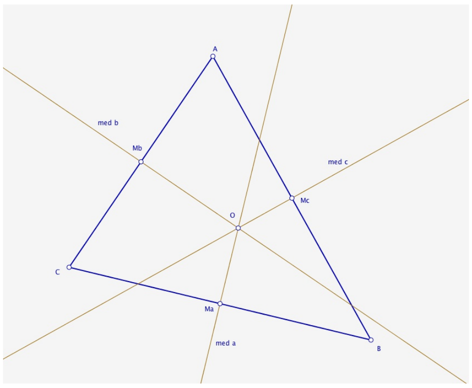
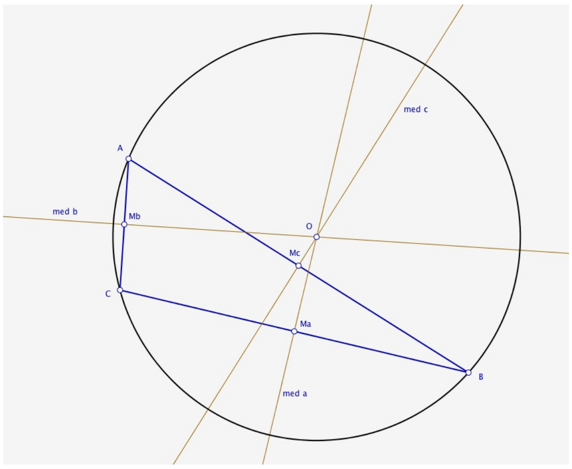
Elements notables dels triangles

Circumcentre

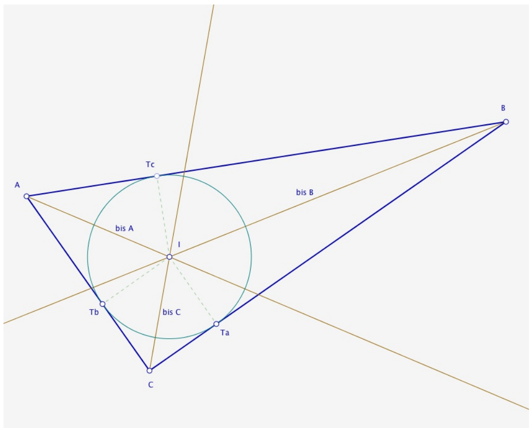
És el punt on es tallen les mediatrius d'un triangle.
És equidistant dels 3 vèrtexs.
És el centre d'una circumferència circumscrita al triangle (passa pels tres vèrtexs del triangle).
Es pot trobar a dins o a fora dels triangles.





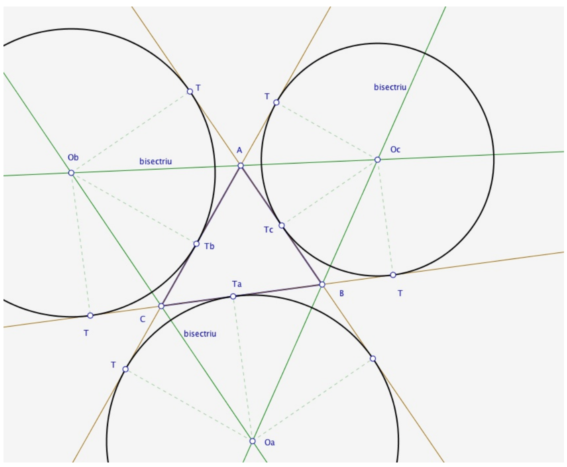
Incentre

És el punt on es tallen les bisectrius del triangle.
És un punt equidistant dels tres costats del triangle.
És el centre d'una circumferència inscrita en el triangle (tangent als tres costats).
Sempre està situat a l'interior del triangle.
Les bisectrius dels angles externs del triangle es tallen dos a dos en els centres de les circumferències exinscrites (circumferències tangents a un costat i les prolongacions dels altres dos costats del triangle).



Circumferències exinscrites

Una circumferència exinscrita d'un triangle es una circumferènca exterior al triangle i tangent a un costat i a la prolongació dels altres dos costats del triangle.
Els centres de les tres circumferències exinscites d'un triangle es troba a les interseccions de les bisectrius dels angles exteriors del triangle.



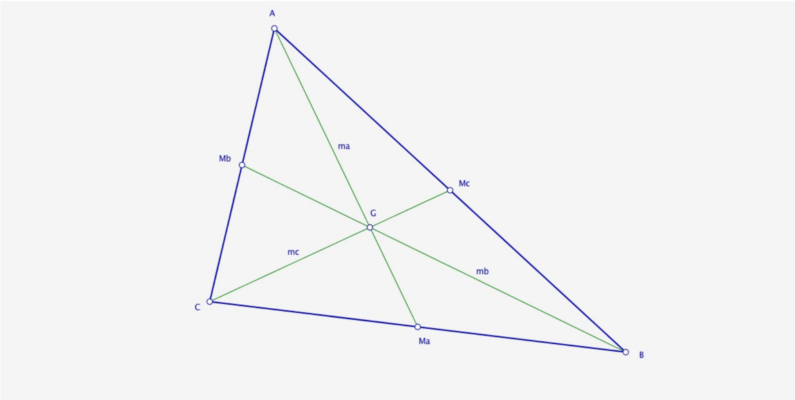
Baricentre

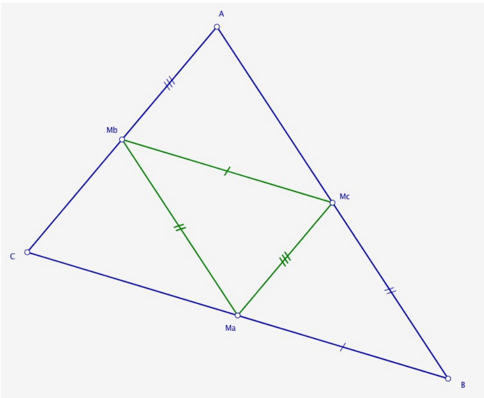
És el punt on es tallen les mitjanes d'un triangle (segments que uneixen un vèrtex i el punt mitjà del costat oposat).
És el centre de gravetat del triangle.
Sempre es troba a dins del triangle.
La distància entre el baricentre i el punt mitjà del costat al qual pertany és 1/3 de la longitud de la mitjana.

$m_a = M_a A$
$M_a G = 1/3\ M_a A$

$m_b = M_b B$
$M_b G = 1/3\ M_b B$

$m_c = M_c C$
$M_c G = 1/3\ M_c C$





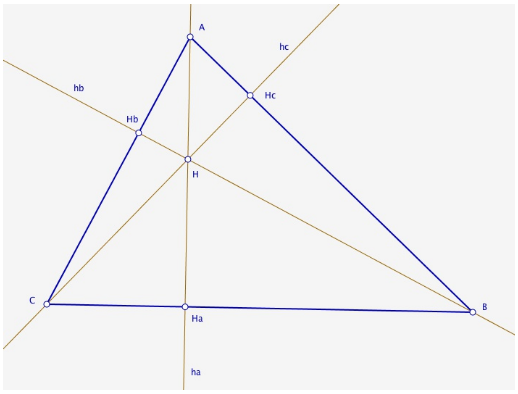
Triangle complementari

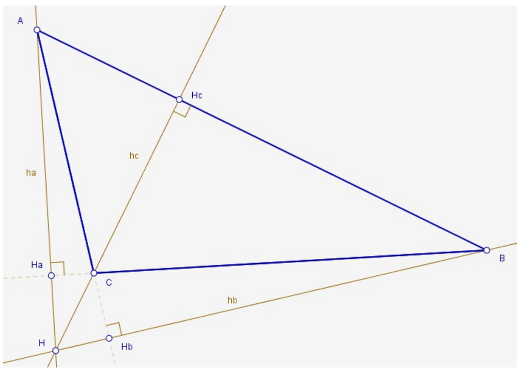
Si unim els punts mitjans dels costats, obtenim un altre triangle amb els costats paral·lels als costats del triangle original però amb la meitat de longitud que s'anomena triangle complementari.

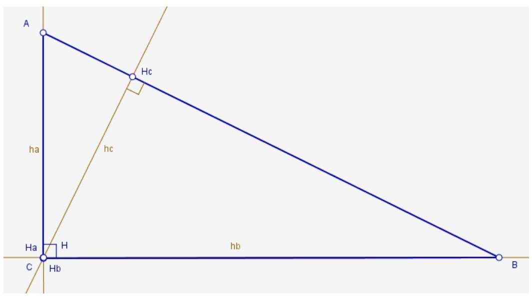
$C M_b = M_b A$;	CA és paral·lel a $M_a M_c$
$A M_c = M_c B$;	AB és paral·lel a $M_a M_b$
$B M_a = M_a C$;	BC és paral·lel a $M_b M_c$

Ortocentre

És el punt on es tallen les altures d'un triangle.
Pot situar-se a dins o a fora del triangle, o al mateix triangle.





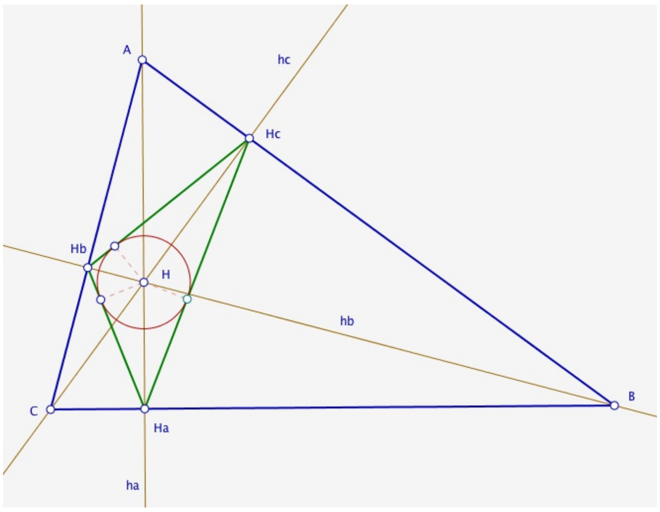


Triangle òrtic

Si unim els peus de les altures d'un triangle s'obté un altre triangle que s'anomena triangle òrtic del triangle original.

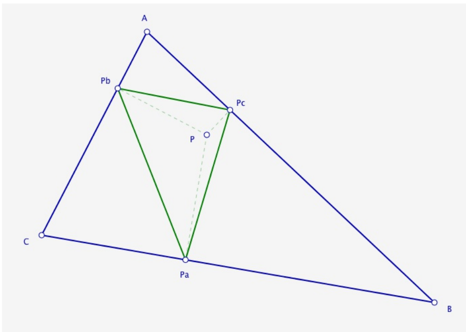
Les altures del triangle són bisectrius del seu triangle òrtic, això implica que l'ortocentre del triangle original és l'incentre del seu triangle òrtic.

El perímetre del triangle òrtic és el mínim de tots els possibles triangles inscrits al triangle original.



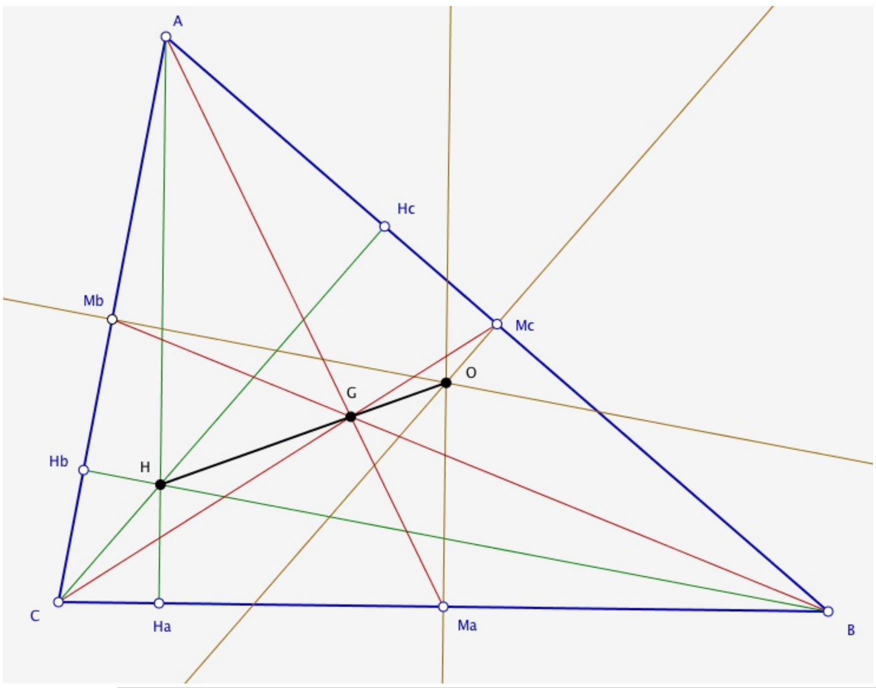
Triangle podar

És el triangle format pels peus de les perpendiculars dels costats, traçades des d'un punt concret.



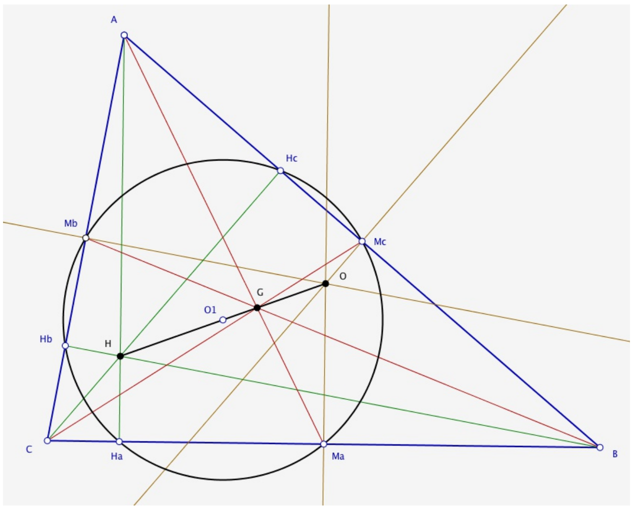
Segment d'Euler

En un triangle qualsevol l'ortocentre, el baricentre i el circumcentre estan alineats.
El segment que té per extrems l'ortocentre i el circumcentre, s'anomena segment d'Euler.
El baricentre divideix aquest segment en dues parts de longituds 1/3 i 2/3.



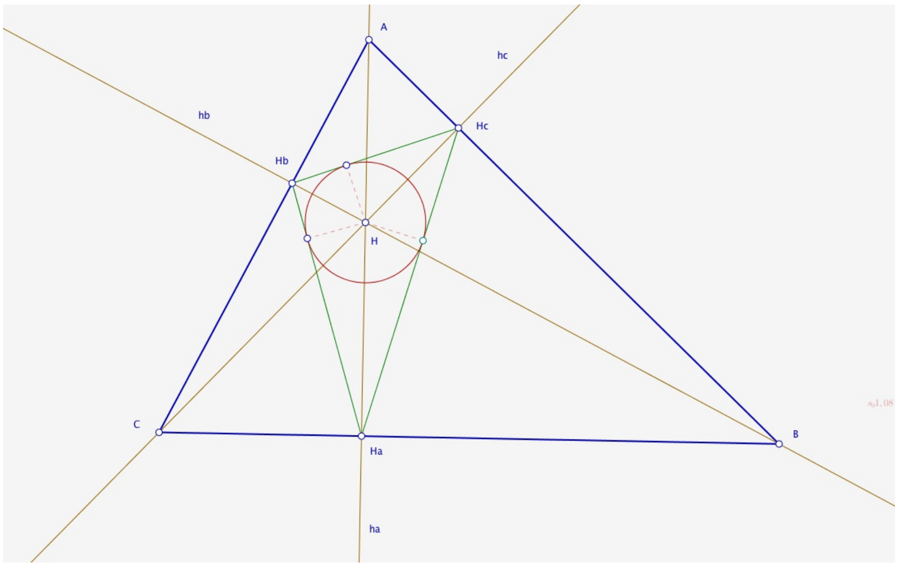
Circumferència de Feuerbach

És una circumferència que té el seu centre al punt mig del segment d'Euler del triangle.
El seu radi és la meitat del de la circumferència circumscrita del mateix triangle.
Passa per nou punts importants del triangle.

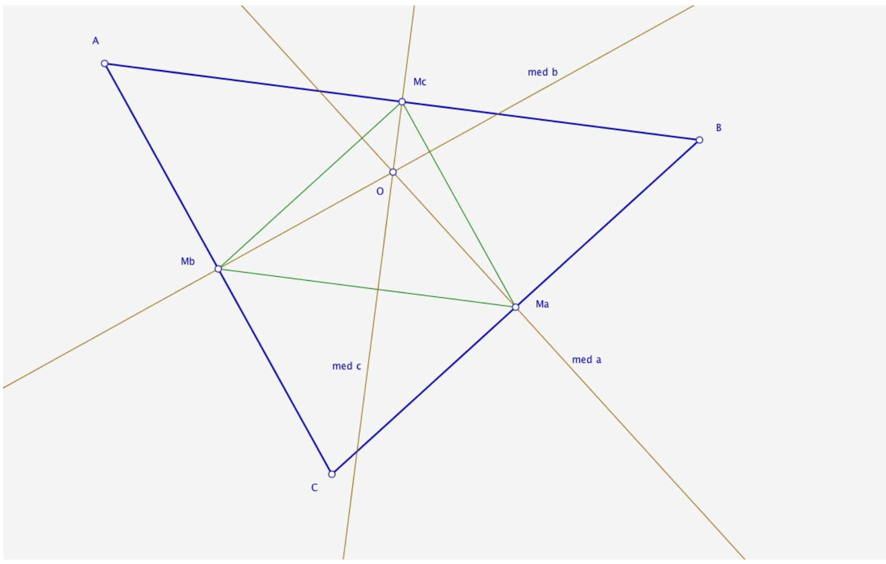


Relacions geomètriques entre els elements d'un triangle

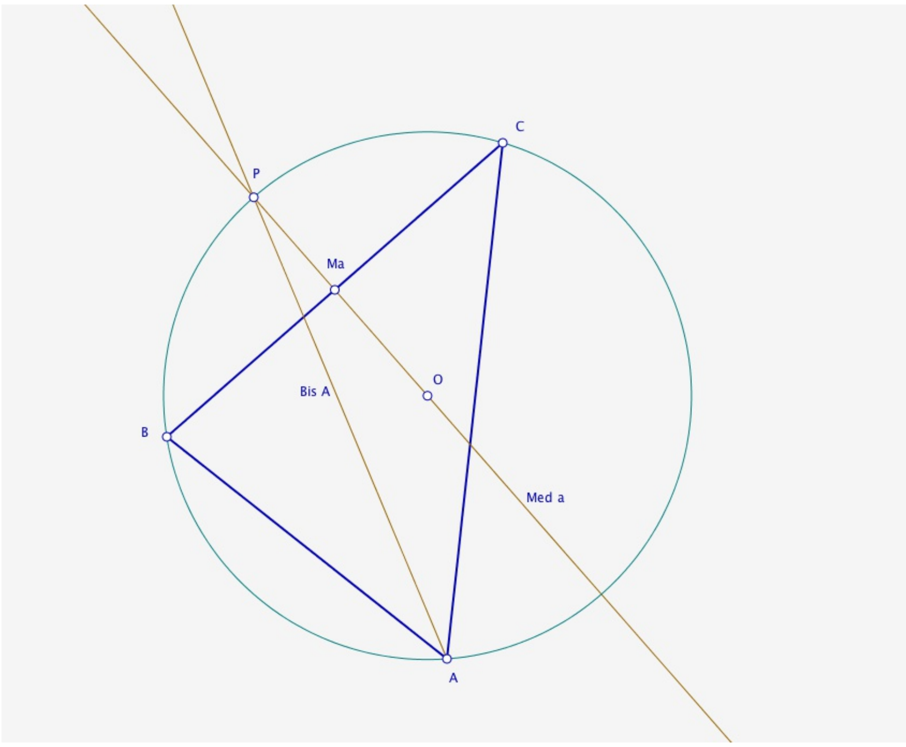
L'ortocentre d'un triangle acutangle és l'incentre del seu triangle òrtic.



El circumcentre d'un triangle és l'ortocentre del seu triangle complementari.



La mediatriu d'un costat i la bisectriu de l'angle oposat es tallen en un punt de la circumferència circumscrita del triangle.



Els costats del triangle complementari tallen les mitjanes del triangle originalen els seus punts mitjos.

$M_1 A = M_1 M_a$

$M_2 B = M_2 M_b$

$M_3 C = M_3 M_c$