Transformacions en el pla

Transformacions geomètriques

Són operacions, o combinacions d'operacions, en les quals, partint d'una forma s'aconsegueix una altra.
Aquestes transformacions en el pla tenen unes característiques:

• Cada punt del pla té un homòleg (o imatge) resultat de la transformació.
• Si després de la transformació, un punt coincideix amb el seu homòleg, s'en diu que aquest és un punt doble. De la mateixa manera, si un element (recta, segment,...) coincideix amb el seu homòleg també serà un element doble encara que els punts que el determinen no ho sigui.

Classificació de les transformacions geomètriques

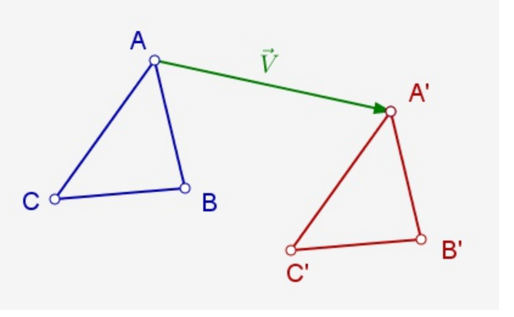
- TRANSFORMACIONS
  - IGUALTAT — **Isomètriques**
    - TRANSLACIÓ
    - GIR
    - SIMETRIA CENTRAL
    - SIMETRIA AXIAL
  - SEMBLANÇA — **Isomòrfiques**
    - SEMBLANÇA
    - HOMOTÈCIA
  - AFINITAT — **Anamòrfiques**
    - HOMOLOGIA
    - AFINITAT
  - INVERSIÓ — **Anamòrfiques**
    - INVERSIÓ

Les transformacions isomètriques tenen com a característica que la figura original i la transformada conserven les mateixes dimensions i els mateixos angles.
Aquestes transformacions, o moviments geomètrics, són la translació, el gir o rotació, la simetria central i la simetria axial.

Translació

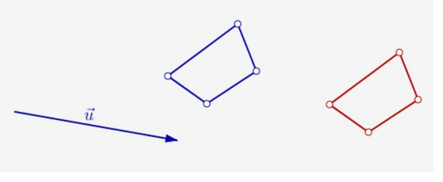
La translació és una transformació directa (la figura transformada conserva l'orientació de la figura original) que té, com a característica que la defineix, que:

•Cada punt **P** del pla es fa correspondre amb un altre punt **P'** mitjançant un vector **v**.

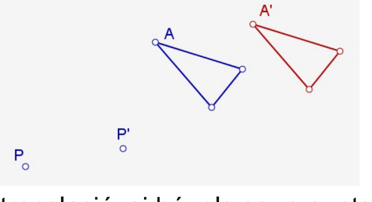


La translació pot quedar determinada de dues maneres:

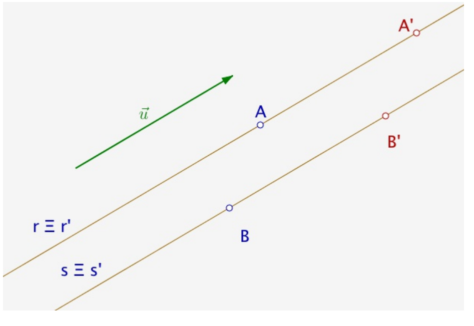
•Donada la direcció, el sentit i la distància (que coincideix amb el mòdul del vector).



•Donat algun punt de la figura i el seu transformat.

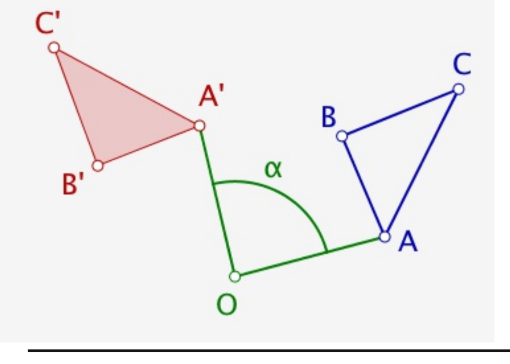


Seran elements dobles les rectes paral·leles a la direcció de translació, si bé, els seun punts no seran punts dobles.



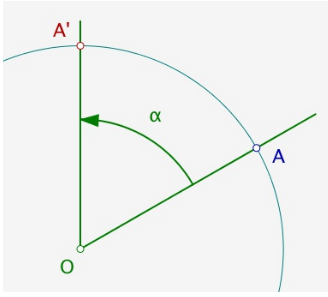
Gir o rotació

El gir o rotació és una transformació directa que fa correspondre cada punt del pla amb un altre mitjançant un moviment de rotació respecte d'un punt **O** que anomenem ***centre de gir***.

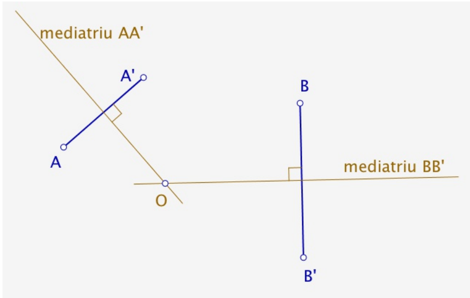


El gir pot quedar definit de dues maneres:

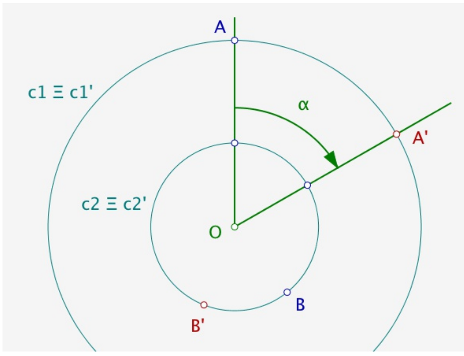
• Si es coneix el centre de gir **O**, l'angle **α** (o amplitud) i el sentit que té (horari o anti-horari).



• Si es coneixen els homòlegs d'un parell de punts de la figura.



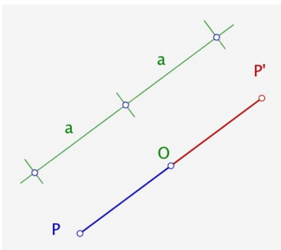
El centre de gir **O** serà un punt doble. Les circumferències amb centre **O** seran dobles, però els seus punts no ho seran.



Simetria

Simetria central

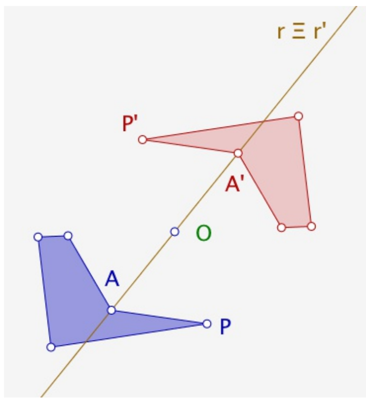
La simetria central és una transformació directa en la que un punt **P'** és homòleg d'un altre punt ***P*** respecte d'un centre ***O*** si el punt **O** és el punt mig del segment **P'P**.
Aquesta transformació coincideix amb un gir de 180º de centre **O**.
Les rectes que passen pel punt **O** són homòlogues de sí mateixes, és a dir, són rectes dobles (encara que els punts que les defineixen no ho són).



Una simetria central pot quedar definida si:

• Coneixem un punt ***P*** i el seu simètric **P'**.

• També queda definida si coneixem un punt **P** i el centre **O** de la simetria.



Simetria axial

La simetria axial és una transformació inversa (no conserva l'orientació de la figura en el pla) en la que un punt **P'** és homòleg d'un altre punt ***P*** respecte d'una recta **e** (***eix de simetria***) si la recta **e** és la mediatriu del segment **PP'**.

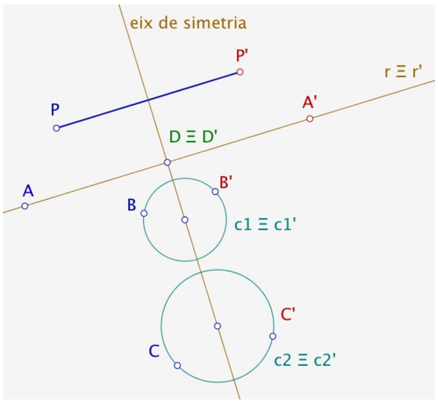
Una simetria axial queda definida si:

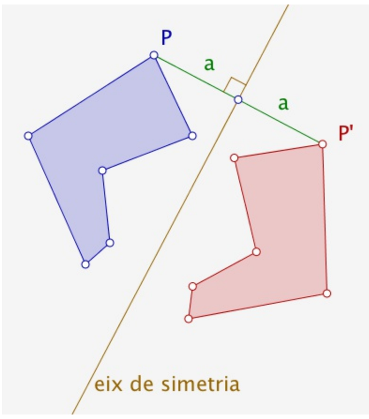
- Coneixem l'eix de simetria (o al menys dos punts d'aquest eix).
- També quedarà definida si coneixem un punt **P** i el seu simètric **P'**, ja que l'eix serà una recta perpendicular al segment **PP'** que passarà pel seu punt mig.

En aquesta transformació cada punt i el seu homòleg són equidistants de l'eix.

Com que és una transformació inversa, els punts d'una figura queden ordenats en sentit contrari respecte els de la figura simètrica en relació a l'eix.

Les rectes perpendiculars a l'eix de simetria són homòlogues de sí mateixes, és a dir, són rectes dobles (encara que els punts que les defineixen no ho són). També són circumferències dobles les que tenen el seu centre a l'eix de simetria.

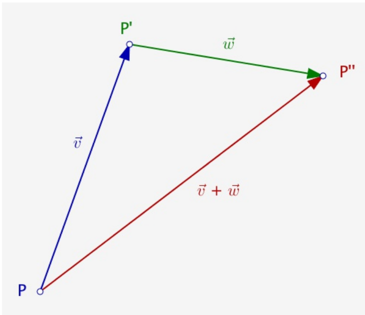




Composició o producte de moviments

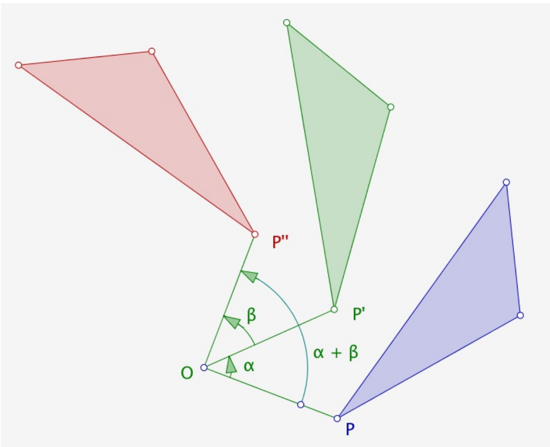
Composició de translacions

La composició de dues translacions **v** i **w** és una única translació **t**, el vector de la qual és la suma dels vectors **v+w**.

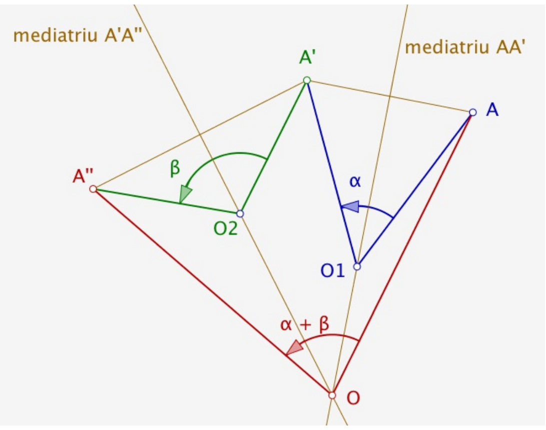


Composició de girs

La composició de de dos girs que tenen el mateix centre **O** és un altre gir de centre **O** i d'amplitud la suma de les amplituds dels angles dels dos girs.

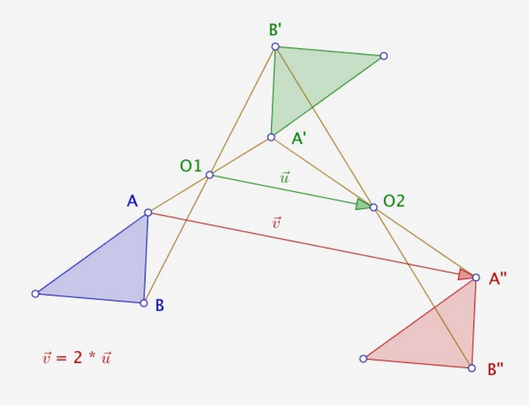


Si els dos girs tenen diferents centres, el gir resultant serà un altre d'amplitud la suma de les amplituds dels dos girs i, de centre, el punt de tall entre les mediatrius de dos segments determinats per dues parelles de punts homòlegs.



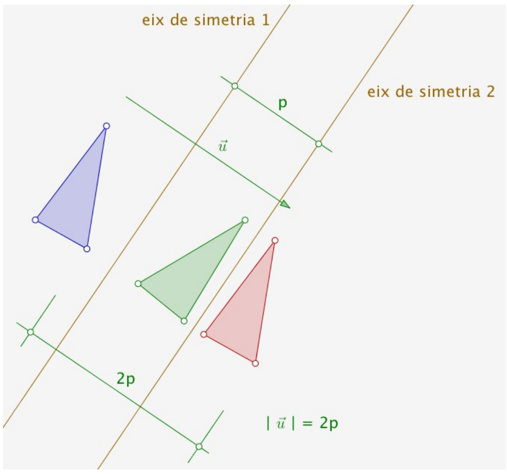
Composició de simetries centrals

La composició de dues simetries centrals de centres **O1** i **O2** és una translació **v** de la figura original, de direcció paral·lela al segment **O1 O2** i mòdul el doble de la mesura del segment **O1 O2**, ja que conserva l'orientació i la forma inicial.

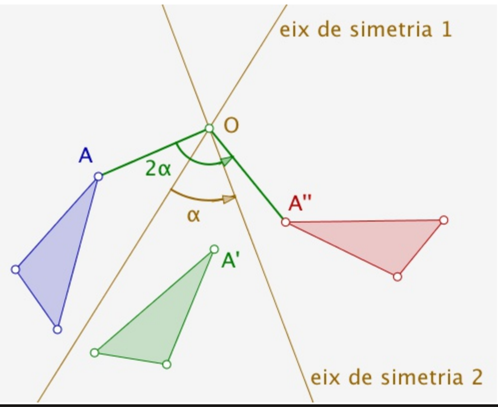


Composició de simetries axials

La composició de dues simetries axials d'eixos paral·lels és una translació de direcció perpendicular als eixos i de mòdul el doble de la distància entre els eixos.

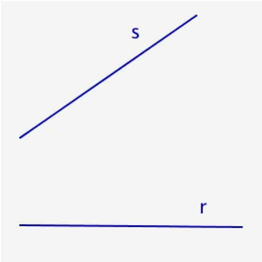


La composició de dues simetries axials d'eixos que es tallen és un gir de centre el punt on es tallen els eixos i, d'amplitud, el doble de l'angle que defineixen els eixos en tallar-se.

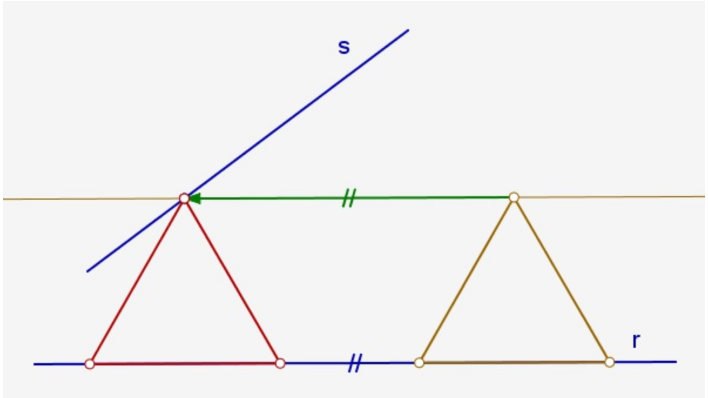


Exercicis amb transformacions geomètriques (moviments)

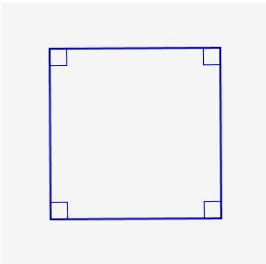
Dibuixar un triangle equilàter de costat donat, amb un costat a sobre de la recta *r* i amb un vèrtex a la recta *s*

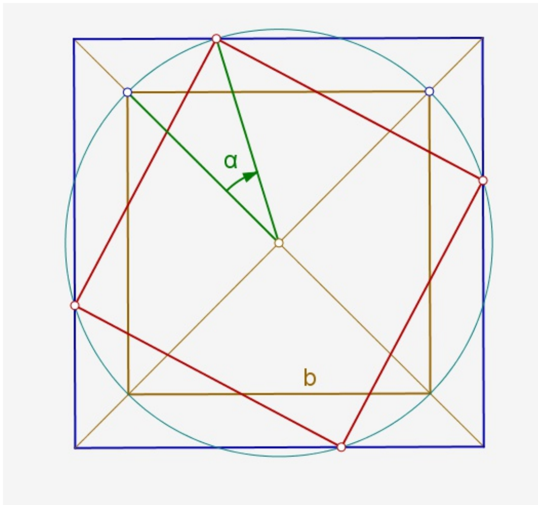


Aplicació de la translació



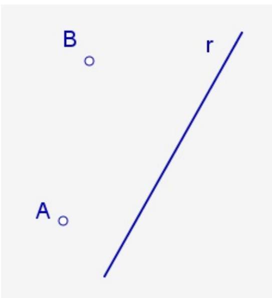
Dibuixar un quadrat de costat donat *b* amb tots els seus vèrtexs a sobre dels costats d'un quadrat donat

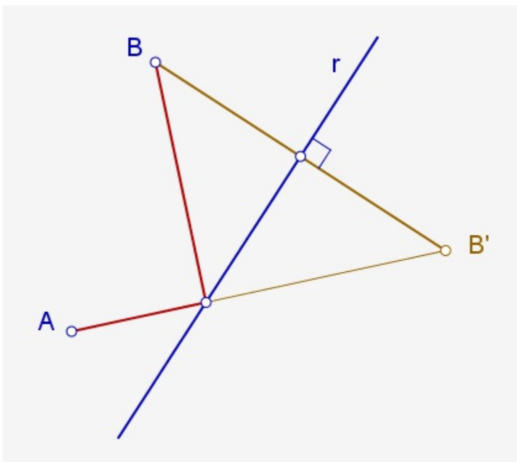




Aplicació del gir

Dibuixar el trajecte més curt entre els punts *A* i *B* passant per la recta *r*





Aplicació de la simetria