

TREBALL D'ESTIU

MATEMÀTIQUES

1r BAT CS

RECUPERACIÓ: És recomanable fer el dossier. Teniu en compte que falta el tema d'Estadística.

NOM I COGNOMS: _____

Deures d'estiu matemàtiques aplicades a les ciències socials
1r batxillerat

1.- a) Defineix nombres racionals i nombres irracionals.

b) Indica el menor conjunt numèric al qual pertanyen aquests nombres:

a) 2,67 b) 3,08989..... c) $\sqrt[3]{5}$ d) $\frac{12}{4}$

e) 3,2121121112111..... f) - 6 g) $\frac{3}{7}$ h) $-\sqrt{3}$

2.- Representa gràficament:

a) $\sqrt{26}$ b) $\sqrt{3}$

3.- Calcula els errors absolut i relatiu d'arrodonir el nombre 2, 34568 als centèsims.

4.- Calcula i simplifica:

a) $\sqrt{32} - \frac{\sqrt{50}}{2} + \sqrt{18}$ b) $\sqrt{8ab} \cdot \sqrt[3]{a^2b}$ c) $(-2\sqrt{2^3})^5$

d) $\sqrt[3]{x} \cdot \frac{\sqrt[5]{xy}}{\sqrt{xy^3}}$ e) $\sqrt{288000}$ f) $\sqrt[4]{a^{10}b^{12}c^{24}}$

g) $\sqrt{a^3} \cdot \sqrt[3]{a^4} \cdot \sqrt[4]{a}$

5.- Calcula:

a) $\frac{1}{3\sqrt{3}} + \frac{2}{9}$

b) $\frac{2}{\sqrt{3}-1} + 4$

6.- Calcula (sense calculadora) els valors exactes de:

a) $\left(\frac{243}{9}\right)^{-\frac{4}{3}}$

7.- Calcula el valor exacte de:

$$1,3 + 3, \hat{4}$$

8.- Representa gràficament la funció $g(x) = e^x$.
Explica les seves característiques.

9.- a) Defineix logaritme en base a.

b) Aplicant la definició de logaritme, calcula x en els expressions següents:

$$a) \log_3 \sqrt{x} = \frac{1}{2}$$

$$b) \log_3 \frac{1}{3} = x$$

$$c) \log_x \sqrt{2} = 4$$

10.- Si saps que $\log 2 = 0,3010$; $\log 3 = 0,4771$ i $\log 7 = 0,8451$, determina els logaritmes decimals dels 10 primers nombres naturals.

11.- Resol les següents equacions:

$$a) 2^{x^2-5x+6} = 1$$

$$b) \sqrt{4^{-2x+6}} = \frac{1}{8}$$

$$c) \ln(x-3) + \ln(x+1) = \ln 3 + \ln(x-1)$$

$$d) 3^x = 25$$

$$e) 2 \log x - \log(x-16) = 2$$

$$f) (a^x)^2 = (a^x)^x$$

$$g) \log(x + \sqrt{6}) + \log(x - \sqrt{6}) = 1$$

$$h) 2 \log(x+2) - \log(5x+6) = \log 5$$

12.- Troba el resultat d'aquesta expressió a partir de les propietats dels logaritmes:

$$\log_4 16 + \log_2 32 - 3 \log_7 49$$

13.- Calcula el tipus d'interès simple (en tant per cent) que té un dipòsit sabent que si hi ingresem 15.000€, al cap de deu anys obtenim uns interessos de 4.500€.

14.- Durant quants anys haurem d'ingressar al principi de cada any una quantitat de 3.000€ en un pla de pensions al 4,9% anual per acumular un capital de 61.250€?

15.- La mare d'una família nombrosa aconsegueix estalviar 300€ cada trimestre i els col·loca en una llibreta d'estalvi al 4,5% anual. Podrà comprar-se una nevera nova d'aquí a dos anys si creu que llavors li costarà 2500€?

16.- He decidit posar els meus estalvis en un dipòsit financer, i tinc dues opcions d'inversió: la primera opció és un interès compost de 5,11% anual cobrant els beneficis trimestralment. La segona consisteix en un interès compost del 5,13% anual cobrant els beneficis anualment. Quina opció aporta més guanys?

17.- Una família demana un préstec hipotecari de 30.000€ a un 6 % d'interès anual i amb una durada de sis anys. Calculeu:

- a) La quantitat que ha de pagar anualment
- b) Completeu la taula següent:

Any	Quota anual(€)	Interessos del període(€)	Capital amortitzat(€)	Capital pendent(€)

18.- **a)** Vaig de rebaixes i em compro unes sabates que costen 45€ més el 21% d'IVA i tenen un descompte del 30%. Quant em costen?

b) Una companyia aèria ofereix bitllets d'avió Barcelona-NY amb un descompte del 20%. Si ara valen 720€, quant valien abans del descompte?

19.- Donats els polinomis $P(x) = 2x^2 - 3x + 6$, $Q(x) = 3x^2 + x^2 + 2$ i $R(x) = 2x + 5$

Fes les següents operacions:

a) $P(x) + Q(x) - R(x)$

b) $Q(x) - R(x) \cdot P(x)$

20.- Calcula les següents potències:

a) $(5x - xy)^2 =$

b) $(2 + x)^4 =$

c) $(3a^2 + 4a)^2 =$

d) $(x + 4x^2) \cdot (x - 4x^2) =$

21.- Calcula el quocient i el residu de les següents divisions:

a) $(6x^3 - 16x^2 + 14x) : (3x^2 - 2x)$

b) $(x^4 + 3x^3 - 5x - 7) : (x + 3)$

22.- Treu factor comú (el màxim que puguis) als següents polinomis:

a) $25y^4 + 5y^3 - 10y^2 =$

b) $4a^3b^2 + 8a^2b^4 - 6ab^3 =$

c) $5z^4x - 3z^3 + z^2 =$

23.- Simplifica les següents fraccions algebraiques:

a) $\frac{x^2-1}{x^3+x^2} =$

b) $\frac{x^2+x-6}{x^3+3x^2-4x-12} =$

24.- Fes les següents operacions. Escribe el resultat tan simplificat com puguis.

a) $\frac{3x^2+5}{x} + \frac{4x-3}{x-1} =$

b) $\frac{x}{x+3} \cdot \frac{x-2}{x-3} =$

c) $\frac{x^2+6x+9}{x^2-8x+16} : \frac{x+3}{x-4} =$

25.- Resol les següents equacions:

a) $(x - 3) \cdot (x + 2) - 5(x + 1) = 16$

b) $(x^2 + 3) \cdot (2x^2 - 5) = x^4 - 13$

c) $x^3 + 2x^2 - 13x + 10 = 0$

d) $\frac{2x}{x+1} + \frac{3x}{x+2} = \frac{17}{6}$

e) $\sqrt{2x+8} - \sqrt{x} = 2$

f) $3(x-1)(x+3)(x-8)(2x-5) = 0$

26.- Resol les següents inequacions:

a) $4(10-2x)-3(2x+1) \geq -3(x+1)-(2-3x)$

b) $-x^2 - 2x + 8 < 0$

27.- Resol el següent sistema:
$$\begin{cases} y - 2x = 1 \\ x^2 + y^2 + 6x = 16 \end{cases}$$

28.- Una prova consta de 20 qüestions. Per a cada qüestió contestada correctament, un alumne guanya 3 punts; però per cada qüestió contestada malament o no contestada, en perd 2. Si al final de la prova un alumne va aconseguir 30 punts, quantes qüestions va contestar correctament?

29.- Tres amics han decidit invertir i compren accions de tres valors borsaris: l'empresa asseguradora ABX (A), el banc BETRIX(B) i l'empresa de construccions CONSUR(C).

Calcula què val cada una de les accions si:

- . En Fèlix ha de comprar 100 accions de A, 60 accions de B i 20 de C, i ha pagat 1660 €.
- . En Raimon ha comprat 60 accions de A, 10 de B i 100 de C, i ha pagat 1750 €.
- . La Laia, que ha gastat 1560 €, té 30 accions de A i 150 de C.

30.- Defineix i representa gràficament:

- a) Creixement i decreixement d'una funció
- b) Màxims i mínims relatius.
- c) Simetria d'una funció.

31.- Calcula el domini de les següents funcions:

a) $f(x) = (2x+7)^3 + 5$

b) $g(x) = \frac{x+1}{x^2 - 3x + 8}$

c) $h(x) = \sqrt{x+5}$

d) $s(x) = \sqrt[3]{x^2 - 3x + 2}$

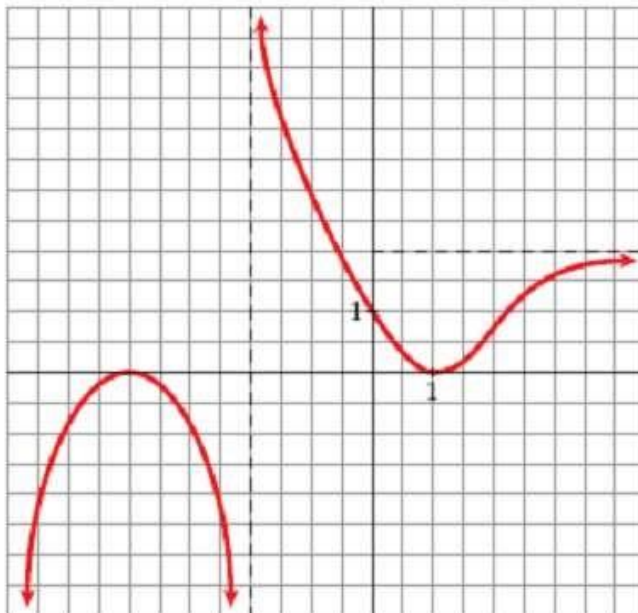
e) $m(x) = \sqrt{x^2 - 2x - 3}$

32.- a) Si $f(x) = (x-3)^2$ i $g(x) = x+1$, calcula $f \circ g$, $g \circ f$, f^{-1} i g^{-1} .

b) Donades les funcions $f(x) = \frac{2}{x-3}$ i $g(x) = \frac{1}{x-2}$ calcula $f \circ g$, $g \circ f$, f^{-1} i g^{-1} .

c) Calcula l'expressió de les funcions $f \circ g$, $g \circ f$ i $f \circ h \circ g$ sent $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$,
 $g(x) = \sqrt{x+3}$ i $h(x) = x^2 - 4$.

33.- Fes un estudi complet de la següent funció:



34.- Representa les funcions:

a) $f(x) = -2x + 3$. Indica el pendent i l'ordenada a l'origen

b) $g(x) = -2x^2 + 2x - 3$

35.- Representa gràficament la funció:

$$f(x) = \begin{cases} 3 & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 - 3x + 2 & \text{si } 0 < x < 4 \\ 2x - 2 & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$$

1.1) $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{9}, \frac{1}{12}$

36.- Donades les següents successions:

1.2) $5, -5, 5, -5, 5$

1.3) $-3, 9, -27, 81$

1.4) $1, 8, 27, 64, 125$

Calcula en cada cas:

a) El terme a_6

b) El terme general

c) Digues de manera raonada si és una progressió aritmètica.

37.- Esbrineu si el número $15/64$ és un dels termes de la successió de terme general

$$a_n = \frac{2n-1}{n^2}$$

38.- Calcula el límit de les següents successions:

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (3n^4 - 5n^2 + 5)$

b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (-5n^4 + 4n - 1)$

c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4n^3 - 3n + 1}{5n^2 + 2}$

d) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 + 1}{2n^2 - 3}$

e) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^2 + 5}{3 - 2n^2}$

f) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + n}{1 + n^2}$

g) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(3n^2 + 6)(n - 1)}{n^2 - 5n + 11}$

h) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1 + n}{n} - \frac{2 + n}{1 + n} \right)$

i) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(2 - 7n)(8n - 3)}{(2n - 1)^2}$

j) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3 - \sqrt{2n}}{\sqrt{n} + 5}$

k) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n+2}}{\sqrt{n} + 2}$

l) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n} + 1}{1 + \sqrt[3]{n}}$

39.- Calcula el valor dels següents límits de successions:

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$

b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^2 - 3n} - \sqrt{n^2 + n})$

c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n + \sqrt{n^2 - 3n})$

d) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^2 + 3n} - 2n)$

e) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n - \sqrt{n^2 - 3n + 1})$

f) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n+2} - \sqrt{n-3})$

40.- Calcula el límit de les següents successions:

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n$

b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1+3^n}{1+2^n}$

c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{3n-2}{2n-1}\right)^{4n}$

d) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{3n+2}{6n-3}\right)^n$

e) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n+3}{n+1}\right)^{n+5}$

f) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n-2}{n-3}\right)^{2n}$

g) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n^2+2}{n^2+3n}\right)^{n+1}$

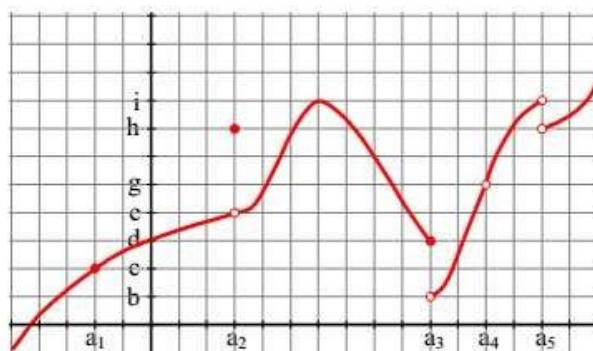
h) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{5n+4}{5n-7}\right)^{\frac{4n+1}{2n^2}}$

i) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n^2+1}{n^2-3}\right)^{n^2+3n}$

41.- Considera la funció que té la gràfica de la figura i digues el valor de:

a) $f(a_1)$, $f(a_2)$, $f(a_3)$,
 $f(a_4)$, $f(a_5)$

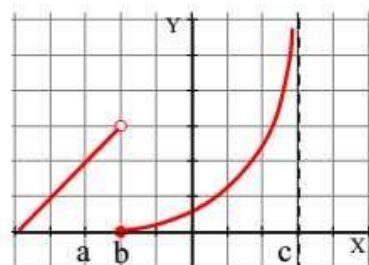
b) $\lim_{x \rightarrow a_1} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow a_2} f(x)$,
 $\lim_{x \rightarrow a_3} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow a_4} f(x)$,
 $\lim_{x \rightarrow a_5} f(x)$



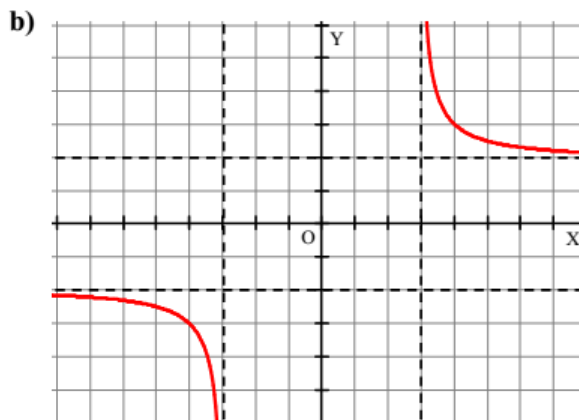
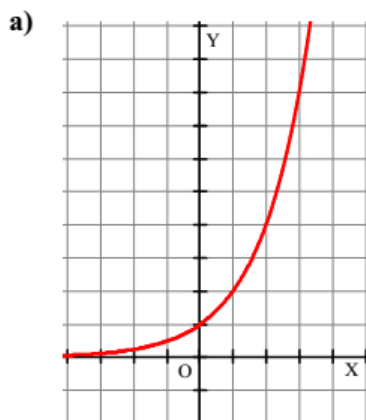
42.- Donada la funció de la figura, calcula:

a) $f(a)$, $f(b)$, $f(c)$

b) Els límits laterals i el límit de la funció en els punts a, b i c.



43.- Indica el $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ i $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ en les següents gràfiques:



44.- Calcula els següents límits de funcions:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 3x + 1)$

b) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 3}{x + 1}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{\frac{x + 4}{x^2 + 1}}$

d) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x + 2}$

e) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x}{x^2 - x}$

f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 3x}{x^2 - x}$

g) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2}$

h) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 3x}$

i) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 4}$

45.- Calcula els següents límits de funcions:

a) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x - 2}$

b) $\lim_{x \rightarrow 7^-} \frac{x + 2}{7 - x}$

c) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x + 1}{(x + 1)^4}$

d) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x}{x - 3}$

e) $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{x + 1}{(5 - x)^3}$

f) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x}{(x - 4)^2}$

g) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 3}{x - 1}$

h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - 1}{x^2 - x}$

i) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3}{x^2 - 2x}$