

DOSSIER DE MATEMÀTIQUES

Quart ESO
Ins MONTSORIU

S'han de fer tots els exercicis de forma clara i entenedora i lliurar-lo el primer dia de classe al professor/a de la matèria.

S'han de veure tots els càlculs i operacions.

Nom i Cognoms.....

Grup

Classe.....

1. ELS NOMBRES

1.1. a) $-3 + 9[4 - 7(8 - (-7))]$ b) $(3 - 7)6 - 2(-1 + 3) =$ S: -912, -28

1.2. $5[6 - 3(4 - 2 + 5 - 8) + 2 - 3(6 - 9)] =$ S: 100

1.3. a) $\frac{2}{3} - \frac{1}{9}\left(\frac{4}{5} - \frac{7}{15}\right) =$ b) $\frac{\frac{-2}{7}\left(\frac{4}{3} + \frac{1}{5}\right) - \frac{1}{7}\left(-\frac{2}{3}\right)}{\frac{4}{3} \div \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{4}\right)} =$ S: $\frac{17}{27}, \frac{-69}{140}$

1.4. a) $\frac{\frac{3}{4} - \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{3 - \frac{1}{2}}} =$ b) $7 - 2\frac{1}{4 - 3\frac{1}{2}} =$ S: $\frac{5}{12}, \frac{31}{5}$

1.5. a) $(-2)^3 =$ b) $(-2)^{-3} =$ c) $-3^2 =$ d) $(-3)^2 =$ S: $-8, -\frac{1}{8}, -9, 9$

1.6. $(-3)^2(-2) - (-1)^5 + (-2)(-3)^3 =$ S: 37

1.7. a) $6^{\frac{1}{4}} =$ b) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} =$ c) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-\frac{1}{3}} =$ S: $\sqrt[4]{6}, \sqrt{\frac{1}{2}}, -\sqrt[3]{3}$

1.8. a) $\frac{(a^2 \cdot a^3)^4}{(a^2)^3 \cdot a} =$ b) $\left[\frac{(a^2 \cdot a^{-3})^4}{a^2}\right]^5 =$ c) $\frac{(a^2 \cdot a^{\frac{1}{3}})^4}{(a^2)^{\frac{1}{3}}} =$ S: $a^{13}, \frac{1}{a^{30}}, \sqrt[3]{a^{26}}$

1.9. a) $\frac{(2^2)^{-3} \cdot 2^{\frac{1}{3}} \cdot 8^{-5}}{2^{-3} \cdot (0,5)^2 \cdot (2^3)^2} =$ b) $\frac{5^2 \cdot 2^3 \cdot (5^3)^{-1} \cdot \frac{1}{5}}{(2^{-3} \cdot 5^3)^4} =$ S: $\frac{\sqrt[3]{2^2}}{2^{22}}, \frac{2^{15}}{5^{14}}$

1.10. Treure factors fora del radical: $\sqrt{216}$, $\sqrt{54}$, $\sqrt{300}$, $\sqrt{4032}$, $\sqrt[3]{5400}$

$$S: 6\sqrt{6}, 3\sqrt{6}, 10\sqrt{3}, 24\sqrt{7}, 6\sqrt[3]{25}$$

1.11. a) $\sqrt{45} - 2\sqrt{5} + 3\sqrt{20} =$ b) $2\sqrt{32} + 4\sqrt{18} - 5\sqrt{200} + \sqrt{242} =$ S: $7\sqrt{5}, -19\sqrt{2}$

1.12. a) $(\sqrt{6} - \sqrt{8})(1 - \sqrt{2}) - (1 - \sqrt{3})^2 =$ b) $(\sqrt{2} - \sqrt{5})^2 - (\sqrt{2} + \sqrt{5})^2 - (6 - 4\sqrt{10}) =$
S: $\sqrt{6} - 2\sqrt{2}, -6$

1.13. a) $\sqrt{2\sqrt[5]{2}} =$ b) $\sqrt{x^2 \cdot \sqrt[3]{x}} =$ c) $\sqrt[10]{a^3 \cdot \sqrt[3]{a^5}} =$ S: $\sqrt[5]{2^3}, x\sqrt[6]{x}, \sqrt[15]{a^7}$

1.14. Expressa en potència de 10:
$$\frac{0,001^2 \cdot \sqrt{100^3}}{\left(\frac{1}{10}\right)^{-3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{10 \cdot \sqrt{10^{-2}}}{10^{\frac{3}{4}}}} =$$
 S: $10^{-25/4}$

1.15. Racionalitza: $\frac{3}{\sqrt{2}}, \frac{4}{\sqrt{8}}, \frac{2}{\sqrt[3]{2}}, \frac{5}{3 + \sqrt{7}}, \frac{4}{\sqrt{3} - \sqrt{4}}$
S: $\frac{3\sqrt{2}}{2}, \sqrt{2}, \sqrt[3]{4}, \frac{5(3 - \sqrt{7})}{2}, -4(\sqrt{3} + \sqrt{4})$

2. L'ÀLGEBRA

2.1. EQUACIONS DE 1r GRAU

2.1.1. $3(x - 2) - 4(x + 5) = 10(x + 4)$ S: $x = -6$

2.1.2. $9(2x + 3) - 4(3x - 1) = x + 41$ S: $x = 2$

2.1.3. $x + 1 - \frac{3x}{2} = 2 - \frac{x}{2} - \frac{1}{2}$ S: No en té (Incompatible)

2.1.4. $\frac{x+1}{3} - \frac{x-1}{4} = \frac{x}{2} - \frac{x-2}{12}$ S: $x = 5/4$

2.1.5. $\frac{4x-1}{3} = \frac{x}{6} + \frac{3x-1}{4}$ S: $x = 1/5$

2.1.6. $2(x - 5) + 7 = \frac{4x+1}{2}$ S: No en té (Incompatible)

2.1.7. $\frac{x-2}{5} = \frac{x+3}{10} + 7 - x$ S: $x = 7$

$$2.1.8. \quad \frac{3(x-2)}{2} - 3\left(x - \frac{1}{4}\right) = 2\left(x - \frac{1}{2}\right) \quad \text{S: } x = -5/14$$

$$2.1.9. \quad 2x - (3 + 4x) = 5\left(x - \frac{3}{5}\right) \quad \text{S: } x = 0$$

$$2.1.10. \quad \frac{3x+4}{3} - \frac{2x+1}{4} = \frac{x}{2} + \frac{13}{12} \quad \text{S: Tots els números reals (Indeterminada)}$$

$$2.1.11. \quad \frac{5(x-2)}{3} - \frac{7(x-3)}{2} = 5 + \frac{x-1}{2} - (x+4) \quad \text{S: } x = 5$$

2.2. INEQUACIONS DE 1r GRAU

$$2.2.1. \quad \frac{3x-1}{2} - \frac{x+5}{2} \geq x - \left(\frac{x}{2} - 1\right) + \frac{x}{10} \quad \text{S: } x \geq 10$$

$$2.2.2. \quad \left(\frac{3}{4} + \frac{x}{2}\right)2 < \left(\frac{2}{5} - x\right)3 \quad \text{S:}$$

$$x < -0,075$$

$$2.2.3. \quad \frac{3}{5}\left(x - \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{4} \geq \left(4 - \frac{1}{5}x\right)\frac{2}{3} \quad \text{S:}$$

$$x \geq 193/44$$

2.3. SISTEMES D'EQUACIONS DE 1r GRAU

$$2.3.1. \quad \begin{array}{lll} \text{a)} \quad \begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = \frac{1}{2} \\ 2y - x = 2 \end{cases} & \text{b)} \quad \begin{cases} 3x + y = 10 \\ 2x + 3y = 9 \end{cases} & \text{c)} \quad \begin{cases} \frac{x}{2y-3} = 9 \\ \frac{x+3}{y} = 6 \end{cases} \end{array} \quad \text{S:}$$

$$\begin{array}{l} \text{a)} \quad x = 0 \quad y = 1 \\ \text{b)} \quad x = 3 \quad y = 1 \\ \text{c)} \quad x = 9 \quad y = 2 \end{array}$$

2.3.2. a) $\begin{cases} 4x - 6y = 30 \\ 3y - 2x = 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} -x = y - 2 \\ 2(x - 1) = -y + x \end{cases}$ c) $\begin{cases} \frac{x+y}{4} + \frac{x-y}{2} = 3 \\ \frac{12x-7y}{13} = 3 \end{cases}$ S:

a) Incompatible
b) Indeterminat
c) $x = 5$ $y = 3$

2.4. EQUACIONS DE 2n GRAU

2.4.1. a) $x^2 - \frac{x}{2} = \frac{1}{3} - \frac{2x}{3}$ b) $\frac{5(x-1)}{x+1} = \frac{2x+1}{x-1}$ S:

a) $x_1 = -\frac{2}{3}$ $x_2 = \frac{1}{2}$
b) $x_1 = \frac{1}{3}$ $x_2 = 4$

2.4.2. a) $(x+6)(x-6) - 8 = 1 - 4x$ b) $x(x+3) = 2x$ S: a) $x_1 = -9$ $x_2 = 5$
b) $x_1 = -1$ $x_2 = 0$

2.4.3. a) $x + \frac{1}{x+1} = 1$ b) $4x^2 - 24 = 3x^2 + 601$ S:

a) $x = 0$
b) $x_1 = -25$ $x_2 = 25$

2.4.4. a) $24x^2 - 7x = 3x\left(5x - \frac{x}{2}\right)$ b) $\frac{\frac{1}{3}}{x} = \frac{1-x}{x + \frac{1}{3}}$ S: a) $x_1 = 0$ $x_2 = \frac{2}{3}$
b) $x = \frac{1}{3}$

2.5. POLINOMIS

2.5.1. $(2x^4 + 5x^3 - x^2 + 4x + 4) \div (x^2 + 2x - 3)$ S:

$Q(x) = 2x^2 + x + 3$ $R(x) = x + 13$

2.5.2. $(2x^5 - x^3 + 3x^2 + x - 1) \div (x^3 - x^2 - 1)$

S: $Q(x) = 2x^2 + 2x + 1$ $R(x) = 6x^2 + 3x$

2.5.3. $(x^3 - x^2 + 7) \div (2x - 1)$ S:

$$Q(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}x - \frac{1}{8} \quad R = \frac{55}{8}$$

2.5.4. Utilitzant el teorema del residu, sense fer la divisió, digues si els següents

polinomis són divisibles per $x+1$: a) $P(x) = x^3 + 2x^2 - 3x$ b)

$$Q(x) = x^4 - 2x^3 + x + 5$$

2.5.5. Calcula m perquè:

a) el polinomi $x^3 - 7x^2 + 2x - m$ sigui divisible per $x-1$ S: $m = -4$

b) el residu de la divisió $(x^4 - 3mx^3 + 2x - m) \div (x - 2)$ sigui -5 S: $m = 1$

2.5.6. Factoritza: a) $x^3 - x^2 - 14x + 24$ b) $2x^3 + 8x^2 + 2x - 12$ c)

$$x^3 - 6x^2 - x + 6$$

S: a) $(x-2)(x-3)(x+4)$ b) $2(x-1)(x+2)(x+3)$ c)
 $(x-1)(x+1)(x-6)$

2.5.7. Troba un polinomi de tercer grau que tingui per solucions 1, -2, 3 i que el valor numèric per $x = 0$ sigui 12. S:

$$2(x-1)(x+2)(x-3)$$

2.5.8. Resol: a) $x^4 + x^3 - 16x^2 + 20x = 0$ b)

$$6x^5 + 7x^4 - 47x^3 - 85x^2 - 7x + 30 = 0$$

S: a) $x_1 = -5$ $x_2 = 0$ $x_3 = 2$ b)

$$x_1 = -2 \quad x_2 = -5/3 \quad x_3 = -1 \quad x_4 = 1/2 \quad x_5 = 3$$

2.6. FRACCIONS ALGÈBRIQUES

2.6.1. $\frac{1}{x} + \frac{x}{x+1} + \frac{x^2}{x-1} =$ S: $\frac{x^4 + 2x^3 - 1}{x^3 - x}$

2.6.2. $\frac{2}{x-1} - \frac{3-x}{x^2-2x+1} - \frac{2x^2}{x^2-1} =$ S:
$$\frac{-2x^3 + 5x^2 - 2x - 5}{(x-1)^2(x+1)}$$

2.7. PROBLEMES D'APLICACIÓ

- 2.7.1. Quatre gelats grans i 6 de mida petita ens costen 8,6 €, però si comprem 6 gelats grans i 4 petits ens costen 9,4 €. Quin és el preu dels gelats?
S: 0,70 € i 1,10 €
- 2.7.2. En un test de 100 qüestions de cultura general, per cada qüestió ben contestada es donen 7 punts, i per cada qüestió no contestada o incorrecta ens en treuen 10. Una persona hi va aconseguir un total de 88 punts. ¿Quantes qüestions va contestar correctament?
S: 64 qüestions
- 2.7.3. La suma de la meitat i la setena part d'un número és deu unitats inferior al número. De quin número es tracta?
S: 28
- 2.7.4. La suma de dos números és 54 i el seu producte 713. Quins són?
S: 23 i 31
- 2.7.5. La suma dels quadrats de dos números consecutius és 545. Quins són? Hi ha més d'una solució?
S: 16 i 17 o -16 i -17
- 2.7.6. Em falten 0,10 € per comprar-me una llibreta petita. Si costés dues cinques parts del que val, la podria comprar i encara em sobrarien 0,20 €. Quin és el preu de la llibreta?
S: 0,40 €
- 2.7.7. Amb 80 € hem comprat un cert nombre de llibres d'igual preu. Si cada llibre costés 1 € més car hauríem comprat 4 llibres menys. Quant costa cada llibre i quants hem comprat?
S: 20 llibres de 4 €
- 2.7.8. Quines dimensions ha de tenir un rectangle per a que el perímetre sigui 34 m i la superfície 72 m²?
S: 9 m i 8 m
- 2.7.9. Troba una fracció tal que si se suma una unitat al seu numerador equival a 1/3, i, en canvi, si la unitat se suma al denominador equival a 1/4.
S: 4/15
- 2.7.10. La diferència entre les superfícies de dos quadrats és de 39 cm², i la diferència dels seus costats, 3 cm. Calcula el costat i l'àrea de cada quadrat.
S: 8 i 5 cm de costat
- 2.7.11. Els diàmetres de les antigues monedes de 25 ptes i 5 ptes eren respectivament 26,5 mm i 23 mm. Alineant monedes d'ambdós tipus s'aconsegueix una longitud de 1,405 m, amb un valor de 1075 pts. Quantes monedes hi haurà de cada tipus?
S: 40 de 25 pts i 15 de 5
- 2.7.12. Un pare té actualment 5 vegades l'edat de la seva filla. D'aquí a tres anys l'edat del pare serà 4 vegades la de la filla. Quines són les edats actuals?
S: 45 i 9 anys
- 2.7.13. Fa 19 anys l'edat d'una persona era el doble de la d'una altra. Dintre d'onze anys l'edat de la segona serà 7/9 la de la primera. Quines edats tenen?
S: 31 i 43 anys

3. TRIGONOMETRIA

- 3.1. Els costats iguals d'un triangle isòsceles valen 48 cm, i l'angle que formen 37°12'43". Troba el costat que falta i els altres angles. S: 30'6 cm i 71°23'38"
- 3.2. Sabent que $\operatorname{tg} x = -4/3$, indica a quins quadrants pot estar x . Per a cada un d'ells, calcula el sinus i el cosinus.

S: Per x del 2n quadrant, $\sin x = 4/5$ i $\cos x = -3/5$ i per x del 4t quadrat,

$$\sin x = -4/5 \text{ i } \cos x = 3/5.$$

3.3.El costat d'un pentàgon regular és 6'8 cm. Troba la superfície del pentàgon.

$$S: 79'55 \text{ cm}^2.$$

3.4.Des del cim d'una muntanya es veuen dos pobles alineats, el més proper amb un angle de depressió de 6° , i el més allunyat amb un angle de depressió de 5° . Si la distància entre els dos pobles és de 5 km, troba l'alçada de la muntanya.

$$S: 2.610 \text{ m}$$

3.5.Resol el triangle de costats 18 m, 42 m i 35 m.

$$S: 25^\circ, 100^\circ \text{ i } 55^\circ$$

3.6.Calcula la superfície d'un octògon regular de 5 cm de costat.

4. VECTORS I RECTES

4.1.Donats els punts $A(-2, 0)$, $B(0, 0)$ i $C(3, -2)$, representa i calcula les coordenades i el mòdul dels vectors AB , BC y AC .

4.2.Donats els punts $A(0, 0)$, $B(1, 1)$ y $C(0, 2)$, troba les coordenades d'un punt D perquè els vectors AB y CD siguin equivalents, i també perquè siguin paral·lels.

4.3. Les coordenades dels punts A , B , C i D són: $A(0, 0)$ $B(-1, 3)$ $C(-2, -2)$ $D(1, -3)$ Calcula el resultat d'aquestes operacions:

- | | | | |
|--------------|---------------|--------------|--------------|
| a) $AB + CD$ | b) $CD - AB$ | c) $CD - CD$ | d) $AB - CD$ |
| d) $AB + AB$ | e) $-AB - CD$ | | |

4.4.Si $u = (-3, 2)$ y $w = (4, -1)$, determina el vector v tal que $u + v = w$.

4.5. Si saps que $A(3, -4)$ i $B(5, 2)$, calcula $k \cdot AB$, si:

- a) $k=3$ b) $k=-2$ c) $k=5$ d) $k=-3$

4.6.Efectua les operacions següents analíticament, si $u = (6, 2)$ i $v = (-2, 1)$.

- a) $2u + 3v$ b) $(-1) \cdot v - u$

4.7. Calcula les equacions paramètriques de la recta que passa pel punt $A(0, -4)$ i té com a vector director $v = (-1, 7)$.

4.8. Calcula l'equació vectorial de la recta que passa pel punt $A(0, -4)$ i té com a vector director $v = (-1, 7)$.

4.9.Donats els punts de coordenades $A(-1, 7)$ y $B(0, 1)$:

- a) Calcula el vector director de la recta que passa per A i B .
b) Troba l'equació vectorial d'aquesta recta.

4.10. Determina l'equació punt-pendent de la recta que passa pel punt $A(0, -4)$ amb vector director $v = (-1, 7)$.

4.11. L'equació de la recta r és $y = -x + 2$.

- a) Quin és el valor del pendent?
- b) Determina les coordenades d'un dels seus vectors directors.
- c) Troba dos punts de la recta i dibuixa-la.
- d) El punt $A(-1, 4)$, pertany a aquesta recta?

4.12. Calcula l'equació general de la recta que passa pels punts $A(0, -1)$ i $B(3, 2)$.

5.1. LA RECTA

- 5.1.1. Escribe las ecuaciones de las siguientes rectas y representa-las gráficamente:
- a) pendent 2 i ordenada a l'origen 4 b) pendent -1 i ordenada a l'origen 3
 - c) pendent $2/5$ i ordenada a l'origen -2
- 5.1.2. Escribe la fórmula de cuatro funciones que tengan por gráficas rectas que pasen por el punto $(3, -1)$. Dibuja-las sobre unos mismos ejes.
- 5.1.3. Escribe la fórmula y dibuja la recta que pasa por los puntos $(1, 1)$ y $(4, -2)$.
- S: $y = -x + 2$
- 5.1.4. Troba la fórmula de la recta que passa pel punt $(-1, 6)$ i té pendent $-1/2$.
- S: $y = -\frac{1}{2}x + \frac{11}{2}$
- Representa-la.
- 5.1.5. Escribe la fórmula y dibuja 5 rectas paralelas con pendent -5 .
- 5.1.6. Troba la fórmula de la recta que passa per $(2, 2)$ i és paral·lela a la recta que passa pels punts $(-3, -1)$ i $(3, 12)$. Representa-la.
- S: $y = \frac{13}{6}x - \frac{7}{3}$
- 5.1.7. Escribe la fórmula de dos rectas que pasen por el punto $(2, -3)$. Dibuja-las. Resol el sistema format per les dues equacions.
- 5.1.8. Quina és la fórmula de la recta que passa pels punts $(1, -1)$ i $(-2, 3)$. Utilitza la fórmula per trobar 5 punts alineats amb aquests dos. Fes el gràfic.
- S: $y = -\frac{4}{3}x + \frac{1}{3}$
- 5.1.9. Dibuja el gràfic de les rectes: $y = -3$, $y = 2$, $y = 0$. Quin és el pendent d'aquestes rectes?
- 5.1.10. Escribe un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas sencillas. Resol aquest sistema. Aïlla la y a les dues equacions, representa les corresponents rectes i comprova que el punt d'intersecció coincideix amb la solució del sistema.

6. COMBINATORIA

- 6.1. Set amics fan cua per anar al cinema. Quan arriben queden 4 entrades. De quantes formes podrien repartir-se aquestes entrades per a veure la pel·lícula?
- S: 35
- 6.2. Amb una baralla de 52 cartes, quants grups diferents de cinc cartes es poden fer?
- S: 2598960
- 6.3. En una empresa de 48 treballadors, se n'han d'acomiadar 6. Quantes combinacions de treballadors es poden acomiadar?

S: 12271512

- 6.4.** Es reparteixen 3 premis diferents en una classe de 10 alumnes. De quantes formes diferents poden repartir-se aquests premis entre els deu alumnes?

S: 720

- 6.5.** Cinc jutges d'un esport determinat disposen d'una cartolina en la que per un costat hi ha un 1 i per l'altre un 0. Quantes combinacions poden haver-hi?

S: 32