

Potència

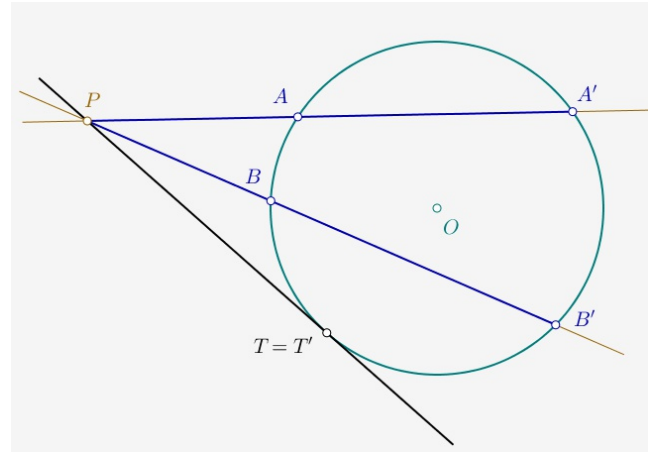
Si tenim una circumferència de centre (**O**) i un punt (**P**), podem dibuixar una recta que passa pel punt i talla a la circumferència en els punts els punts d'intersecció (**A**) i (**A'**).

La potència del punt (**P**) respecte de la circumferència de centre (**O**), és el producte de les distàncies **PA * PA'**.

POTÈNCIA. EIX RADICAL

En general, si dibuixem diferents rectes:

$$Potència \quad k = PA * PA' = PB * PB'$$



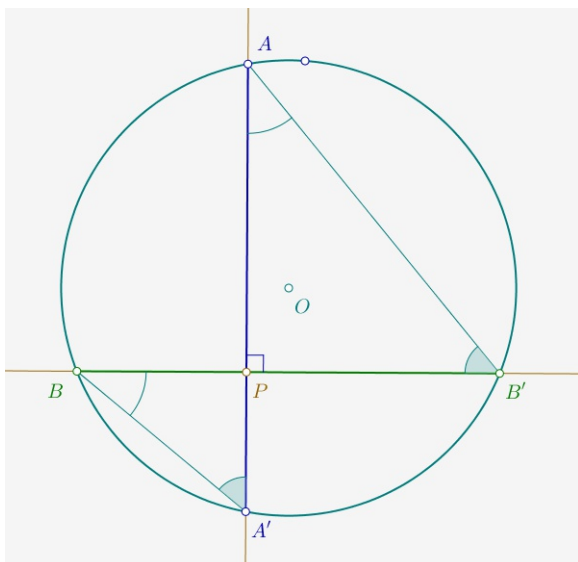
- Si el punt **P** és extern a la circumferència, la potència **K** és positiva.
- Si el punt **P** és intern, el valor de la potència és:

$$k = PT * PT = PT^2 \Rightarrow \boxed{PT = \sqrt{k}}$$

- Si el punt **P** és interior a la circumferència, la potència d'aquest punt respecte de la circumferència serà un valor negatiu, ja que els punts d'intersecció amb la circumferència estan situats en semirectes diferents respecte del punt **P**.

$$k < 0$$

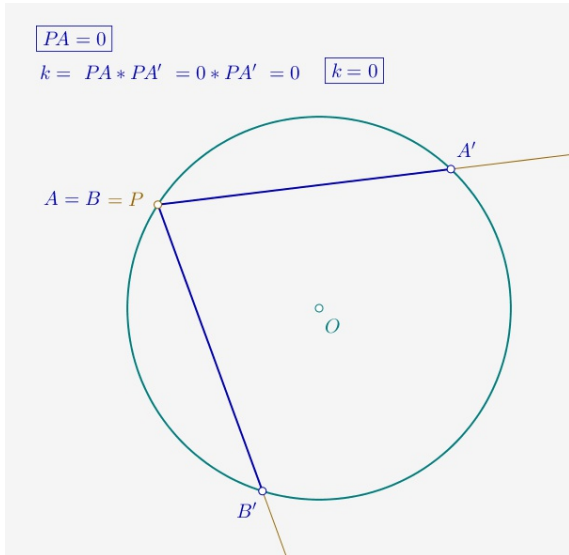
Potència 1



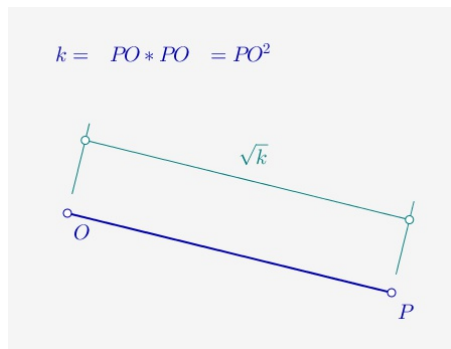
En aquest cas, els triangles que s'obtenen en fer les rectes secants són semblants:

$$\frac{PA}{PB} = \frac{PB'}{PA'} = PA * PA' = PB * PB' = Potència \quad k$$

- Si el punt **P** es troba a la circumferència, el valor de la potència respecte de la circumferència és zero.



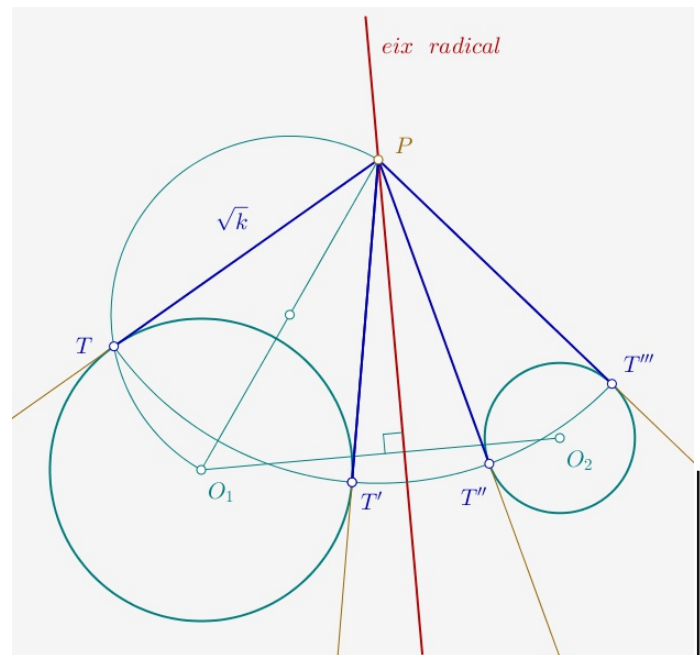
- Si la circumferència té un **radi = 0** (es redueix a un punt), la potència d'un punt **P** respecte d'un altre **O** és el quadrat de la distància entre tots dos.



Eix radical de dues circumferències

L'eix radical de dues circumferències és el lloc geomètric dels punts del pla que tenen la mateixa potència respecte de les dues circumferències.

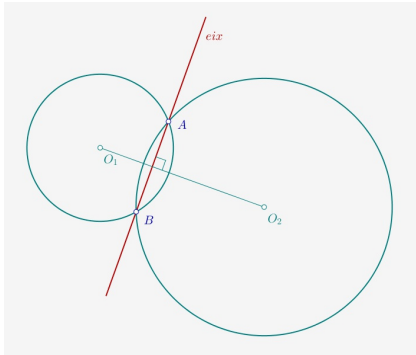
- Si des de qualsevol punt de l'eix radical (**e**) tracem tangents a les circumferències de centres **O₁** i **O₂**, els segments **PT**, **PT'**, **PT''**, **PT'''** que uneixen el punt P i els punts de tangència **T**, **T'**, **T''**, **T'''** són iguals.



- L'eix radical de dues circumferències (**e**) és perpendicular al segment que uneix els seus centres (**O₁O₂**), però que no sempre és la mediatriu del segment.

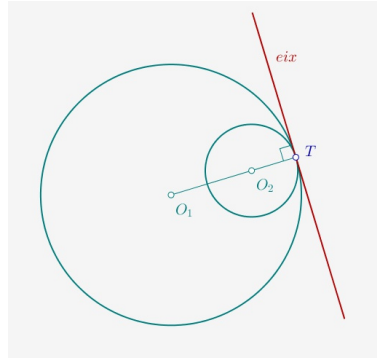
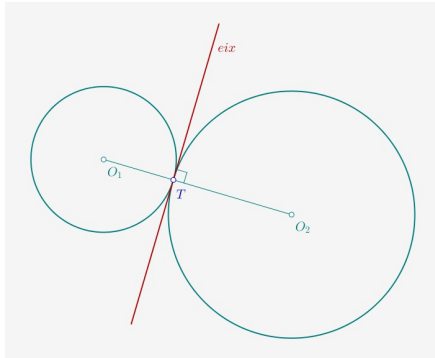
Potència 2

Eix radical de dues circumferències secants



Coincideix amb la recta que passa pels punts **(A i B)** d'intersecció entre les dues circumferències.

Eix radical de dues circumferències tangents



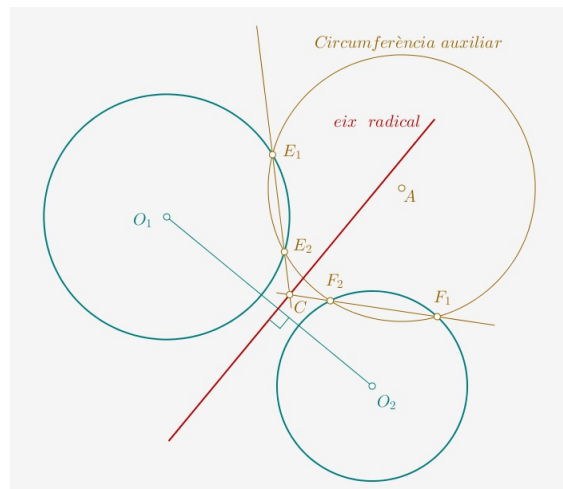
Coincideix amb la recta tangent a les circumferències en el seu punt **(T)** de tangència .

Eix radical de dues circumferències exteriors

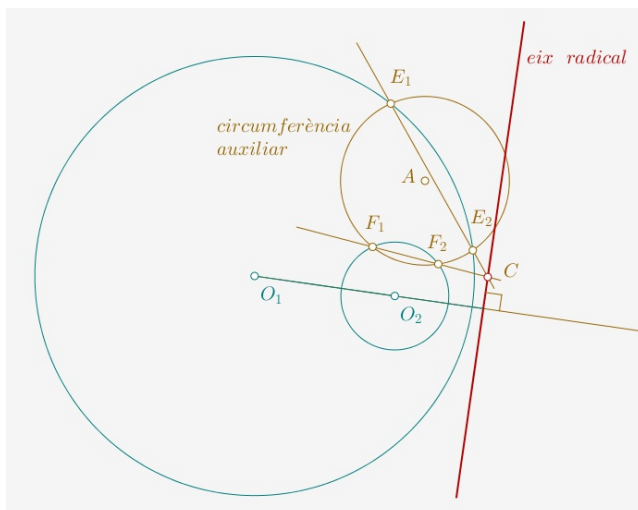
Amb centre en un punt qualsevol **A**, es dibuixa una circumferència auxiliar que talli les dues circumferències de centres **O₁** (en els punts **E₁** i **E₂**) i **O₂** (en els punts **F₁** i **F₂**).

Dibuixant les rectes que uneixen els punts **E₁** i **E₂** i **F₁** i **F₂**, s'obté el punt d'intersecció **C** que pertany a l'eix radical.

La perpendicular al segment que uneix els centres **O₁** i **O₂** traçat des del punt **C** és l'eix radical de les dues circumferències.



Eix radical de dues circumferències, una interior a l'altra

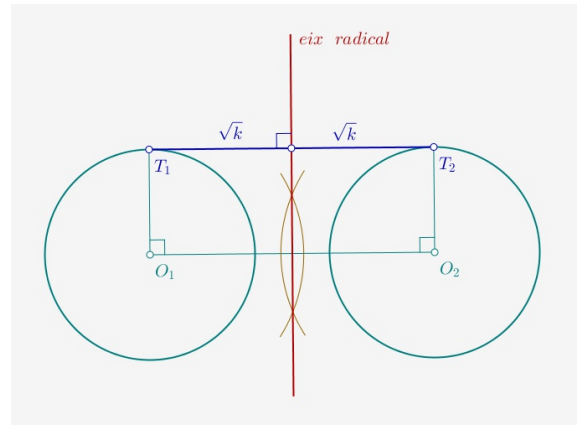


El mètode és semblant al cas anterior, fent servir una circumferència auxiliar secant a les dues circumferències de l'enunciat.

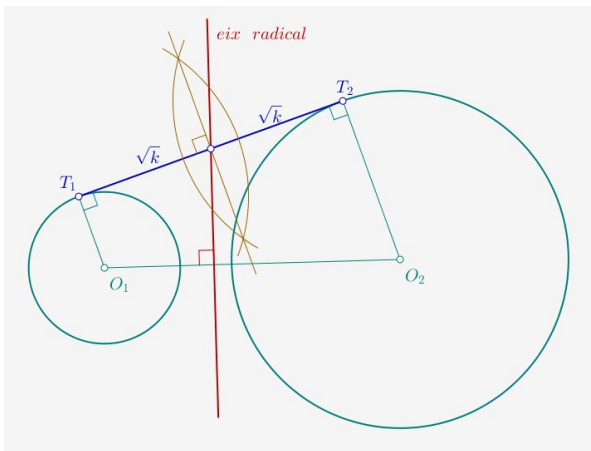
Eix radical de dues circumferències d'igual radi

En aquest cas, l'eix radical coincideix amb la mediatriu del segment que uneix els centres de les dues circumferències.

També coincideix amb la mediatriu del segment que uneix els punts de tangència T_1 i T_2 .



En el cas de circumferències exteriors de diferent radi, l'eix radical no coincideix amb la mediatriu del segment que uneix els punts de tangència.

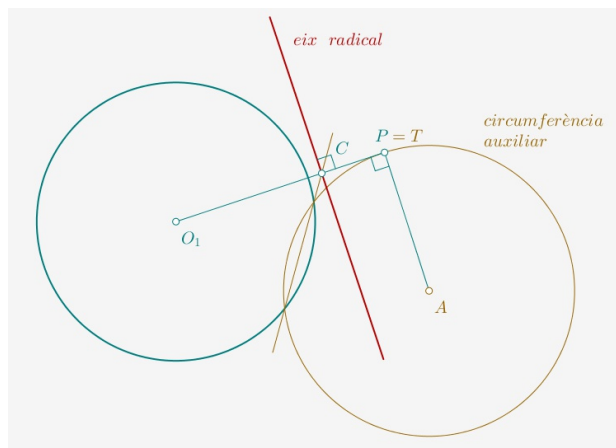


Eix radical d'una circumferència un punt

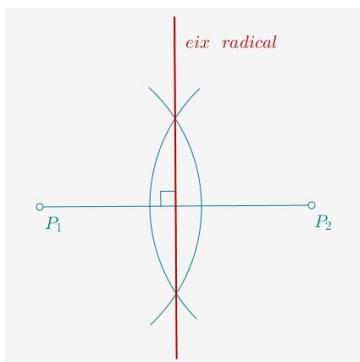
Aquest s'entendria com el cas límit d'una circumferència de **radi = 0**.

L'exercici, com en el cas general, es resol dria dibuixant una circumferència auxiliar qualsevol que passi pel punt exterior P i que talli la circumferència de centre O_1 .

El punt C és un punt de l'eix radical.



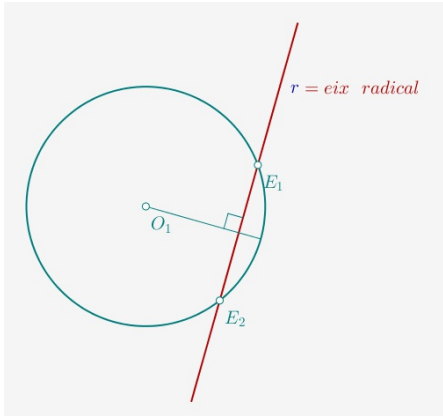
Eix radical de dos punts



Aquest cas s'entendria com el cas límit de dues circumferències de **radi = 0**.

L'eix radical coincidiria amb la mediatriu del segment que uneix els dos centres.

Eix radical d'una circumferència i una recta secant



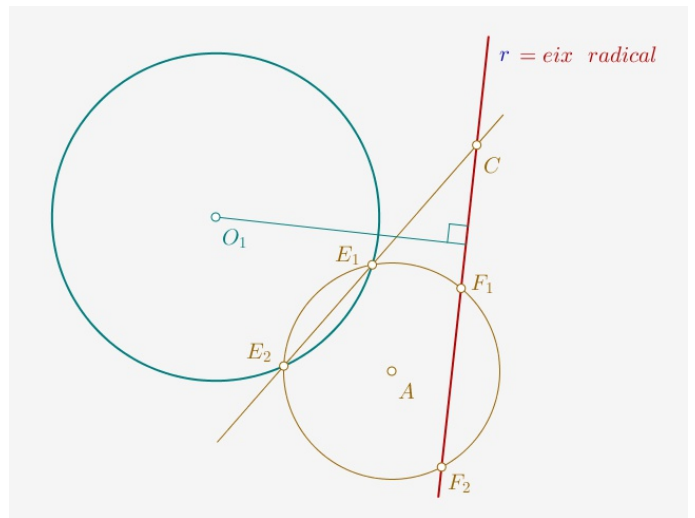
S'enten aquest problema com el cas límit d'una circumferència de radi infinit secant amb la circumferència de centre O_1 .

L'eix radical sempre coincidirà amb la recta r .

Eix radical d'una circumferència i una recta exterior

S'enten aquest problema com el cas límit d'una circumferència de radi infinit secant amb la circumferència de centre O_1 .

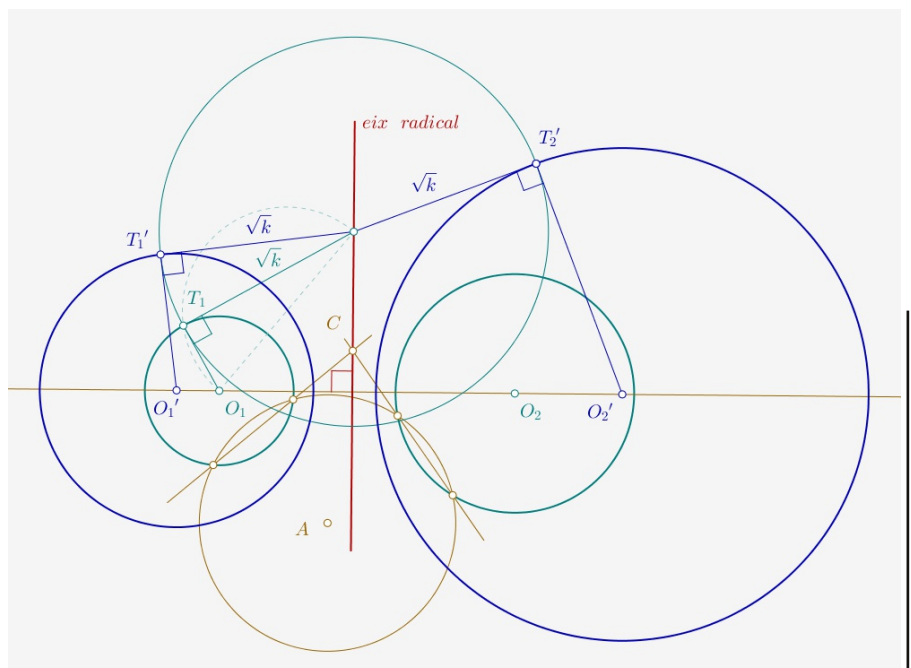
L'eix radical sempre coincidirà amb la recta r .



Circumferències coaxials

Les circumferències coaxials són les circumferències que tenen el mateix eix radical i es diu que formen un feix.

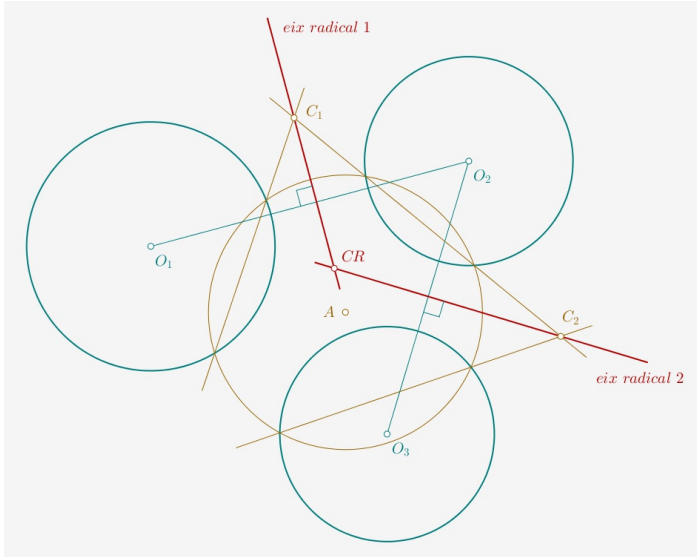
Els centres de totes les circumferències del feix pertanyen a una recta perpendicular a l'eix radical comú.



Centre radical de tres circumferències

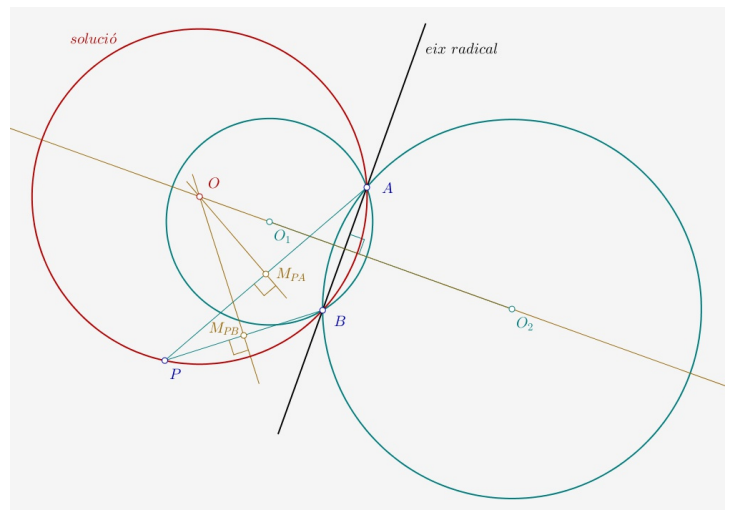
El centre radical de tres circumferències és el punt del pla que té la mateixa potència respecte de les tres circumferències.

Per trobar el centre radical (**CR**), s'han de dibuixar els eixos radicals de les circumferències de dos en dos. El punt d'intersecció dels eixos radicals tindrà la mateixa potència respecte de les tres circumferències.



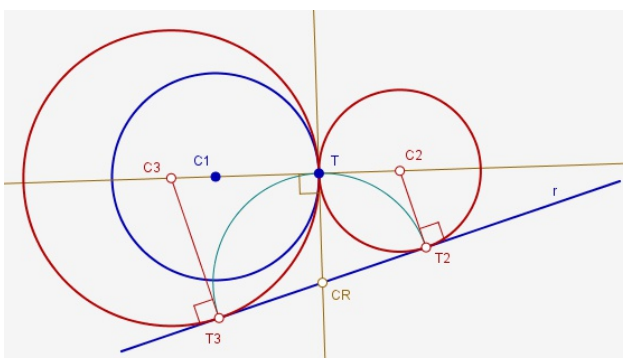
Exercicis d'aplicació

Circumferència amb el mateix eix radical que dues donades i que passa pel punt P



Circumferències tangents a una recta i a una circumferència donat el punt de tangència T

Potència 6



Hi ha diversos exercicis de tangències que es poden resoldre fent servir el concepte de potència, eix i centre radical, com el que es presenta a l'exemple de la figura, on tenim com a dades la recta r , la circumferència de centre $C1$ i el punt T de tangència.