

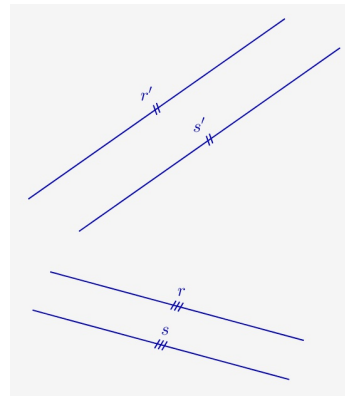
Paral·lelisme

El paral·lelisme és un invariant projectiu respecte a la projecció cilíndrica ortogonal. Així, les línies que a la realitat són paral·leles tindran, al sistema dièdric, les projeccions homònimes també paral·leles.

SISTEMA DIÈDRIC PARAL·LELISME PERPENDICULARITAT

Paral·lelisme entre rectes

Dues rectes són paral·leles si les seves projeccions respectives sobre els dos plans de projecció són paral·leles.

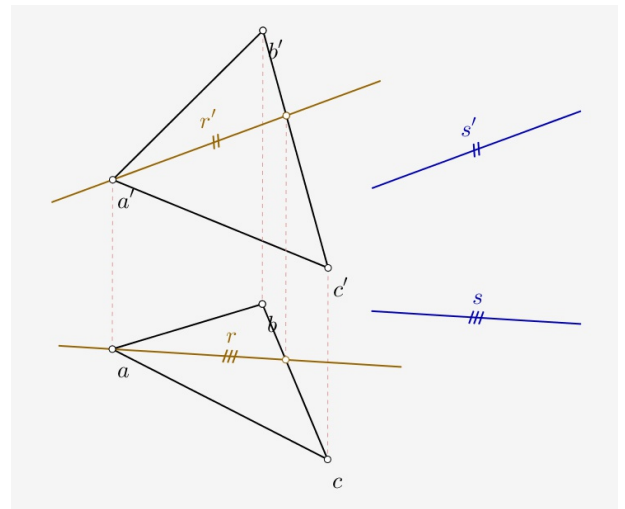


Paral·lelisme entre recta i pla

Una recta és paral·lela a un pla quan és paral·lela a una recta continguda al pla (és a dir, quan les seves projeccions siguin paral·leles a les projeccions respectives d'una recta del pla).

La recta **S** és paral·lela al pla **ABC** ja que podem dibuixar una recta qualsevol **r-r'** que pertanyi al pla i que té les projeccions homònimes paral·leles a les de la recta **s-s'**:

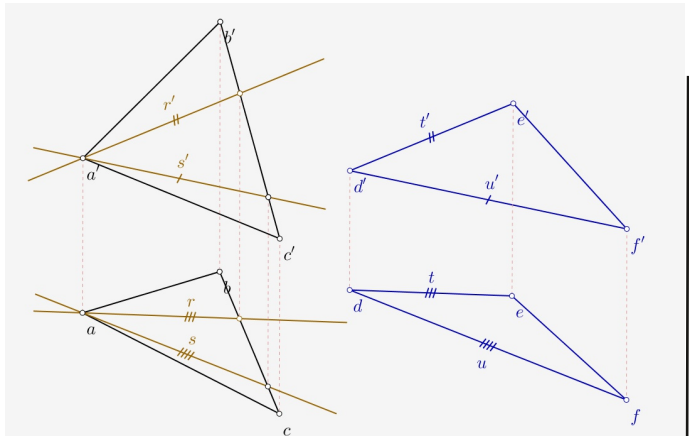
La projecció vertical **r'** és paral·lela a la projecció vertical **s'** i la projecció horitzontal **r** és paral·lela a la projecció horitzontal **s**.



Paral·lelisme entre plans

Un pla és paral·lel a un altre quan al primer hi ha, com a mínim, dues rectes paral·leles a altres dues del segon pla.

El pla **ABC** és paral·lel al pla **DEF** ja que podem trobar com a mínim dues rectes **r-r'** i **s-s'** al pla **ABC** que són paral·leles a les rectes **t-t'** i **u-u'** respectivament del pla **DEF**.



Perpendicularitat

La perpendicularitat **no** és un invariant projectiu respecte de la projecció cilíndrica ortogonal. Això implica que dues rectes que a l'espai són perpendiculars, no han de tenir necessàriament les seves projeccions (horitzontal o vertical) perpendiculars.

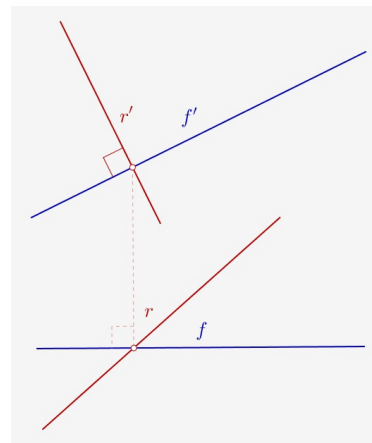
Teoremes

- Si dues rectes **R** i **S**, són perpendiculars a l'espai, i una d'elles està continguda a un dels plans de projecció (o és paral·lela a un dels plans de projecció - horitzontal o vertical), les seves projeccions d'amunt d'aquest pla seran també perpendiculars.
- Si dues rectes són perpendiculars a l'espai i cap d'elles és paral·lela a un dels plans de projecció (horitzontal o vertical), les seves projeccions a sobre d'aquests plans **no** són perpendiculars.
- Quan una recta és perpendicular a un pla també és perpendicular a totes les rectes del pla, passin o no pel punt d'intersecció de la recta amb el pla.

Perpendicularitat entre rectes

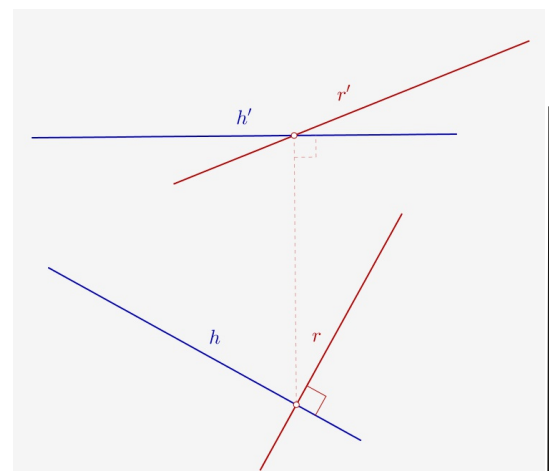
Recta perpendicular a una recta frontal

Les projeccions verticals de la recta frontal **f'** i la de la recta que busquem **r'** han de ser perpendiculars. Les projeccions horitzontals **f** i **r** poden formar un angle qualsevol.



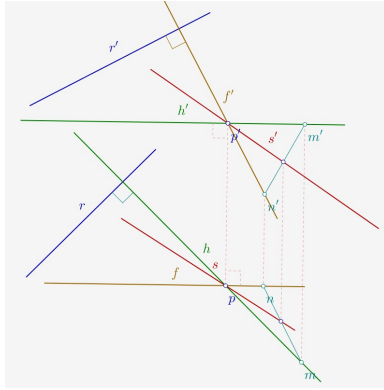
Recta perpendicular a una recta horitzontal

Les projeccions horitzontals de la recta horitzontal **h** i la de la recta que busquem **r** han de ser perpendiculars. Les projeccions verticals **f'** i **r'** poden formar un angle qualsevol.



Recta perpendicular a una recta qualsevol

Per dibuixar una recta perpendicular a una recta **R** qualsevol, hem de traçar un pla que sigui perpendicular a la recta (per exemple amb una recta frontal i una horitzontal). Qualsevol recta d'aquest pla serà perpendicular a la recta **R**.



En aquest cas, la recta **s-s'** és perpendicular a la recta **r-r'**, ja que està continguda en un pla (**MNP**) perpendicular a aquesta recta.

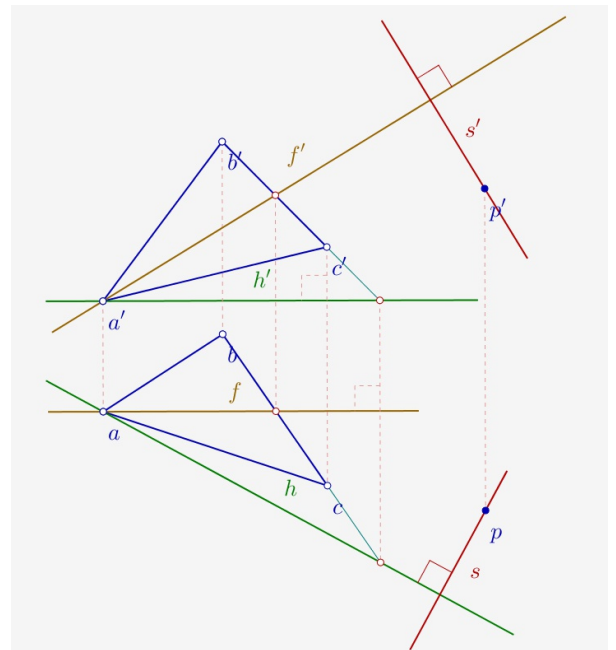
Perpendicularitat entre recta i pla

Per tal que la recta **s-s'** sigui perpendicular al pla **ABC**, n'hi ha prou que sigui perpendicular a dues rectes del pla que no siguin paral·leles. Per exemple, que sigui perpendicular a una recta horitzontal **h-h'** i a una frontal **f-f'** del pla.

Les projeccions de la recta **s-s'** que hem de trobar seran perpendiculars, respectivament, a les projeccions horitzontals de les rectes horitzontals i a les projeccions verticals de les rectes frontals.

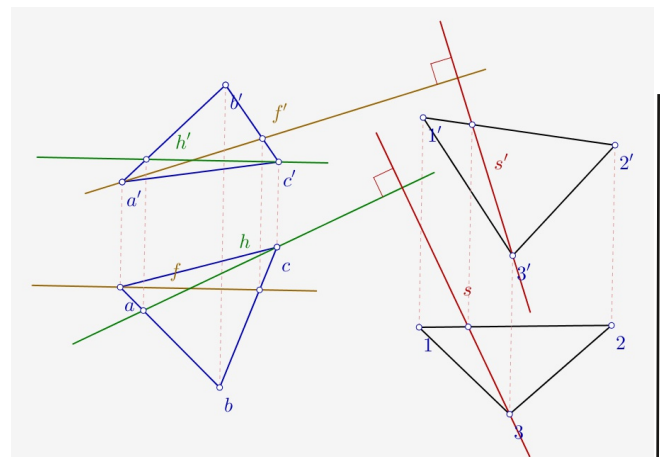
$$s \perp h$$

$$s' \perp f'$$



Perpendicularitat entre plans

Per tal que dos plans siguin perpendiculars n'hi ha prou que un d'ells contingui una recta perpendicular a l'altre pla.

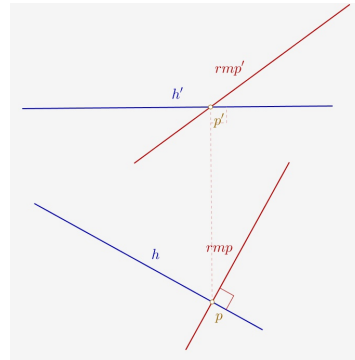


Els plans **ABC** i **123** són perpendiculars, ja que el pla **123** conté una recta (**s-s'**) que és perpendicular a la recta frontal **f-f'** i a la recta horitzontal **h-h'** del pla **ABC**.

Altres formes de definir un pla

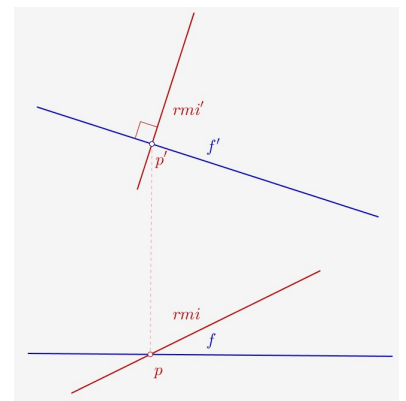
Per la seva recta de màxim pendent $rmp - rmp'$

Per un punt qualsevol $p-p'$ tracem una recta horitzontal del pla. La seva projecció horitzontal serà perpendicular a la projecció horitzontal de la recta de màxim pendent $rmp - rmp'$. Amb aquestes dues rectes queda definit el pla.



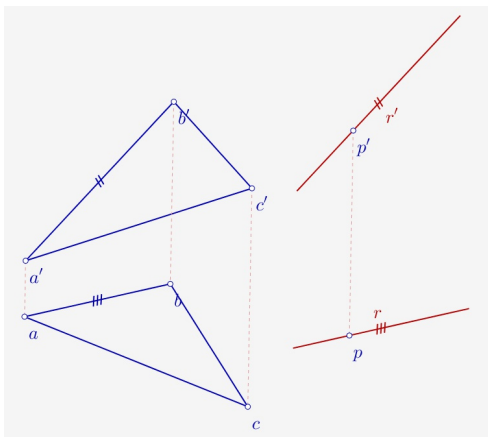
Per la seva recta de màxima inclinació $rmi - rmi'$

Per un punt qualsevol $p-p'$ tracem una recta frontal del pla. La seva projecció vertical serà perpendicular a la projecció horitzontal de la recta de màxima inclinació $rmi - rmi'$. Amb aquestes dues rectes queda definit el pla.



Exercicis resolts

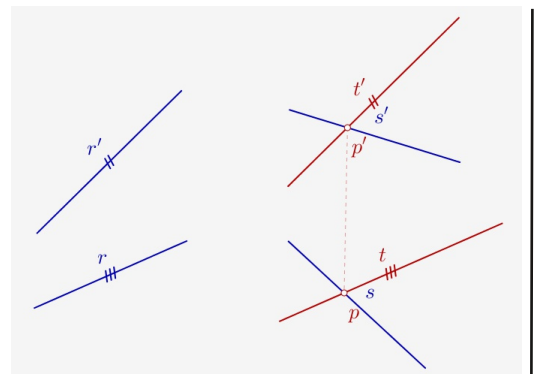
Recta paral·lela a un pla (ABC) passant per un punt ($p-p'$)



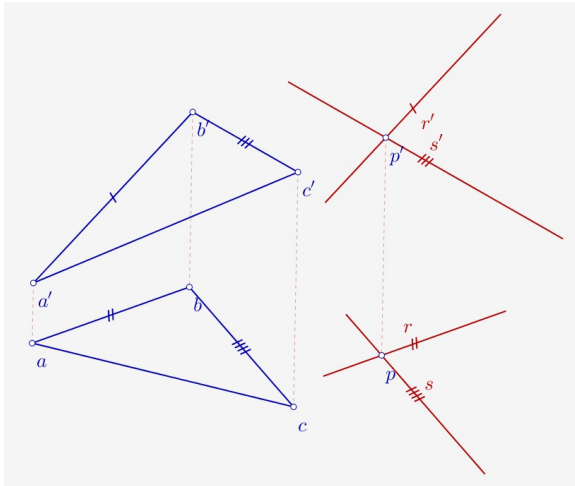
Amb aquestes dades, tindria infinites solucions. Qualsevol recta paral·lela a una recta continguda en el pla, que passi pel punt $p-p'$, serà la solució.

Pla paral·lel a una recta ($r-r'$) passant per una altra recta ($s-s'$)

Si per un punt $p-p'$ de la recta $s-s'$ dibuixem una paral·lela ($t-t'$) a la recta $r-r'$, les dues rectes ($s-s'$ i $t-t'$) formaran un pla paral·lel a la recta $r-r'$ que serà la solució.



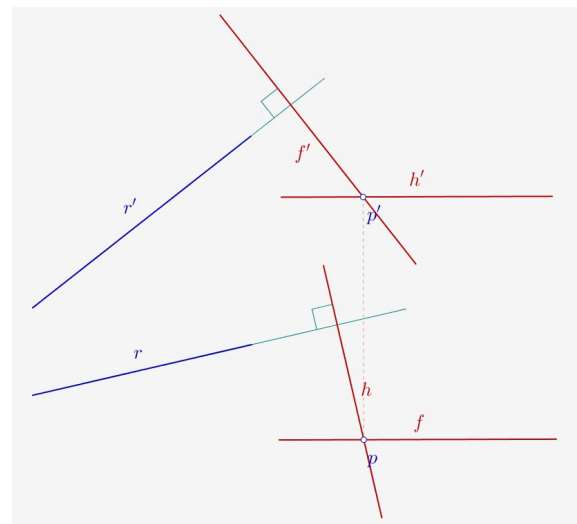
Pla paral·lel a un altre pla (ABC) passant per un punt (p-p')



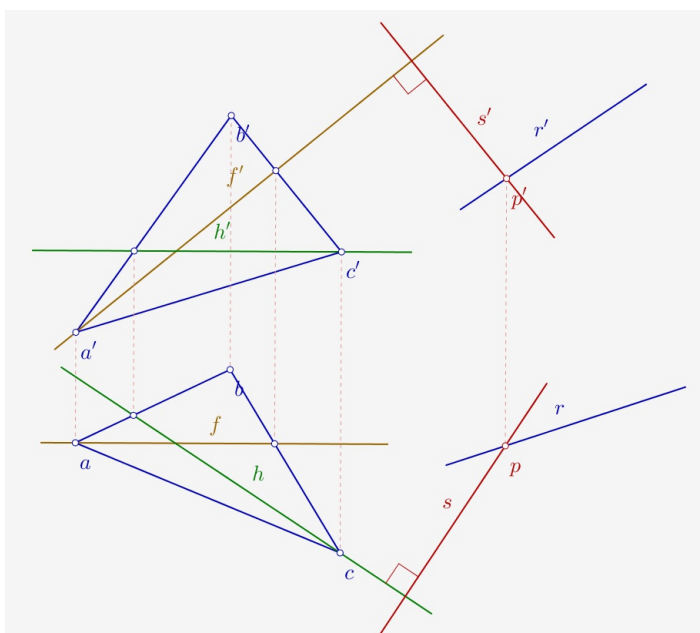
En tindrem prou amb dibuixar dues rectes paral·leles a dues rectes del pla, fent-les passar pel punt **p-p'**.

Pla perpendicular a una recta r-r' que passa pel punt p-p'

Si el pla que hem de dibuixar és perpendicular a la recta **r-r'**, aquesta recta serà perpendicular a totes les rectes del pla. En particular serà perpendicular a una horitzontal (**h-h'**) i a una frontal (**f-f'**) del pla. Aquestes dues rectes, horitzontal i frontal, defineixen el pla que ens demanen.

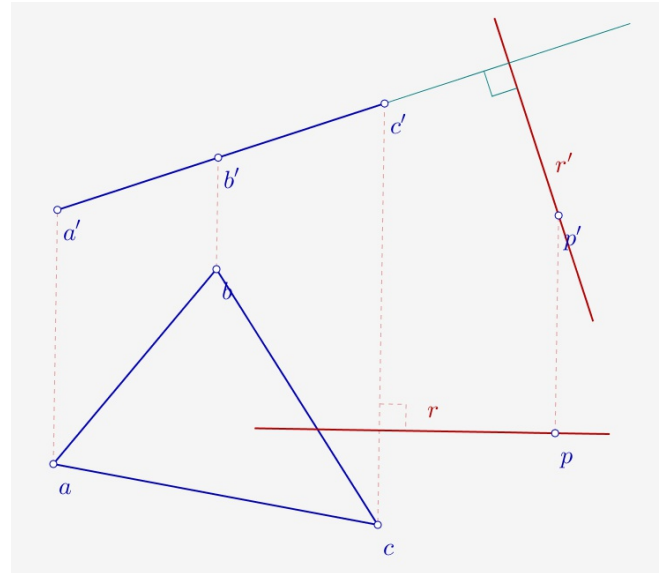


Pla perpendicular a un altre passant per una recta r-r'



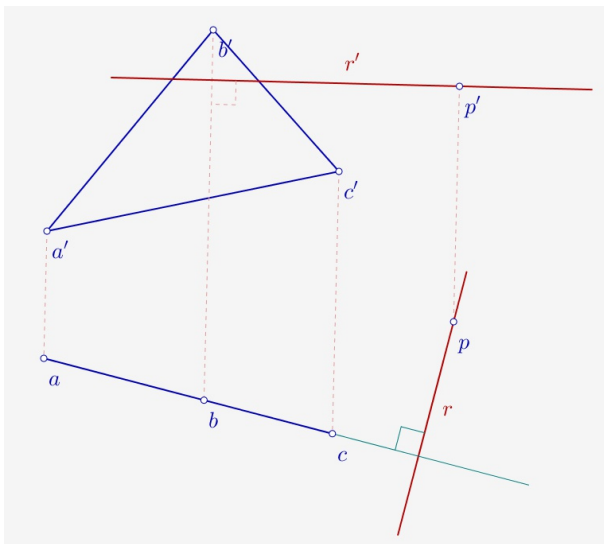
Com que ja es coneix una recta (**r-r'**) del pla que busquem, per definir-lo totalment es necessita una altra recta (**s-s'**). Si aquesta recta és perpendicular al pla (**ABC**), el nou pla format per les rectes **r-r'** i **s-s'** serà perpendicular al pla **ABC**.

Recta perpendicular a un pla de cantell que passa per un punt exterior (p-p').



La solució, la recta $r-r'$, serà una recta frontal.

Recta perpendicular a un pla vertical que passa per un punt exterior (p-p').



La solució, la recta $r-r'$, serà una recta horitzontal.

Recta perpendicular a una altra (r-r'), que passa per un punt donat (p-p').

Amb aquestes dades té infinites solucions.

Qualsevol recta que pertanyi a un pla perpendicular a la recta $r-r'$, i que passi pel punt $p-p'$, serà una possible solució.

Dibuixem un pla perpendicular a la recta $r-r'$, per exemple amb una horitzontal ($h-h'$) i una frontal ($f-f'$) que siguin perpendiculars a la recta $r-r'$.

Qualsevol recta d'aquest pla serà perpendicular a $r-r'$. La solució ha de passar per $p-p'$, per exemple la recta $s-s'$.

