

Projecció

Projectar és trobar la imatge d'un element sobre un altre anomenat base de projecció, mitjançant rectes (raigs projectius) que relacionen els punts del primer element amb la seva projecció.

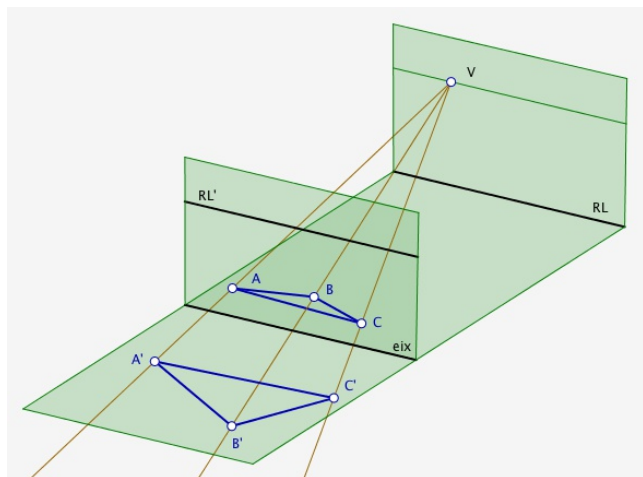
Projectivitat

És el conjunt d'operacions que relacionen els elements de dues figures mitjançant la geometria projectiva.

Dues figures són projectives quan es pot passar de l'una a l'altra per una successió de projeccions i seccions.

Homografia

És una correspondència entre dues figures de l'espai que s'obté mitjançant la secció d'una radiació (de rectes) per dos plans

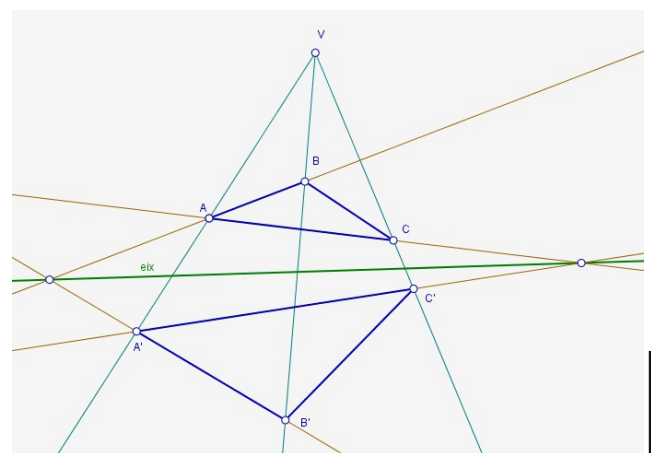


Homografia (Homologia a l'espai)

Homologia

És la correspondència entre els punts del pla que tenen les propietats següents:

- Cada punt i el seu homòleg estan alineats amb un punt (V) que s'anomena centre de l'homologia.
- Cada parell de rectes homològiques es tallen en un mateix punt (que serà punt doble de l'homologia) situat en una recta fixa anomenada eix d'homologia.



Homologia al pla

Elements dobles de l'homologia

Les rectes que uneixen cada punt amb el seu homòleg (que passen pel centre de l'homologia) són rectes dobles encara que els seus punts no ho són.

Rectes límit RL, RL'

És el lloc geomètric dels punts de l'infinit de cada figura homològica.

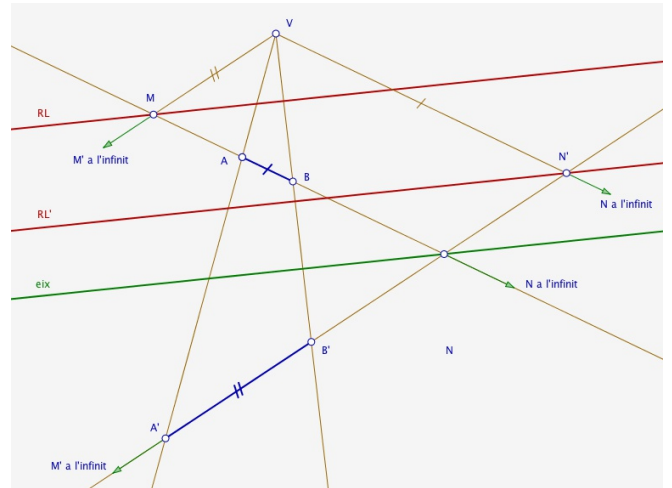
- Hi ha dues rectes límit, una per cada figura.

- La distància d'una recta límit (RL) al centre (V) és igual a la que separa l'altra recta límit (RL') de l'eix de l'homografia.

Les rectes límit equidisten del centre (V) i de l'eix de l'homologia.

Les rectes límit són paral·leles a l'eix però no són homològiques.

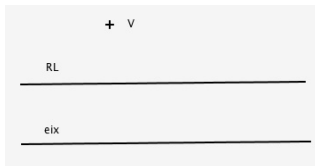
En una homologia es poden trobar els punts homològics de punts impropis (o de l'infinit).



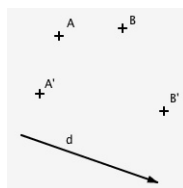
Determinació d'una homologia

Una homologia queda determinada per:

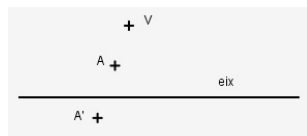
- El centre de projecció, una recta límit i l'eix.



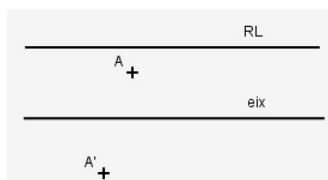
- Dos punts homològics d'altres dos i la direcció de l'eix.



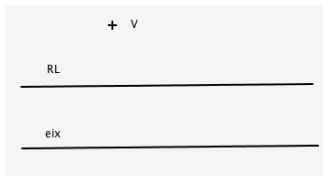
- Dos punts homològics, l'eix i el centre de projecció.



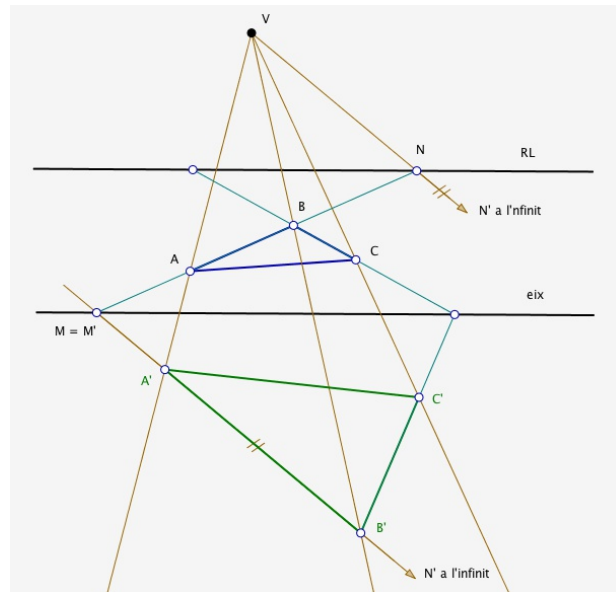
- Dos punts homològics, l'eix i una recta límit.



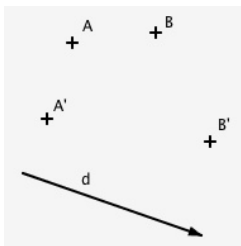
Determinació de l'homologia donat el centre de projecció (V), una recta l'imit (RL) i l'eix.



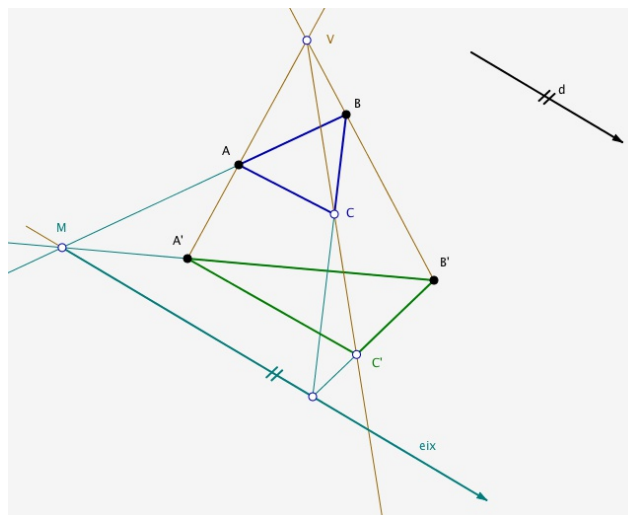
Es demana trobar el triangle homològic d'un triangle ABC donat.



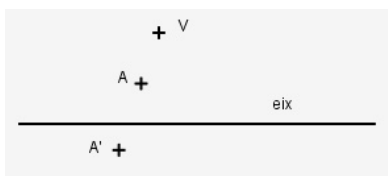
Determinació de l'homologia donats dos parells de punts homològics (A i A', B i B') i la direcció (d) de l'eix.



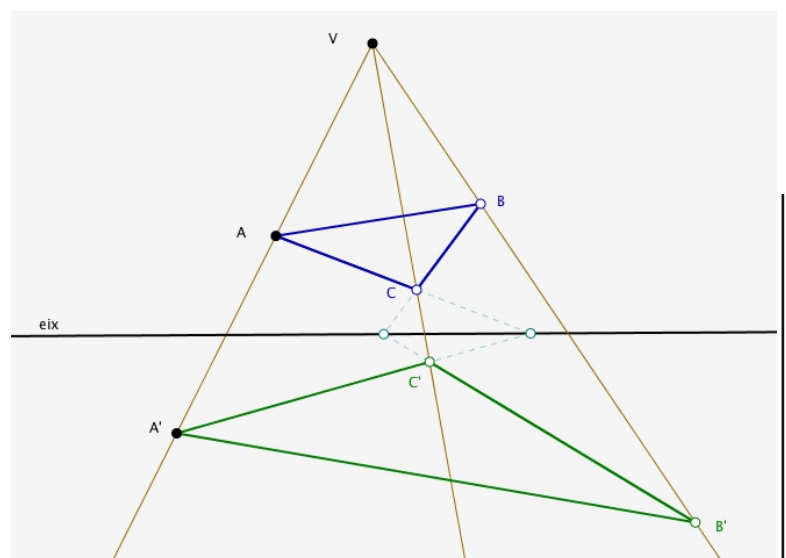
Es demana trobar el triangle homològic d'un triangle ABC donat.



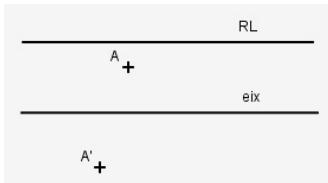
Determinació de l'homologia donats dos punts homològics (A, A'), l'eix i el centre (V) de projecció.



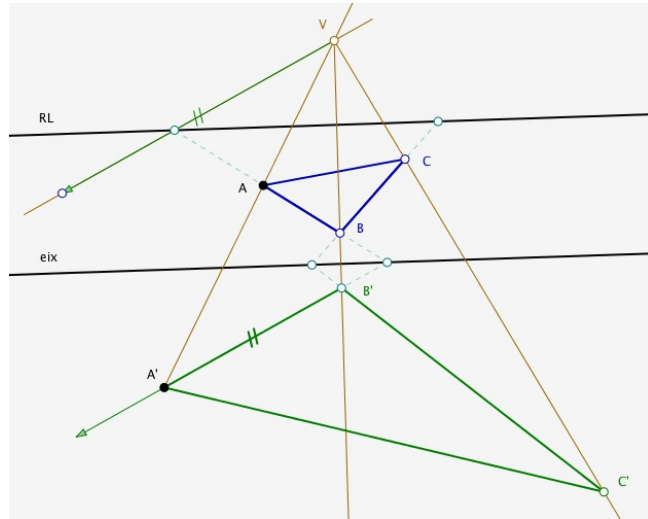
Es demana trobar el triangle homològic d'un triangle ABC donat.



Determinació de l'homologia donats dos punts homològics (A, A'), l'eix i una recta límit (RL).

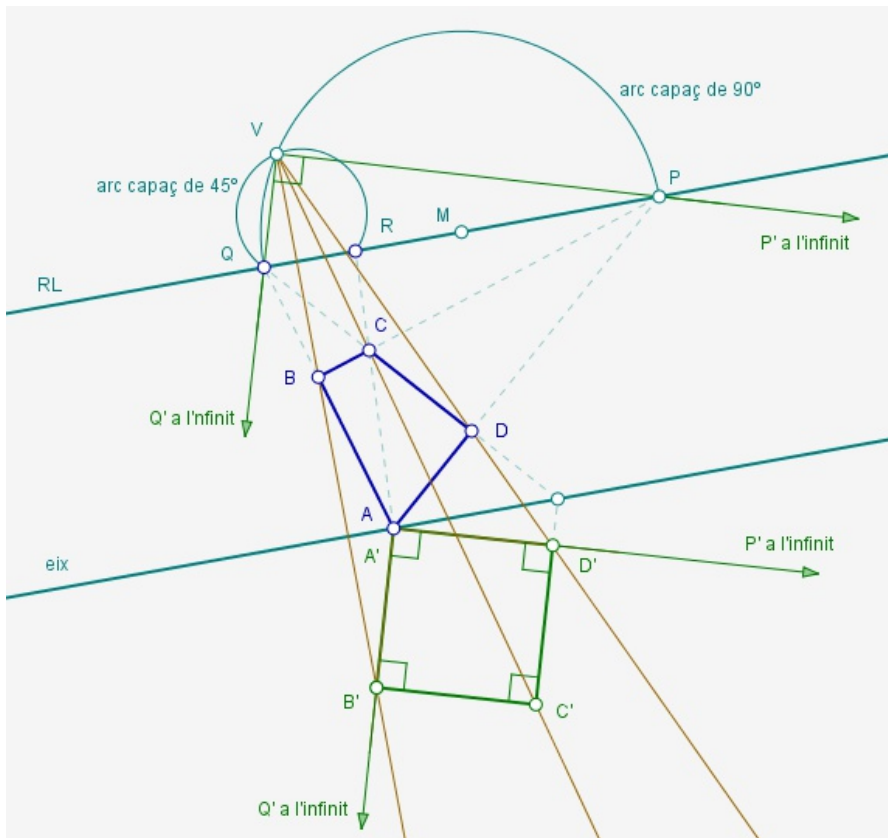


Es demana trobar el triangle homològic d'un triangle ABC donat.



Exercicis d'aplicació

Transformació homològica d'un quadrilàter qualsevol en un quadrat.

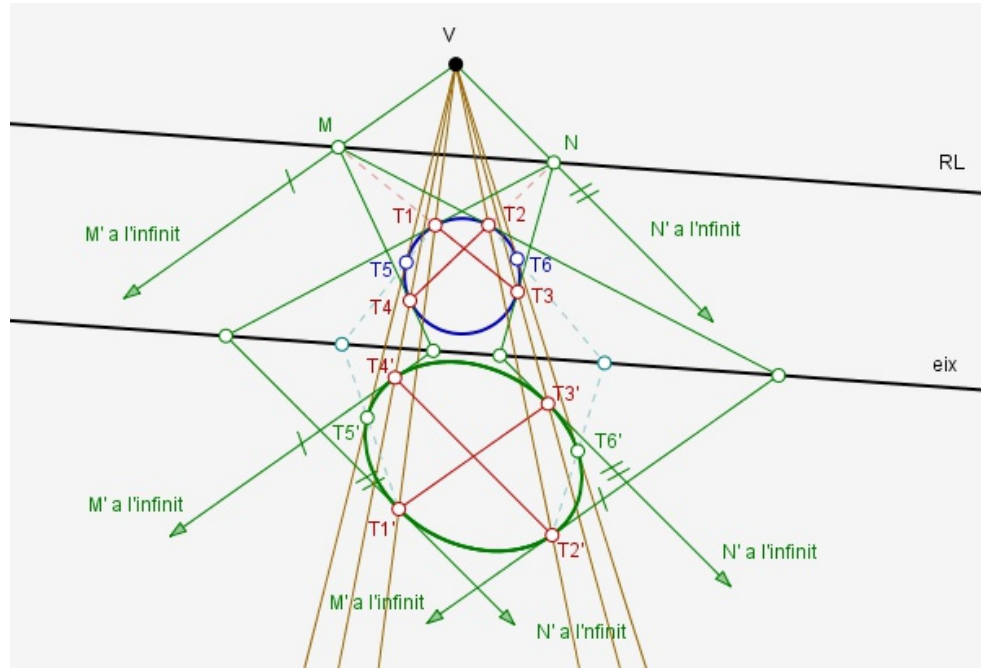


Partint d'un quadrilàter qualsevol ABCD es troben primer els punts P i Q que defineixen la recta límit RL, allargant els costats BC i AD, i AB i DC respectivament. Per un punt qualsevol (aprofitarem el vèrtex A) s'estableix l'eix que serà paral·lel a la recta límit.

El centre de l'homotècia s'obté com a intersecció de l'arc capaç de 90° del segment PQ i de l'arc capaç de 45° del segment QR. Ya que al quadrat homològic l'angle BAD és de 90° i l'angle BAC és de 45°.

Homologia 4

Transformació homològica d'una circumferència en una el·lipse coneguts el centre (V), una recta límit (RL) i l'eix.



Escollirem dos punts a l'atzar (M i N) a la recta límit. Després traçarem les tangents a la circumferència donada trobant els punts de tangència T1 i T2, i T3 i T4, que definiran el que seran els diàmetres conjugats a la figura homològica (el·lipse).

Les rectes tangents a la figura des del centre V defineixen el límit de la figura original i de l'homològica. Els punts de tangència T5 i T6 tindran els seus homològics T5' i T6' a l'el·lipse homològica.