SEMBLANÇA i HOMOTÈCIA

Semblança

Dins de les transformacions isomòrfiques, treballarem la semblança i l'homotècia.

La semblança és una relació de proporcionalitat que s'estableix entre dues figures.
Dues figures són semblants quan tenen la mateixa forma però dimensions diferents, és a dir:

- Quan els seus segments corresponents (costats) són proporcionals i els angles corresponents són iguals.

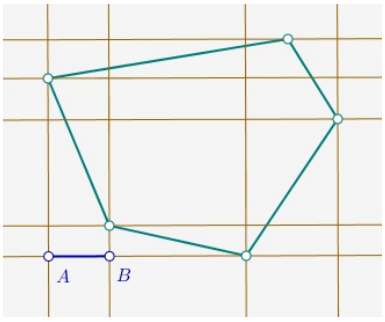
La semblança directa conserva el sentit del pla i la inversa no conserva aquest sentit.
Els elements que es corresponen en les figures semblants són elements homòlegs i són proporcionals entre sí.
La relació de proporció que s'estableix entre dos costats corresponents s'anomena raó de semblança.

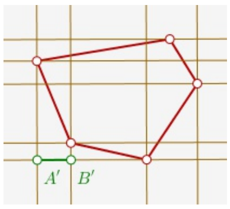
Construcció de figures semblants

Les figures semblants poden ocupar qualsevol posició sobre el pla.

Mètode de la quadrícula

Amb aquest mètode podem construir una figura semblant a una altra donada, en qualsevol lloc del pla.
Aquesta és una semblança directa.



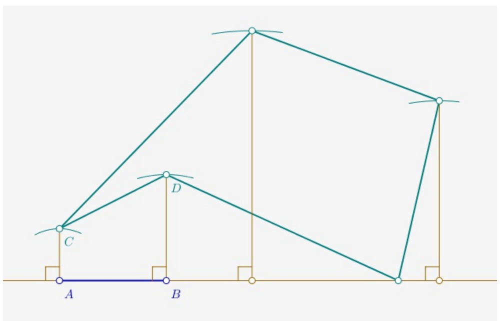


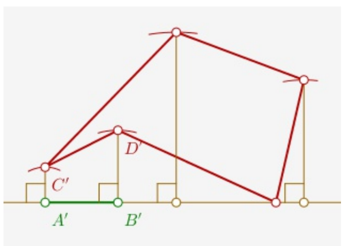
$$\frac{A'B'}{AB} = k$$

k és la raó de semblança

Mètode de les perpendiculars

Aquest mètode és similar al de la quadrícula. Podem estalviar, per a figures senzilles, les línies horitzontals, mesurant directament a sobre de les línies verticals.
Aquesta també és una semblança directa.





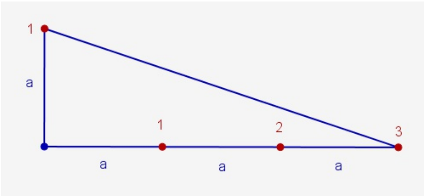
$$\frac{A'B'}{AB} = k$$

k és la raó de semblança

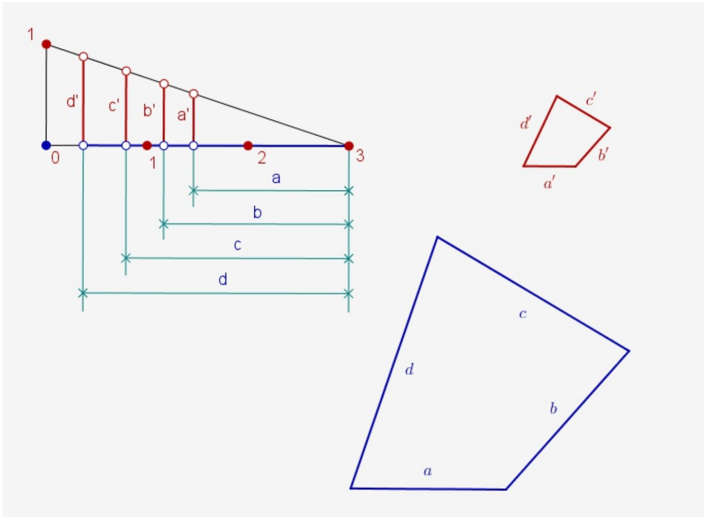
Semblança directa en una proporció qualsevol

Amb aquest mètode es pot construir una figura semblant en qualsevol posició, mitjançant el càlcul de les dimensions dels costats fent servir un triangle rectangle.
Els angles s'hauran de copiar, ja que no canvia la seva amplitud.

Es construeix un triangle rectangle els catets del qual estiguin en la proporció determinada per la raó de proporcionalitat.



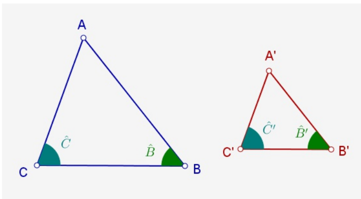
$$En\ aquest\ cas,\ la\ raó\ de\ semblança\ és: k = \frac{1}{3}$$



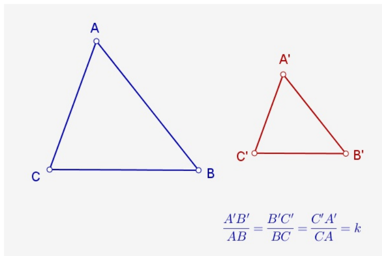
Criteris de semblança de triangles

Dos triangles seran semblants si:

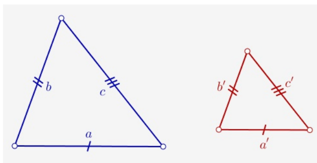
- Tenen dos angles respectivament iguals.



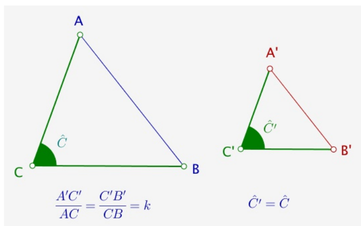
- Els costats homòlegs són proporcionals.



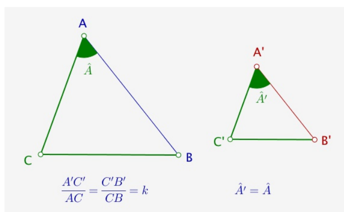
- Tenen els tres costats corresponents paral·lels.



- Tenen un angle igual i els costats d'aquest angle són proporcionals.



- Tenen dos costats proporcionals i l'angle oposat al costat més gran igual.



Homotècia

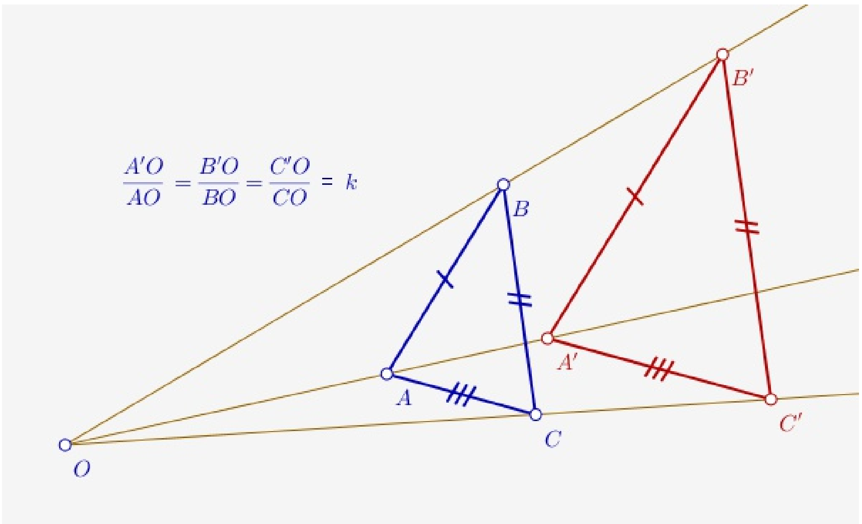
Les figures semblants poden ocupar qualsevol posició en el pla. Però si orientem les figures de manera que els punts homòlegs quedin alineats respecte d'un mateix punt (**O**), els segments homòlegs seran paral·lels.

El punt (**O**) en relació al qual s'orienten els punts homòlegs de les figures s'anomena centre de l'homotècia i a la transformació d'una figura en l'altra homotècia de centre **O.**

Homotècia

Les distàncies entre els punts de la figura original i el centre **O** ***(AO, BO i CO)*** i les distàncies entre els punts corresponents de la figura homotètica i el centre **O** ***(A'O, B'O i C'O)*** són proporcionals.

Aquesta proporció ***k*** s'anomena raó de l'homotècia.



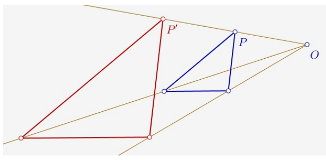
Definició d'homotècia

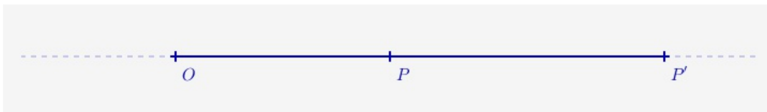
Donat un punt **O** del pla i un nombre real **k ≠ 0**, anomenem homotècia de centre **O** i raó **k**, la transformació que fa correspondre a cada punt **P** del pla, un altre **P'** que compleix la relació:

$$\frac{OP'}{OP} = k$$

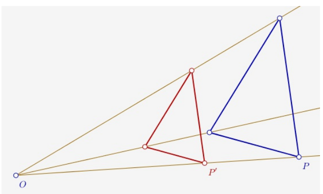
Homotècia directa

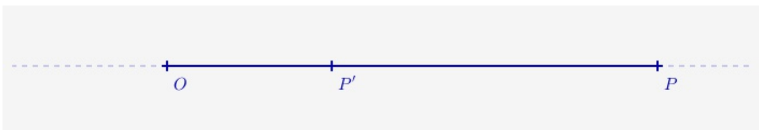
Si ***k* > *0*,** **P'** està situat a la semirrecta **OP**





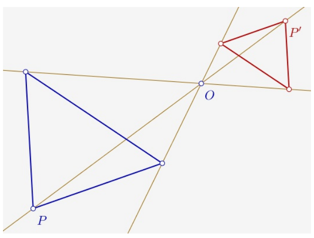
Si ***0* < *k* < 1,** **P'** està situat entre **O i P**





Homotècia inversa

Si ***k* < *0*,** **P'** està situat a la semirrecta oposada a la **OP**



Característiques de l'homotècia

Els elements que no canvien de posició quan fem una transformació s'anomenen elements dobles.

- El centre de l'homotècia (**O**) és l'únic punt doble de la transformació.

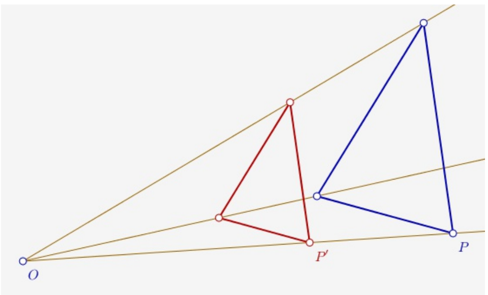
- Les rectes que passen per **O** són rectes dobles encara que els seus punts no ho són.

- Els angles corresponents de les figures homotètiques tenen la mateixa amplitud.

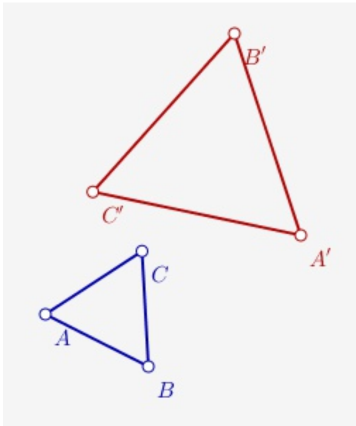
- Les rectes que no passen pel centre **O** tenen per homotètiques rectes paral·leles.

- Dues figures homotètiques són sempre semblants i la raó de semblança coincideix amb la de l'homotècia.

- El contrari no sempre és cert; dues figures semblants no sempre són homotètiques.



Figures semblants i homotètiques.

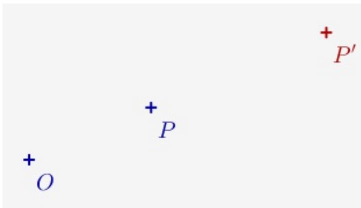


Figures semblants però no homotètiques.

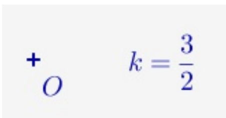
Derterminació d'una homotècia

Una homotècia queda determinada si coneixem:

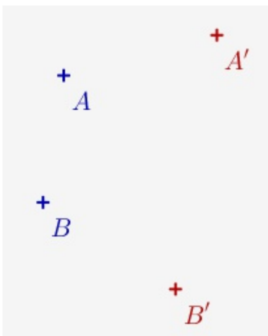
- El centre **O** i dos punts homotètics **P** i **P'**.



- El centre **O** i la raò **k** de l'homotècia.

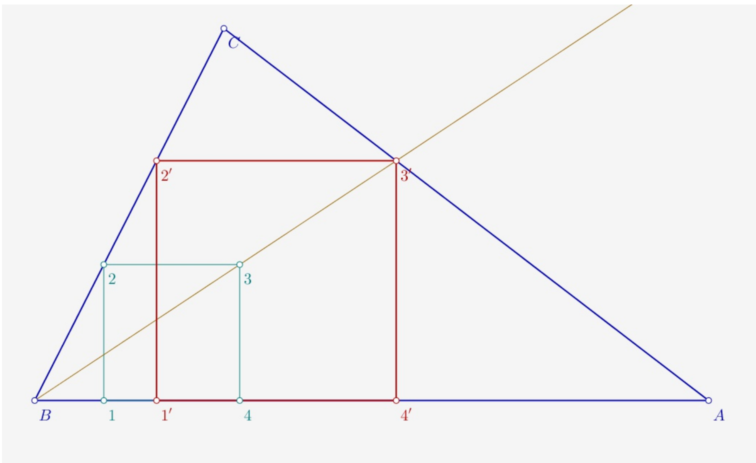


- Un parell de punts homotètics d'altres dos **A**, **A'** i **B**, **B'**.

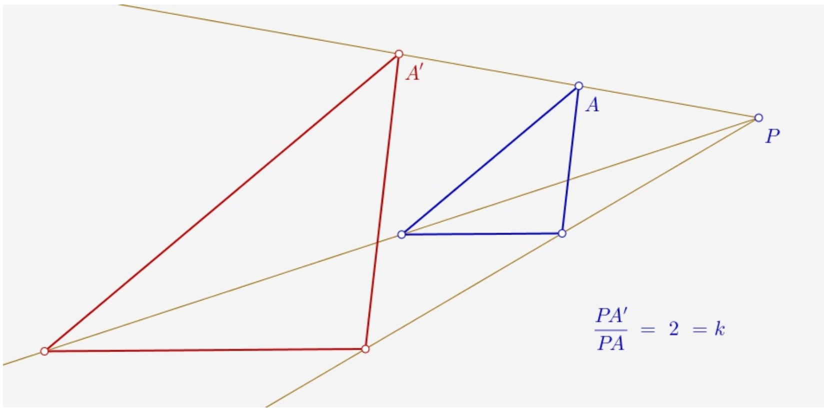


Polígon inscrit en un triangle

Dibuixar un quadrat inscrit en el triangle **ABC**, amb un costat a sobre del costat **AB** del triangle, un vèrtex a sobre del costat **BC** i un altre a sobre del costat **CB**.



Construcció d'un polígon directament semblant a un altre amb una determinada raó

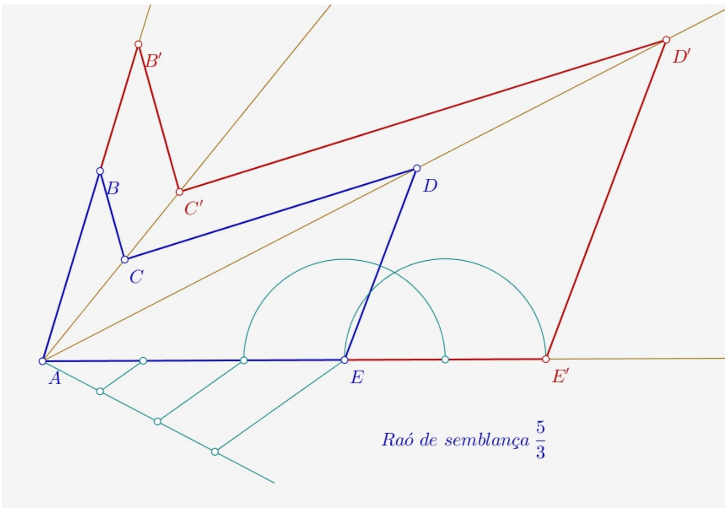


En aquest cas s'ha fet servir una homotècia de centre **P** exterior a la figura original.
La raó de semblança és igual a la raó de l'homotècia.

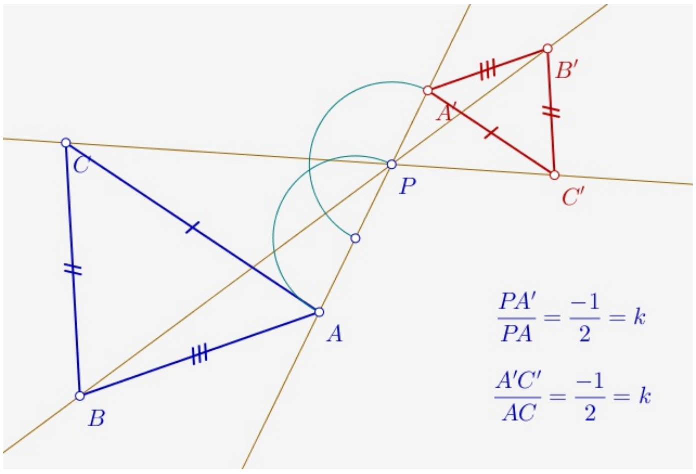
Per dibuixar el polígon semblant s'ha fet servir una homotècia de centre **A**, que coincideix amb un vèrtex de la figura original.
La raó de semblança és igual a la raó de l'homotècia.

$$\frac{AE'}{AE} = \frac{AB'}{AB} = \frac{5}{3} = k$$

k *és la raó de l'Homotècia*

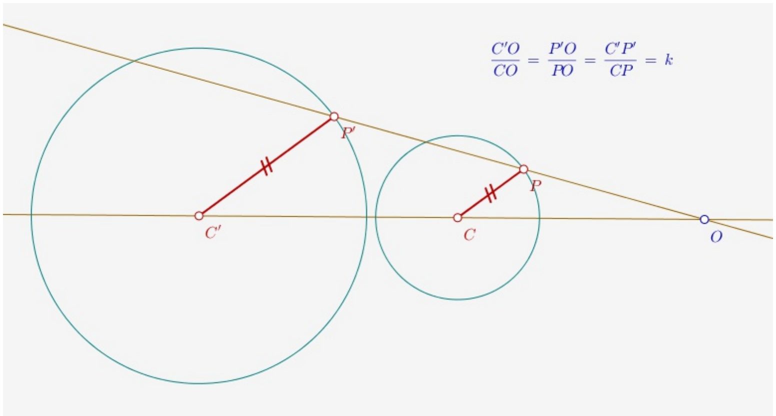


Construcció d'un polígon inversament semblant a un altre amb una determinada raó

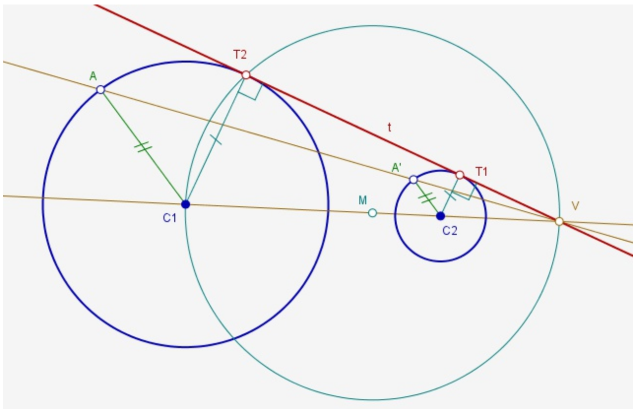


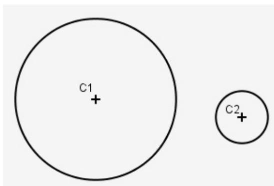
Homotècia entre circumferències

La raó de l'homotècia entre dues circumferències és igual a la raó entre els radis.



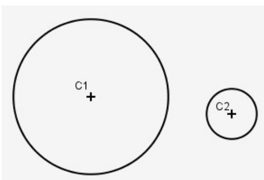
Tangents comuns exteriors a dues circumferències



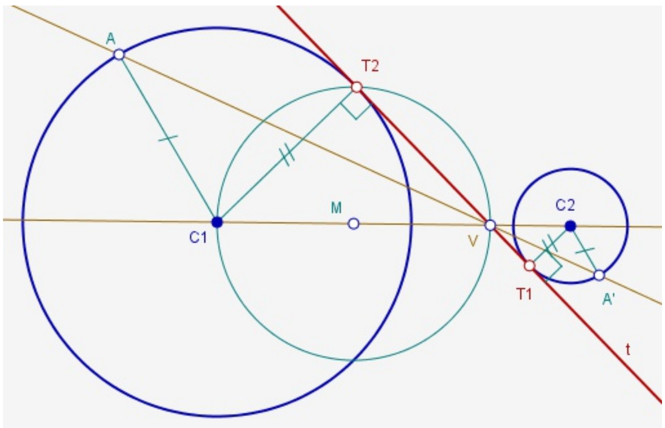


*La recta **t** és una de les dues possibles solucions.*

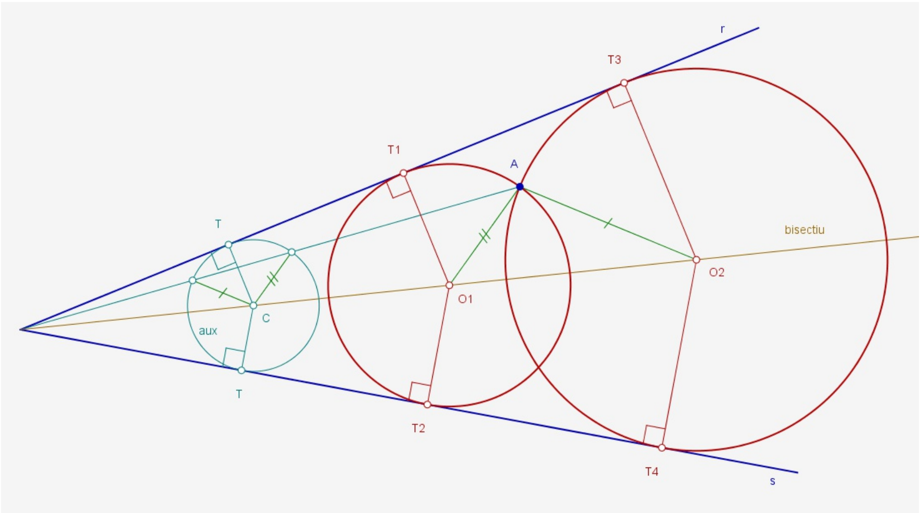
Tangents comuns interiors a dues circumferències

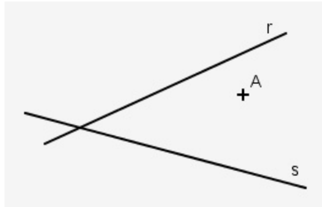


*La recta **t** és una de les dues possibles solucions.*

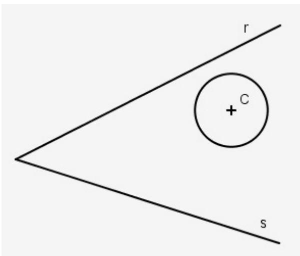


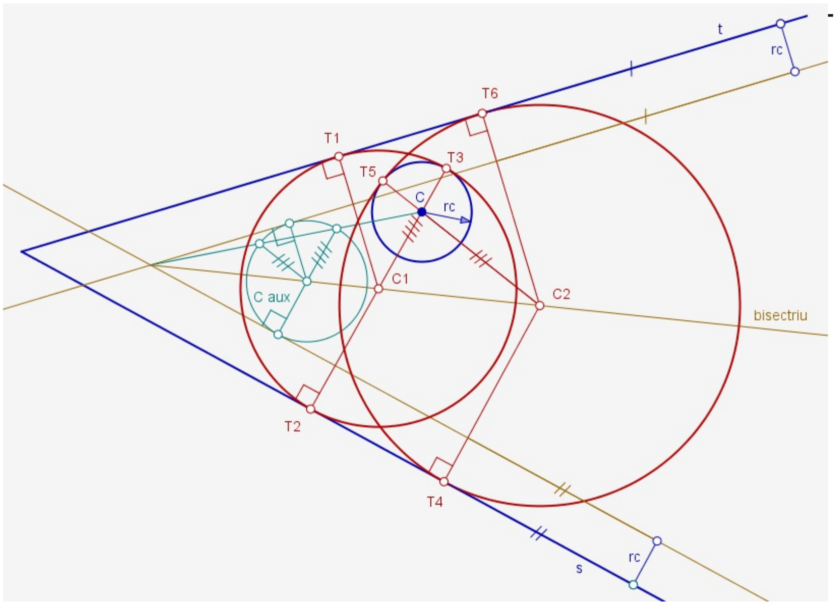
Circumferències tangents a dues rectes (r i s) que passen per un punt P



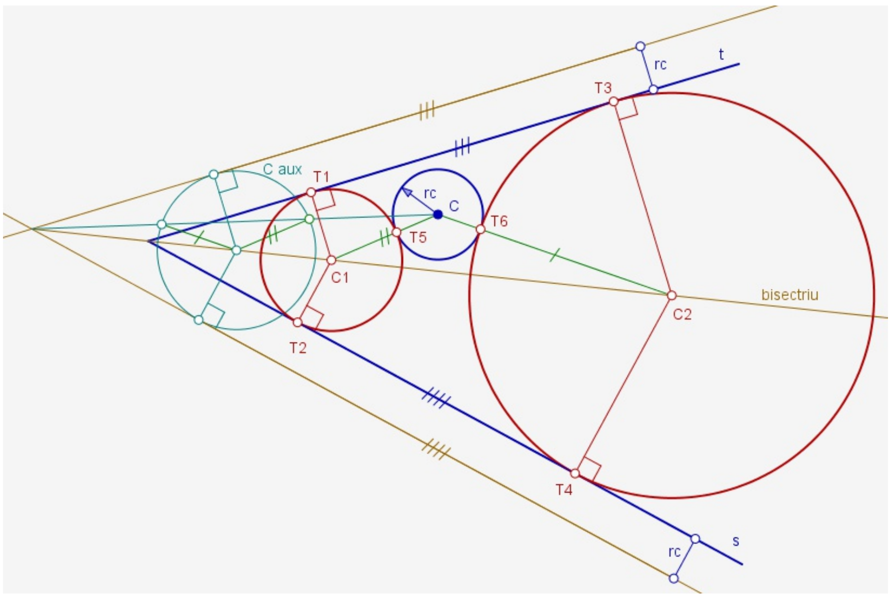


Circumferències tangents a dues rectes (r i s) i a una circumferència de centre O





Contraient l'angle obtenim dues solucions; Dues circumferències que deixen tangent interior la de l'enunciat.



Dilatant l'angle obtenim les altres dues solucions; Dues circumferències tangents exteriors a la de l'enunciat.