.

ACTIVITATS

1 En Lluc va al supermercat i observa que els mocadors es venen en paquets de 3 unitats, els iogurts en grups de 4 unitats i les pilotes de tenis en pots de 5 unitats. Quantes unitats de cada article podríem comprar?

2 Escriu els nombres que siguin:

a) Múltiples de 5 i més petits que 51.

b) Múltiples de 25 i més petits que 105.

c) Múltiples de 30 i que estiguin compresos entre 50 i 280.

d) Múltiples de 1.000 i que estiguin compresos entre 990 i 10.100.

Els **divisors** d'un nombre són aquells enters que hi caben una quantitat exacta de vegades. Per trobar-los:

1r Fem totes les divisions possibles (entre nombres més petits i igual que ell) prenent el nombre com a dividend.

2n Busquem les divisions que siguin exactes (residu = 0).

Calculem els divisors de 8.

$\begin{array}{l|l} 8 & \underline{1} \\ 0 & 8 \end{array}$ $\begin{array}{l|l} 8 & \underline{2} \\ 0 & 4 \end{array}$ $\begin{array}{l|l} 8 & \underline{3} \\ 2 & 2 \end{array}$ $\begin{array}{l|l} 8 & \underline{4} \\ 0 & 2 \end{array}$ $\begin{array}{l|l} 8 & \underline{5} \\ 3 & 1 \end{array}$ $\begin{array}{l|l} 8 & \underline{6} \\ 2 & 1 \end{array}$ $\begin{array}{l|l} 8 & \underline{7} \\ 1 & 1 \end{array}$ $\begin{array}{l|l} 8 & \underline{8} \\ 0 & 1 \end{array}$

- 1, 2, 4 i 8 són divisors de 8. Divideixen exactament 8.
- 3, 5, 6 i 7 no són divisors de 8. No el divideixen exactament (residu ≠ 0).

COMPRENDRE EL CONCEPTE I ELS SIGNIFICATS DE LES FRACCIONS

Nom: Curs: Data:

- Quan volem expressar certa quantitat d'alguna cosa incompleta, o parts d'un total, i no la podem escriure amb els nombres i les expressions que coneixem fins ara, fem servir les **fraccions**.
- Exemples de frases en què fem servir les fraccions són: «Dóna'm la meitat de...», «Ens falta la quarta part del recorregut...», «Dues cinquenes parts de l'habitació es van inundar amb aigua...», «Els dos terços del barril estan buits...», «M'he gastat la tercera part de la paga...».
- Una fracció és una expressió matemàtica en què es distingeixen dos termes: **numerador** i **denominador**, separats per una línia horitzontal que anomenem **ratlla de fracció**.

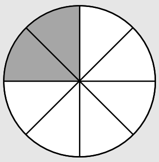
Generalment, si a i b són dos nombres naturals (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...), una fracció l'escrivim:

$$\text{Ratlla de fracció} \longrightarrow \frac{a \longleftarrow \text{Numerador}}{b \longleftarrow \text{Denominador}}$$

$\frac{2}{3}$, $\frac{4}{9}$ i $\frac{1}{2}$ són exemples de fraccions.

LA FRACCIÓ COM A PART DE LA UNITAT

L'Elena obre una capsa de formatgets de 8 porcions i se'n menja 2. Podem expressar aquesta situació per mitjà d'una fracció:



$$\frac{2 \longrightarrow}{8 \longrightarrow}$$ **Numerador:** nombre de porcions que es menja.
Denominador: nombre de porcions de la capsa.

– **Significat del denominador:** nombre de parts iguals en què es divideix la unitat.
– **Significat del numerador:** nombre de parts que prenem de la unitat.
– **Significat de la ratlla de fracció:** partició, part de, entre, divisió o quocient.

Com llegim les fraccions?

Si el numerador és	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...
Ho llegim	Un	Dos	Tres	Quatre	Cinc	Sis	Set	Vuit	Nou	...

Si el denominador és	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ho llegim	Mitjos	Terços	Quarts	Cinquens	Sisens	Setens	Vuitens	Novens	Desens

Si el denominador és més gran que 10, llegim el nombre seguit de la terminació -ens.

Si el denominador és	11	12	13	14	15	...	20
Ho llegim	Onzens	Dotzens	Tretzens	Catorzens	Quinzens	...	Vintens

Exemples

$\frac{3}{8}$ ho llegim «tres vuitens» $\frac{6}{9}$ ho llegim «sis novens» $\frac{12}{21}$ ho llegim «dotze vint-i-unens»

COMPRENDRE EL CONCEPTE I ELS SIGNIFICATS DE LES FRACCIONS

Nom: Curs: Data:

ACTIVITATS

1 Completa la taula següent:

Fracció	Numerador	Denominador	Ho llegim
$\frac{4}{9}$			
$\frac{7}{12}$			
$\frac{12}{16}$			
$\frac{10}{25}$			
$\frac{3}{4}$			

2 Completa la taula següent:

Fracció	$\frac{6}{10}$			
Numerador	6			
Denominador	10			
Ho llegim		Onze sisens	Quinze tretzens	Dos cinquens

REPRESENTACIÓ GRÀFICA DE LES FRACCIONS

Per dibuixar i/o representar gràficament les fraccions seguim aquests passos:

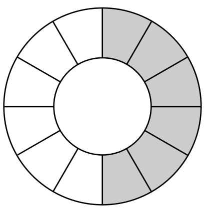
1r Triem el tipus de dibuix: cercle, rectangle, quadrat, triangle (normalment és una figura geomètrica).

2n Dividim la figura en tantes parts iguals com ens indica el denominador.

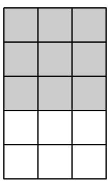
3r Pintem, marquem o assenyalem les parts que ens indica el numerador.

3 Escriu la fracció que representa la part pintada dels gràfics.

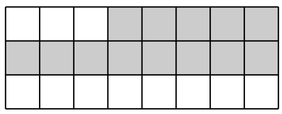
a)



b)



c)



COMPRENDRE EL CONCEPTE I ELS SIGNIFICATS DE LES FRACCIONS

Nom: Curs: Data:

LA FRACCIÓ COM A VALOR DECIMAL

Quan dividim el numerador entre el denominador obtenim un nombre decimal, que és el valor numèric de la fracció.

Si vull repartir 7 taronges entre 2 nens $\left(\frac{7}{2}\right)$, quantes en tocaran a cada nen?

$$\begin{array}{l|l} 7 & 2 \\ \hline 10 & 3{,}5 \\ \ \ 0 & \end{array}$$

- Li tocarien 3 taronges senceres a cada nen.
- En sobra una, de manera que entre dos nens, toca mitja taronja (0,5) per a cadascun.

$$\frac{7}{2} = 7 : 2 = 3{,}5$$

4 Troba l'expressió decimal de les fraccions següents:

a) $\frac{4}{5}$ c) $\frac{3}{15}$ e) $\frac{9}{4}$

b) $\frac{10}{20}$ d) $\frac{5}{10}$ f) $\frac{15}{20}$

5 Expressa en forma de fracció i troba el valor numèric d'aquests casos:

a) Quatre quilos de peres en vuit bosses

b) Dotze litres de refresc de cola en vuit ampolles

c) Cinquanta litres d'aigua en cent cantimplores

d) Tres salsitxes per a quatre gossos

LA FRACCIÓ D'UNA QUANTITAT

Un bidó de 20 litres de vi està ple fins als dos cinquens de la seva capacitat. Quants litres conté?

Hem de trobar el que val $\frac{2}{5}$ de 20, és a dir, una fracció d'una quantitat.
Ho podem fer de dues maneres:

$\frac{2}{5}$ de 20

a) Multipliquem la quantitat pel numerador i ho dividim entre el denominador.
b) Dividim la quantitat entre el denominador i ho multipliquem pel numerador.

Ho comprovem:

a) $(20 \cdot 2) : 5 = 40 : 5 = 8$ litres és el que conté el bidó.
b) $(20 : 5) \cdot 2 = 4 \cdot 2 = 8$ litres és el que conté el bidó.

6 En una excursió de senderisme els alumnes de 2n d'ESO han fet els $\frac{2}{3}$ de la marxa programada, que és de 6.000 metres de longitud. Quina distància han recorregut?

IDENTIFICAR I ENTENDRE LES FRACCIONS EQUIVALENTS

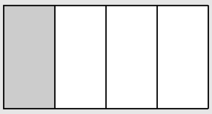
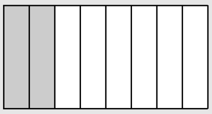
Nom: Curs: Data:

FRACCIONS EQUIVALENTS

- *Equivalent* és sinònim d'«igual», que té el mateix valor, o que representa la mateixa quantitat.

  Així doncs, $\frac{1}{4}$ i $\frac{2}{8}$ són fraccions equivalents.

- Tenen el mateix valor: $\frac{1}{4} = 1 : 4 = 0{,}25$ $\quad \frac{2}{8} = 2 : 8 = 0{,}25$
- Representen la mateixa quantitat:

$\frac{1}{4}$  $\frac{2}{8}$ 

- Generalment, per comprovar si dues fraccions són equivalents multipliquem en creu, i obtenim el mateix resultat.

$$\frac{1}{4} \times \frac{2}{8} \qquad \underset{\substack{\downarrow\\ 8}}{1 \cdot 8} = \underset{\substack{\downarrow\\ 8}}{4 \cdot 2}$$

ACTIVITATS

1 Comprova si les fraccions següents són equivalents (*fes servir el criteri del valor numèric*):

a) $\frac{1}{3}$ i $\frac{4}{12}$ b) $\frac{3}{6}$ i $\frac{9}{18}$

2 Comprova si les fraccions són equivalents (*fes servir la representació gràfica*).

a) $\frac{2}{3}$ i $\frac{4}{6}$ b) $\frac{1}{2}$ i $\frac{2}{4}$

3 Troba el terme que falta perquè aquestes fraccions siguin equivalents:

a) $\frac{\ }{2} = \frac{8}{16} = \frac{\ }{12}$ c) $\frac{2}{5} = \frac{\ }{20} = \frac{6}{\ }$

b) $\frac{\ }{7} = \frac{3}{21} = \frac{2}{\ }$ d) $\frac{3}{8} = \frac{6}{\ } = \frac{\ }{40}$

IDENTIFICAR I ENTENDRE LES FRACCIONS EQUIVALENTS

Nom: Curs: Data:

PROPIETAT FONAMENTAL DE LES FRACCIONS

- Si multipliquem o dividim el numerador i el denominador d'una fracció per un mateix nombre, obtenim una fracció equivalent i el valor de la fracció no varia.
- $\frac{2}{5}$ *multipliquem numerador i denominador per 3:* $\frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{6}{15} \longrightarrow \frac{2}{5} \times \frac{6}{15} \longrightarrow 2 \cdot 15 = 5 \cdot 6$
- $\frac{18}{12}$ *dividim numerador i denominador entre 6:* $\frac{18:6}{12:6} = \frac{3}{2} \longrightarrow \frac{18}{12} \times \frac{3}{2} \longrightarrow 18 \cdot 2 = 12 \cdot 3$

  –Si multipliquem, fem servir el terme **amplificar**.

  –Si dividim, fem servir el terme **simplificar**. Una fracció que no podem simplificar l'anomenem **fracció irreductible**.

4 Escriu fraccions equivalents a la donada mitjançant amplificació (*multiplica el numerador i el denominador pel mateix nombre*).

a) $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{} = \frac{4}{} = \frac{}{36} = \frac{}{}$

b) $\frac{2}{5} = \frac{}{} = \frac{}{} = \frac{}{} = \frac{}{}$

c) $\frac{5}{7} = \frac{}{} = \frac{}{} = \frac{}{} = \frac{}{}$

d) $\frac{3}{2} = \frac{}{} = \frac{}{} = \frac{}{} = \frac{}{}$

5 Escriu fraccions equivalents a la donada mitjançant simplificació (*divideix el numerador i el denominador entre el mateix nombre*).

a) $\frac{20}{40} = \frac{10}{20} = \frac{5}{}$

b) $\frac{20}{30} = \frac{}{} = \frac{}{}$

c) $\frac{48}{16} = \frac{24}{} = \frac{}{}$

d) $\frac{30}{35} = \frac{}{} = \frac{}{}$

6 Escriu cinc fraccions equivalents a:

a) $\frac{7}{11}$

b) $\frac{4}{10}$

7 Escriu.

a) Una fracció equivalent a $\frac{2}{4}$ que tingui 6 com a numerador.

b) Una fracció equivalent a $\frac{3}{5}$ que tingui 15 com a denominador.

8 Completa la taula següent:

Fracció	$\frac{20}{30}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{7}{9}$
És irreductible?				
Fraccions equivalents (simplificació)				

IDENTIFICAR I ENTENDRE LES FRACCIONS EQUIVALENTS

Nom: Curs: Data:

COMPARACIÓ DE FRACCIONS

En Jordi, l'Araceli i en Lluc s'han comprat el mateix nombre de sobres de cromos. En Jordi n'ha enganxat dos terços; l'Araceli, la meitat, i en Lluc, tres quarts. Qui n'ha enganxat més?

Els passos que hem de seguir són:

1r Jordi: $\frac{2}{3}$ Fraccions equivalents: $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{10}{15}$...

Araceli: $\frac{1}{2}$ Fraccions equivalents: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12} = \frac{7}{14}$...

Lluc: $\frac{3}{4}$ Fraccions equivalents: $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16}$...

$\frac{8}{12}$, $\frac{6}{12}$ i $\frac{9}{12}$ tenen el mateix denominador.

2n Ordenem les fraccions, de més gran a més petita, amb el símbol «més gran que», $>$.

$$\frac{9}{12} > \frac{8}{12} > \frac{6}{12} \rightarrow \frac{3}{12} > \frac{2}{12} > \frac{1}{12}$$

En Lluc és qui ha enganxat més cromos, després, en Jordi i, per últim, l'Araceli.

9 Ordena, de més petita a més gran ($<$), les fraccions: $\frac{4}{20}, \frac{8}{20}, \frac{6}{20}, \frac{5}{20}, \frac{1}{20}, \frac{9}{20}, \frac{3}{20}, \frac{10}{20}$.

10 Una herència s'ha repartit d'aquesta manera entre tres germans: en Pere, $\frac{1}{4}$; la Carme, $\frac{7}{12}$, i l'Olga, $\frac{1}{6}$.

a) A qui li toca la part més gran de l'herència?

b) A qui li toca la més petita?

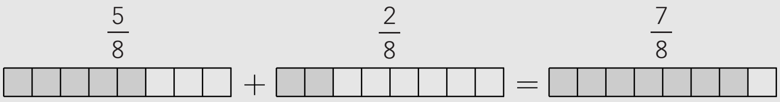
FER OPERACIONS DE SUMA I RESTA DE FRACCIONS

Nom: Curs: Data:

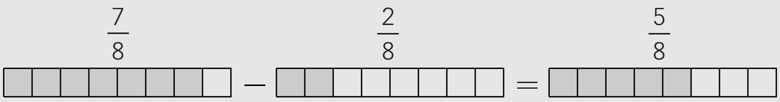
SUMA I RESTA DE FRACCIONS AMB EL MATEIX DENOMINADOR

Per sumar i restar fraccions amb el mateix denominador, sumem o restem els numeradors i mantenim el mateix denominador.

$$\frac{5}{8}+\frac{2}{8}=\frac{5+2}{8}=\frac{7}{8}$$



$$\frac{7}{8}-\frac{2}{8}=\frac{7-2}{8}=\frac{5}{8}$$



ACTIVITATS

1 Calcula.

a) $\frac{4}{15}+\frac{5}{15}=\frac{}{}$

b) $\frac{6}{8}-\frac{3}{8}=\frac{}{}$

c) $\frac{6}{10}+\frac{1}{10}+\frac{2}{10}=\frac{}{}$

d) $\frac{4}{7}+\frac{1}{7}-\frac{2}{7}=\frac{}{}$

e) $\frac{3}{13}+\frac{4}{13}+\frac{}{13}=\frac{9}{}$

f) $\frac{4}{11}+\frac{6}{11}-\frac{}{11}=\frac{5}{}$

2 Fes aquestes operacions:

a) $\left(\frac{4}{9}+\frac{2}{9}\right)+\frac{1}{9}=$

b) $\frac{17}{9}-\left(\frac{12}{9}-\frac{10}{9}\right)=$

c) $\left(\frac{15}{10}-\frac{6}{10}\right)-\frac{5}{10}=$

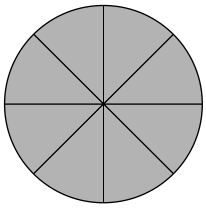
d) $\frac{5}{8}+\left(\frac{7}{8}-\frac{4}{8}\right)=$

3 D'un pastís de gerds, la Carme en menja dos vuitens; en Lluís, tres vuitens, i la Clara, un vuitè.

a) Quants vuitens han menjat entre tots tres?

b) L'Eva va arribar tard al berenar. Quant li'n van deixar?

Expressa el problema gràficament i numèricament.



4 En una bossa hi ha 50 cromos: $\frac{24}{50}$ de la bossa són d'automòbils, $\frac{16}{50}$ són d'avions i la resta són de motos. Calcula:

a) La fracció de cromos d'automòbils i d'avions

b) La fracció de cromos de motos

FER OPERACIONS DE SUMA I RESTA DE FRACCIONS

Nom: Curs: Data:

SUMA I RESTA DE FRACCIONS AMB DENOMINADOR DIFERENT

Per sumar o restar fraccions amb denominador diferent, seguim aquests passos:

1r Busquem fraccions equivalents que tinguin el mateix denominador.
2n Sumem o restem els numeradors i deixem el mateix denominador.

$$\frac{1}{4}+\frac{2}{3}=\left\{\begin{array}{l}\text{Equivalents a } \frac{1}{4}=\frac{2}{8}=\mathbf{\frac{3}{12}}=\frac{4}{16}=\frac{5}{20}\dots \\ \text{Equivalents a } \frac{2}{3}=\frac{4}{6}=\frac{6}{9}=\mathbf{\frac{8}{12}}=\frac{10}{15}\dots\end{array}\right\} \frac{1}{4}+\frac{2}{3}=\frac{3}{12}+\frac{8}{12}=\frac{3+8}{12}=\frac{11}{12}$$

Observa que 12 és el nombre múltiple comú de 4 i 3 (m.c.m.).

$$\frac{7}{5}-\frac{3}{4}=\left\{\begin{array}{l}\text{Equivalents a } \frac{7}{5}=\frac{14}{10}=\frac{21}{15}=\mathbf{\frac{28}{20}}=\frac{35}{25}\dots \\ \text{Equivalents a } \frac{3}{4}=\frac{6}{8}=\frac{9}{12}=\frac{12}{16}=\mathbf{\frac{15}{20}}\dots\end{array}\right\} \frac{7}{5}-\frac{3}{4}=\frac{28}{20}-\frac{15}{20}=\frac{28-15}{20}=\frac{13}{20}$$

Observa que 20 és el nombre múltiple comú de 5 i 4 (m.c.m.).

5 Calcula.

a) $\frac{3}{5}+\frac{2}{4}=\frac{}{20}+\frac{}{20}=$

b) $\frac{4}{6}-\frac{3}{9}=$

c) $\frac{7}{9}-\frac{4}{6}=\frac{}{18}-\frac{}{18}=$

d) $\frac{1}{3}+\frac{2}{7}=$

e) $\frac{2}{4}+\frac{3}{4}+\frac{4}{3}=$

f) $\frac{2}{5}+\frac{3}{7}-\frac{1}{3}=$

6 Fes aquestes operacions:

a) $\left(\frac{2}{3}+\frac{4}{15}\right)+\frac{1}{15}=$

b) $\frac{7}{3}-\left(\frac{12}{9}-\frac{10}{9}\right)=$

c) $\left(\frac{4}{5}-\frac{1}{10}\right)+\frac{5}{10}=$

d) $\frac{5}{8}+\left(\frac{3}{4}-\frac{4}{8}\right)=$

7 D'un barril de cervesa, en David en treu dos cinquens del contingut, i l'Empar, un terç. Expressa-ho numèricament i gràficament.

a) Quina fracció de cervesa n'han tret entre tots dos?

b) Qui ha tret més cervesa?

FER OPERACIONS DE MULTIPLICACIÓ I DIVISIÓ DE FRACCIONS

Nom: Curs: Data:

PRODUCTE DE FRACCIONS

El producte de dues fraccions o més és una altra fracció el numerador de la qual és el producte dels numeradors, i el denominador és el producte dels denominadors (producte en paral·lel).

EXEMPLE

$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 4} = \frac{6}{20}$ Sempre que sigui possible, simplifiquem el resultat: $\frac{6}{20} = \frac{6:2}{20:2} = \frac{3}{10}$.

ACTIVITATS

1 Calcula els productes de fraccions següents:

a) $\frac{2}{6} \cdot \frac{3}{5} =$ b) $\frac{5}{3} \cdot \frac{4}{7} =$ c) $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8} =$ d) $\frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7} =$

2 Calcula i simplifica el resultat sempre que sigui possible.

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2 \cdot 1}{} =$

b) $\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{5} =$

c) $\frac{4}{7} \cdot \frac{7}{3} \cdot \frac{5}{2} =$

d) $\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} =$

3 En una capsa de rellotges, $\frac{2}{5}$ són de color blau i $\frac{3}{4}$ d'aquests són submergibles.
Quina fracció total representen els rellotges blaus submergibles?

$\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 5} = \frac{}{}$

PRODUCTE D'UNA FRACCIÓ PER UN NOMBRE

Per multiplicar una fracció per un nombre, multipliquem el nombre pel numerador de la fracció i deixem el mateix denominador (tot nombre està dividit per la unitat).

EXEMPLE

$$\frac{2}{5} \cdot 4 = \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{1} = \frac{8}{5}$$

4 Calcula i simplifica el resultat sempre que sigui possible.

a) $\frac{2}{3} \cdot 6 =$

b) $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{10} \cdot 5 =$

FER OPERACIONS DE MULTIPLICACIÓ I DIVISIÓ DE FRACCIONS

Nom: Curs: Data:

5 Calcula la fracció que falta en cada cas perquè es compleixi la igualtat *(si pots, simplifica)*.

a) $\frac{5}{8}\cdot\frac{\quad}{\quad}=\frac{20}{56}=\frac{\quad}{\quad}=\frac{\quad}{\quad}$

b) $\frac{\quad}{\quad}\cdot\frac{4}{10}=\frac{24}{20}=\frac{\quad}{\quad}=\frac{\quad}{\quad}$

c) $\frac{1}{3}\cdot\frac{\quad}{\quad}=\frac{1}{9}$

d) $\frac{\quad}{\quad}\cdot\frac{2}{7}=\frac{14}{21}=\frac{\quad}{\quad}$

DIVISIÓ DE FRACCIONS

La divisió de dues fraccions és una altra fracció el numerador i el denominador de la qual és el producte creuat dels termes de les fraccions donades (producte en creu).

EXEMPLE

$\frac{4}{5}:\frac{2}{3}=\frac{4\cdot 3}{5\cdot 2}=\frac{12}{10}$ Sempre que sigui possible, simplifiquem el resultat: $\frac{12}{10}=\frac{12:2}{10:2}=\frac{6}{5}$.

6 Calcula i simplifica sempre que es pugui.

a) $\frac{3}{6}:\frac{8}{12}=\frac{3\cdot 12}{6\cdot 8}=\frac{\quad}{\quad}=\frac{\quad}{\quad}$

b) $\frac{7}{3}:\frac{1}{2}=$

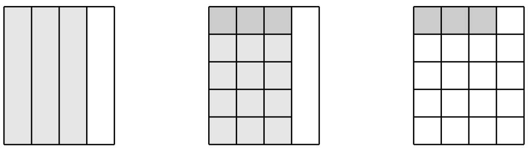
c) $\frac{1}{5}:\frac{3}{6}=$

d) $\frac{4}{6}:\frac{2}{5}=$

e) $\frac{4}{6}:\frac{3}{7}=$

f) $\frac{5}{3}:\frac{5}{3}=$

7 Volem repartir tres quartes parts d'una capsa de llaminadures entre 5 amics.
Quina part de la fracció li correspon a cadascun?



$\frac{3}{4} \quad : \quad 5 \quad = \quad \frac{3}{20}$

$\frac{3}{4}$ dividit entre $\frac{5}{1}\rightarrow\frac{3}{4}:5=\frac{3}{4}:\frac{5}{\quad}=\frac{3\cdot 1}{4\cdot\quad}=\frac{3}{\quad}$

8 Calcula i simplifica sempre que es pugui.

a) $\frac{2}{3}:\frac{8}{12}=\frac{2\cdot 12}{3\cdot 8}=\frac{\quad}{\quad}=$

b) $\frac{3}{6}:2=$

c) $\frac{3}{6}:\frac{2}{7}=$

d) $\frac{2}{7}:\frac{3}{6}=$

e) $\frac{2}{5}:2=$

f) $\frac{6}{3}:3=$

FER OPERACIONS DE MULTIPLICACIÓ I DIVISIÓ DE FRACCIONS

Nom: Curs: Data:

9 Calcula la fracció que falta en cada cas perquè es compleixi la igualtat *(si pots, simplifica)*.

a) $\frac{5}{8} : \underline{\hspace{1.5em}} = \frac{15}{8}$

b) $\underline{\hspace{1.5em}} : \frac{4}{3} = \frac{12}{20}$

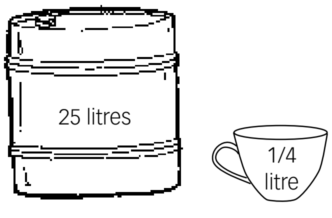
c) $\underline{\hspace{1.5em}} : 4 = \frac{10}{12}$

d) $\frac{4}{3} : \underline{\hspace{1.5em}} = \frac{8}{6}$

e) $\underline{\hspace{1.5em}} : \frac{2}{6} = \frac{36}{10}$

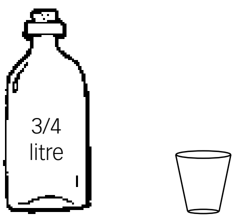
f) $5 : \underline{\hspace{1.5em}} = \frac{35}{7}$

10 En una festa d'aniversari s'han preparat 25 litres de xocolata. Quantes tasses d'un quart de litre podem distribuir?



Bidó Tassa

11 Amb una ampolla de refresc de cola, la capacitat de la qual és de tres quarts de litres, omplim 6 gots. Quina fracció de litre cap en cada got? *(Simplifica, si es pot, el resultat.)*



Refresc de cola Got

12 Fes les operacions combinades de fraccions següents i simplifica sempre que sigui possible. *(Recorda l'ordre de les operacions: parèntesis, multiplicacions i/o divisions, sumes i/o restes.)*

a) $\left(\frac{5}{4} + \frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{7} - \frac{2}{7}\right) =$

b) $\left(\frac{5}{4} \cdot \frac{3}{4}\right) : \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right) =$

c) $\left(\frac{7}{3} : \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2}\right) =$

EXPRESSAR DE FORMA ALGEBRAICA CERTES SITUACIONS

Nom: Curs: Data:

LLENGUATGE NUMÈRIC I LLENGUATGE ALGEBRAIC

- El llenguatge en què intervenen nombres i signes d'operacions l'anomenem **llenguatge numèric.**
- El llenguatge que combina lletres amb nombres i signes d'operacions aritmètiques l'anomenem **llenguatge algebraic.**

EXEMPLE

Llenguatge usual	**Llenguatge numèric**
Catorze dividit entre set	$14 : 7$
Dos elevat al quadrat	2^2
La tercera part de divuit	$\frac{18}{3}$

Llenguatge usual	**Llenguatge algebraic**
La suma de dos nombres	$a + b$
Un nombre menys tres unitats	$y - 3$
El quadrat d'un nombre	b^2
La meitat d'un nombre	$\frac{x}{2}$

ACTIVITATS

1 Expressa amb llenguatge numèric o llenguatge usual.

Llenguatge usual	Llenguatge numèric
La suma d'onze més nou és vint	
Cent dividit entre vint	
La quarta part de vint és cinc	
Dos elevat al cub és vuit	
	$32 : 8$
	$3 \cdot 4$

2 Uneix cada enunciat amb el seu equivalent en llenguatge algebraic.

a) La meitat d'un nombre. $(m + n)^2$

b) El triple d'un nombre menys cinc unitats. $n - 1$

c) El nombre anterior a un nombre enter. $2 \cdot (a + b + c)$

e) El quadrat de la suma de dos nombres. $\frac{m}{2}$

f) El doble de la suma de tres nombres. $3 \cdot b - 5$

EXPRESSAR DE FORMA ALGEBRAICA CERTES SITUACIONS

Nom: Curs: Data:

EXPRESSIÓ ALGEBRAICA

Una **expressió algebraica** és un conjunt de nombres i lletres units amb els signes de les operacions matemàtiques.

EXEMPLE

Expressió escrita	Llenguatge numèric
La suma de dos nombres menys dos	$x + y - 2$
El triple d'un nombre més cinc	$3 \cdot x + 5$
El quadrat d'un nombre més una unitat	$x^2 + 1$

3 Escriu aquests enunciats com a expressió algebraica.

a) El doble d'un nombre b.
b) El doble de la suma de dos nombres m i n.
c) El quadrat d'un nombre x més quatre unitats.
d) El producte de tres nombres a, b i c.
e) El doble d'un nombre y més tres unitats.

4 Relaciona cada enunciat amb la seva expressió algebraica.

a) El doble d'un nombre més dues unitats. $x - 5$
b) Un nombre disminuït en cinc unitats. $\frac{x}{3}$
c) La tercera part d'un nombre. $2 \cdot x + 2$
d) El cub d'un nombre. $x + 10$
e) El doble d'un nombre. $2x$
f) Un nombre augmentat en deu unitats. x^3
g) La diferència de dos nombres. $x + 1$
h) El nombre següent a un nombre enter. $x - y$

5 Si x és l'edat d'en Joan, expressa en llenguatge algebraic:

Llenguatge usual	Llenguatge algebraic
Quants anys tenia l'any passat	
Quants anys tindrà d'aquí a un any	
L'edat que tenia fa 5 anys	
L'edat que tindrà d'aquí a 5 anys	
Els anys que falten perquè en tingui 70	

EXPRESSAR DE FORMA ALGEBRAICA CERTES SITUACIONS

Nom: Curs: Data:

6 Inventa't un enunciat per a aquestes expressions algebraiques.

a) $n + 1 \longrightarrow$

b) $a + b \longrightarrow$

c) $\frac{b}{2} \longrightarrow$

d) $2 \cdot (m - n) \longrightarrow$

e) $x^3 - 1 \longrightarrow$

f) $2 \cdot x + 1 \longrightarrow$

VALOR NUMÈRIC D'UNA EXPRESSIÓ ALGEBRAICA

El **valor numèric d'una expressió algebraica** és el nombre que obtenim quan substituïm les lletres per nombres i fem les operacions que s'hi indiquen.

EXEMPLE

Troba el valor numèric de l'expressió algebraica $3x + 2$ per a $x = 1$.

Substituïm x per 1 en l'expressió algebraica i fem les operacions:

$$x = 1 \rightarrow 3 \cdot 1 + 2 = 3 + 2 = 5$$

El valor numèric de $3x + 2$ per a $x = 1$ és 5.

7 Troba el valor numèric de l'expressió algebraica $2x + 1$ per a aquests valors:

Valor	Substitució	Operació	Valor numèric
$x = 0$	$2 \cdot (0) + 1$	$2 \cdot 0 + 1 = 0 + 1$	1
$x = 2$			
$x = -1$			
$x = -2$			

8 Calcula el valor numèric d'aquestes expressions per als valors que s'indiquen.

Valors	$x + y$	$2x - 3y$	$(x + y)^2$
$x = 1 \quad y = 0$	$1 + 0 = 1$	$2 \cdot 1 - 3 \cdot 0 =$	$(1 + 0)^2 = (1)^2 =$
$x = -1 \quad y = 2$			
$x = 1 \quad y = -2$			
$x = -2 \quad y = 3$			
$x = -1 \quad y = -1$			

DISTINGIR MONOMIS I FER-HI OPERACIONS

Nom: Curs: Data:

MONOMIS

Un **monomi** és una expressió algebraica formada per productes de nombres i lletres. Els nombres els denominem **coeficients**, i les lletres amb els seus exponents, **part literal.**

EXEMPLE

Monomi	$3x$	$-5ab$	$-5x^3$	$\frac{3}{5}x$
Coeficient	3	-5	-5	$\frac{3}{5}$
Part literal	x	ab	x^3	x

ACTIVITATS

1 Completa les taules.

Monomi	Coeficient	Part literal
x	1	x
$-3xy$	-3	
$-5xy^2$		
$\frac{1}{3}x^2y$		

Monomi	Coeficient	Part literal
$\frac{2}{3}a^2b$		
$-2xyz$		
$-3b^2c$		
$-\frac{5}{7}xyz^2$		

GRAU D'UN MONOMI

El **grau d'un monomi** és el nombre que resulta de sumar tots els exponents de la seva part literal.

EXEMPLE

Monomi	Grau	Explicació
$-3x$	1	L'exponent de x és 1 (x^1)
$4a^2y$	3	La suma dels exponents de a^2y^1 és $2 + 1 = 3$
$-5x^2y^3$	5	La suma dels exponents de x^2y^3 és $2 + 3 = 5$

2 Calcula el grau dels monomis següents.

a) $-5x^2 \longrightarrow$ Grau =

b) $7x^2y \longrightarrow$ Grau =

c) $\frac{2}{3}a^5b \longrightarrow$ Grau =

d) $zx^2 \longrightarrow$ Grau =

e) $-yx \longrightarrow$ Grau =

f) $-x \longrightarrow$ Grau =

DISTINGIR MONOMIS I FER-HI OPERACIONS

Nom: Curs: Data:

3 Completa la taula següent.

Monomi	Coeficient	Part literal	Grau
$-3x$	-3	x	1
$-2a^3b$			
$-2ab$			
xyz			
$7ab^2c^3$			
$6y^2z$			

MONOMIS SEMBLANTS

Dos o més **monomis** són **semblants** quan tenen la mateixa part literal.

EXEMPLE

$5x$; $2x$ són monomis semblants, perquè tenen la mateixa part literal (x).

$3xy^2$; $-xy^2$ són monomis semblants, perquè tenen la mateixa part literal (xy^2).

x^2y^3; xy^2 no són monomis semblants.

4 Escriu dos monomis semblants per a cada monomi.

Monomi	Monomis semblants
$-5x$	
$-ab$	
$-2yx^3$	
$-3y^2z^3$	
$\frac{2}{3}a^2b$	
$5xz$	

SUMA I RESTA DE MONOMIS

- La **suma i resta de monomis** només la podem fer quan els monomis són semblants.
- Per sumar o restar monomis semblants sumem o restem els coeficients i deixem la mateixa part literal.

EXEMPLE

$2x + x = (2 + 1)x = 3x$

$2x + y \rightarrow$ La suma la deixem indicada, perquè no són monomis semblants.

DISTINGIR MONOMIS I FER-HI OPERACIONS

Nom: Curs: Data:

5 Fes les operacions següents.

a) $a + a + a + a =$

b) $2x^2 + x^2 + x^2 =$.

c) $5mn - mn - 4mn =$

d) $5x - 3x - x =$

e) $-5x^3 - 3x^3 =$

f) $p - 2p + 5p =$

6 Completa els buits amb monomis semblants i calcula.

a) $2x + \square + \square =$

b) $\square + 5p + \square =$.

c) $2x^3 + \square =$

d) $\square + 2xy + \square =$

7 Escriu un monomi semblant al que indiquem i calcula.

a) $7x - \square =$

b) $\square - x^2 =$.

c) $5pq - \square =$

d) $\square - 4x^2y =$

8 Redueix les expressions algebraiques següents.

a) $6x^2 + 4x - 2x^2 - x$

Sumem i restem els monomis semblants i calculem el resultat:

$$\underbrace{6x^2 - 2x^2}_{4x^2} + \underbrace{4x - x}_{3x}$$

b) $5x^2 - 2x + 3x^2 - x =$

c) $ab - ab + 7ab + 4ab - 2ab =$

d) $3ab^3 - 2ab + 5ab^3 - ab + 4ab =$

e) $-10xy - 5xy + 2xy + 4x - 8y + 2y + 2x =$

MULTIPLICACIÓ DE MONOMIS

El **producte de dos o més monomis** és un altre monomi el coeficient del qual és el producte dels coeficients i la part literal del qual és el producte de les parts literals.

EXEMPLE

$\mathbf{3x \cdot 2x} = (3 \cdot 2) \cdot x \cdot x = 6x^2$ $\mathbf{4x \cdot (-2x^2)} = [4 \cdot (-2)] \cdot x \cdot x^2 = -8x^3$

9 Fes aquestes multiplicacions.

a) $4a \cdot 3a =$

b) $3x^2 \cdot 3x^2 =$

c) $-2x \cdot (-5x) =$

d) $3x^2 \cdot (-3x^2) =$

e) $m \cdot m^2 =$

f) $\frac{2}{3}x \cdot \frac{3}{5}x^2 =$

DISTINGIR MONOMIS I FER-HI OPERACIONS

Nom: Curs: Data:

10 Calcula i redueix.

a) $4x\,(2x-5) = 4x \cdot 2x - 4x \cdot 5 = 4 \cdot 2 \cdot x \cdot x - 4 \cdot 5 \cdot x = 8x^2 - 20x$

b) $3\,(2x + 3x^2) =$

c) $2a\,(4a^3 - 3a^2) =$

d) $(3 - ab + ab^2)\,2a =$

e) $2\,(x^2 + 3x) - 2x =$

f) $-3x\,(x^3 - 2x + 4) - 12x =$

g) $-x^3\,(-5x + 4 - 3x^2 - 10x) =$

h) $-\frac{1}{3}x\,(-x^4 + 3x - 2x) + x^2 =$

DIVISIÓ DE MONOMIS

El **quocient de dos monomis** és un altre monomi el coeficient del qual és el quocient dels coeficients i la part literal del qual és el quocient de les parts literals.

EXEMPLE

$\mathbf{6x : 2x} = \frac{6x}{2x} = \frac{6}{2} \cdot \frac{x}{x} = 3 \cdot 1 = 3$ $\qquad$ $\mathbf{10x^3 : (-5x)} = \frac{10}{-5} \cdot \frac{x^3}{x} = -2x^2$

11 Resol aquestes divisions de monomis.

a) $8x^3 : 2x =$

b) $(-12x^5) : (-12x^4) =$

c) $20m^4 : 15m^3 =$

d) $a^4 : a^2 =$

e) $(-14y^4) : (-2y^2) =$

f) $(-20z^5) : 4z^4 =$

12 Fes les operacions següents.

a) $(7x^5 : 2x) + x =$

b) $(6x^7 : x^3) - (5x : x) =$

c) $(8a^2b : 4ab) + b^2 =$

d) $3x\,(x + 1) - (4x^2 : x) =$

e) $(12a^3b^2 : 3a^2b) - b =$

f) $3(4xy^2 : 2xy) - 2y =$

g) $2x\,[(-2y^2x^3) : (-x^2y)] + x\,(x - 1) =$

IDENTIFICAR POLINOMIS I FER-HI OPERACIONS

Nom: Curs: Data:

POLINOMIS

Un polinomi és la suma o la resta de diversos monomis.

– Cadascun dels sumands l'anomenem terme del polinomi.

– Els termes que no tenen part literal els anomenem termes independents.

– El grau d'un polinomi és el del monomi de grau més elevat.

EXEMPLE

Polinomi	Termes	Terme independent	Grau del polinomi
$2x^3 - 3x - 1$	$2x^3; -3x; -1$	-1	3, que és el grau de $2x^3$
$-2xy + 9$	$-2xy; +9$	9	2, que és el grau de $-2xy$
$-5x$	$-5x$	No en té	1, que és el grau de $-5x$

ACTIVITATS

1 Completa la taula.

Polinomi	Termes	Terme independent	Grau del polinomi
$2x^3 + 3x - 8$			
$5ab - 5ax^2b$			
$x^3 - 2x^2 - x - 3$			
$6x - 7$			
$5xy - 2y$			
$\frac{2}{3}a^2b + 1$			
$3xy + 5xy^2$			

2 Escriu un polinomi de grau 3 que tingui un terme, un altre amb dos termes i un de tercer amb tres termes.

3 Indica el grau dels polinomis següents.

a) $-x + 3x^2 \longrightarrow$ Grau =

b) $x^2y - 3x \longrightarrow$ Grau =

c) $2x^5 - x \longrightarrow$ Grau =

d) $-5x^4 - x^3 - 8 \longrightarrow$ Grau =

IDENTIFICAR POLINOMIS I FER-HI OPERACIONS

Nom: Curs: Data:

4 Troba el valor numèric del polinomi $x^2 - 2x + 1$ per als valors que indiquem.

Valor	Valor numèric del polinomi
$x = 0$	$0^2 - 2 \cdot 0 + 1 = 0 - 0 + 1 = 1$
$x = 1$	
$x = -2$	

SUMA I RESTA DE POLINOMIS

Per **sumar o restar polinomis** sumem o restem els monomis semblants.

EXEMPLE

$A(x) = 2x^2 + 5$

$B(x) = x^3 - 5x^2 - 2x + 3$

$$\begin{array}{rrrrr} & & 2x^2 & & +5 \\ + & x^3 & -5x^2 & -2x & +3 \\ \hline & x^3 & -3x^2 & -2x & +8 \end{array}$$

$\boldsymbol{A(x) + B(x)} = (2x^2 + 5) + (x^3 - 5x^2 - 2x + 3) =$

$= x^3 - 3x^2 - 2x + 8$

$\boldsymbol{A(x) - B(x)} = (2x^2 + 5) - (x^3 - 5x^2 - 2x + 3) =$

$= 2x^2 + 5 - x^3 + 5x^2 + 2x - 3 =$

$= -x^3 + 7x^2 + 2x + 2$

$$\begin{array}{rrrrr} & & 2x^2 & & +5 \\ + & -x^3 & +5x^2 & +2x & -3 \\ \hline & -x^3 & +7x^2 & +2x & +2 \end{array}$$

5 Donats els polinomis $A(x) = 6x^2 - 8x + 1$ i $B(x) = -9x^2 - 2x + 7$, calcula.

a) $A(x) + B(x)$ b) $A(x) - B(x)$ c) $B(x) - A(x)$

6 Donats els polinomis $A(x) = x^3 - 3x + 2$, $B(x) = -2x^2 + 7x$ i $C(x) = -x^3 - 2$, calcula.

a) $A(x) + B(x) + C(x)$ b) $A(x) + B(x) - C(x)$ c) $A(x) - B(x) - C(x)$

IDENTIFICAR POLINOMIS I FER-HI OPERACIONS

Nom: Curs: Data:

7 Escriu els polinomis següents de manera reduïda.

$$P(x) = 3x^3 + 2x^2 - 5x^3 + 4x^2 - 7x + 2x^3$$
$$Q(x) = 4x^2 + 5x^3 + 2x^2 - 6x^2 + 2x^2 + 5x^3 - 1$$
$$R(x) = 2x^4 - 6x^3 + 4x + 2x^2 - 3x^3 + 8x - 2$$

$$P(x) = 3x^3 + 2x^2 - 5x^3 + 4x^2 - 7x + 2x^3 = 3x^3 - 5x^3 + 2x^3 + 2x^2 + 4x^2 - 7x = 6x^2 - 7x$$

8 Amb els polinomis de l'exercici anterior, calcula.

a) $P(x) + Q(x)$ b) $Q(x) + R(x)$ c) $Q(x) - R(x)$ d) $P(x) - Q(x)$

PRODUCTE DE POLINOMIS

Per calcular el **producte de polinomis** multipliquem cada monomi del primer polinomi per cada monomi del segon. A continuació, reduïm els monomis semblants.

EXEMPLE

$A(x) = x^3 - 5x^2 - 2x + 1$

$B(x) = 2x^2 + 3x$

$$\begin{array}{rrrrrrr}
 & & x^3 & -5x^2 & -2x & +1 \\
\times & & & & 2x^2 & +3x \\
\hline
 & & 3x^4 & -15x^3 & -6x^2 & +3x \\
2x^5 & -10x^4 & -4x^3 & +2x^2 & & \\
\hline
2x & -7x^4 & -19x^3 & -4x^2 & +3x &
\end{array}$$

$A(x) \cdot B(x)$ → $2x - 7x^4 - 19x^3 - 4x^2 + 3x$

9 Donats els polinomis $A(x) = -4x^3 + 6x^2 - 8x + 1$ i $B(x) = 2x^2 - 7$, calcula.

a) $A(x) \cdot B(x)$ b) $B(x) \cdot 3x$ c) $A(x) \cdot x$ d) $B(x) \cdot (-3x)$

IDENTIFICAR POLINOMIS I FER-HI OPERACIONS

Nom: Curs: Data:

EXTREURE FACTOR COMÚ

Una aplicació de la propietat distributiva és **extreure factor comú**. Aquesta operació consisteix a extreure com a factor comú el monomi que es repeteix en tots els termes.

EXEMPLE

Expressió	Factor comú	Extreure factor comú
$5x + 5y$	5	$5(x + y)$
$7x^2 - 3x$	x	$x(7x - 3)$
$5x^2 - 5x$	$5x$	$5x(x - 1)$
$3x^2 - 12x + 15x^3$	$3x$	$3x(x - 4 + 5x^2)$

10 Extreu factor comú en les expressions següents.

a) $3b + 4b$

c) $15x^4 - 5x^2 + 10x$

e) $12x^2 - 3x^2 + 9x^3$

b) $3a + 6b + 12$

d) $6x^2y + 4xy^2$

e) $10xy^2 - 20xy + 10x^2y$

11 Simplifica les fraccions extraient factor comú en el numerador i en el denominador.

a) $\dfrac{10x^3 + 10x}{5x} = \dfrac{10x(x^2 + 1)}{5x} = \dfrac{2 \cdot \cancel{5x}(x^2 + 1)}{\cancel{5x}} = \dfrac{2(x^2 + 1)}{1} = 2(x^2 + 1)$

b) $\dfrac{6x^4y^2}{-3x^3y^2} =$

c) $\dfrac{a^3b^3}{a^3b} =$

d) $\dfrac{12m^3}{12m} =$

e) $\dfrac{4 - 6a}{6a^2 - 9a^3} =$

f) $\dfrac{x^2y^2 - x^3y^2}{x^2y^2} =$

APLICAR IGUALTATS NOTABLES

Nom: Curs: Data:

IGUALTATS NOTABLES

Les **igualtats notables** són certes igualtats l'aplicació de les quals és molt útil per abreujar càlculs amb expressions algebraiques.

Les igualtats principals són:

Quadrat d'una suma: $(a + b)^2$

Quadrat d'una diferència: $(a - b)^2$

Suma per diferència: $(a + b) \cdot (a - b)$

QUADRAT D'UNA SUMA

El **quadrat d'una suma** és igual al quadrat del primer sumand més el doble producte del primer pel segon més el quadrat del segon.

$$\mathbf{(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$$

$$\begin{array}{r} a + b \\ \times \quad a + b \\ \hline ba + b^2 \\ a^2 + \quad ab \qquad \\ \hline \mathbf{a^2 + 2ab + b^2} \end{array}$$

ACTIVITATS

1 Calcula.

a) $(x + 5)^2 =$

c) $(2 + x)^2 =$

b) $(a + 2b)^2 =$

d) $(xy + 1)^2 =$

QUADRAT D'UNA DIFERÈNCIA

El **quadrat d'una diferència** és igual al quadrat del primer sumand menys el doble producte del primer pel segon, més el quadrat del segon.

$$\mathbf{(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$$

$$\begin{array}{r} a - b \\ \times \quad a - b \\ \hline -ba + b^2 \\ a^2 \quad - ab \qquad \\ \hline \mathbf{a^2 - 2ab + b^2} \end{array}$$

2 Calcula.

a) $(x - 1)^2 =$

c) $(2a + 3b)^2 =$

b) $(a - 6b)^2 =$

d) $(5 + 3x)^2 =$

APLICAR IGUALTATS NOTABLES

Nom: Curs: Data:

SUMA PER DIFERÈNCIA

El producte d'una **suma per diferència** és igual a la diferència dels quadrats.

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

$$\begin{array}{rrr} & & a + b \\ \times & & a - b \\ \hline & & - ba - b^2 \\ a^2 + & ab & \\ \hline \mathbf{a^2 +} & & \mathbf{0 - b^2} \end{array}$$

3 Calcula.

a) $(x + 5) \cdot (x - 5) =$

b) $(2a + b) \cdot (2a - b) =$

c) $(7 + x) \cdot (7 - x) =$

d) $(5a + 1) \cdot (5a - 1) =$

4 Expressa en forma d'igualtat notable.

a) $x^2 + 2x + 1 =$

b) $x^2 + 10x + 25 =$

c) $x^2 - 16 =$

d) $4x^2 - 4x + 1 =$

e) $9a^2 - 30ab + 25b^2 =$

f) $4x^2 - 36 =$

5 Simplifica les fraccions fent servir les igualtats notables.

a) $\dfrac{x^2 - 4}{x^2 - 4x + 4} =$

b) $\dfrac{x^2 - 10x + 5^2}{x^2 - 25} =$

CONEIXEMENTS MÍNIMS

- Resoldre equacions de primer grau sense denominadors ni parèntesis.
- Saber reduir els membres d'una equació quan sigui possible.

COMPLEMENTS IMPORTANTS

- Saber quan les equacions tenen infinites solucions i quan no en tenen cap.

www4. Reforç. Resolució d'equacions.

GeoGebra

Notes

4. Resolució d'equacions senzilles

El mètode per resoldre una equació consisteix a anar transformant-la, mitjançant passos successius, en altres d'equivalents més senzilles fins a aïllar-ne la incògnita.

Per transformar una equació en una altra d'equivalent més senzilla, utilitzarem dos recursos:
- Reduir els membres.
- Transposar els termes.

Tingues en compte
- L'equació $0 \cdot x = 0$ té solucions infinites.
- L'equació $0 \cdot x = k$, amb $k \neq 0$, no té solució.

Analitza els exemples següents i resol les equacions que et proposem. Perquè puguis avaluar el teu treball, tens les solucions al marge.

EXEMPLE 1

TRANSPOSAR
$2x - 5 = 3$
$2x = 3 + 5$ Sumem 5 en cada membre.
REDUIR
$2x = 8$
TRANSPOSAR
$x = \frac{8}{2}$ Dividim ambdós membres entre 2.
REDUIR
$x = 4$

Practica

1 $2x - 1 = 1$	2 $5x - 3 = 2$	3 $7x - 5 = 9$
4 $10 + 3x = 4$	5 $2x - 3 = -1$	6 $8 = 5x - 2$
7 $0 = 3x + 12$	8 $5 - x = 2$	9 $6 - 2x = 4$
10 $4 - 5x = 9$	11 $3x - 1 = 1$	12 $4 = 3x + 5$
13 $5 = 4x + 7$	14 $0x + 2 = 2$	15 $0x + 1 = 4$

Solucions

1 1	2 1	3 2
4 –2	5 1	6 2
7 –4	8 3	9 1
10 –1	11 2/3	12 –1/3
13 –1/2	14 IS (*)	15 SS (**)

(*) → IS (infinites solucions)
(**) → SS (sense solució)

EXEMPLE 2

R $5x + 1 - 3x = 7$
T $2x + 1 = 7$
R $2x = 7 - 1$
T $2x = 6$
$x = \frac{6}{2} \xrightarrow{R} x = 3$

EXEMPLE 3

R $4x - x + 3 = 7 - 5$
T $3x + 3 = 2$
R $3x = 2 - 3$
T $3x = -1$
$x = \frac{-1}{3} \longrightarrow x = -\frac{1}{3}$

Practica

16 $8x - 4 + x = 5$	17 $5x - 8 - x = 7 - 3$	18 $3x + 10 + x = 2$
19 $7x - 2x - 3 = 7$	20 $3x + 15 + 2x = -5$	21 $5 + 2x + 1 = 7$
22 $5 - x + 2 = 10$	23 $7x + 3 - 9x = 5$	24 $5 - 1 = x + 5 - 2x$
25 $1 = x + 1 + 2x$	26 $4 = x + 5 - 6x$	27 $9 = 4x + 1 - 6x$
28 $5 = 3x - 1 + 5x$	29 $7x + 2 - 7x = 3 - 1$	30 $5x + 3 - 5x = 7$

Solucions

16 1	17 3	18 –2
19 2	20 –4	21 1/2
22 –3	23 –1	24 1
25 0	26 1/5	27 –4
28 3/4	29 IS	30 SS

www 4. Reforç. Resolució d'equacions.
GeoGebra

Perquè els alumnes practiquin les rutines de resolució d'equacions i adquireixin familiaritat i confiança amb el procés, hem proposat una amplíssima sèrie d'equacions graduades en dificultat i amb les solucions als marges de les pàgines. D'aquesta manera, podran valorar el seu treball de forma autònoma i constatar per si mateixos els seus progressos.

A mesura que les equacions es compliquen, s'obren diferents opcions de resolució. Qualsevol és vàlida, sempre que operis correctament.

A continuació, pots veure un exemple resolt de dues maneres:

EXEMPLE 4

OPCIÓ A

La incògnita, en el membre de l'esquerra.

$2x - 1 - 5x = 2 + 3x + 1$

R $-3x - 1 = 3 + 3x$

T $-3x - 3x = 3 + 1$

R $-6x = 4$

T $x = \dfrac{4}{-6}$

R $x = -\dfrac{2}{3}$

OPCIÓ B

La incògnita, en el membre en què prengui coeficient positiu.

$2x - 1 - 5x = 2 + 3x + 1$

R $-3x - 1 = 3 + 3x$

T $-1 - 3 = 3x + 3x$

R $-4 = 6x$

T $\dfrac{-4}{6} = x$

R $x = -\dfrac{2}{3}$

Practica

31 $2x - 1 = x + 2$	32 $3x + 2 = x + 6$
33 $2x + 1 = 5x - 5$	34 $1 - x = 4 - 2x$
35 $x - 6 = 5x - 2$	36 $3 + 7x = 2x + 5$
37 $6x - 2 + x = 2x + 3$	38 $8x + 3 - 5x = 7 - 2x - 1$
39 $4x + 5 + x = 7 + 3x - 3$	40 $8 - x + 1 = 4x - 1 - 7x$
41 $7x - 4 - 3x = 2 + 4x - 6$	42 $2 + 3x - 5 = 4x - 2 - x$

Solucions

31 3	32 2	33 2
34 3	35 –1	36 2/5
37 1	38 3/5	39 –1/2
40 –5	41 IS	42 SS

Quan una equació conté parèntesis, començarem suprimint-los i reduint.

EXEMPLE 5

$5x - 2(2x - 2) = 8 - (3 + 2x)$

R $5x - 4x + 4 = 8 - 3 - 2x$

R $x + 4 = 5 - 2x$

T $x + 2x = 5 - 4$

R $3x = 1$

T $x = \dfrac{1}{3}$

Practica

43 $x - 7 = 6 - (x - 3)$	44 $x - (1 - 3x) = 8x - 1$
45 $1 - (3x - 9) = 5x - 4x + 2$	46 $13x - 15 - 6x = 1 - (7x + 9)$
47 $7x - (4 + 2x) = 1 + (x - 2)$	48 $2(3x - 1) - 5x = 5 - (3x + 11)$
49 $1 - 2(2x - 1) = 5x - (5 - 3x)$	50 $7 - (2x + 9) = 11x - 5(1 - x)$
51 $4(5x - 3) - 7x = 3(6x - 4) + 10$	52 $4 - 7(2x - 3) = 3x - 4(3x - 5)$
53 $16x - 7(x + 1) = 2 - 9(1 - x)$	54 $6 - (8x + 1) = 4x - 3(2 + 4x)$

Solucions

43 8	44 0	45 2
46 1/2	47 3/4	48 –1
49 2/3	50 1/6	51 –2
52 1	53 IS	54 SS

COMPLEMENTS IMPORTANTS

- Constatar que les equacions poden resoldre's de maneres diferents però igualment efectives.
- Conèixer el procediment per eliminar els parèntesis en una equació.

Notes

CONEIXEMENTS MÍNIMS

- Conèixer procediments per eliminar denominadors, sols o combinats amb parèntesis, en una equació.

COMPLEMENTS IMPORTANTS

- Saber resoldre qualsevol tipus d'equació de primer grau.

SOLUCIONS APLICA-HO

a.167. i **a.168.** Solucions en el llibre de l'alumnat.

www5. Resolució d'equacions amb denominadors.

www6. Reforç. Resolució de diferents equacions de primer grau.

Notes

5. Equacions amb denominadors i parèntesis

Quan en els termes d'una equació apareixen denominadors, la transformarem en una altra d'equivalent que no els tingui. Per això, *multiplicarem els dos membres* de l'equació per un nombre que sigui múltiple de tots els denominadors.

El múltiple més adequat és el més petit; és a dir, el *mínim comú múltiple dels denominadors*.

EXEMPLE

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{5x}{6}-1=\dfrac{x}{3}-\dfrac{3}{4}\\[2ex] 12\cdot\left(\dfrac{5x}{6}-1\right)=12\cdot\left(\dfrac{x}{3}-\dfrac{3}{4}\right)\end{array}\right\}\ \begin{array}{l}\text{MCM }(6, 3, 4)=12\\ \text{Multipliquem els dos membres per 12.}\end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{60x}{6}-12=\dfrac{12x}{3}-\dfrac{36}{4}\\[2ex] 10x-12=4x-9\end{array}\right\}\ \begin{array}{l}\text{En treure parèntesi i reduir,}\\ \text{desapareixen els denominadors.}\end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l}10x-4x=-9+12\\ 6x=3\\ x=\dfrac{3}{6}\ \rightarrow\ x=\dfrac{1}{2}\end{array}\right\}\ \text{A partir d'aquí, actuarem com ja sabem.}$$

Per **eliminar** els **denominadors** en una equació, es multipliquen tots dos membres pel mínim comú múltiple de tots ells.

5.1. Sistematizació dels pasos que cal seguir

Per resoldre equacions de primer grau, convé organitzar el treball segons les fases que s'exposen en l'exemple següent:

EXEMPLE

- Primera fase:

Treure parèntesis. $\longrightarrow$ $\left\{\begin{array}{l}\dfrac{x}{2}-3\left(1-\dfrac{x}{4}\right)=\dfrac{x}{8}-2\\[2ex] \dfrac{x}{2}-3+\dfrac{3x}{4}=\dfrac{x}{8}-2\end{array}\right.$

- Segona fase:

Eliminar denominadors. (Per a això, multipliquem ambdós membres per 8) $\longrightarrow$ $\left\{\begin{array}{l}\dfrac{8x}{2}-24+\dfrac{24x}{4}=\dfrac{8x}{8}-16\\[2ex] 4x-24+6x=x-16\end{array}\right.$

- Tercera fase:

Aïllar la incògnita, reduint i traslladant termes. $\longrightarrow$ $\left\{\begin{array}{l}10x-24=x-16\\ 10x-x=24-16\\ 9x=8\ \rightarrow\ x=\dfrac{8}{9}\end{array}\right.$

APLICA-HO

a.167. Resol les equacions:

a) $\dfrac{x}{5}+\dfrac{1}{5}=\dfrac{4}{5}$

b) $1+\dfrac{2x}{5}=\dfrac{1}{5}-2x$

c) $1-\dfrac{x}{4}=\dfrac{x}{2}-\dfrac{1}{2}$

d) $x+\dfrac{1}{5}=\dfrac{2x}{3}$

e) $\dfrac{x}{3}=\dfrac{1}{15}+\dfrac{2x}{5}$

f) $\dfrac{x}{2}+\dfrac{x}{3}=x-1$

g) $\dfrac{3x}{4}-\dfrac{1}{6}=\dfrac{5x}{6}-1$

h) $\dfrac{3x}{4}+\dfrac{2x}{5}+\dfrac{x}{10}=1$

SOLUCIONS: a) 3; b) –1/3; c) 2; d) –3/5; e) –1; f) 6; g) 10; h) 4/5

a.168. Resol les equacions:

a) $\dfrac{3}{2}(1-x)+2=3x$

b) $\dfrac{x}{2}-\dfrac{x}{3}=\dfrac{1}{6}\left(x-\dfrac{3}{2}\right)+x$

c) $\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{x}{2}+1\right)-\dfrac{2x}{3}=\dfrac{1}{6}\left(x-\dfrac{1}{2}\right)$

d) $11x-5\left(2x+\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{3}{5}\left(x-\dfrac{1}{2}\right)-1$

e) $\dfrac{3}{8}-\dfrac{1}{2}\left(x-\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{1}{8}(1-x)-\dfrac{x}{3}$

f) $2\left(\dfrac{x}{3}+\dfrac{x}{5}\right)-\dfrac{3x}{10}=3\left(\dfrac{1}{3}+\dfrac{2x}{5}\right)-1$

g) $\dfrac{1}{3}\left(x-\dfrac{1}{2}\right)-\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{x}{6}-1\right)=\dfrac{x}{4}+\dfrac{1}{3}$

h) $x-3\left(\dfrac{x}{5}+\dfrac{1}{3}\right)=\dfrac{1}{10}(4x-6)$

SOLUCIONS: a) 7/9; b) 1/4; c) 1; d) 3; e) 12; f) 0; g) IS; h) SS

www 5. Resolució d'equacions amb denominadors.

www 6. Reforç. Resolució de diferents equacions de primer grau.

Aquesta pàgina avança un pas més en la resolució d'equacions, com és incloure a la vegada denominadors i parèntesis en un o els dos membres de l'equació.

La primera operació que els alumnes han de «sentir» com a necessària és la transformació de les equacions amb denominadors en altres d'equivalents que no els tinguin. Per a això, relacionaran aquest objectiu amb continguts que ja coneixen:

- La reducció de fraccions a comú denominador.
- L'obtenció d'equacions equivalents multiplicant ambdós membres pel mateix nombre.

Combinant un i altre es justifica el procediment presentat, que consisteix a multiplicar els dos membres de l'equació per un múltiple comú a tots els denominadors. S'ha de ressaltar, a més, que el millor d'aquests múltiples és el més senzill, és a dir, el mínim comú múltiple.

Notes

ACTIVITATS

Equacions senzilles

5.1. ◆◇◇ Resol mentalment:

a) $x + 4 = 5$ **b)** $x - 3 = 6$ **c)** $7 + x = 10$
d) $7 - x = 5$ **e)** $9 = 15 - x$ **f)** $2 - x = 9$

5.2. ◆◇◇ Resol:

a) $2x - 5 + 3x + 1 = 3x - 2$
b) $x + 7 = 12x - 3 - 8x + 1$
c) $6x - 1 + x = 4 - 5x + 3$
d) $x + 2x + 3x - 5 = 4x - 9$
e) $5x + 4 - 6x = 7 - x - 3$
f) $4x + 2 + 7x = 10x + 3 + x$

5.3. ◆◇◇ Treu parèntesis i resol:

a) $6(x + 1) - 4x = 5x - 9$
b) $18x - 13 = 8 - 4(3x - 1)$
c) $3x + 5(2x - 1) = 8 - 3(4 - 5x)$
d) $5 - (4x + 6) = 3x + (7 - 4x)$
e) $x - 7(2x + 1) = 2(6 - 5x) - 13$
f) $11 - 5(3x + 2) + 7x = 1 - 8x$
g) $13x - 5(x + 2) = 4(2x - 1) + 7$

Equacions de primer grau amb denominadors

5.4. ◆◇◇ Elimina denominadors i resol:

a) $x + \frac{1}{3} = \frac{x}{3}$

b) $\frac{5x}{3} + 1 = \frac{5}{6} + x$

c) $\frac{3x}{5} - \frac{1}{4} = x - \frac{7x}{10} - \frac{1}{5}$

d) $\frac{x}{3} + \frac{4}{15} - x = \frac{1}{6} - \frac{7x}{10}$

e) $\frac{7x}{4} - 1 - \frac{x}{8} = x + \frac{5x}{8} + 1$

f) $\frac{x}{2} + \frac{1}{6} - \frac{x}{3} = \frac{x}{6} - \frac{2}{3} + \frac{5}{6}$

5.5. ◆◇◇ Elimina els parèntesis i els denominadors i resol:

a) $2x - \frac{5}{2} = \frac{1}{2}(x - 3)$

b) $\frac{5}{6}(2x - 1) - x = \frac{x}{6}$

c) $\frac{x}{5} - 1 = 2\left(x - \frac{4}{5}\right)$

d) $x - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}(2x - 5)$

e) $\frac{1}{5}(3x - 4) = 2\left(\frac{2}{3} - x\right)$

f) $3\left(5x - \frac{4}{3}\right) = \frac{3}{5}\left(\frac{6}{3}x - 8\right)$

5.6. ◆◆◇ Elimina denominadors i resol les equacions següents:

a) $1 - \frac{x + 1}{3} = 2x - \frac{1}{3}$

b) $1 - \frac{1 - x}{3} = x + \frac{1}{2}$

c) $\frac{3x - 1}{2} - 1 = 2x - 2$

d) $x + \frac{2 - 3x}{5} = \frac{x}{2} + 1$

e) $2x + \frac{x - 3}{2} = \frac{x - 3}{4}$

f) $\frac{3x}{5} - 1 = x - \frac{x + 1}{2}$

g) $\frac{x + 3}{5} - \frac{x - 6}{7} = 1$

h) $\frac{1 - x}{3} - \frac{x - 1}{12} = \frac{3x - 1}{4}$

126

SOLUCIONARI DE LES ACTIVITATS

5.1. a) $x = 1$ / b) $x = 9$ / c) $x = 3$ / d) $x = 2$ / e) $x = 6$ / f) $x = -7$

5.2. a) $x = 1$ / b) $x = 3$ / c) $x = \frac{2}{3}$ / d) $x = -2$ /
e) És una identitat. Té solucions infinites.
f) Incompatible. Sense solució.

5.3. a) $x = 5$ / b) $x = \frac{5}{6}$ / c) $x = -\frac{1}{2}$ / d) $x = -\frac{8}{3}$ / e) $x = -2$ /
f) Solucions infinites. / g) No té solució.

5.4. a) $x = -\frac{1}{2}$ / b) $x = -\frac{1}{4}$ / c) $x = \frac{1}{6}$ / d) $x = -3$ /
e) Sense solució. / f) Té solucions infinites.

5.5. a) $x = \frac{2}{3}$ / b) $x = \frac{5}{3}$ / c) $x = \frac{1}{3}$ / d) $x = -\frac{3}{4}$ / e) $x = \frac{32}{39}$ / f) $x = -\frac{12}{207}$

5.6. a) $x = \frac{3}{7}$ / b) $x = \frac{1}{4}$ / c) $x = 1$ / d) $x = -6$ /
e) $x = \frac{1}{3}$ / f) $x = 5$ / g) $x = -8$ h) $x = \frac{4}{7}$

TEMA 5

5.7. ◆◆◆ Resol aquestes equacions:

a) $\frac{3x-1}{4} - \frac{2x+1}{5} = \frac{7x-13}{20}$

b) $2 + \frac{2}{5}(x+1) = x - \frac{2x+3}{5}$

c) $\frac{2}{3}(1-3x) + \frac{3(x-1)}{4} = \frac{5}{12}(1-x)$

d) $\frac{3}{5}\left(\frac{x-1}{3}+1\right) + x = \frac{3}{4}\left(x - \frac{2}{3}\right)$

Resol problemes amb equacions de primer grau

5.8. ◆◆◆ Calcula, primer, mentalment i, després, amb l'ajuda d'una equació.

a) Si a un nombre hi sumes 12, obtens 25. De quin nombre es tracta?

b) Si d'un nombre en restes 10, obtens 20. Quin nombre és?

c) Un nombre, x, i el següent, $x + 1$, sumen 13. Quins nombres són?

d) A classe som 29 en total i hi ha tres nois més que noies. Quants nois i quantes noies hi ha?

5.9. ◆◆◆ Cerca un nombre el doble del qual més tres unitats sigui igual al seu triple menys cinc unitats.

5.10. ◆◆◆ Multiplicant un nombre per 5, s'obté el mateix que sumant-hi 12. Quin és aquest nombre?

5.11. ◆◆◆ La suma de dos nombres és 167, i la seva diferència, 19. Quins són aquests nombres?

5.12. ◆◆◆ Calcula el nombre natural que sumat al següent dóna 157:

EL NOMBRE $\rightarrow x$ EL SEGÜENT $\rightarrow x + 1$

5.13. ◆◆◆ La suma de tres nombres consecutius és 135. Quins són aquests nombres?

5.14. ◆◆◆ La Teresa és set anys més gran que el seu germà Antoni i dos anys més petita que la seva germana Blanca. Calcula l'edat de cada un sabent que entre els tres sumen 34 anys.

TERESA $\rightarrow x$; ANTONI $\rightarrow x - 7$; BLANCA $\rightarrow x + 2$

5.15. ◆◆◆ Una ensaïmada costa 10 cèntims més que un croissant. Tres croissants i quatre ensaïmades han costat 6 euros. Quin és el cost de cada peça?

5.16. ◆◆◆ En Narcís ha comprat a les rebaixes dos pantalons i tres samarretes per 161 €. Quin era el preu de cada article, sabent que uns pantalons costaven el doble que una samarreta?

5.17. ◆◆◆ Reparteix 280 € entre tres persones, de manera que la primera rebi el triple que la segona, i aquesta, el doble que la tercera.

3A PERSONA $\rightarrow x$
2A PERSONA $\rightarrow 2x$
1A PERSONA $\rightarrow 6x$

5.18. ◆◆◆ Tres agricultors reben una indemnització de 100.000 € per l'expropiació de terrenys per a la construcció d'una autopista. Com s'han de repartir els diners, sabent que el primer ha perdut el doble de terreny que el segon, i aquest, el triple de terreny que el tercer?

5.19. ◆◆◆ En una de les caixes d'un supermercat hi ha 1.140 euros repartits en bitllets de 5, 10, 20 i 50 euros. Sabent que:

- hi ha el doble de bitllets de 5 € que de 10 €;
- de 10 € hi ha la mateixa quantitat de bitllets que de 20 €;
- de 20 € hi ha sis bitllets més que de 50 €.

Quants bitllets de cada classe hi ha a la caixa?

5.20. ◆◆◆ S'han repartit 500 litres de gasoil, a parts iguals, en dos barrils. Quants litres s'han de passar de l'un a l'altre perquè el segon quedi amb el triple de quantitat que el primer?

COMPETÈNCIES RELLEVANTS

5.8.	C1 C2 C5 C10
5.9.	C1 C4
5.10.	C1 C2 C4 C8
5.11.	C1 C2 C4 C8
5.12.	C1 C4 C8
5.13.	C1 C2 C4 C8
5.14.	C1 C2 C8
5.15.	C1 C2 C8
5.16.	C1 C2 C4 C8
5.17.	C1 C2 C8
5.18.	C1 C2 C4 C8
5.19.	C1 C2 C4 C8
5.20.	C1 C2 C4 C8

Notes

SOLUCIONARI DE LES ACTIVITATS

5.7. a) No té solució. / b) $x = 15$ / c) $x = -\frac{3}{5}$ / d) $x = -2$

5.8. a) El nombre és 13. / b) El nombre és 30. / c) Els nombres són 6 i 7. / d) A classe hi ha 13 noies i 16 nois.

5.9. El nombre és 8.

5.10. El nombre és 3.

5.11. Els nombres són 74 i 93.

5.12. El nombre és 78.

5.13. Els nombres són 44, 45 i 46.

5.14. L'Antoni té 6 anys, la Teresa té 13 anys i la Blanca té 15 anys.

5.15. Un croissant costa 80 cèntims i una ensaïmada, 90 cèntims.

5.16. Una samarreta costa 23 €, i uns pantalons, 46 €.

5.17. La primera rep 186,67 €; la segona, 62,22 €, i la tercera, 31,11 €.

5.18. 60.000 € per al primer agricultor, 30.000 € per al segon i 10.000 € per al tercer.

5.19. Dins la caixa hi ha 10 bitllets de 50 €, 16 bitllets de 20 €, 16 bitllets de 10 € i 32 bitllets de 5 €.

5.20. Se n'hi han de passar 125 litres. Així, el primer barril quedarà amb 125 ℓ i el segon amb 375 ℓ.

CONEIXEMENTS MÍNIMS

- Saber resoldre sistemes d'equacions lineals pel mètode de substitució.

SOLUCIONS

6.8. a) $x = \frac{1}{2},\ y = \frac{3}{2}$

b) $x = \frac{3}{5},\ y = -\frac{6}{5}$

c) $x = -\frac{1}{3},\ y = \frac{5}{9}$

d) $x = 3,\ y = -2$

www2. Repàs. Resolució de sistemes pel mètode de substitució.

www3. Reforç. Resolució de sistemes pel mètode de substitució.

Notes

5. Mètodes de resolució de sistemes

5.1. Mètode de substitució

Aquest mètode de resolució d'un sistema d'equacions consisteix a aïllar una incògnita en una de les equacions i **substituir-la** en l'altra.

En la pràctica, en aplicar aquest mètode només escrivim en cada pas l'equació que transformem, en lloc d'escriure el sistema complet cada vegada. Descrivim els passos que convé fer per aplicar aquest mètode:

1. Aïllem una incògnita en una de les equacions.
2. Substituïm l'expressió d'aquesta incògnita en l'altra equació i obtenim una equació amb només una incògnita.
3. Resolem aquesta equació.
4. Substituïm el valor obtingut en l'equació en què apareixia la incògnita aïllada.
5. Hem trobat, així, la solució.

EXEMPLE

Resolució per substitució:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 18 \\ x - 3y = -5 \end{cases}$$

$\boxed{1}$ Aïllem la x en la segona equació:

$$x = 3y - 5$$

$\boxed{2}$ Sustituïm en l'altra equació:

$$3(3y - 5) + 2y = 18$$

$$\downarrow$$

$\boxed{3}$ $9y - 15 + 2y = 18 \rightarrow y = 3$

$$\downarrow$$

$\boxed{4}$ $x = 3 \cdot 3 - 5 = 4$

$$\downarrow$$

$\boxed{5}$ *Solució:* $x = 4,\ y = 3$

ACTIVITAT RESOLTA

Resol pel mètode de substitució el sistema següent: $\begin{cases} \mathbf{5x + 12y = 6} \\ \mathbf{3x + \ \ 2y = 2} \end{cases}$

1. Aïllem la y en la segona equació: $y = \frac{2 - 3x}{2}$
2. Substituïm aquesta expressió de la y en la primera: $5x + 12\left(\frac{2 - 3x}{2}\right) = 6$
3. Resolem l'equació que en resulta:

   $10x + 12(2 - 3x) = 12 \rightarrow 10x + 24 - 36x = 12 \rightarrow -26x = -12 \rightarrow x = \frac{-12}{-26} = \frac{6}{13}$
4. Substituïm el valor de x en $y = \frac{2 - 3x}{2} \rightarrow y = \frac{2 - 3 \cdot \left(\frac{6}{13}\right)}{2} = \frac{4}{13}$
5. Hem obtingut la solució: $x = \frac{6}{13},\ y = \frac{4}{13}$

Comprova que la solució és correcta substituint en el sistema original la x i la y pels valors obtinguts.

ACTIVITATS

6.8. Resol, pel mètode de substitució, els sistemes següents:

a) $\begin{cases} x + 3y = 5 \\ 5x + 7y = 13 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 6x + 3y = 0 \\ 3x - \ \ y = 3 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} 3x + 9y = 4 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} x - 4y = 11 \\ 5x + 7y = 1 \end{cases}$

www 2. Repàs. Resolució de sistemes pel mètode de substitució.
www 3. Reforç. Resolució de sistemes pel mètode de substitució.

Els mètodes algorítmics de resolució de sistemes, que iniciem amb el de substitució, motiven l'aprentatge dels alumnes, perquè en aquest nivell solen tenir més interès en els procediments que en els conceptes o qüestions teòriques. Els preocupa més com es fa, que el perquè es fa així.

És evident que han d'arribar a dominar unes regles que els permetin resoldre un sistema amb agilitat, però també sabem que l'aprenentatge no raonat d'automatismes condueix a nombrosos errors i dificulta l'aprofundiment i els aprenentatges posteriors.

Els errors que cometen els estudiants amb més freqüència són donar només el valor d'una de les incògnites; aïllar i substituir en la mateixa equació, i arribar, així, a una equació amb infinites solucions; i els que es deriven de la incorrecta aplicació d'operacions algebraiques.

Per això, és molt important fer l'últim pas: el procés acaba quan comprovem que la solució verifica les dues equacions inicials.

EXEMPLE

Resolució per igualació:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 18 \\ x - 3y = -5 \end{cases}$$

$\boxed{1}$ Aïllem la x en cada equació:

$$x = \frac{18 - 2y}{3}, \quad x = -5 + 3y$$

$\downarrow$

Igualem les expressions:

$\boxed{2}$ $\dfrac{18 - 2y}{3} = -5 + 3y$

$\downarrow$

$\boxed{3}$ $18 - 2y = 3(-5 + 3y) \rightarrow y = 3$

$\downarrow$

$\boxed{4}$ $x = -5 + 3 \cdot 3 = 4$

$\downarrow$

$\boxed{5}$ *Solució:* $x = 4, \quad y = 3$

5.2. Mètode d'igualació

Aquest mètode de resolució consisteix a aïllar la mateixa incògnita en les dues equacions i **igualar** les expressions que en resulten.

Descrivim, a continuació, els passos que convé fer per aplicar aquest mètode de resolució:

1. Aïllem la mateixa incògnita en les dues equacions.
2. Igualem les expressions, la qual cosa dóna lloc a una equació amb una incògnita.
3. Resolem aquesta equació.
4. Substituïm el valor obtingut en qualsevol de les dues expressions en què apareixia aïllada l'altra incògnita.
5. Hem obtingut, així, la solució.

ACTIVITAT RESOLTA

Resol pel mètode d'igualació el sistema següent: $\begin{cases} \mathbf{5x + 12y = 6} \\ \mathbf{3x + 2y = 2} \end{cases}$

1. Aïllem x en cadascuna de les equacions: $x = \dfrac{6 - 12y}{5}, \quad x = \dfrac{2 - 2y}{3}$

2. Igualem ambdues expressions: $\dfrac{6 - 12y}{5} = \dfrac{2 - 2y}{3}$

3. Resolem l'equació que en resulta:

$$3(6 - 12y) = 5(2 - 2y) \rightarrow 18 - 36y = 10 - 10y \rightarrow -36y + 10y = 10 - 18 \rightarrow -26y = -8 \rightarrow$$

$$\rightarrow y = \frac{-8}{-26} = \frac{4}{13}$$

4. Substituïm el valor de y en qualsevol de les expressions del primer pas:

$$x = \frac{2 - 2 \cdot \left(\frac{4}{13}\right)}{3} = \frac{6}{13}$$

5. Hem obtingut la solució: $x = \dfrac{6}{13}, \quad y = \dfrac{4}{13}$

Pots fer la comprovació igual que en la pàgina anterior.

ACTIVITATS

6.9. Resol, pel mètode d'igualació, els sistemes següents:

a) $\begin{cases} x + 3y = 5 \\ 5x + 7y = 13 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 6x + 3y = 0 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} 3x + 9y = 4 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} x - 4y = 11 \\ 5x + 7y = 1 \end{cases}$

www 4. **Repàs. Resolució de sistemes pel mètode d'igualació.**
www 5. **Reforç. Resolució de sistemes pel mètode d'igualació.**

Quasi no hi ha diferència entre aquest mètode i el de substitució; no afegeix res de nou al que ja vam dir en l'epígraf anterior.

Insistim que els errors solen estar en les operacions algebraiques o en la interpretació del concepte de solució. La forma de corregir-los consisteix en la comprovació i la recerca de l'error comès. En aquesta qüestió, l'intercanvi d'opinions entre companys acostuma a ser una bona ajuda.

CONEIXEMENTS MÍNIMS

- Saber resoldre sistemes d'equacions lineals pel mètode d'igualació.

SOLUCIONS

6.9. a) $x = \dfrac{1}{2}, \quad y = \dfrac{3}{2}$

b) $x = \dfrac{3}{5}, \quad y = -\dfrac{6}{5}$

c) $x = -\dfrac{1}{3}, \quad y = \dfrac{5}{9}$

d) $x = 3, \quad y = -2$

www4. **Repàs. Resolució de sistemes pel mètode d'igualació.**

www5. **Reforç. Resolució de sistemes pel mètode d'igualació.**

Notes

CONEIXEMENTS MÍNIMS

- Saber resoldre sistemes d'equacions lineals pel mètode de reducció.

SOLUCIONS

6.10. a) $x = 7,\ y = -2$

b) $x = \frac{1}{2},\ y = \frac{3}{2}$

c) $x = 3,\ y = -2$

d) $x = \frac{3}{5},\ y = -\frac{6}{5}$

www6. Repàs. Resolució de sistemes pel mètode de reducció.

www7. Reforç. Resolució de sistemes pel mètode de reducció.

Notes

5.3. Mètode de reducció

Observa atentament com resolem el sistema següent:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 4x - 3y = 15 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{multipliquem els dos membres per 4}} \\ \xrightarrow{\text{multipliquem els dos membres per } -3} \end{array} \quad \begin{array}{r} 12x + 8y = 28 \\ -12x + 9y = -45 \end{array}$$

Sumem membre a membre les dues equacions $\rightarrow$ $17y = -17$

La incògnita y, la tenim aïllada $\longrightarrow$ $y = -1$

Substituïm el valor de la y en una de les equacions inicials i resolem:

$3x + 2 \cdot (-1) = 7 \rightarrow 3x = 7 + 2 \rightarrow x = 3 \rightarrow$ *Solució:* $x = 3,\ y = -1$

En essència, aquest mètode consisteix a preparar les dues equacions perquè una de les incògnites tingui el mateix coeficient en les dues, però amb diferent signe. Sumant les equacions que en resulten, membre a membre, obtenim una equació amb només una incògnita (hem **reduït** el nombre d'incògnites). En resum:

1. Preparem les dues equacions (multiplicant-les pels nombres que convingui).
2. En sumar-les, desapareix una de les incògnites.
3. Resolem l'equació que en resulta.
4. Substituïm el valor obtingut en una de les inicials i resolem.
5. Obtenim, així, la solució.

Activitat resolta

Resol pel mètode de reducció aquests sistemes:

a) $\begin{cases} 5x + 7y = -1 \\ 3x - 7y = 33 \end{cases}$

Si sumem les dues equacions desapareix la y:

$8x = 32 \rightarrow x = 4;\ 5 \cdot 4 + 7y = -1 \rightarrow y = -3$

Solució: $x = 4,\ y = -3$

b) $\begin{cases} 2x + 5y = 10 \\ 7x + 10y = 20 \end{cases}$

Si multipliquem la primera per -2, obtenim els mateixos coeficients en la y, però amb signes diferents:

$$\begin{array}{r} -4x - 10y = -20 \\ 7x + 10y = 20 \end{array}$$

Sumem: $3x = 0 \rightarrow x = 0$

Substituïm: $2 \cdot 0 + 5y = 10 \rightarrow y = 2$

Solució: $x = 0,\ y = 2$

Tingues en compte

Hem multiplicat:

- La primera equació pel coeficient de la x en la segona.
- La segona equació pel coeficient de la x en la primera, canviant el signe.

D'aquesta manera, obtenim dues equacions amb el mateix coeficient de la x, però amb diferent signe. En sumar-les, desapareix aquesta incògnita.

NO HO OBLIDIS

Aquest mètode és especialment còmode quan:

- Una de les incògnites té coeficients iguals o oposats.
- Els coeficients d'una de les incògnites són l'un múltiple de l'altre.

ACTIVITATS

6.10. Resol, pel mètode de reducció, els sistemes següents:

a) $\begin{cases} 3x + 5y = 11 \\ 4x - 5y = 38 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x + 3y = 5 \\ 5x + 7y = 13 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} x - 4y = 11 \\ 5x + 7y = 1 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} 6x + 3y = 0 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$

www 6. Repàs. Resolució de sistemes pel mètode de reducció.
www 7. Reforç. Resolució de sistemes pel mètode de reducció.

Aquest mètode té molt d'interès per la seva posterior generalització en cursos superiors, però és el que sol plantejar a l'alumnat més dificultats de comprensió i aplicació.

Com sabem, es basa en dues idees fonamentals:

- Aconseguir que una de les incògnites tingui el mateix coeficient en les dues equacions. Aquest procés es justifica fàcilment amb les propietats de les igualtats.
- L'altra té més dificultat conceptual: substituir una de les equacions per una combinació lineal amb l'altra. Aquest procés també es pot justificar amb les propietats de les igualtats.

Convé iniciar aquest mètode amb exercicis com algun dels resolts i dels proposats, en què les dues equacions tinguin coeficients iguals o oposats, o en què només haguem de multiplicar una de les equacions per igualar els coeficients, abans de passar a casos més complexos.

ACTIVITATS

Practica

Solució d'un sistema d'equacions

6.15. ◆◇◇ Comprova si $x = 2,\ y = -1$ és solució dels sistemes d'equacions següents:

a) $\begin{cases} 2x - y = -4 \\ 5x + y = -10 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 3x - 4y = 10 \\ 4x + 3y = 5 \end{cases}$

6.16. ◆◇◇ Completa els sistemes d'equacions següents perquè tots dos tinguin la solució $x = 3$, $y = -1/2$:

a) $\begin{cases} 3x + 2y = \ldots \\ x - 4y = \ldots \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} \dfrac{x}{2} + y = \ldots \\ x - y = \ldots \end{cases}$

6.17. ◆◇◇ **a)** Busca dues solucions de l'equació $3x - y = 1$.

b) Representa gràficament la recta $3x - y = 1$.

c) Un punt qualsevol de la recta, és la solució de l'equació?

6.18. ◆◇◇ **a)** Representa gràficament en els mateixos eixos les dues rectes següents:

$2x + y = 3$

$x - y = 3$

b) Digues quina és la solució d'aquest sistema:

$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - y = 3 \end{cases}$

c) Digues si són equivalents els sistemes següents:

S: $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - y = 3 \end{cases}$ S': $\begin{cases} y + 1 = 0 \\ 3x - 4y = 10 \end{cases}$

Resolució de sistemes d'equacions

6.19. ◆◆◇ Resol gràficament els sistemes d'equacions següents:

a) $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 3x - y = 0 \\ 3x + y = -6 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + 3y = -5 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} 2x - 3y = -4 \\ x + 8y = -2 \end{cases}$

6.20. ◆◇◇ Resol per substitució:

a) $\begin{cases} x + 3y = 0 \\ 2x + y = -5 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 8x - 3y = -25 \\ x - 5y = -17 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 7x - y = -6 \\ 4x + 3y = 3 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} 2x + 16 = 2y \\ 2y - 3x = 16 \end{cases}$

6.21. ◆◇◇ Resol per igualació:

a) $\begin{cases} x = 4 \\ x - y = 6 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x + 3y = -4 \\ x - 2y = 6 \end{cases}$

c) $\begin{cases} y = 6x \\ 7x = 2y - 5 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} 3x - 4y = -4 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$

6.22. ◆◇◇ Resol per reducció:

a) $\begin{cases} x + y = 0 \\ x - y = 2 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 3x - y = 0 \\ 3x + y = -6 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 4x - 3y = 2 \\ 2x + y = -4 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 3x - y = 7 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x - 3y = 1 \\ 3x + 6y = 2 \end{cases}$ **f)** $\begin{cases} 3x + 2y = 3 \\ x + y = 7/6 \end{cases}$

6.23. ◆◇◇ Resol aquests sistemes pel mètode que consideris més adequat:

a) $\begin{cases} x - y = 1 \\ 4x - 3y = 8 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 3x = 1 + y \\ 3 + 2y = 10x \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + 5y = -1 \\ 4x - 3y = -2 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ x + 4y = -5/3 \end{cases}$

6.24. ◆◆◇ Resol els sistemes següents:

a) $\begin{cases} 2x + y = 0 \\ 5x - 3 = 9y - 3 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 2\,(3x - 2) = y - 1 \\ 3\,(x + y) + 2\,(x - y) = 8 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \dfrac{x}{3} - \dfrac{y}{2} = 4 \\ \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{4} = 2 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} x + \dfrac{y - 2}{4} = 1 \\ x - \dfrac{3}{2}y = 5 \end{cases}$

e) $\begin{cases} \dfrac{2 - x}{3} + \dfrac{3 + y}{6} = 2 \\ \dfrac{8 - 3x}{6} - \dfrac{2 + y}{9} = 2 \end{cases}$ **f)** $\begin{cases} \dfrac{x - 1}{2} + \dfrac{y + 1}{4} = 1 \\ \dfrac{2x - 1}{2} - \dfrac{2y + 1}{6} = 1 \end{cases}$

COMPETÈNCIES RELLEVANTS

A les **activitats per a l'assoliment de coneixements** no hi apareixen les competències.

Notes

SOLUCIONARI DE LES ACTIVITATS

6.15 a) No és solució. / b) Sí, és solució.

6.16. a) $\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ x - 4y = 5 \end{cases}$ / b) $\begin{cases} \dfrac{x}{2} + y = 1 \\ x - y = \dfrac{7}{2} \end{cases}$

6.17. a) Per exemple: (1, 2) i (0, –1). / b) Passa per (1, 2) i (0, –1). / c) Sí, és solució.

6.18. a) $2x + y = 3$ passa per (0, 3) i (1, 1). $x - y = 3$ passa per (0, –3) i (1, –2). /
b) $x = 2,\ y = -1$ / c) Sí, són equivalents.

6.19. a) $x = 1,\ y = 2$ / b) $x = -1,\ y = -3$ / c) $x = 1,\ y = -2$ / d) $x = -2,\ y = 0$

6.20. a) $x = -3,\ y = 1$ / b) $x = -2,\ y = 3$ / c) $x = -\dfrac{3}{5},\ y = \dfrac{9}{5}$ / d) $x = 0,\ y = 8$

6.21. a) $x = 4,\ y = -2$ / b) $x = 2,\ y = -2$ / c) $x = 1,\ y = 6$ / d) $x = -\dfrac{8}{11},\ y = \dfrac{5}{11}$

6.22. a) $x = 1,\ y = -1$ / b) $x = -1,\ y = -3$ / c) $x = -1,\ y = -2$ / d) $x = \dfrac{15}{7},\ y = -\dfrac{4}{7}$ / e) $x = \dfrac{4}{5},\ y = -\dfrac{1}{15}$ / f) $x = \dfrac{2}{3},\ y = \dfrac{1}{2}$

6.23. a) $x = 5,\ y = 4$ / b) $x = \dfrac{1}{4},\ y = -\dfrac{1}{4}$ / c) $x = -\dfrac{1}{2},\ y = 0$ / d) $x = \dfrac{1}{3},\ y = -\dfrac{1}{2}$

6.24. a) $x = 0, y = 0$ / b) $x = 1, y = 3$ / c) $x = 6, y = -4$ d) $x = 2, y = -2$ / e) $x = -2, y = 1$ / f) $x = 2, y = 1$

COMPETÈNCIES RELLEVANTS

6.28 C1 C2 C3

6.29 i 6.30 C1 C2 C3 C8

R 6.31 C1 C2 C3 C8

6.32 C1 C2 C3 C6

6.33 C1 C2 C3

6.34 C1 C2 C3 C8

6.35 C1 C2 C3 C7

6.36 i 6.37 C1 C2 C3 C8

6.38 C1 C2 C3

6.39 C1 C2 C3 C8

R 6.40 C1 C2 C3 C6

Notes

6.25. ◆◆◆ Resol els sistemes d'equacions següents aplicant dues vegades el mètode de reducció per aïllar cada una de les incògnites:

a) $\begin{cases} 13x - 8y = 15 \\ 7x - 14y = 9 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 9x - 13y = 54 \\ 11x - 7y = 22 \end{cases}$

6.26. ◆◆◆ Observa les equacions que formen els sistemes següents i digues quin té una única solució, quin no té solució i quin té infinites solucions. Comprova-ho representant les rectes que els formen:

a) $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 4x - 2y = 8 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x - 4y = 10 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x + 2y = -1 \\ 4x - y = 7 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x - 4y = -3 \end{cases}$

6.27. ◆◆◆ Resol els sistemes següents. Indica si algun és incompatible o indeterminat.

a) $\begin{cases} 2x - 5y = -2 \\ 3{,}25x - 2{,}5y = 8 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 0{,}2x - 1{,}7y = 6{,}1 \\ 1{,}23x + 0{,}8y = 3{,}75 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3(x - 1) + y = 0 \\ 3(x + 1) + y = -5 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x + y = 4 - y \\ 3x - 5 = 7 - 6y \end{cases}$

Aplica el que has après

6.28. ◆◆◆ Troba dos nombres tals que la seva suma sigui 160 i la seva diferència, 34.

6.29. ◆◆◆ Per 2 bolígrafs i 3 quaderns he pagat 7,80 €, i per 5 bolígrafs i 4 quaderns, 13,20 €. Quin és el preu d'un bolígraf? I el d'un quadern?

6.30. ◆◆◆ Un llibreter ha venut 45 llibres, uns a 32 € i uns altres a 28 €. Per la venda ha obtingut 1.368 €. Quants llibres ha venut de cada classe?

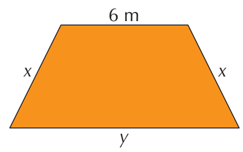
R **6.31.** ◆◆◆ En un corral hi ha conills i gallines que fan un total de 29 caps i 92 potes. Quants animals hi ha de cada classe?

6.32. ◆◆◆ Una cooperativa ha envasat 2.000 litres d'oli en ampolles d'1,5 ℓ i 2 ℓ. Si ha utilitzat 1.100 ampolles, quantes n'ha necessitat de cada classe?

6.33. ◆◆◆ Troba dos nombres naturals tals que la seva suma sigui 154 i el seu quocient, 8/3.

6.34. ◆◆◆ Un examen tipus test consta de 50 preguntes i s'han de contestar totes. Per cada encert s'obté un punt i per cada errada es resten 0,5 punts. Si la meva nota ha estat 24,5, quants encerts i quantes errades he tingut?

6.35. ◆◆◆ Si la base més gran és la suma dels costats oblics i el perímetre és de 38 m, quant fa cada costat?



6.36. ◆◆◆ Els alumnes d'un centre escolar són 420 entre ESO i Batxillerat. El 42 % dels d'ESO i el 52 % dels de Batxillerat són noies, la qual cosa representa un total de 196 dones. Calcula quants estudiants hi ha a ESO i quants a Batxillerat.

6.37. ◆◆◆ He pagat 55,72 € per una samarreta i uns pantalons que entre tots dos valien 70 €. La samarreta tenia un 18 % de descompte i els pantalons un 22 %. Quin era el preu original de cada article?

Resol problemes

6.38. ◆◆◆ Troba dos nombres naturals que sumen 140 i tals que, en dividir el més gran pel més petit, obtenim 2 de quocient i 14 de residu.

Recorda: dividend – divisor x quocient + residu

6.39. ◆◆◆ Fa 3 anys, l'edat de l'Elisenda era el doble de la de la seva germana Anna. D'aquí 7 anys serà 4/3 de la que llavors tingui l'Anna. Calcula l'edat actual de cada germana.

R **6.40.** ◆◆◆ He canviat un pilot de monedes de 20 cèntims per monedes d'1 €, de manera que ara tinc 24 monedes menys que abans. Quantes monedes de 20 cèntims tenia?

BARCANOVA

136

SOLUCIONARI DE LES ACTIVITATS

6.25. a) $x = \frac{23}{21}$, $y = -\frac{2}{21}$ / b) $x = -\frac{23}{20}$, $y = -\frac{99}{20}$

6.26. a) No té solució. / b) Infinites solucions. / c) Solució única. / d) No té solució.

6.27. a) $x = 4$, $y = 2$ / b) $x = 5$, $y = -3$ / c) Incompatible. / d) Indeterminat.

6.28. Els nombres són 97 i 63.

6.29. Bolígraf: 1,2 €. Quadern: 1,8 €.

6.30. Ha venut 27 llibres de 32 € i 18 llibres de 28 €.

6.31. Hi ha 12 gallines i 17 conills.

6.32. 400 ampolles d'1,5 ℓ i 700 de 2 ℓ.

6.33. Els nombres són 112 i 42.

6.34. He tingut 33 encerts i 17 errades.

6.35. $x = 8$ m, $y = 16$ m

6.36. Hi ha 224 alumnes a ESO i 196 alumnes a Batxillerat.

6.37. Samarreta: 28 €, pantalons: 42 €.

6.38. Els nombres són 98 i 42.

6.39. Elisenda: 13 anys, Anna: 8 anys.

6.40. Tenia 30 monedes de 20 cèntims.

6.41. L'Esteve té 14 discos i la Irene, 16.

6.42. Van ser 22 € i 18 €, respectivament.

6.43. Tarda 1,25 h i recorre 137,5 km.

6.44. Tarda 1 h 42 minuts. Recorre 187 km.

6.45. Tren: 75,5 km/h. Autobús: 80,5 km/h.

6.46. La distància és 37,5 km.

BARCANOVA

IDENTIFICAR LA RELACIÓ DE PROPORCIONALITAT ENTRE DUES MAGNITUDS

Nom: Curs: Data:

FRACCIONS EQUIVALENTS

Per comprovar si dues fraccions són equivalents les multipliquem en creu i, si ho són, n'obtenim el mateix el resultat.

$$\frac{2}{5} \times \frac{6}{15} \quad \underbrace{2 \cdot 15}_{30} = \underbrace{5 \cdot 6}_{30}$$

PROPIETAT FONAMENTAL DE LES FRACCIONS

Si multipliquem o dividim el numerador i el denominador d'una fracció per un mateix nombre diferent de zero, obtenim una fracció equivalent i el valor de la fracció no varia.

- $\frac{2}{5}$ *multipliquem el numerador i el denominador per 3:* $\frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{6}{15} \rightarrow \frac{2}{5} \times \frac{6}{15} \rightarrow \underbrace{2 \cdot 15}_{30} = \underbrace{5 \cdot 6}_{30}$

Si multipliquem, fem servir el terme **amplificar**.

- $\frac{18}{12}$ *dividim numerador i denominador entre 6:* $\frac{18 : 6}{12 : 6} = \frac{3}{2} \rightarrow \frac{18}{12} \times \frac{3}{2} \rightarrow \underbrace{18 \cdot 2}_{36} = \underbrace{12 \cdot 3}_{36}$

Si dividim, fem servir el terme **simplificar**.

ACTIVITATS

1 Comprova si són equivalents les fraccions següents.

a) $\frac{3}{5}$ i $\frac{6}{10}$

b) $\frac{4}{6}$ i $\frac{10}{15}$

c) $\frac{1}{3}$ i $\frac{3}{2}$

d) $\frac{3}{7}$ i $\frac{5}{12}$

2 Troba l'element que falta perquè les fraccions siguin equivalents.

a) $\frac{2}{3}$ i $\frac{4}{x}$

b) $\frac{3}{5}$ i $\frac{x}{10}$

c) $\frac{6}{x}$ i $\frac{4}{8}$

d) $\frac{x}{3}$ i $\frac{6}{9}$

3 Escriu 4 fraccions equivalents a les donades mitjançant amplificació.

a) $\frac{2}{5} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

b) $\frac{1}{2} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

c) $\frac{3}{4} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

d) $\frac{7}{10} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

4 Escriu 3 fraccions equivalents a les donades mitjançant simplificació.

a) $\frac{40}{60} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

b) $\frac{132}{88} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

c) $\frac{60}{144} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

d) $\frac{90}{120} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

IDENTIFICAR LA RELACIÓ DE PROPORCIONALITAT ENTRE DUES MAGNITUDS

Nom: Curs: Data:

CONCEPTE DE MAGNITUD. PROPORCIONALITAT

- Una **magnitud** és qualsevol quantitat o característica d'un objecte que podem mesurar.
  Exemple: la longitud, la massa, el nombre d'alumnes, la capacitat, la velocitat, el preu, etc.
- Les magnituds les expressem en unitats de mesura: metres, quilòmetres, quilograms, grams, nombre de persones, litres, quilòmetres per hora, metres per segon, euros, dòlars, etc.
- A vegades, les magnituds es relacionen entre si. Aquesta relació l'anomenem de **proporcionalitat**, i ens ajuda a solucionar problemes de la vida quotidiana.

EXEMPLE

Un sac de farina pesa 10 quilograms, 2 sacs de farina pesen 20 quilograms i 3 sacs pesen 30 quilograms. Quant pesen 4 sacs? I 5 sacs? I 6 sacs? I 10 sacs?

Tenim 2 magnituds: *nombre de sacs de farina* i *pes dels sacs.*

Entre totes dues hi ha una relació de proporcionalitat: com més sacs siguin, més pesaran.

Aquest exemple el podem expressar per mitjà d'una taula, anomenada **taula de proporcionalitat**:

Nre. de sacs	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Pes (kg)	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

$\cdot 10$ $: 10$

Les sèries de nombres de totes dues magnituds, nombre de sacs i pes, són proporcionals entre si; per tant, podem passar d'una sèrie a l'altra multiplicant o dividint per 10.

5 Sobre l'exemple anterior:

a) Indica el pes (en kg) de 15, 16, 18, 20, 50 sacs i elabora una taula de proporcionalitat.

b) Quants sacs suposen 700 quilograms de farina? I 1.000 kg?

6 En una cafeteria, cada menú (beguda, entrepà i patates) costa 3 €.
Fes una taula de proporcionalitat amb les magnituds que es relacionen i expressa la relació entre els 10 primers menús que es compren.

7 En les taules de proporcionalitat següents, esbrina el nombre pel qual hem de multiplicar i/o dividir per passar d'una sèrie a l'altra, i completa les taules.

a)

2	3	5	7	9	11
8	12				44

b)

1	2	3	4	5	6
5	10				

IDENTIFICAR LA RELACIÓ DE PROPORCIONALITAT ENTRE DUES MAGNITUDS

Nom: Curs: Data:

RAÓ ENTRE DOS NOMBRES O QUANTITATS

Una **raó** és el quocient entre dos nombres qualssevol, *a* i *b*, que podem comparar: $\frac{a}{b}$.

En una raó, els nombres poden ser naturals i/o decimals: $\frac{2,5}{5}, \frac{4}{3,5}, \frac{10}{25}$.

En una fracció, els nombres són naturals: $\frac{2}{5}, \frac{4}{3}, \frac{10}{25}$.

PROPORCIÓ

Si igualem dues raons, obtenim una **proporció**.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ és una proporció.

Termes d'una proporció	*a*, *c* els anomenem antecedents	*b*, *d* els anomenem conseqüents
	a, *d* els anomenem extrems	*b*, *c* els anomenem mitjans

Lectura de les proporcions

La proporció $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ la llegim: *a* és a *b* com *c* és a *d*

La proporció $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ la llegim: 3 és a 4 com 9 és a 12

Recorda l'exemple dels sacs de farina:

Nre. de sacs	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Pes (kg)	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Formem les proporcions següents i observem que:

$$\frac{1}{10} = 0,1 \quad \frac{2}{20} = 0,1 \quad \frac{3}{30} = 0,1 \quad \frac{4}{40} = 0,1 \quad \frac{5}{50} = 0,1 \ldots \quad \frac{10}{100} = 0,1$$

Són una sèrie de raons iguals. El seu valor és el mateix: 0,1.

$$\frac{1}{10} = \frac{2}{20} = \frac{3}{30} = \frac{4}{40} = \frac{5}{50} = \frac{6}{60} = \frac{7}{70} = \frac{8}{80} = \frac{9}{90} = \frac{10}{100} = 0,1$$

- Aquest valor és constant i és el mateix en totes les proporcions.
- L'anomenem **constant de proporcionalitat.**

8 Indica els termes antecedents, conseqüents, extrems i mitjans.

Proporció	Ho llegim	Antecedents	Conseqüents	Extrems	Mitjans
$\frac{4}{7} = \frac{16}{28}$					
$\frac{1}{8} = \frac{3}{24}$					
$\frac{3}{10} = \frac{6}{20}$					

IDENTIFICAR LA RELACIÓ DE PROPORCIONALITAT ENTRE DUES MAGNITUDS

Nom: Curs: Data:

9 Observa la taula de valors següent:

3	9	18	27	36	45	54
1	3	6	9	12	15	18

a) Comprova si formen una sèrie de raons iguals.

b) Troba el valor de cada proporció.

c) És el mateix en totes les proporcions? Com anomenem aquest valor?

10 Donades aquestes sèries de raons iguals, afegeix-hi tres proporcions i indica'n la constant de proporcionalitat.

a) $\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{\;}{\;} = \frac{\;}{\;} = \frac{\;}{\;}$

b) $\frac{6}{15} = \frac{12}{30} = \frac{\;}{\;} = \frac{\;}{\;} = \frac{\;}{\;}$

c) $\frac{10}{8} = \frac{20}{16} = \frac{\;}{\;} = \frac{\;}{\;} = \frac{\;}{\;}$

d) $\frac{5}{8} = \frac{15}{24} = \frac{\;}{\;} = \frac{\;}{\;} = \frac{\;}{\;}$

11 Un quiosc ven les llaminadures només d'una manera: 3 bosses que costen 2 €.

a) Forma una taula de proporcionalitat si comprem 6, 9, 12, 15 i 18 bosses de llaminadures.
b) Escriu tres parelles de raons iguals.
c) Indica la constant de proporcionalitat.

PROPIETATS DE LES PROPORCIONS

1a La suma dels antecedents dividida entre la suma dels consegüents és igual a la constant de proporcionalitat.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+c+e}{b+d+f} = k \qquad \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{1+2+3+4}{2+4+6+8} = \frac{10}{20} = 0{,}5$$

2a En una proporció, el producte d'extrems és igual al producte de mitjans. *(Recorda el concepte de fraccions equivalents i els productes encreuats.)*

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow a \cdot d = b \cdot c \qquad \frac{1}{2} = \frac{2}{4} \rightarrow 1 \cdot 4 = 2 \cdot 2 \qquad \frac{3}{6} = \frac{4}{8} \rightarrow 3 \cdot 8 = 6 \cdot 4$$

12 En les sèries de raons iguals següents, comprova que la suma dels antecedents dividida entre la suma dels consegüents és igual a la constant de proporcionalitat.

a) $\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{4}{16} = \frac{5}{20}$

b) $\frac{8}{2} = \frac{16}{24} = \frac{32}{8} = \frac{48}{12} = \frac{80}{20}$

RECONÈIXER MAGNITUDS DIRECTAMENT PROPORCIONALS

Nom: Curs: Data:

MAGNITUDS DIRECTAMENT PROPORCIONALS

- Dues magnituds són directament proporcionals si:
  - Quan **augmentem** una quantitat el doble, el triple..., l'altra també **augmenta** el doble, el triple...
  - Quan **disminuïm** una quantitat la meitat, la tercera part..., l'altra també **disminueix** la meitat, la tercera part...
- La raó entre dues quantitats és sempre la mateixa i l'anomenem constant de proporcionalitat.

EXEMPLE

Un cupó de loteria costa 2 €; dos cupons, 4 €; 3 cupons, 6 €...

- Distingim dues magnituds: *nombre de cupons* i *preu*.
  - Quan **augmentem** el nombre de cupons, n'**augmenta** el preu.
  - Quan **disminuïm** el nombre de cupons, també en **disminueix** el preu.
  - Són magnituds directament proporcionals:

Nre. de cupons	1	2	3	4	5	6
Preu (€)	2	4	6	8	10	12

· 2 : 2

- Observem les raons de les proporcions:

$$\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=0{,}5 \qquad \frac{3}{6}=\frac{5}{10}=0{,}5 \qquad \frac{4}{8}=\frac{6}{12}=0{,}5 \qquad \frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{3}{6}=\frac{4}{8}=\frac{5}{10}=\frac{6}{12}=0{,}5$$

La constant de proporcionalitat és sempre la mateixa: 0,5. Són sèries de raons iguals i formen fraccions equivalents.

- Multiplicant o dividint pel mateix nombre obtenim valors equivalents.

$$\frac{1 \xrightarrow{\cdot 4} 4}{2 \xrightarrow{\cdot 4} 8} \qquad \frac{6 \xrightarrow{:3} 2}{12 \xrightarrow{:3} 4} \qquad \frac{5 \xrightarrow{:5} 1}{10 \xrightarrow{:5} 2}$$

ACTIVITATS

1 Indica si les magnituds següents són directament proporcionals.

a) El pes d'uns bombons i els diners que costen.
b) La velocitat d'un cotxe i el temps que tarda a recórrer una distància.
c) El nombre de fulls d'un llibre i el seu pes.
d) El preu d'una roba i els metres comprats.
e) L'edat d'un alumne i la seva alçada.

2 En una fàbrica de maons, 5 maons apilats ocupen 1 metre d'altura. Completa la taula amb els valors corresponents.

a) Indica si són magnituds directament proporcionals.
b) Forma proporcions i troba la constant de proporcionalitat.
c) Quina altura ocuparien 100 maons? I 500 maons?

Nre. de maons	5	10	15	20	25	30	50
Altura (m)	1						

RECONÈIXER MAGNITUDS DIRECTAMENT PROPORCIONALS

Nom: Curs: Data:

3 La Lluïsa i l'Anna han de pintar durant l'estiu la tanca de casa dels seus avis. La tanca té una longitud de 30 metres i el seu avi els ha dit que per cada 6 metres que pintin els donarà 5 €.

a) Forma la taula de valors amb les magnituds corresponents.

b) Forma proporcions i troba la constant de proporcionalitat.

c) Si la tanca tingués 42 metres, quants diners guanyarien la Lluïsa i l'Anna?

REGLA DE TRES SIMPLE DIRECTA

- La regla de tres simple directa ens permet **calcular el valor desconegut** d'una proporció en què les dues magnituds són directament proporcionals.
- Coneixem **tres** dels quatre valors de la proporció, i el terme desconegut (incògnita) l'anomenem amb la lletra ***x***, ***y*** o ***z***.

EXEMPLE

Tres caixes de llaunes de refrescos pesen 15 kg. Quant pesaran 4 caixes?

$$\left.\begin{array}{l}\text{Si } 3 \text{ caixes} \xrightarrow{\text{pesen}} 15 \text{ kg}\\ 4 \text{ caixes} \xrightarrow{\text{pesaran}} x \text{ kg}\end{array}\right\} \rightarrow \frac{3}{4} = \frac{15}{x} \rightarrow 3 \cdot x = 4 \cdot 15 \rightarrow 3x = 60 \rightarrow \frac{3x}{3} = \frac{60}{3} \rightarrow x = 20$$

Les 4 caixes pesaran 20 kg.

4 Si 4 pastissos costen 12 €, quant costaran 6 pastissos? I 15 pastissos?

5 Tres obrers fan una rasa de 6 m en un dia. Si mantenen el mateix ritme de treball, quants metres de rasa obriran en un dia, si s'hi incorporen 5 obrers més?

6 El preu de 12 fotocòpies és 0,50 €. Quant costarà fer 30 fotocòpies?

RECONÈIXER MAGNITUDS DIRECTAMENT PROPORCIONALS

Nom: Curs: Data:

7 Un excursionista recorre 10 km en 2,5 hores. Si manté el mateix ritme, quants quilòmetres recorrerà en 5 hores? I en 7 hores?

Podem resoldre els problemes mitjançant la regla de tres directa fent servir el **mètode de reducció a la unitat**, és a dir, trobant el valor desconegut per al valor 1, i després multiplicant-lo per la resta de valors.

Resol els problemes següents, fent servir el mètode de reducció a la unitat.

8 En un túnel de rentatge es netegen 10 cotxes en una hora. En quant de temps es netejaran 25 cotxes? I 50 cotxes?

$$\left.\begin{array}{l}\text{Si 10 cotxes es netegen en} \longrightarrow \quad 60 \text{ minuts} \\ \text{1 cotxe el netejarem en} \longrightarrow \dfrac{60}{10} = 6 \text{ minuts}\end{array}\right\}$$

Després de calcular el temps que es triga a netejar un cotxe, trobem el temps dedicat a netejar-ne 25 i 50.

25 cotxes es netegen en $25 \cdot 6 =$

9 L'Ignasi cobra 120 € per cada 5 dies de feina. Quant cobrarà per 15 dies? I per 20 dies?

10 Si 3 cafès costen 2,70 €, quant costaran 5 cafès? I 10 cafès?

11 Un abonament d'autobús amb deu viatges costa 6 €. Quant costa cada viatge? Quant costaran 3 abonaments?

12 Si 4 iogurts costen 1,20 €, quant en costaran 20? I 30?

IDENTIFICAR MAGNITUDS INVERSAMENT PROPORCIONALS

Nom: Curs: Data:

MAGNITUDS INVERSAMENT PROPORCIONALS

- Dues magnituds són inversament proporcionals quan:
  - En **augmentar-ne** una el doble, el triple..., l'altra **disminueix** la meitat, la tercera part...
  - En **disminuir-ne** una la meitat, la tercera part..., l'altra **augmenta** el doble, el triple...
- Quan multipliquem (o dividim) un dels valors d'una magnitud per un nombre, el valor corresponent de l'altra magnitud queda dividit (o multiplicat) pel mateix nombre.

EXEMPLE

Una aixeta aboca 3 litres d'aigua cada minut, i tarda 15 minuts a omplir un bidó.
Si augmentem el cabal a 6 litres per minut, tarda 7,5 minuts a omplir-lo.
Si l'augmentem a 9 litres per minut, l'omplirà en 5 minuts. Si l'augmentem a 12 litres per minut, tardarà 3,75 minuts, etc.

- Hi distingim dues magnituds: *cabal d'aigua* (en litres per minut) i *temps a omplir el bidó.*
  - Quan **augmentem** el nombre de litres per minut, **disminueix** el temps en què s'ompliria el bidó.
  - Si **disminueix** el cabal, **augmenta** el temps.
  - Són magnituds inversament proporcionals.

Cabal (l/min)	3	6	9	12
Temps (min)	15	7,5	5	3,75

- Veiem que en les raons de les proporcions s'inverteix l'ordre dels valors:

$$\frac{3}{6} = \frac{7,5}{15} = 0,5 \qquad \frac{3}{9} = \frac{5}{15} = 0,3 \qquad \frac{12}{6} = \frac{7,5}{3,75} = 2$$

- Quan multipliquem (o dividim) un dels valors, el valor corresponent queda dividit (o multiplicat) pel mateix nombre.

$$3 \xrightarrow{\cdot 2} 6 \qquad 15 \xrightarrow{:2} 7,5$$

3	6
15	7,5

$$3 \xrightarrow{\cdot 4} 12 \qquad 15 \xrightarrow{:4} 3,75$$

3	12
15	3,75

$$3 \xrightarrow{\cdot 3} 9 \qquad 15 \xrightarrow{:3} 5$$

3	9
15	5

ACTIVITATS

1 Indica si les magnituds següents són inversament proporcionals o no.

a) La velocitat d'un cotxe i el temps que triga a recórrer una distància.
b) El nombre d'operaris d'una obra i el temps que triguen a acabar-la.
c) El nombre de fulls d'un llibre i el seu pes.
d) El pes de la fruita i els diners que costa.
e) La velocitat d'un excursionista i la distància que recorre.
f) El nombre d'aixetes d'un dipòsit i el temps que triga a omplir-se.

IDENTIFICAR MAGNITUDS INVERSAMENT PROPORCIONALS

Nom: Curs: Data:

2 Un excursionista recorre 10 km en 2,5 hores. Si manté el mateix ritme, quants quilòmetres recorrerà en 5 hores? I en 7 hores?

a)

5	10	20	4		
60	30			25	5

b)

1	2		4		
36		12		6	4

c)

8			3	1	6
3	12	4			

d)

6	3	21	7		1
7				1	

REGLA DE TRES INVERSA

- La regla de tres simple inversa ens permet **calcular el valor desconegut** d'una proporció en què les magnituds són inversament proporcionals.
- Coneixem **tres** dels quatre valors de la proporció, i el valor desconegut (incògnita) l'anomenem amb la lletra ***x***, ***y*** i ***z***.

EXEMPLE

Deu paletes triguen 45 dies a construir un mur. Si han d'acabar l'obra en 15 dies, quants paletes fan falta?

Les magnituds són *nombre de paletes* i *dies de feina.*

Són **inversament** proporcionals: si volem que es faci l'obra en **menys** temps, haurem d'**augmentar** el nombre de treballadors.

Ho resolem de la manera següent:

$$\left.\begin{array}{r} \text{Si } 10 \text{ paletes} \xrightarrow{\text{triguen}} 45 \text{ dies} \\ x \text{ paletes} \xrightarrow{\text{trigaran}} 15 \text{ dies} \end{array}\right\} \rightarrow \frac{10}{x} = \frac{15}{45} \rightarrow 10 \cdot 45 = x \cdot 15 \rightarrow 450 = 15x \rightarrow \frac{450}{15} = \frac{15x}{15} \rightarrow x = 30$$

30 paletes acabaran l'obra en 15 dies.

3 Esbrina el nombre de paletes que farien la feina anterior si volguéssim que l'acabessin en 5 dies.

4 Un dipòsit d'aigua l'omplim en 18 hores amb una aixeta que aboca 360 litres d'aigua cada minut.

a) Quant trigarem a omplir-lo si aboqués 270 litres per minut?

b) I si sortissin 630 litres per minut?

IDENTIFICAR MAGNITUDS INVERSAMENT PROPORCIONALS

Nom: Curs: Data:

5 Un ramader té 36 vaques i prou pinso per alimentar-les durant 24 dies. Si decideix comprar 18 vaques més, per a quants dies tindria pinso?

6 S'està construint una autopista i s'ha de fer un túnel a la muntanya. Està planificat que dues màquines facin l'obra en 90 dies. Per reduir aquest temps a la tercera part, quantes màquines farien falta?

Podem resoldre els problemes per mitjà de la regla de tres inversa fent servir el **mètode de reducció a la unitat**, és a dir, trobant el valor desconegut per al valor 1, i després dividint entre els valors corresponents.

Resol els exercicis següents, per mitjà del mètode de reducció a la unitat.

7 Tres pintors triguen 2 hores a pintar una tanca. Si s'hi incorpora un pintor més, quant de temps trigaran?

8 Si 20 obrers aixequen una paret de maons en 6 dies, quants dies trigaran 12 obrers?

9 En recórrer una distància, un camió triga 4 hores a una velocitat constant de 65 km/h.

a) A quina velocitat anirà un automòbil que recorre la mateixa distància en la meitat de temps?

b) I una avioneta que trigués 45 minuts?

RESOLDRE PROBLEMES DE PERCENTATGES MITJANÇANT REGLA DE TRES

Nom: Curs: Data:

ACTIVITATS

1 En una classe de 2n d'ESO el 60 % dels alumnes són noies. Si en total hi ha 30 alumnes, calcula el nombre de noies i de nois i el percentatge d'aquests últims.

$$\left.\begin{array}{r} \text{Si 30 alumnes} \xrightarrow{\text{són}} \text{el 100 \%} \\ x \text{ alumnes} \xrightarrow{\text{seran}} \text{el 60 \%} \end{array}\right\} \rightarrow \frac{30}{x} = \frac{100}{60} \rightarrow 30 \cdot 60 = 100x$$

2 Una fàbrica produeix 1.500 automòbils al mes. El 25 % són furgonetes; el 60 %, turismes, i la resta, monovolums. Troba les unitats produïdes de cada tipus d'automòbil.

3 Unes sabatilles que abans costaven 60 € tenen un descompte del 15 %. Calcula quant valen ara.

4 En un institut de 1.200 alumnes s'han publicat els resultats d'una enquesta sobre música moderna: el 30 % dels alumnes prefereixen música tecno; el 25 %, pop; el 40 %, rock, i la resta, música melòdica. Calcula els alumnes que prefereixen cada modalitat musical i el percentatge dels que trien la música melòdica.

5 D'una escola amb 600 alumnes, el 50 % són d'Educació Primària; el 35 %, d'ESO, i el 15 %, de Batxillerat. Troba el nombre d'alumnes de cada nivell educatiu.

6 Un pantà té una capacitat total de 5 milions de metres cúbics d'aigua. Actualment està al 75 % de la seva capacitat. Calcula els metres cúbics d'aigua que conté.

