ACTIVITATS DE REFORÇ • MATEMÀTIQUES 4t ESO

Nom:	Grup:
	Data:

Tema 1. Nombres reals

RECORDA EL QUE ÉS ESSENCIAL

NOMBRES REALS

NOMBRES RACIONALS

Són els que es poden expressar com a ....
....

EXEMPLES: $0{,}125 = \frac{\square}{\square}$ $\quad 12{,}333... = \frac{\square}{\square}$

NOMBRES IRRACIONALS

L'expressió decimal d'un nombre irracional és
....

EXEMPLE: $\sqrt{3}$ = ...

INTERVALS I SEMIRECTES

NOM	EXPRESSIÓ	NOMBRES QUE COMPRÈN	REPRESENTACIÓ	EXEMPLE
	(a, b)			
	$[a, b]$			
	$(a, b]$			
	$[a, b)$			
	$(-\infty, b)$			
	$(-\infty, b]$			
	$(a, +\infty)$			
	$[a, +\infty)$			

ARRELS

- $\sqrt[n]{a} = b$ si $b^n = ...$ EXEMPLE: $\sqrt[3]{8} = 2$, perquè ....
- Podem expressar un radical en forma de potència així: $\sqrt[n]{a} = ...$ $\quad \sqrt[n]{a^m} = ...$

EXEMPLES: $\sqrt[5]{a} = ...$ $\quad \sqrt[5]{3^2} = ...$ $\quad 8^{1/3} = ...$ $\quad 5^{3/4} = ...$

PROPIETATS DELS RADICALS

① $\sqrt[np]{a^p} = \sqrt[n]{a}$ ② $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ ③ $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

EXEMPLE: $\sqrt[6]{5^3} = ...$ EXEMPLE: $\sqrt[3]{8 \cdot 3} = ...$ EXEMPLE: $\sqrt[4]{\frac{81}{16}} = ...$

④ $\left(\sqrt[n]{a}\right)^p = \sqrt[n]{a^p}$ ⑤ $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$

EXEMPLE: $\left(\sqrt[3]{5}\right)^2 = ...$ EXEMPLE: $\sqrt[3]{\sqrt{5}} = ...$

- **Racionalitzar** denominadors consisteix a..

BARCANOVA

Nom:	Grup:
	Data:

Nombres reals

PRACTICA

1 Col·loca aquests nombres en el lloc de la taula que els correspon:

$2{,}53 \quad 2{,}\widehat{53} \quad 3{,}1\widehat{4} \quad \pi = 3{,}141592... \quad 1{,}\widehat{4} \quad \sqrt{2} = 1{,}4142...$

RACIONALS		IRRACIONALS
NOMBRE	EXPRESSIÓ FRACCIONÀRIA	

2 Escriu, ordenant-los de més petit a més gran, tres nombres de l'interval [2; 2,25].

3 Representa el número $\sqrt{5}$, ajudant-te de regles i compàs. (Fes servir el teorema de Pitàgores).

4 Escriu en notació científica aquests nombres:

a) 340 mil milions →

b) 84 milionèsimes →

5 Expressa en forma de radical i després simplifica les expressions següents:

a) $27^{2/3} = \sqrt[3]{27^2} = \sqrt[3]{(3^3)^2} = ...$

b) $8^{5/3} =$

c) $4^{3/2} =$

6 Simplifica les expressions següents:

a) $\sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[4]{7^2} =$

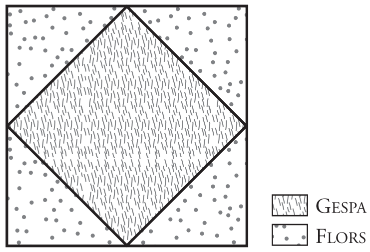
b) $\sqrt{3} : \sqrt[5]{3^2} =$

c) $\sqrt[3]{\sqrt{2^{12}}} =$

Nom:	Grup:

APLICA. EL JARDINER

El pare de la Marta és jardiner municipal. Li encarreguen que prepari un jardí segons les especificacions de l'arquitecte. Una vegada que en veu els plànols, s'adona que la tasca requerirà molts càlculs i demana ajuda a la seva filla, que fa 4t d'ESO. Segons el plànol, el jardí serà un quadrat amb un altre quadrat més petit a l'interior, tal com es veu en el dibuix:



1 El primer problema és que només li han donat la superfície del quadrat petit, 16 m^2. El jardiner demana a la Marta quin seria el costat del quadrat petit i el del gran, i afegeix que a l'informe final solen utilitzar sempre tres xifres decimals. Pots ajudar la Marta amb els càlculs?

2 Com que volen posar una tanca metàl·lica envoltant el jardí, el jardiner diu a la Marta que el rotlle de cinc metres val 12 euros i que calculi quant es gastaran en la tanca.

3 Mentre el jardiner posa la tanca, rep una trucada de la seva cap que li diu que vol saber la superfície que ocuparà el jardí, especificant la zona de gespa i la de flors, amb vista a introduir les dades en la memòria anual de la regidoria. La Marta s'ofereix a calcular les dades que demanen. Quins resultats obté la Marta?

4 La Marta recorda que està estudiant fites d'errors a l'institut i decideix passar l'estona fent comptes mentre el seu pare acaba la feina. La Marta calcula una fita de l'error absolut i una altra de l'error relatiu de la longitud del costat del quadrat gran. Quines han estat les fites trobades per la Marta?

AVALUACIÓ CURRICULAR • MATEMÀTIQUES 4t ESO	
Nom:	**Grup:**
Avaluació:	**Data:**
	QUALIFICACIÓ:

Tema 1. Opció A

1.1. Classifica els nombres següents en racionals o irracionals. Després, ordena'ls de més petit a més gran.

a) 3π b) $8{,}\widehat{56}$ c) $-\dfrac{5}{2}$

d) $\dfrac{\sqrt{25}}{3}$ e) $\sqrt{80}$ f) $-6{,}3\widehat{5}$

g) 12

1.2. Relaciona cada un dels intervals següents amb la seva representació a la recta real:

a) $[-5,2]$ b) $[-5, \infty)$ c) $[-\infty, 2)$ d) $(-5,2)$

I) 

II) 

III) 

IV) 

1.3. **Escriu, amb un interval o amb una semirecta, els conjunts de nombres següents:**

a) Els nombres més petits o iguals que –5.

b) Els nombres compresos entre el –8 i el 3, ambdós inclosos.

c) Els nombres compresos entre el –4 i el 5; s'hi inclou el –4 però no el 5.

d) Els nombres més grans que –3.

1.4. **Expressa en notació científica els nombres següents:**

a) 754.000.000.000 =

b) 0,00435 =

c) 3.750.000 =

d) 0,000087 =

e) 457.300 =

f) 0,00078 =

1.5. **Expressa les arrels següents en forma exponencial i simplifica-les si és possible:**

a) $\sqrt[3]{3^4} =$

b) $\sqrt[4]{5^{12}} =$

c) $\sqrt{x^8} =$

d) $\sqrt[15]{2^3} =$

e) $\left(\sqrt[8]{7^4}\right)^5 =$

f) $\sqrt[20]{a^4} =$

1.6. Racionalitza les expressions següents i simplifica-les si és possible:

a) $\dfrac{3}{\sqrt{5}} =$

b) $\dfrac{2}{3\sqrt{7}} =$

c) $\dfrac{2}{4\sqrt{3}} =$

d) $\dfrac{6}{\sqrt[5]{5}} =$

e) $\dfrac{3}{\sqrt[7]{2^4}} =$

f) $\dfrac{4}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} =$

1.7. Calcula l'àrea i el volum d'un cilindre de 12 cm de diàmetre i 20 cm d'altura. Escriu-ne el valor exacte; després, torna a escriure'l aproximat amb dues xifres decimals.

1.8. Volem tallar un pastís cilíndric amb una base de 144π cm² en 8 trossos iguals. Quina serà la superfície superior de cada tros? I quina seria si el pastís tingués el doble de radi?

Tema 1. Solucionari

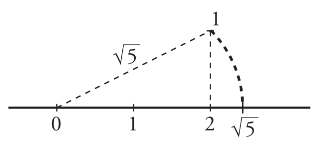
PRACTICA

1

RACIONALS		IRRACIONALS
NOMBRE	FRACCIÓ	
$2{,}53$	$\frac{253}{100}$	π
$2{,}5\widehat{3}$	$\frac{251}{99}$	$\sqrt{2}$
$3{,}1\widehat{4}$	$\frac{283}{90}$	
$1{,}\widehat{4}$	$\frac{13}{9}$	

2 Resposta oberta; per exemple, $2{,}1 < 2{,}15 < 2{,}24$.

3 $\sqrt{5} = \sqrt{2^2 + 1^2}$



4 a) $3{,}4 \cdot 10^{11}$ b) $8{,}4 \cdot 10^{-5}$

5 a) 3^2 b) 2^5 c) 2^3

6 a) $\sqrt[6]{7^7}$ b) $\sqrt[10]{3}$ c) 2^2

APLICA

1 Quadrat petit: 4 m

Quadrat gran: $4\sqrt{2} = 5{,}657$ m

2 El perímetre mesura $16\sqrt{2} = 22{,}627$ m.

Cada metre de tanca val 2,4 euros. Per tant, tota la tanca costa 54,30 euros.

3 La part de gespa té una superfície de 16 m^2.

La part de flors té una superfície de 16 m^2.

4 Fita de l'error absolut $= \frac{0{,}0001}{2} = 0{,}0005$ m

Fita de l'error relatiu $= \frac{0{,}0005}{5{,}657} = 0{,}000088$ m

Tema 1. Opció A. Solucionari

1.1. *Racionals: b), c), d) , f), g). Irracionals: a), e).*

$-6,3\widehat{5} < -\frac{5}{2} < \frac{\sqrt{25}}{3} < 8,\widehat{56} < \sqrt{80} < 3\pi < 12$

1.2. *a) III; b) I; c) IV; d) II*

1.3. *a)* $(-\infty, 5]$; *b)* $[-8, 3]$; *c)* $[-4, 5)$; *d)* $(-3, \infty)$

1.4. *a)* $7,54 \cdot 10^{11}$; *b)* $4,35 \cdot 10^{-3}$; *c)* $3,75 \cdot 10^{6}$; *d)* $8,7 \cdot 10^{-5}$; *e)* $4,573 \cdot 10^{5}$; *f)* $7,8 \cdot 10^{-4}$

1.5. *a)* $3^{\frac{4}{3}}$; *b)* 5^{3}; *c)* x^{4}; *d)* $2^{\frac{1}{5}}$; *e)* $7^{\frac{5}{2}}$; *f)* $a^{\frac{1}{5}}$

1.6. *a)* $\frac{3\sqrt{5}}{5}$; *b)* $\frac{2\sqrt{7}}{21}$; *c)* $\frac{\sqrt{3}}{12}$; *d)* $\frac{6\sqrt[5]{5^4}}{5}$; *e)* $\frac{3\sqrt[7]{2^3}}{2}$; *f)* $\frac{4\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}{2} = 2\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)$

1.7. *Àrea =* $312\pi \approx 980,18$ cm^2; *volum =* $720\pi \approx 2.261,95$ cm^3.

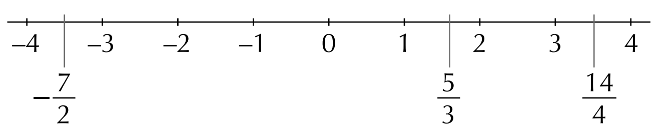
1.8. *Superfície =* 18π cm^2. *Si tingués el doble de radi, llavors la superfície =* 72π cm^2.

Tema 1. Opció B. Solucionari

1.1. *Naturals: e); enters: h); racionals: a), d), f) i g); irracionals: c).*
El b) no és un nombre real.

$-\frac{8}{3} < -\sqrt{4} < -1,\widehat{84} < \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{4}} < 2,67 < \pi < \frac{15}{3} < \sqrt{35}$

1.2.



1.3. *a) B i C; b) C; c) A i C; d) cap; e) A i C; f) cap; h) A i C; i) C.*

1.4. *a)* $11.500.000 = 1,15 \cdot 10^{7}$ *electors; b)* $0,00000005 = 5 \cdot 10^{-8}$ *m;*
c) $1.280.000 = 1,28 \cdot 10^{6}$ *alumnes; d)* $0,000078 = 7,8 \cdot 10^{-6}$ km^2

Nom:	Grup:
	Data:

Tema 2. Polinomis i fraccions algebraiques RECORDA EL QUE ÉS ESSENCIAL

DIVISIÓ DE POLINOMIS

El procés per dividir dos polinomis és similar a ....

EXEMPLE: $3x^3 - 2x^2 + \quad 4 \;\big|\; \underline{x^2 + 1}$

La **regla de Ruffini** serveix per dividir un polinomi entre ....

EXEMPLE: $(6x^5 - 3x^4 + 2x - 3) : (x - 1)$

	6	–3	0	0	2	–3
1						

DIVISIBILITAT PER $x - a$

Perquè un polinomi amb coeficients enters sigui **divisible per $x - a$,** és necessari que ....

....

TEOREMA DEL RESIDU

El valor que pren un polinomi, $P(x)$, quan fem $x = a$, coincideix amb ....

....

FACTORIZACIÓ DE POLINOMIS

- **Factorizar** consisteix a ....
- **Treure factor comú** consisteix a ....

  EXEMPLE: $3x^4 + 2x^3 - 5x = ...$
- Podem usar les **identitats notables** per factoritzar.

  EXEMPLES: $x^2 + 4x + 4 = ...$ $\quad x^2 - 6x + 9 = ...$ $\quad x^2 - 25 = ...$
- En general, el **procediment per factoritzar** un polinomi és..

  ....

  EXEMPLE: $x^4 - x^3 - 16x^2 + 16x = ...$

FRACCIONS ALGEBRAIQUES

- Una **fracció algebraica** és ....

  ....
- La manera d'operar-hi és..

  ....

Nom:	Grup:
	Data:

Polinomis i fraccions algebraiques

PRACTICA

1 Divideix els polinomis $(x^5 - 6x^3 - 25x) : (x^2 + 3x)$.

2 Fes aquestes divisions per la regla de Ruffini. Indica el polinomi quocient $Q(x)$ i el residu R, en cada cas:

a) $(x^3 - 3x^2 + 2x + 4) : (x + 1)$ b) $(2x^4 + x^3 - 5x - 3) : (x - 2)$

3 Aplica el teorema del residu i calcula el residu d'aquestes divisions sense fer-les.

a) $(x^5 - 32) : (x - 2)$ b) $(x^4 + x^2 + 1) : (x + 1)$ c) $(2x^3 - 15x - 8) : (x - 3)$

4 Factoritza aquestes expressions, traient factor comú:

a) $2x^4 - 8x^2 + 4x$

b) $5x^3 - 25x^2$

c) $\frac{x^5}{3} - \frac{x^3}{9} + \frac{x^2}{3}$

5 Factoritza aquestes expressions, usant identitats notables:

a) $4x^2 - 12x + 9$

b) $16x^2 + 8x + 1$

c) $25x^2 - 9$

6 Troba, mitjançant Ruffini, les arrels enteres d'aquests polinomis i factoritza'ls.

a) $x^3 + 8x^2 + 21x + 18$ b) $x^4 - 10x^2 + 9$

Nom:	Grup:

APLICA. AFLUÈNCIA DE VIATGERS

El consorci d'autobusos interurbans d'una certa ciutat ha estudiat l'afluència de viatgers divendres al matí. Després d'obtenir-ne les dades i sotmetre-les a l'estudi del seu centre de càlcul, han arribat a la conclusió que l'afluència de viatgers, en milers, ve donada per l'expressió polinòmica $V(x) = 27x^3 - 54x^2 + 27x$, on x és l'hora del matí segons la relació següent: $x = 0$ correspon a les 6.00 h; $x = 1$, a les 9.00 h, i $x = 2$, a les 12.00 h. Una vegada calculada l'expressió, la passen a tots els instituts de la ciutat perquè realitzin determinats càlculs.

1 La primera cosa que faràs és factoritzar tot el que puguis el polinomi $V(x)$. (Treu-ne factor comú, aplica-hi les identitats notables, etc.).

2 Ara calcularàs quants viatgers arriben en cada moment a la terminal. Completa la taula següent, recordant les equivalències entre hores del dia i valor de x.
(Per exemple: les 6 h corresponen a $x = 0$, les 7 h correspon a $x = \frac{1}{3}$, etc.).

	6 h	7 h	8 h	9 h	10 h	11 h	12 h
x	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1			
$V(x)$ (en milers)							

3 Entre les 6 h i les 10 h, quina és l'hora punta (hora de màxima afluència de viatgers)? I l'hora de menor afluència? Com es poden explicar aquestes dades?

BARCANOVA

AVALUACIÓ CURRICULAR • MATEMÀTIQUES 4t ESO	
Nom:	**Grup:**
Avaluació:	**Data:**
	QUALIFICACIÓ:

Tema 2. Opció A

2.1. Troba el quocient i el residu d'aquestes divisions:

a) $(2x^3 - 3x^2 + 6x - 5) : (x^2 + 2x - 1) =$

b) $(3x^4 - 8x^3 + 3x^2 + 2x) : (x^2 + 2x) =$

c) $(x^3 - 2x^2 + x + 3) : (x^2 - x + 2) =$

BARCANOVA

2.2. Fes les operacions següents i simplifica-les:

a) $2(x-5)\cdot(x+5)-3(x+2)=$

b) $(x+5)^2-2\,(x-3)^2=$

c) Atenció: per fer aquesta, troba'n el comú denominador calculant primer el MCM.

$$\frac{3(x-5)}{2}+\frac{4(2x-5)}{3}=$$

2.3. Calcula fent servir la regla de Ruffini:

a) $(-4x^4-15x^3+2x^2-3x-8):(x+4)=$

b) $(2x^3-4x^2+11x-7):(x-3)=$

c) $(x^4+14x^3+21x^2-21x-30):(x+2)=$

2.4. Factoritza els polinomis següents:

a) $x^3 - 5x^2 - 8x + 12 =$

b) $x^3 - 19x + 30 =$

c) Atenció: abans de factoritzar aquest, treu factor comú.
$2x^3 - 6x^2 - 12x + 16 =$

2.5. Troba el MCD i el MCM dels parells de polinomis següents:

a) $P(x) = x^3 - 5x^2 + 6x$ i $Q(x) = x^3 - 2x^2$

b) $P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ i $Q(x) = x^3 - 7x - 6$

c) $P(x) = 2x^3 - 8x^2 - 14x + 20$ i $Q(x) = 3x^3 + 12x^2 + 3x - 18$

2.6. **Fes les operacions següents traient comú denominador. Després, simplifica-les tot el que puguis:**

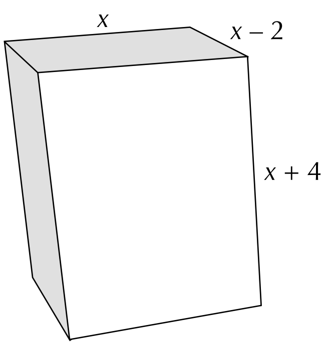
a) $\frac{3}{(x+2)} - \frac{3}{(x-2)} =$

b) $\frac{x}{3} + \frac{2}{x} + 2 =$

c) $\frac{4}{x^2} + \frac{5}{3x} =$

d) $\frac{1}{(x+2)} - \frac{1}{x} =$

2.7. **Calcula l'àrea de totes les cares i el volum de la figura següent fent ús dels polinomis:**



2.8. Tradueix els enunciats següents a expressions algebraiques amb una sola incògnita:

a) La suma de dos nombres consecutius dividida entre 3.

b) El quíntuple d'un nombre menys el doble del nombre anterior.

c) La desena part d'un nombre parell multiplicada per dos vegades aquest nombre.

d) La meitat d'un nombre menys la seva tercera part.

Tema 2. Opció A. Solucionari

2.1. a) $Q(x) = 2x - 7 \quad R(x) = 22x - 12$
b) $Q(x) = 3x^2 - 14x + 31$; $R(x) = -60x$
c) $Q(x) = x - 1 \quad R(x) = -2x + 5$

2.2. a) $2x^2 - 3x - 56$ b) $-x^2 + 22x + 7$ c) $\frac{73x - 85}{6}$

2.3. a) $Q(x) = -4x^3 + x^2 - 2x + 5 \quad R(x) = -28$
b) $Q(x) = 2x^2 + 2x + 17 \quad R(x) = 44$
c) $Q(x) = x^3 + 12x^2 - 3x - 15 \quad R(x) = 0$

2.4. a) $(x-6)\cdot(x+2)\cdot(x-1)$ b) $(x-2)\cdot(x-3)\cdot(x+5)$ c) $2\cdot(x+2)\cdot(x-4)\cdot(x-1)$

2.5. a) $MCD(P(x), Q(x)) = x(x-2) \quad MCM(P(x), Q(x)) = x^2(x-2)(x-3)$
b) $MCD(P(x), Q(x)) = (x+2)(x-3) \quad MCM(P(x), Q(x)) = (x-1)(x+1)(x+2)(x-3)$
c) $MCD(P(x), Q(x)) = (x+2)\cdot(x-1) \quad MCM(P(x), Q(x)) = 6(x+2)\cdot(x-1)(x-5)(x+3)$

2.6. a) $\frac{-12}{x^2-4}$ b) $\frac{x^2+6x+6}{3x}$ c) $\frac{12+5x}{3x^2}$ d) $\frac{-2}{x\cdot(x+2)}$

2.7. Volum $= x \cdot (x-2) \cdot (x+4) = x^3 + 2x^2 - 8x$
Àrea $= 2 \cdot x \cdot (x+4) + 2 \cdot x \cdot (x-2) + 2 \cdot (x-2) \cdot (x+4) = 6x^2 + 8x - 16$

2.8. a) $\frac{x+(x+1)}{3} = \frac{2x+1}{3}$ b) $3x + 2$ c) $\frac{2x}{10}\cdot 2(2x) = \frac{8x^2}{10} = \frac{4x^2}{5}$ d) $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} = \frac{x}{6}$

Tema 2. Opció B. Solucionari

2.1. a) $Q(x) = 4x^2 - 14 \quad R(x) = 7x + 33$
b) $Q(x) + -2x^2 - 1 \quad R(x) = 8x^2 + 8x - 5$
c) $Q(x) = 3x - 5 \quad R(x) = 12x - 12$

2.2. a) $P(5) = 0$, $P(0) = -100$ i $P(-3) = -208$ b) $Q(5) = -21.488$, $Q(0) = 12$ i $Q(-3) = 0$

2.3. a) $3\cdot(x+1)\cdot(2x+1)\cdot(2x-1)$
b) $10\,(x-1)\cdot(x+1)\cdot(x-3)$
c) $30\cdot\ (x-3)\cdot(x+1)\cdot(x-2)$

Nom:	Grup:
	Data:

Tema 3. Equacions, inequacions i sistemes

RECORDA

EQUACIONS DE SEGON GRAU

COMPLETES

$ax^2 + bx + c = 0$, amb $a \neq 0$, es resol amb la fórmula:

$x =$ ....

INCOMPLETES

$ax^2 + c = 0$, amb $a \neq 0$, es resol:

....
....

$ax^2 + bx = 0$, amb $a \neq 0$, es resol:

....
....

ALTRES TIPUS D'EQUACIONS

BIQUADRADES

Per resoldre-les, ...
....
....
....
EXEMPLE: $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$

AMB x EN EL DENOMINADOR

Per resoldre-les, ...
....
EXEMPLE: $\dfrac{2}{x} + 2x = 5$

AMB RADICALS

Per resoldre-les, ...
....
....
EXEMPLE: $\sqrt{x+1} - 5 = 0$

TIPUS (...) · (...) · (...) = 0

Per resoldre-les, ...
....
....
EXEMPLE: $x(x + 1)(2x - 7) = 0$

MÈTODES DE RESOLUCIÓ DE SISTEMES LINEALS

SUBSTITUCIÓ

Consisteix a.........................
....
....

IGUALACIÓ

Consisteix a.........................
....
....

REDUCCIÓ

Consisteix a.........................
....
....

INEQUACIONS

- Una **inequació** és...
- Les **solucions** d'una inequació són ....
  i s'expressen en forma de ....
- Les solucions d'un sistema de dues inequacions de primer grau amb una incògnita s'obtenen mitjançant ....

Nom:	Grup:
	Data:

Equacions, inequacions i sistemes

PRACTICA

1 Resol aquestes equacions de 2n grau, aplicant-hi la fórmula:

a) $x^2 - 6x + 8 = 0$ b) $x^2 - 4x + 4 = 0$

2 Resol sense aplicar-hi la fórmula:

a) $x^2 - \frac{5x}{2} = 0$ b) $8x^2 - 32 = 0$

3 Resol les equacions biquadrades següents:

a) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$ b) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$

4 Resol aquestes equacions, eliminant primer denominadors:

a) $\frac{3}{x} + 9x = 3x + 9$ b) $\frac{4}{x^2} + \frac{1}{x} = 5$

5 Resol aquests sistemes:

a) $\begin{cases} x + y = 1 \\ x \cdot y = -30 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 7 \\ x + y = 7 \end{cases}$

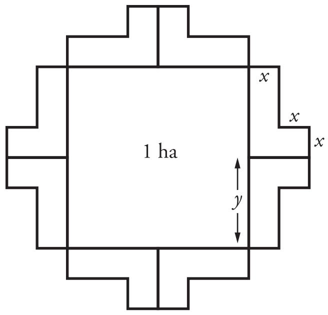
6 Resol aquestes inequacions:

a) $6x - 4 < 2x + 3$ b) $x + \frac{x}{2} \geq 3$

Nom:	Grup:

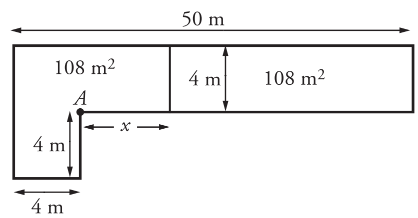
APLICA. LA URBANITZACIÓ

La professora de matemàtiques us proposa que dissenyeu una urbanització de pisos. Tal com es mostra en el dibuix, es pretenen edificar 8 blocs d'apartaments entorn d'una gran plaça quadrada d'1 ha de superfície. Cada bloc ha d'ocupar 216 m^2.



1 Quines han de ser les dimensions x i y de cada bloc d'apartaments?

2 De cada planta es volen treure dos apartaments com els que veus en el dibuix, de 108 m^2 cada un. A quina distància x del cantó A s'ha de construir l'envà de separació?



3 En la plaça volem plantar rosers i arbres. La professora no recorda quants en vol posar de cada espècie, però recorda que si sumem el doble del nombre de rosers més el triple del nombre d'arbres, surt 66. A més, afegeix que si se sumen el nombre de rosers amb la meitat del nombre d'arbres, obtenim 23. Quin és el nombre de rosers i d'arbres que posarem a la plaça?

AVALUACIÓ CURRICULAR • MATEMÀTIQUES 4t ESO	
Nom:	Grup:
Avaluació:	Data:
	QUALIFICACIÓ:

Tema 3. Opció A

3.1. Resol aquestes equacions de segon grau i biquadrades:

a) $3x^2 - 3x - 18 = 0$

b) $x \cdot (x - 3) + 12 = x - 1$

c) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$

d) $x^4 - 17x^2 + 16 = 0$

3.2. Resol aquestes equacions amb radicals i fraccions:

a) $7 - x = \sqrt{25 - x^2}$

b) $2(x + 3) - 13 = \sqrt{5x + 41}$

c) $\dfrac{x}{x - 2} - 1 = \dfrac{6}{x}$

3.3. **Resol els sistemes d'equacions següents:**

a) $\begin{cases} -2x - 3y = -1 \\ x + 2y = 0 \end{cases}$

b) $\left\{ \begin{array}{c} x - y = 4 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{array} \right\}$

3.4. **Resol les inequacions següents:**

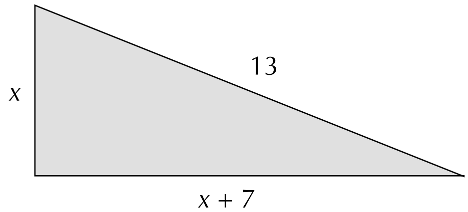
a) $23x - 32 \geq 20x - 23$

b) $2x - 3\,(x - 4) \geq 7$

c) $\dfrac{x+11}{6} < \dfrac{x+5}{3}$

d) $x^2 + 2x - 15 > 0$

3.5. **La hipotenusa d'un triangle rectangle mesura 13 cm i un dels seus catets mesura 7 cm més que l'altre. Quines són les mesures d'ambdós catets?**



3.6. **Una empresa d'alimentació per a gallines vol fer 300 kg de pinso que costi 5 €/kg. Per aconseguir-ho, barreja un pinso que costa 3 €/kg amb un altre que costa 6 €/kg. Quants quilograms de cada tipus caldrà barrejar?**

3.7. **L'aula de 4t d'un institut té forma rectangular, més llarga que ampla, té un perímetre de 38 m i una superfície de 60 m^2. Quines són les seves dimensions?**

3.8. **La hipotenusa d'un triangle rectangle fa, com a màxim, 29 m. Un dels seus catets fa 21 m de longitud.**

a) Quina és la inequació a resoldre?

b) Quina serà la mida màxima de l'altre catet?

Tema 3. Solucionari

PRACTICA

1 a) $x = 4$; $x = 2$ b) $x = 2$

2 a) $x = 0$, $x = \frac{5}{2}$

b) $x = 2$, $x = -2$

3 a) $x = 3$, $x = -3$

b) $x = 2$, $x = -2$

4 a) $x = 1$, $x = \frac{1}{2}$

b) $x = 1$, $x = \frac{-4}{5}$

5 a) $x = 6$, $y = -5$; $x = -5$, $y = 6$

b) $x = 4$, $y = 3$

6 a) $x < \frac{7}{4}$ b) $x \geq 2$

APLICA

1 $x = 4$ m i $y = 50$ m

2 S'ha de construir a 19 m del cantó A.

3 Hi haurà 18 rosers i 10 arbres.

Tema 3. Opció A. Solucionari

3.1. *a)* $x_1 = -2 \ i \ x_2 = 3$ *b) No té solució.*
c) $x_1 = -2, x_2 = 2 \ x_3 = -3 \ i \ x_4 = 3$ *d)* $x_1 = -1, x_2 = 1 \ x_3 = -4 \ i \ x_4 = 4$

3.2. *a)* $x_1 = 3 \ i \ x_2 = 4$ *b)* $x_1 = 8 \ i \ x_2 = \frac{1}{4}$ *c)* $x_1 = 3$

3.3. *a)* $x = 2, \ y = -1$ *b)* $x_1 = 1, y_1 = -3; \ x_2 = 3, y_2 = -1$

3.4. *a)* $[3, \infty)$ *b)* $(-\infty, -5]$ *c)* $(1, \infty)$ *d)* $(-\infty, -5) \cup (3, \infty)$

3.5. *Els catets mesuren 5 i 7 cm.*

3.6. *Cal barrejar 100 kg del pinso de 3 €/kg amb 200 kg del pinso de 6 €/kg.*

3.7. *Llargada: 15 m. Amplada: 4 m.*

3.8. *a)* $x^2 + 21^2 \leq 29^2$ *b) La mida màxima de l'altre catet és de 20 cm.*

Tema 3. Opció B. Solucionari

3.1. *a)* $x_1 = -7 \ i \ x_2 = 2$ *b)* $x_1 = 3 \ i \ x_2 = -9$ *c)* $x_1 = -5, x_2 = 0 \ i \ x_3 = 3$ *d) No té solució real.*

3.2. *a)* $x_1 = -8 \ i \ x_2 = 1$ *b)* $x_1 = 4 \ i \ x_2 = 39$ *c)* $x_1 = 2$

3.3. *a)* $x = 1 \ i \ y = 1$ *b)* $x_1 = -3, y_1 = -5; x_2 = -3, y_2 = 5; x_3 = 3, y_3 = -5; x_4 = 3, y_4 = 5$

3.4. *a)* $(-\infty, 2)$ *b)* $(-\infty, 5]$ *c)* $(-\infty, 0] \cup [2, \infty)$ *d)* $(-1, 3)$

3.5. *Els nombres són 5 i 6.*

3.6. *Sistema:* $\begin{cases} x \cdot y = 600 \\ (x-5) \cdot (y+4) = 600 \end{cases}$. *A la classe hi ha 30 alumnes. Els que hi van pagaran 24 €.*

3.7. *480 m*

3.8. *a)* $x^2 + (x+1)^2 \leq 29^2$ *b) Les mides màximes dels catets són 20 i 21 m.*

BARCANOVA

Nom:	Grup:
	Data:

Tema 4. Funcions. Característiques

RECORDA EL QUE ÉS ESSENCIAL

FUNCIONS

FORMES DE DONAR UNA FUNCIÓ

Una funció pot donar-se per:

— una ....

— ....

— ....

— ....

GRÀFIC D'UNA FUNCIÓ

Un gràfic representa una funció si a cada valor de x li ....

EXEMPLES: **Funció** **No funció**

CARACTERÍSTIQUES D'UNA FUNCIÓ

DOMINI DE DEFINICIÓ

És el conjunt de valors de x ....

....

Causes que poden limitar el domini:

....

....

....

....

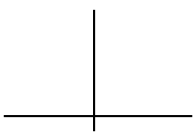
CREIXEMENT, DECREIXEMENT, MÀXIMS I MÍNIMS

- f és **creixent** en un interval si ....
  ....
- f és **decreixent** en un interval si ....
  ....
- f té un **màxim relatiu** en un punt quan ....
  ....
- f té un **mínim relatiu** en un punt quan ....
  ....

DISCONTINUÏTATS

- Raons per les quals una funció pot ser **discontínua** en un punt:

a) Té branques .... b) .... c) ....



- Es diu que una funció és **contínua** quan ....

VARIACIÓ D'UNA FUNCIÓ

PENDENT D'UNA RECTA

És la variació ....

El pendent d'una recta es troba així:

- Si coneixem dos punts: m = ...
- Si coneixem l'equació de la recta, ...
  ....

TAXA DE VARIACIÓ MITJANA EN [a, b]

- És el pendent de ....
  ....

TVM [a, b] = ...

- Mesura el grau de ....
  ....

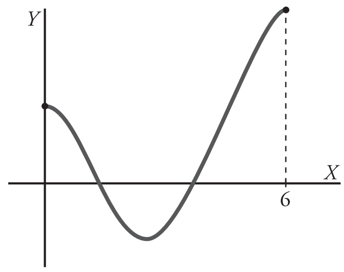
Nom:	Grup:
	Data:

Funcions. Característiques

PRACTICA

1 Troba el domini de definició d'aquestes funcions:

a)

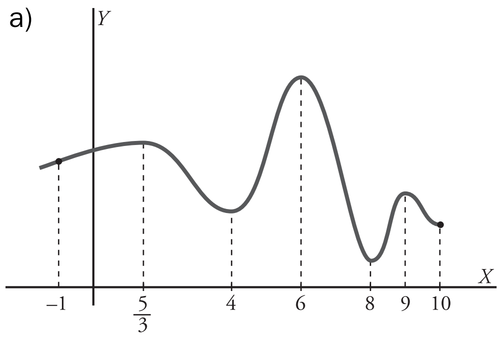


b) $f(x) = \dfrac{3}{x-2}$

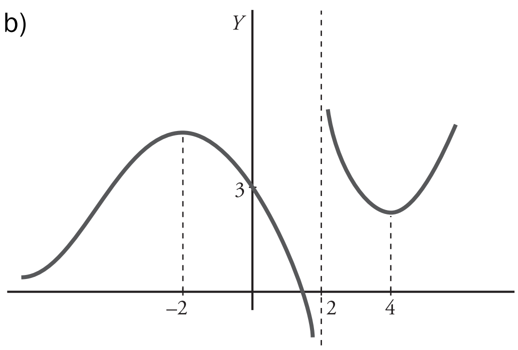
c) $f(x) = \sqrt{x-1}$

2 Assenyala els intervals de creixement i de decreixement, i els valors de x on les funcions presenten màxim o mínim relatius, en cada cas.

a)

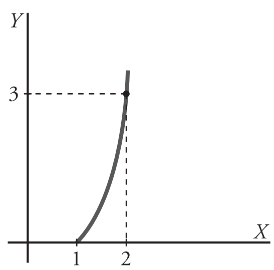


b)

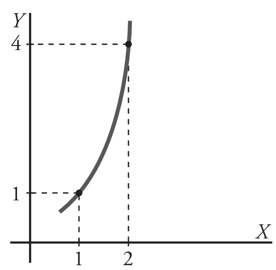


3 Quina d'aquestes funcions creix més «ràpid» en l'interval indicat? Esbrina-ho calculant la taxa de variació mitjana en aquest interval.

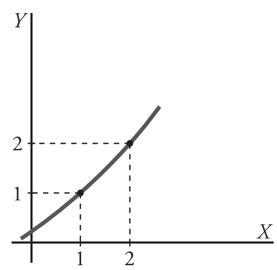
a)



b)



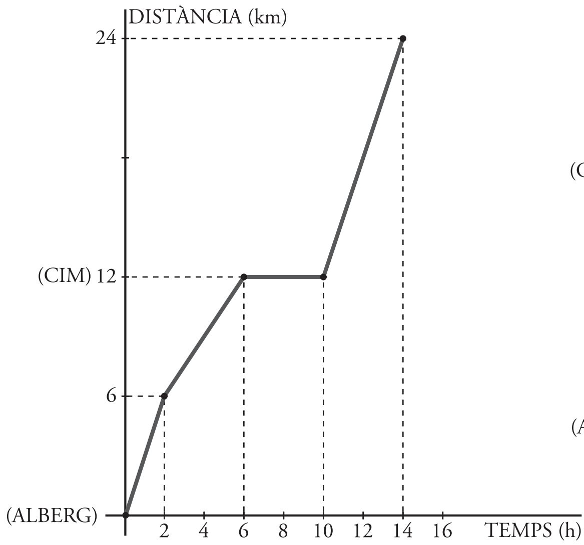
c)

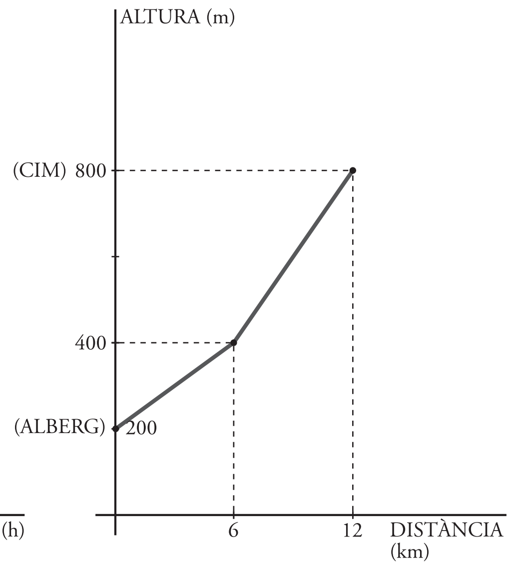


Nom:	Grup:

APLICA. DIA DE SENDERISME

Els alumnes de batxillerat han anat a fer senderisme. Aprofitant la circumstància, el professor de matemàtiques us encarrega una investigació sobre el dia en el camp. La marxa ha començat a les 6.00 h i han hagut d'ascendir per una muntanya situada a 12 km de l'alberg on s'allotjaran. De les gràfiques següents, la primera mostra la relació entre l'espai recorregut i el temps que han caminat, i la segona, el perfil geològic de la marxa.





1 a) Quin és el domini de definició de la funció *temps utilitzat-distància recorreguda*?

b) A quina hora ha acabat l'excursió?

2 La funció és, quasi sempre, creixent (a més temps utilitzat, més quilòmetres recorreguts). No obstant això, es veu un període de temps en què la gràfica és una recta horitzontal. Quin és? Com interpretes aquesta situació durant l'excursió? En quin quilòmetre ocorre això?

3 Al llarg de les dues primeres hores del recorregut (interval [0, 2]), la gràfica creix més ràpid que en l'interval [2, 6]. Quina és la TVM de la funció en cada tram? Interpreta-ho observant la gràfica del perfil.

4 Calcula la velocitat en cada un dels trams de pujada. Quina és la velocitat mitjana emprada en la pujada?

AVALUACIÓ CURRICULAR • MATEMÀTIQUES 4t ESO	
Nom:	Grup:
Avaluació:	Data:
	QUALIFICACIÓ:

Tema 4. Opció A

4.1. Troba el domini de definició de les funcions següents:

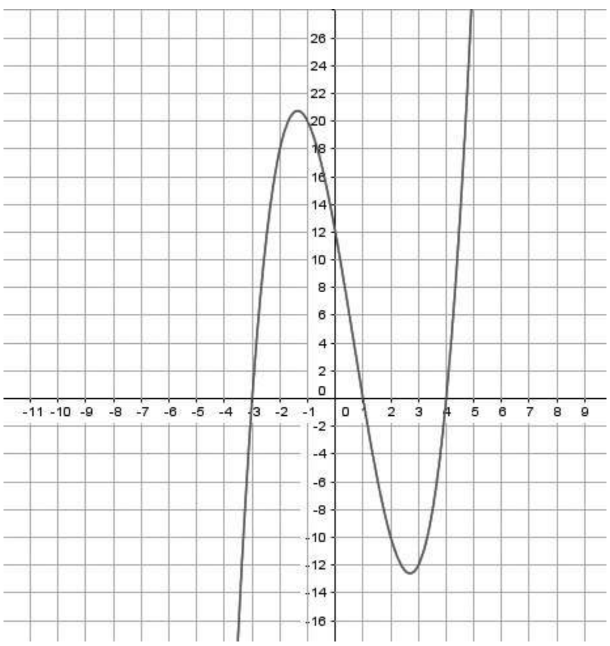
a) $y = x + 6$

b) $y = \dfrac{3}{(x+3)^2}$

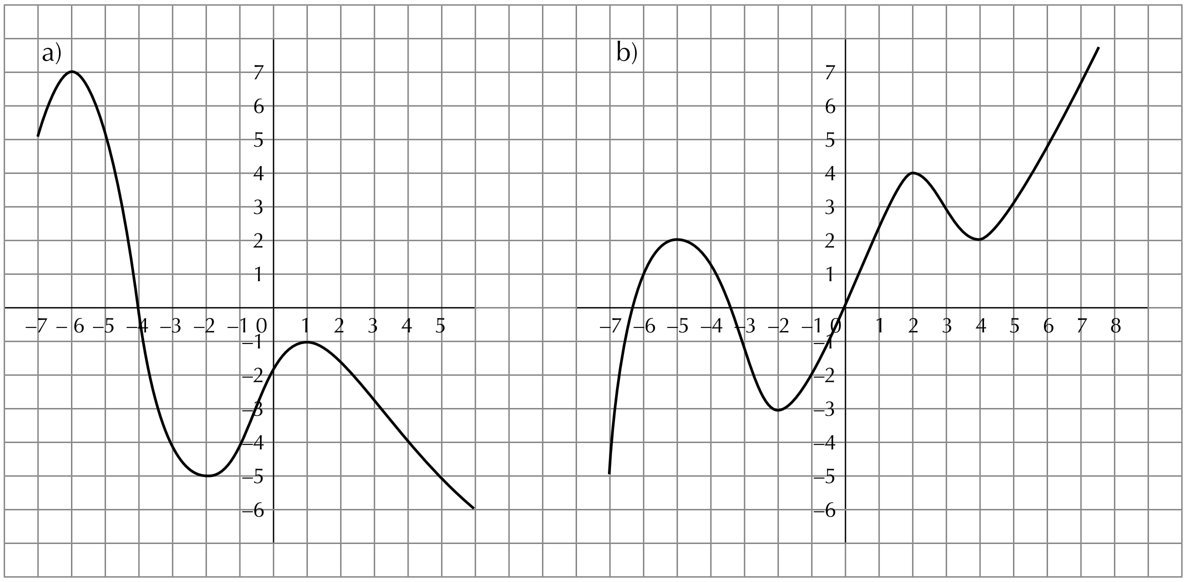
c) $y = \dfrac{x+2}{x^2 - 4x - 5}$

d) $y = \sqrt{2x - 8}$

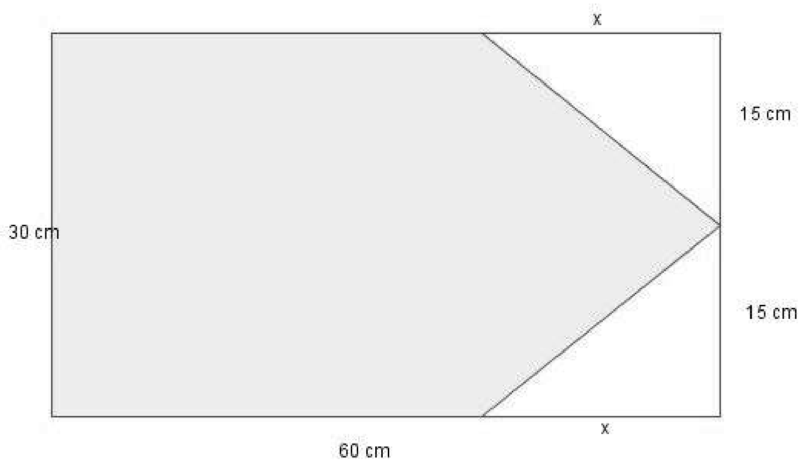
4.2. Donada la gràfica següent, troba la TVM en els intervals [–3, 0] i [0,4]. Dibuixa el segment del qual cerques el pendent en cada cas.



4.3. **Indica quins són els intervals de creixement i de decreixement i els màxims i mínims relatius en les gràfiques següents.**



4.4. **Una fàbrica de senyals de trànsit fa servir planxes metàl·liques de 30 cm d'ample per 60 cm de llarg. Per fer els senyals en forma de fletxa, com es veu a la imatge, els tallen dues cantonades.**



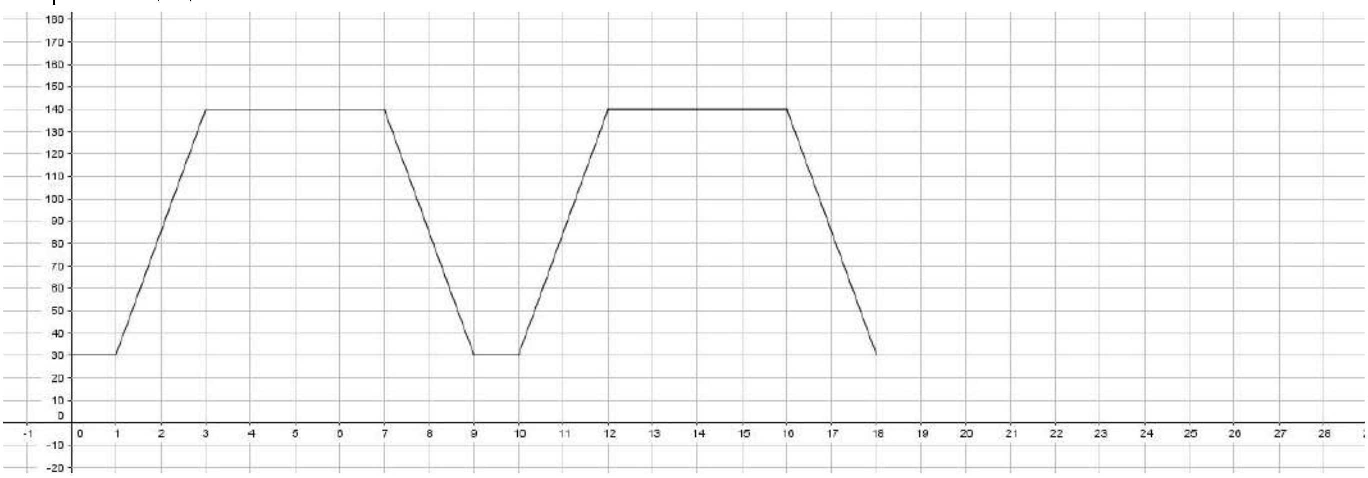
a) Quina és l'àrea de cada un dels triangles extrets? I dels dos junts?

b) Quina es l'àrea de la planxa metàl·lica sense fer-hi cap tall?

c) Quina és la funció A(x) que troba l'àrea de la fletxa depenent de la distancia x per on es fa el tall?

4.5. La gràfica següent mostra la temperatura a l'interior d'una màquina d'uperització, que du a terme cicles en els quals escalfa escalfa líquids de 30 ºC a 150 ºC i després els refreda de manera ultraràpida.

Temperatura (°C)



Temps (s)

a) Quin és el període de la gràfica?

b) Representa en la gràfica quin seria el període següent.

4.6. El perímetre d'un rectangle fa 80 cm; si *x* n'és la base i *y* la altura:

a) Troba la funció que ens diu l'altura *y* del rectangle depenent de la seva base *x*.

b) Omple la taula de valors següent:

Base (*x*)	5	10	15	20	25	30
Altura (*y*)						

c) Quin és el domini de la funció?

AVALUACIÓ CURRICULAR • MATEMÀTIQUES 4t ESO	
Nom:	Grup:
Avaluació:	Data:
	QUALIFICACIÓ:

Tema 4. Opció B

4.1. Troba el domini de definició de les funcions següents

a) $y = \sqrt{-x^2 - 2x + 8}$

b) $y = \sqrt{6x^2 + 6x - 36}$

c) $y = \dfrac{5}{6x^2 + 6x - 36}$

d) $y = \dfrac{\sqrt{-x^2 - 2x + 15}}{x - 1}$

4.2. **El professor d'educació física realitza una prova de fons. Pren nota, cada 5 minuts, de la distància recorreguda per tres alumnes, escollits a l'atzar, durant els 20 minuts que dura la prova. Els resultats que obté són:**

Minut	5	10	15	20
Alumne 1 (m)	1.000	2.000	3.200	4.200
Alumne 2 (m)	1.200	2.400	3.000	4.000
Alumne 3 (m)	1.400	2.200	2.800	3.600

a) Quants avançaments hi ha a la prova i en quins intervals de temps es produeixen?

b) Quina és la velocitat mitjana en la prova de cada alumne?

c) Si a l'hora de fer la gràfica es representen els minuts transcorreguts en l'eix d'abscisses i la distància recorreguda en l'eix d'ordenades, quin serà el domini i el recorregut de cada alumne?

Tema 4. Solucionari

PRACTICA

1 a) $[0, 6]$ b) $\mathbb{R} - \{2\}$

c) $x \geq 1$

2 a) Creix en $\left(-1, \frac{5}{3}\right) \cup (4, 6) \cup (8, 9)$

Decreix en $\left(\frac{5}{3}, 4\right) \cup (6, 8) \cup (9, 10)$

Màxim en $x = \frac{5}{3}$, en $x = 6$ i en $x = 9$.

Mínim en $x = 4$ i en $x = 8$.

b) Creix: $(-\infty, -2) \cup (4, +\infty)$

Decreix: $(-2, 2) \cup (2, 4)$

Màxim en $x = -2$. Mínim en $x = 4$.

3

$$\left.\begin{array}{l} \text{a) TVM } [1, 2] = \dfrac{3-0}{2-1} = \dfrac{3}{2} \\[2ex] \text{b) TVM } [1, 2] = \dfrac{4-1}{2-1} = \dfrac{3}{2} \\[2ex] \text{c) TVM } [1, 2] = \dfrac{2-1}{2-1} = 1 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \text{Creixen igual} \\ \text{a) i b) i més} \\ \text{ràpid que c).} \end{array}$$

APLICA

1 a) $0 \leq t \leq 14$ b) A les 20 h.

2 En $6 \leq t \leq 10$. Període de descans al cim.

3 En $[0, 2]$: TVM $= \frac{6}{2} = 3 \rightarrow v = 3$ km/h

En $[2, 6]$: TVM $= \frac{6}{4} = 1{,}5 \rightarrow v = 1{,}5$ km/h

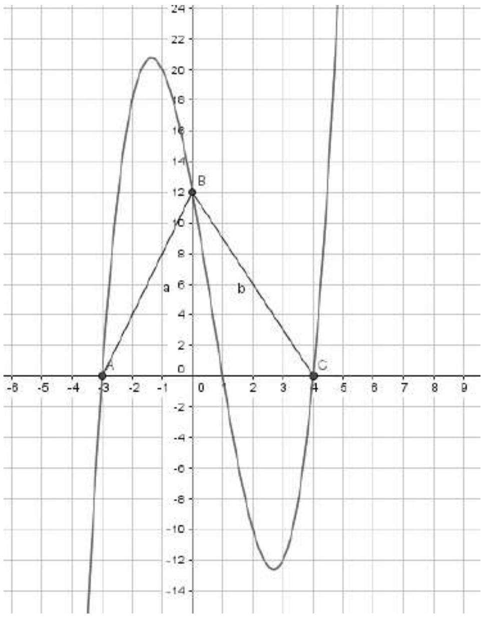
En $[0, 2]$ el perfil és més suau: avancen més ràpidament.

4 $v_m = \frac{12}{6} = 2$ km/h

Tema 4. Opció A. Solucionari

4.1. a) $(-\infty,\infty)$ b) $(-\infty,3)\cup(3,\infty)$ c) $(-\infty,-1)\cup(-1{,}5)\cup(5,\infty)$ d) $(4,\infty)$

4.2. a) *TVM en* $[-3{,}0] = 4$ i TVM en [0,4] = −3



4.3. a) Creixent en $(-\infty,-6)\cup(-2{,}1)$, decreixent en $(-6,-2)\cup(1,\infty)$. Màxim (–6,7) i (1,–1). Mínim (–2,–5).
b) Creixent en $(-\infty,-5)\cup(-2{,}2)\cup(4,\infty)$, decreixent en $(-5,-2)\cup(2{,}4)$. Màxim (–5,2) i (2,4). Mínim (–2,–3) i (4,2).

4.4. a) 1 triangle: $\frac{15x}{2}$ cm^2, els 2 triangles: $15x$ cm^2. b) 1.800 cm^2 c) $y = 1.800 - 15x$

4.5. a) El període és de 9 segons.
b) Cal dibuixar un període a la gràfica que vagi de 18 a 27 segons.

4.6. a) $y = 40 - x$
b)

Base (x)	5	10	15	20	25	30
Altura (y)	35	30	25	20	15	10

c) (0, 40)

Nom:	Grup:
	Data:

Tema 5. Funcions elementals

RECORDA EL QUE ÉS ESSENCIAL

ALTRES FUNCIONS

LINEALS

- Expressió: ....
- Gràfica: ....
- m = ...
- n és la ....

QUADRÀTIQUES

- Expressió: ....
- Gràfica: ....
- Si $a > 0$, ...
- Si $a < 0$, ...
- Vèrtex en x = ...

A TROSSOS

La seva expressió analítica és ....

EXEMPLE:

$$\begin{cases} x^2, & x < 1 \\ 1 - x, & x \geq 1 \end{cases}$$

FUNCIÓ DE PROPORCIONALITAT INVERSA

- Expressió analítica: ....
- Domini de definició: ....
- La seva gràfica s'anomena ....

Gràfica:

- Les rectes a què s'aproximen les branques de la corba s'anomenen ....

FUNCIONS RADICALS

- Expressió analítica: ....
- Domini de definició: ....
- Gràfica:

FUNCIONS EXPONENCIALS I LOGARÍTMIQUES

FUNCIONS EXPONENCIALS

- Equació: y = ...
  - La base ha de ser ....
  - És creixent si .... i decreixent si ....
  - Passa per (0, ...) i (1, ...)
- Domini de definició: ....
- Gràfica:

$a > 1$ $a < 1$

FUNCIONS LOGARÍTMIQUES

- Equació: y = ...
  - La base ha de ser ....
  - Passa per (1, ...) i per (... , ...)
- Domini de definició: ....
- La seva inversa és ....
- Gràfica:

DEFINICIÓ DE LOGARITME D'UN NOMBRE

S'anomena logaritme en base a de P, i s'escriu .... a l'exponent .... $\Big\}$ $\log_a P = x \Leftrightarrow$ ....

Si la base és 10, els logaritmes s'anomenen ....

BARCANOVA

Nom:	Grup:
	Data:

Funcions elementals

PRACTICA

1 Representa les funcions quadràtiques següents:

a) $y = \dfrac{x^2}{4}$ b) $y = 2x^2 + 6x$ c) $y = -x^2 + 6x - 5$

2 Representa aquestes funcions de proporcionalitat inversa:

a) $y = \dfrac{3}{x}$ b) $y = -\dfrac{2}{x}$ c) $y = \dfrac{1}{x + 2}$

3 Representa aquestes funcions radicals:

a) $y = \sqrt{x - 1}$ b) $y = \sqrt{x + 1}$ c) $y = \sqrt{4 - x}$

APLICA. NEGOCIS

El germà de la Clara vol obrir una botiga de fotocòpies i li demana ajuda perquè realitzi uns càlculs inicials sobre la rendibilitat del negoci. Com que la Clara és amiga teva, quedeu un dia per fer el treball. La Clara et diu que el proveïdor del seu germà assegura que la fotocopiadora treballa segons la tarifa per còpia següent:

$$y = \frac{5x + 2}{x}$$

on x és el nombre de còpies i y és el preu expressat en cèntims.

1 En primer lloc, necessiteu saber com varia el preu de cada còpia segons el nombre de còpies. Per això decidiu fer una taula per als valors $x = 1, 5, 10, 100, \ldots, 1.000$, etc. Després penseu que, potser, seria molt recomanable veure les dades reflectides en una gràfica i us hi poseu. Entorn de quin valor s'estabilitza el preu per còpia?

2 El germà de la Clara li va dir que les despeses que reporta la màquina pel seu manteniment són 15 € per revisar-la cada 10.000 còpies i 50 € per reposar el tòner de tinta cada 5.000 còpies. Us pregunta quina és la despesa per còpia.

3 Penseu que al seu germà li aniria molt bé conèixer la funció $R(x)$ que dóna la rendibilitat de la màquina en funció del nombre de còpies:

$$R(x) = [\text{Tarifa segons el nombre de còpies} - \text{despesa per còpia}] \cdot x$$

Juntament amb la seva expressió algebraica li doneu una taula de valors i la seva gràfica aproximada.

4 Si la màquina li ha costat 300 €, amb quantes còpies començarà a amortitzar-la, és a dir, a partir de quantes còpies guanyarà més de 300 €?

BARCANOVA

AVALUACIÓ CURRICULAR • MATEMÀTIQUES 4t ESO	
Nom:	Grup:
Avaluació:	Data:
	QUALIFICACIÓ:

Tema 5. Opció A

5.1. Escriu les equacions de les rectes que compleixen les condicions següents i dibuixa'n la gràfica en cada cas:

a) Recta que passa per (–1, 1) i (0, 4).

b) Recta de pendent $m = -2$ i que passa pel punt (1, –5).

c) Recta que passa per (1, 3) i (–1, 1).

BARCANOVA

5.2. Una comercial que ven un model de telèfon mòbil determinat cobra 300 € fixos més 20 € per cada mòbil venut. Si considerem *x* el nombre de mòbils venuts i *y* el salari mensual, resol:

a) Quina és l'equació de la recta que representa el salari mensual de la comercial en funció dels mòbils venuts?

b) Completa aquesta taula:

Mòbils venuts (x)	20	50	100	150	200	300
Salari en € (y)						

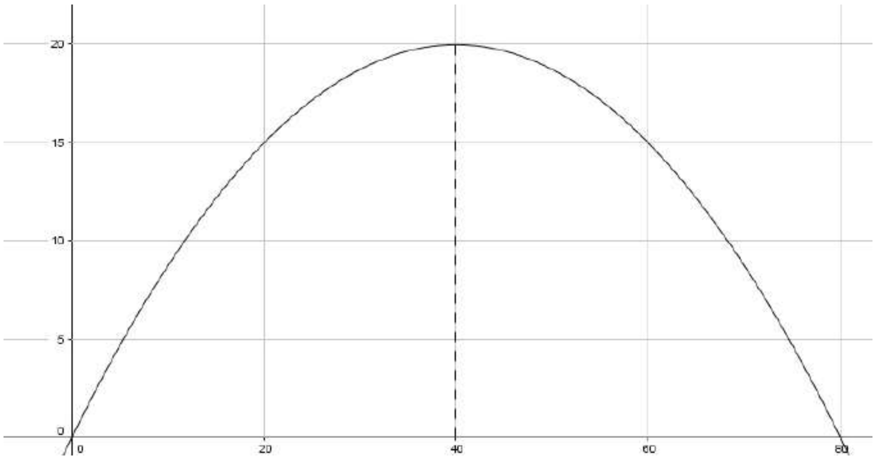
5.3. Donades aquestes funcions quadràtiques:

I. $y = x^2 - 6x + 5$ II. $y = -x^2 - 2x + 8$

a) Troba el vèrtex de cada funció.

b) Troba els seus punts de tall amb els eixos.

5.4. **La gràfica següent mostra la trajectòria del llançament d'una pilota per part d'un porter des del punt (0, 0) i l'altura que assoleix en cada moment fins que torna a tocar la gespa (tot en m).**



Respon a les preguntes següents

a) A quina distància del punt de llançament la pilota torna a tocar a terra?

b) Quina és l'altura màxima assolida per la pilota? A quina distància assoleix aquesta alçada?

c) A quina altura arriba la pilota quan es troba a 20 metres de distància en horitzontal del punt de llançament?

5.5. **En Jaume ha invertit 5.000 € a un 5 % d'interès compost i el banc li diu que la seva inversió seguirà la fórmula $y = 5.000 \cdot (1{,}05)^x$, on x representa el nombre d'anys que dura la inversió i y els diners que tindrà passat aquest temps.**

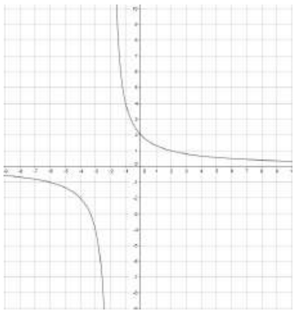
a) Quant diners tindrà al cap d'un any? I al cap de cinc anys?

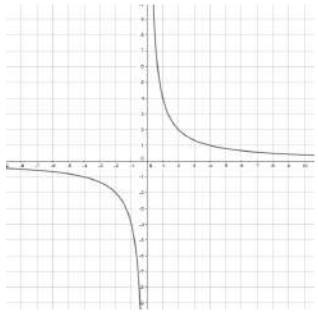
b) De quin tipus de funció es tracta?

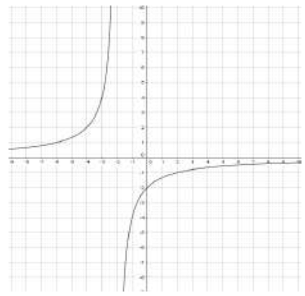
c) Si la inversió inicial hagués estat de 8.000, quina seria la fórmula de la inversió?

5.6. **Escriu el domini de les funcions següents, de quin tipus són i a quina gràfica corresponen en cada cas:**

a) $y = \frac{4}{x}$ b) $y = \frac{4}{x+2}$ c) $y = \frac{-4}{x+2}$

I.


II.


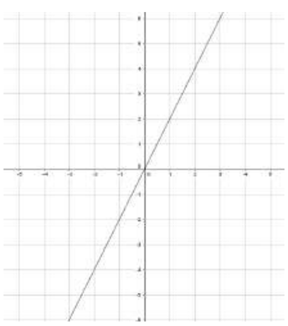
III.


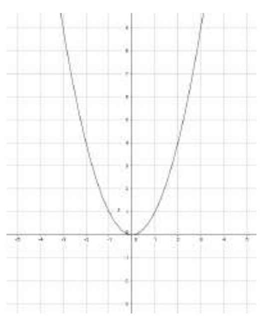
5.7. **La funció següent mostra l'altura respecte de la planta baixa d'un ascensor en 10 minuts de funcionament. Dibuixa'n la gràfica a una escala adequada.**

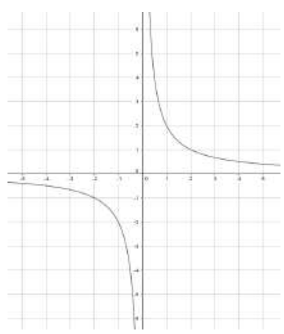
$$f(x) = \begin{cases} 10x, & 0 \leq x < 3 \\ 30, & 3 \leq x < 5 \\ -4x + 50, & 5 \leq x \leq 10 \end{cases}$$

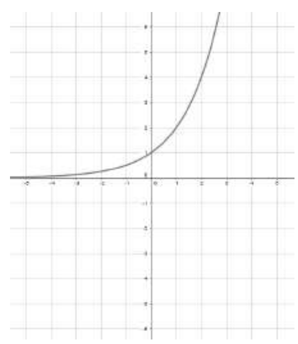
5.8. **Indica quin tipus de funció mostra cada gràfica i assigna-li l'equació que li correspongui:**

I. $y = x^2$ II. $y = \frac{2}{x}$ III. $y = 2^x$ IV. $y = 2x$

a)


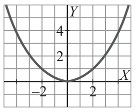
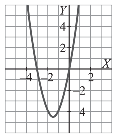
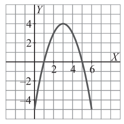
b)


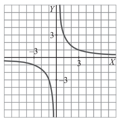
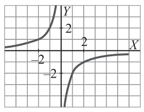
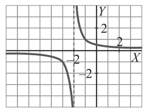
c)


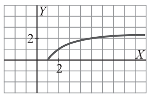
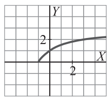
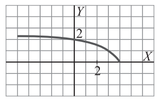
d)


Tema 5. Solucionari

PRACTICA

1 a)  b)  c) 

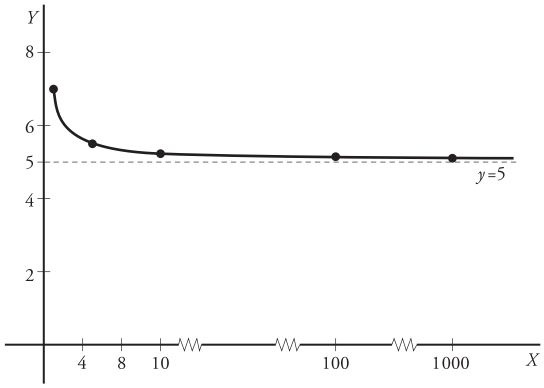
2 a)  b)  c) 

3 a)  b)  c) 

APLICA

1

x	1	5	10	100	…	1.000
y	7	5,4	5,2	5,02	…	5,002

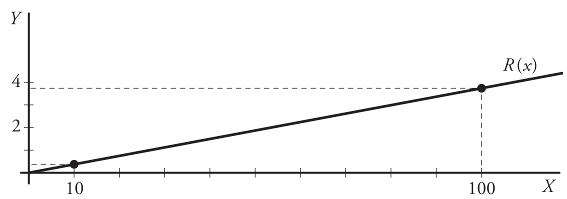


El preu s'estabilitza entorn dels 5 cèntims per còpia.

2 $\dfrac{15}{10.000} + \dfrac{50}{5.000} = \dfrac{115}{10.000} = 0{,}0115$ € $= 1{,}15$ cènt.

3 $R(x) = 3{,}85x + 2$

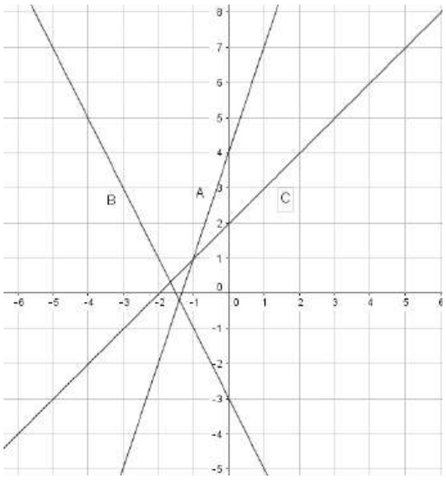
x	10	…	100	…	1.000
R (cènt.)	40,5	…	387	…	3.852
R (euros)	0,40	…	3,87	…	38,52



4 A partir de 7.792 còpies.

Tema 5. Opció A. Solucionari

5.1. *a)* $y = 3x + 4$ *b)* $y = -2x - 3$ *c)* $y = -x + 2$



5.2. *a)* $y = 20x + 300$

b)

Mòbils venuts (x)	20	50	100	150	200	300
Salari en € (y)	700	1.300	2.300	3.300	4.300	6.300

5.3. *a) I) (3, –4) I) (–1, 9)*

b) I) Talls eix x: (1, 0) i (5, 0). Tall eix y: (0, 5). II) Talls eix x: (–4, 0) i (2, 0). Tall eix y: (0, 8).

5.4. *a) 80 metres*

b) L'altura màxima és de 20 m, a 40 m de distància del punt de llançament.

c) 15 metres

5.5. *a) Al cap d'un any tindrà 5.250 € i al cap de cinc anys, 6.381,41 €.*

b) Es tracta d'una funció exponencial.

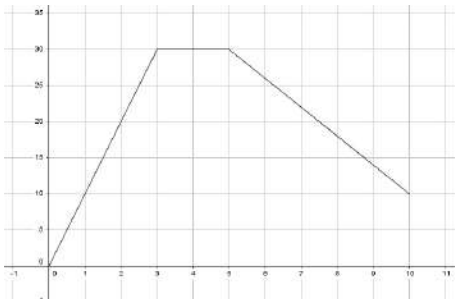
c) $y = 8.000 \cdot (1{,}05)^x$

5.6. *Totes són funcions inverses.*

a) Domini $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$ *i li correspon II.*

b) Domini $(-\infty, -2) \cup (-2, \infty)$ *i li correspon I.*

c) Domini $(-\infty, -2) \cup (-2, \infty)$ *i li correspon III.*

5.7. 

5.8. *a) funció lineal $y = 2x$* *b) funció quadràtica $y = x^2$*
c) funció inversa $y = \frac{2}{x}$ *d) funció exponencial $y = 2^x$*

Tema 5. Opció B. Solucionari

5.1. *a) $y = -3x - 3$* *b)* $y = -5x + 3$ *c) $y = -x - 2$*

5.2. *a)*

Mòbils venuts (x)	20	50	100	150	200	300
Salari en € (y)	500	800	1.500	2.250	3.000	4.500

b) $y = f(x) = \begin{cases} 10x + 300, & x \le 50 \\ 15x, & x > 50 \end{cases}$

5.3. *$3 - y = -x^2 + 8x - 6$; el seu vèrtex és (4, 10).*

5.4. *a) A 80 m del punt de llançament.*
b) Arriba a una altura de 20 m, a 40 m del punt de llançament.

5.5. *a) → III* *b) → I* *c) → IV* *d) → II*

5.6. *a)* $f(x) = \begin{cases} 20x, & 0 \le x < 3 \\ 60, & 3 \le x \le 5 \\ 4x + 40, & 5 \le x \le 15 \end{cases}$ *b) Arriba a una altura d'1 m.*

5.7. *a) (−1, −5) i (5, 7)* *b) (2, −3) i (6, 1)*

5.8. *a) En un any hi haurà 1.100 àligues; en cinc anys, unes 1.611.*
b) Aproximadament, 8 anys.

Nom:	Grup:
	Data:

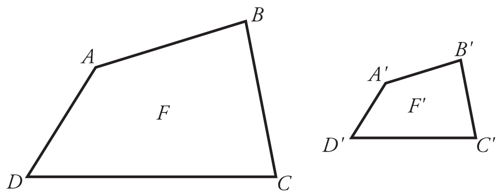
Tema 6. La semblança. Aplicacions

RECORDA EL QUE ÉS ESSENCIAL

FIGURES SEMBLANTS

Dues figures són **semblants** si els seus angles corresponents són ....
i les seves distàncies ....

Per exemple, si les figures F i F' són semblants, aleshores $\hat{A}$ = ... , $\hat{B}$ = ... , ... = ... , ... = ...

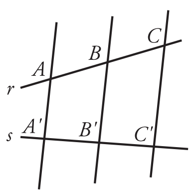


A més, si $\overline{AB} = 2 \cdot \overline{A'B'}$, aleshores

$\overline{BC}$ = ... $\overline{CD}$ = ... $\overline{DA}$ = ... $\overline{AC}$ = ...

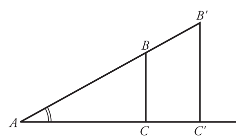
i la raó de semblança és ....

TEOREMA DE TALES



Dues rectes, r i s, tallades per segments paral·lels determinen segments .... És a dir:
.... = ... = ...

TRIANGLES EN POSICIÓ DE TALES

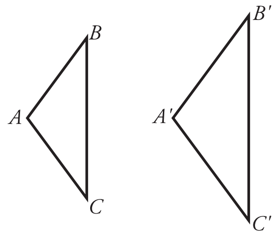


Els triangles ABC i $AB'C'$ estan en posició de Tales perquè tenen un angle .... i els costats oposats ....
Els triangles en posició de Tales són ....
i es verifica que .... = ... = ...

CRITERIS DE SEMBLANÇA DE TRIANGLES

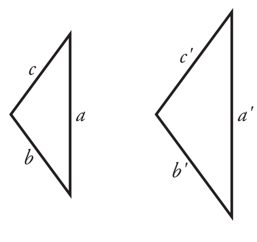
Dos triangles són semblants si compleixen alguna de les condicions següents:

- Tenen dos angles ....



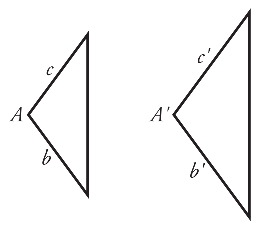
$\hat{A}$ = ... , $\hat{B}$ = ... , $\hat{C}$ = ...

- Els costats són ....



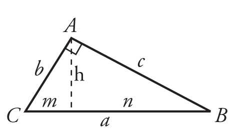
$\frac{a}{a'}$ = ... = ...

- Tenen un angle igual i els costats ....



$\hat{A}$ = ... ; $\frac{b}{b'}$ = ...

RELACIONS MÈTRIQUES EN EL TRIANGLE RECTANGLE



Teorema de Pitàgores: $a^2 = b^2 + c^2$

Teorema del catet: $c^2 = a \cdot n$; $b^2 = a \cdot m$

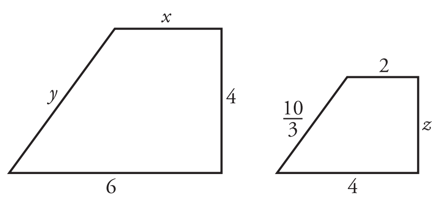
Teorema de l'altura: $h^2 = m \cdot n$

Nom:	Grup:
	Data:

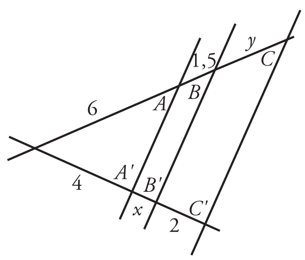
La semblança. Aplicacions

PRACTICA

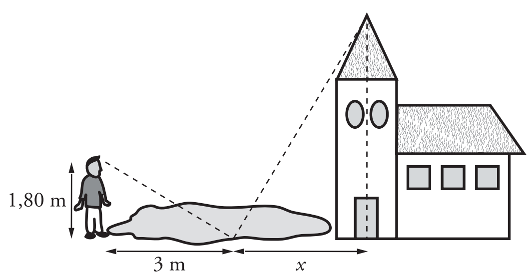
1 Calcula les dades que hi falten, sabent que aquests polígons són semblants:



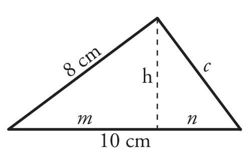
2 Aplica el teorema de Tales i calcula la longitud dels segments $\overline{A'B'}$ i $\overline{BC}$.



3 En Pol observa que la torre de l'ermita (30 m) es reflecteix distorsionada sobre l'aigua de l'estany que l'envolta. Situant-se a la vora oposada i prenent les mesures que s'indiquen, quina és l'amplada màxima de l'estany?



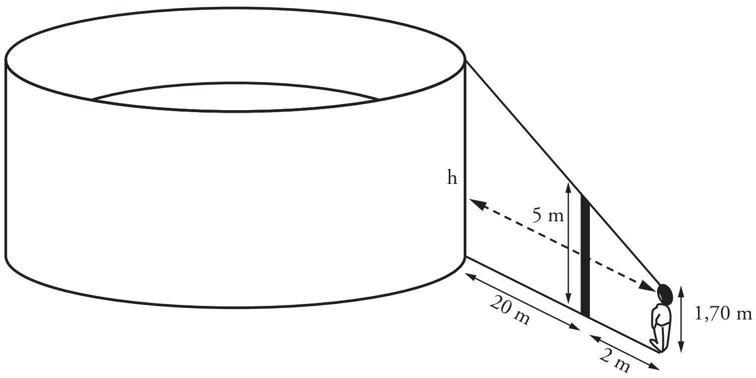
4 Calcula les mesures que falten en el triangle rectangle següent:



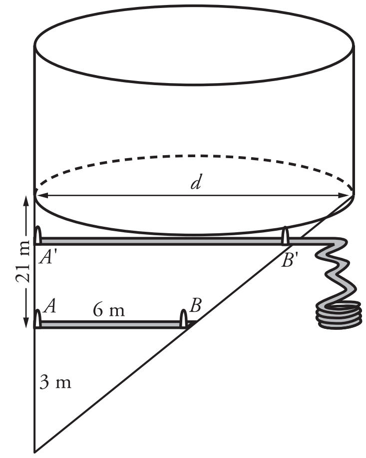
APLICA. EL CENTRE CÍVIC

En una localitat han decidit reformar un edifici singular, de planta circular, construït fa més de 50 anys i que ha estat en desús des de fa temps. Per això, l'interior està buit, solament hi ha la façana exterior. Ara volen enrajolar l'exterior amb rajoles esmaltades, i fer-hi altres reformes per convertir-lo en un centre cívic. La professora de matemàtiques us proposa a classe que seguiu els mateixos passos que han seguit els tècnics per realitzar la seva tasca.

1 En primer lloc, cal saber l'altura de l'edifici, però els plànols amb què es va construir s'han perdut i cal mesurar-ho tot de nou. Decideixen fer-ho ajudant-se de la semblança de triangles, tal com s'indica en el dibuix. La professora us informa que l'operari mesura 1,70 m. Quina és l'altura de l'edifici?



2 Ara necessitem conèixer el diàmetre de l'edifici. Per mesurar-lo, es fixa una tangent a la base de l'edifici, *A'B'* i, a continuació, una corda entre dues estaques, *AB,* paral·lela a la tangent, com pots veure en el dibuix. Quin és el valor del diàmetre?



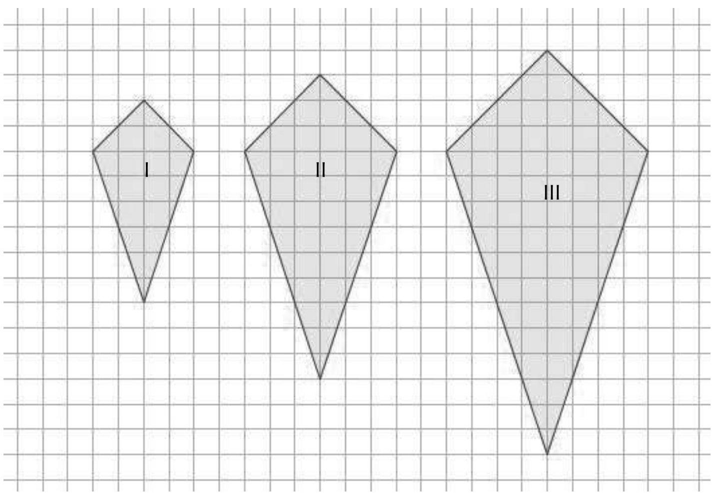
3 Amb les dades dels dos problemes anteriors, calcula quina és la superfície que han d'enrajolar els operaris.

BARCANOVA

AVALUACIÓ CURRICULAR • MATEMÀTIQUES 4t ESO	
Nom:	Grup:
Avaluació:	Data:
	QUALIFICACIÓ:

Tema 6. Opció A

6.1. Troba la raó de semblança de les figures II i III respecte de la figura I, tant de la longitud dels seus costats com de la seva àrea:

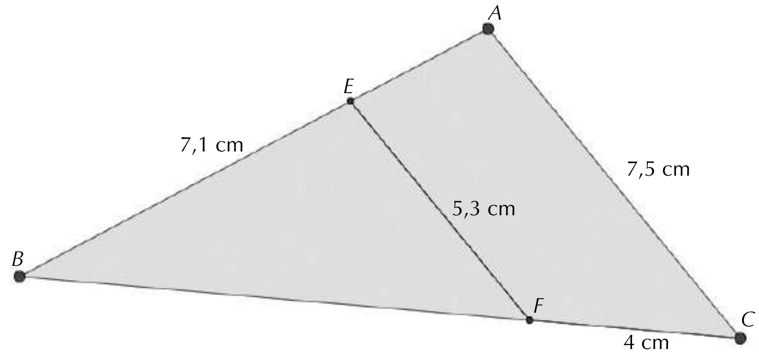


6.2. En una maqueta a escala 1:300, el parquet de la pista de bàsquet d'un palau d'esports ocupa un rectangle de 20 cm de llarg i 15 cm d'ample. Quina és l'àrea que ocupa aquesta zona en la realitat? (Expressa-la en m^2).

BARCANOVA

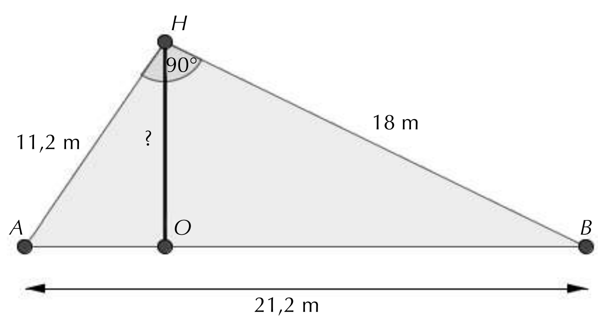
6.3. Observa els triangles *ABC* i *EBF* en aquesta figura i contesta:

a) Per què són semblants?

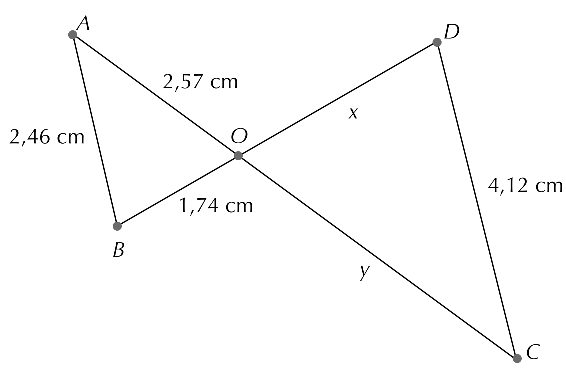


b) Troba les mides dels segments *EA* i *BF*.

6.4. Una antena, *OH*, està lligada a terra per dos cables d'acer, $\overline{AH} = 11{,}2\ m$ i $\overline{AB} = 18\ m$, que formen entre ells un angle de 90°. La distància *AB* que separa el punts de suport dels dos cables és de 21,2 m. Quina és l'altura de l'antena?



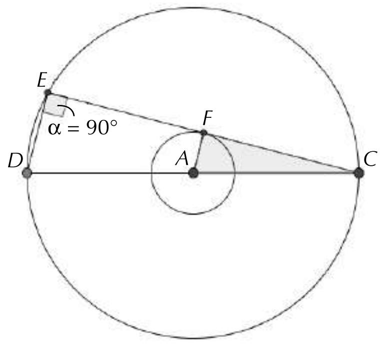
6.5. Sabent que en aquesta figura *AB* i *CD* són paral·lels, resol:



a) Quins triangles de la figura són semblants?

b) Troba les distàncies *x* i *y*.

6.6. **En la figura següent hi ha dues circumferències concèntriques, la més petita de 2 cm de radi i la més gran de 8 cm de radi; a més, els dos triangles són semblants.**

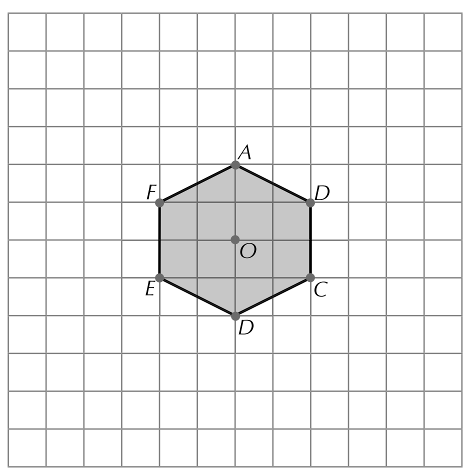


a) Quina és l'àrea del triangle ombrejat?

b) Quina és l'àrea del triangle *CDE*? (Aplica la raó de semblança de les àrees).

6.7. **Un edifici fa una ombra de 16,25 m de longitud. A la mateixa hora, l'arbre que hi ha al seu costat, que té una alçada de 4 m, fa una ombra de 2,5 m. Fes un esquema de la situació i troba l'altura de l'edifici.**

6.8. **Redibuixa aquesta figura aplicant-hi una raó d'homotècia 2 respecte del punt *O*:**



Tema 6. Solucionari

PRACTICA

1 $x = 3$, $y = 5$, $z = 2{,}67$

2 $x = 1$, $y = 3$

3 $x = 50$ m $\rightarrow$ L'amplada és de 53 m.

4 $C = \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6$

$c^2 = a \cdot n$; $36 = 10 \cdot n$; $n = 3{,}6$

$m = 6{,}4$ $\quad$ $h = \sqrt{6{,}4 \cdot 3{,}6} = 4{,}8$

APLICA

1 L'altura és de 38 m.

2 El diàmetre és de 48 m.

3 La superfície lateral és de 5.730,265 m^2.

Tema 6. Opció A. Solucionari

6.1. *II té raó de semblança de longitud = 1,5 i raó de semblança d'àrea = 2,25 respecte de I.*
III té raó de semblança de longitud = 2 i raó de semblança d'àrea = 4 respecte de I.

6.2. *2.700 m²*

6.3. *a) Com que EF és paral·lel a AC, els dos triangles tenen el mateixos angles; aplicant el criteri de semblança 1, són semblants.*
b) EA = 2,95 cm, BF = 9,64 cm

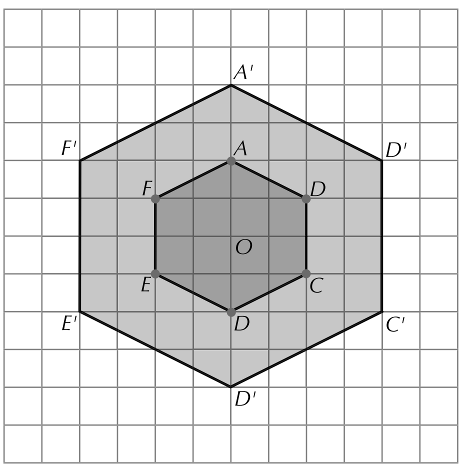
6.4. *L'antena fa 9,51 m d'altura.*

6.5. *a) ABO i CDO són semblants.* *b) x = 2,91 cm; y = 4,3 cm*

6.6. *a) 7,75 cm²* *b) 15,5 cm²*

6.7. *Resposta gràfica amb dos triangles semblants. L'edifici fa 18,57 m d'altura.*

6.8.



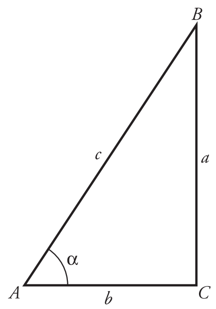
Nom:	Grup:
	Data:

Tema 7. Trigonometria

RECORDA EL QUE ÉS ESSENCIAL

TRIGONOMETRIA

RAONS TRIGONOMÈTRIQUES D'UN ANGLE AGUT



sin α = ...

cos α = ...

tg α = ...

RELACIONS FONAMENTALS

Són: I) ....

II) ....

Serveixen per obtenir ....

....

....

....

RAONS TRIGONOMÈTRIQUES D'ALGUNS ANGLES

	30°	45°	60°
sin α			
cos α			
tg α			

RESOLUCIÓ DE TRIANGLES

Resoldre un triangle és trobar ....

....

- Triangles rectangles: per resoldre'ls s'utilitza ....
- Triangles obliquangles: per resoldre'ls cal traçar ....

  ....

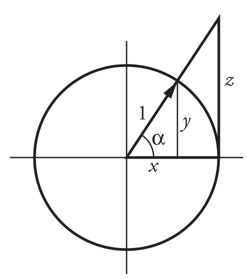
  ....

RAONS TRIGONOMÈTRIQUES D'ANGLES ENTRE 0° I 360°

Representació d'angles

- S'utilitza una circumferència de radi .... i centre en .... que s'anomena ....
- Per representar un angle en la circumferència es procedeix així:
  - El vèrtex en ....
  - Un dels costats sobre ....
  - Per situar l'altre costat es mesura l'angle en sentit ....

    ....



Sinus, cosinus i tangent

Si 0° ≤ α ≤ 360°:

sin α = ... *cos* α = ... *tg* α = ...

Els angles que no tenen tangent són els de ....

BARCANOVA

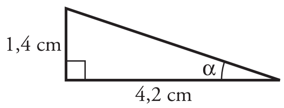
Nom:	Grup:
	Data:

Trigonometria

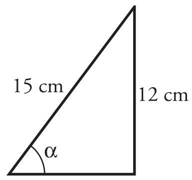
PRACTICA

1 Troba les raons trigonomètriques de l'angle α en cada cas:

a)



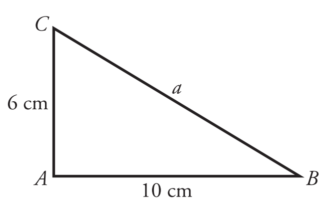
b)



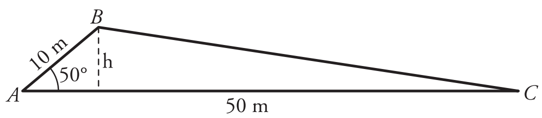
2 Si $sin\ \alpha = \frac{2}{5}$, calcula $cos\ \alpha$ i $tg\ \alpha$ utilitzant les relacions fonamentals $(0 < \alpha < 90°)$.

3 Sabent que $tg\ \alpha = 2$, calcula, en forma de radical, el valor de $sin\ \alpha$ i $cos\ \alpha$ $(\alpha < 90°)$.

4 Resol (troba els costats i angles desconeguts) el triangle següent:

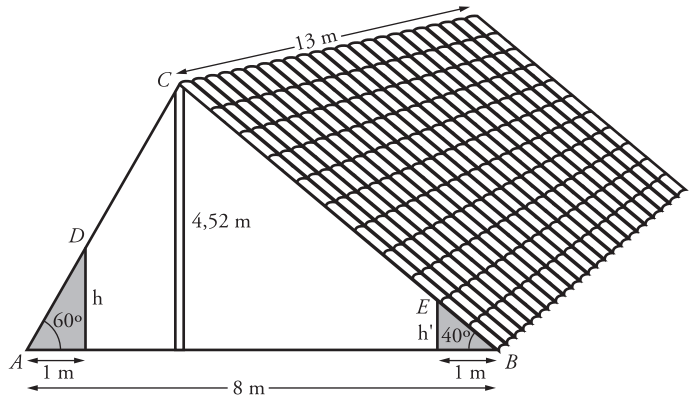


5 Calcula l'àrea d'aquest triangle (calcula'n primer l'altura sobre la base).



APLICA. LES GOLFES

Uns oncles teus, en Dídac i la Carme, volen construir unes golfes sobre casa seva al poble i et demanen ajuda per fer els càlculs. Observa el plànol que et donen i a veure si pots contestar les seves preguntes.



1 «A quina distància de *A* i de *B* caldrà posar la biga de màxima altura?», et pregunta la Carme. Què li respons?

2 «Escolta, m'aniria bé que em diguessis quina serà l'altura de les portes dels armaris, h i h', per comprar la fusta». Troba la dada que et demana l'oncle.

3 Un cop fets els armaris, els teus oncles volen folrar de fusta tota la superfície del sostre i et pregunten quina és aquesta superfície. (Són rectangles de longitud 13 m i amplada $\overline{DC}$ i $\overline{CE}$, respectivament).

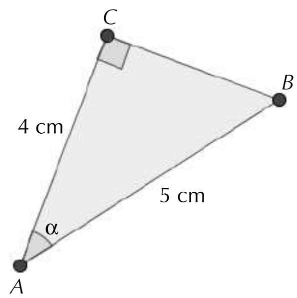
4 A més, volen posar radiadors per escalfar les golfes. Et diuen que cada un ha d'escalfar uns 30 m^3. Quants radiadors necessitaran per a totes les golfes? (Has de calcular el volum útil de les golfes, és a dir, descomptant-hi el volum dels armaris).

AVALUACIÓ CURRICULAR • MATEMÀTIQUES 4t ESO	
Nom:	Grup:
Avaluació:	Data:
	QUALIFICACIÓ:

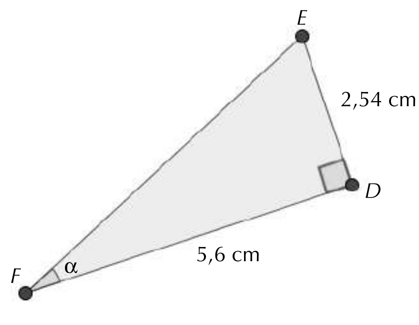
Tema 7. Opció A

7.1. Troba les raons trigonomètriques de l'angle α dels triangles següents. Dóna els resultats amb quatre decimals.

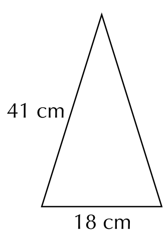
a)



b)



7.2. Troba els angles d'un triangle isòsceles que té dos costats de 41 cm i l'altre de 18 cm. Fes servir la calculadora i expressa el resultat en graus, minuts i segons.



7.3. **Troba, en cada cas, les altres dues raons trigonomètriques. Dóna el resultat amb 4 decimals.**

a) sin $\alpha = 0{,}35$

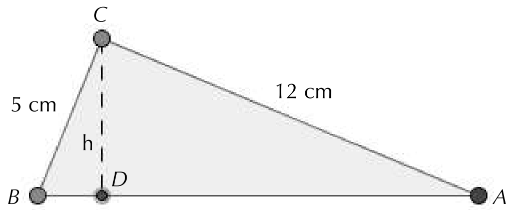
b) cos $\alpha = 0{,}88$

c) tg $\alpha = 2$

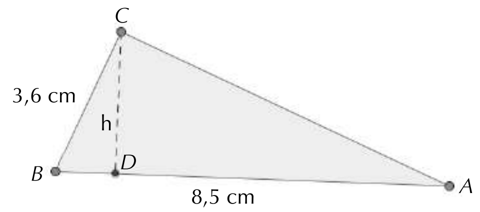
d) sin $\alpha = 0{,}6$

7.4. **Calcula l'angle $\hat{B}$ d'aquests triangles rectangles:**

a)



b)

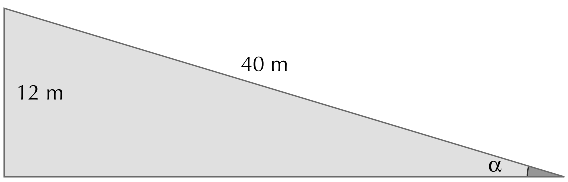


7.5. **Aplicant el teorema de Pitàgores, troba el costat que falta en els triangles de l'activitat anterior. Tingues en compte que el triangle *BCD* també és rectangle i troba h.**

7.6. **Els braços d'un compàs mesuren 13 cm i estan separats formant un angle de 30°. Fes-ne un esquema i digues quin és el radi de la circumferència que dibuixarà.**

7.7. **La Judit se separa 40 m de la base de l'església del seu poble i veu el seu punt més alt sota un angle de 50°. Fes un esquema de la situació i digues quina és l'altura de l'església.**

7.8. **Des d'un edifici, a una altura de 12 m, es llança un cable metàl·lic de 40 m que es tensarà i s'enganxarà a terra, lluny de l'edifici.**



a) Quin és l'angle α que forma el cable amb el terra?

b) A quina distància de la base de l'edifici s'ha enganxat el cable?

Tema 7. Solucionari

PRACTICA

1 a) $tg\ \alpha = 0{,}33$ $\quad cos\ \alpha = 0{,}95$

$sin\ \alpha = 0{,}32$

b) $sin\ \alpha = 0{,}8$ $\quad cos\ \alpha = 0{,}6$

$tg\ \alpha = 1{,}3$

2 $cos\ \alpha = \sqrt{1 - \frac{4}{25}} = 0{,}92 \qquad tg\ \alpha = 0{,}43$

3 $1 + tg^2\ \alpha = \frac{1}{cos^2\ \alpha}\ ;\ cos\ \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + 2^2}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

$sin\ \alpha = \sqrt{1 - \frac{5}{25}} = \sqrt{\frac{20}{25}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

4 $a = 11{,}66$

$\hat{B} = 30°\ 57'\ 50'' \qquad \hat{C} = 59°\ 2'\ 10''$

5 $h = 7{,}66 \rightarrow A = 191{,}5\ m^2$

APLICA

1 A 2,61 m de *A* i a 5,39 m de *B*.

2 h = 1,73 m

h' = 0,84 m

3 La part esquerra del sostre és un rectangle de 13 m d'ample i 3,22 m d'alt. La seva superfície és de 41,86 m^2.

La part dreta té 13 m d'ample i 5,74 m d'alt. La seva superfície és de 74,62 m^2.

4 L'altura de la biga més alta és de 4,52 m.

El volum de les golfes és de 235,04 m^3.

El volum dels armaris és 11,245 m^3 i 5,46 m^3, respectivament.

Per tant, el volum que s'ha d'escalfar és de 218,335 m^3.

Així, calen 218,335 : 30 = 7,28 ≈ 8 radiadors.

Tema 7. Opció A. Solucionari

7.1. a) $\sin \alpha = \frac{3}{5} = 0,6$ $\cos \alpha = \frac{4}{5} = 0,8$ $tg\ \alpha = \frac{3}{4} = 0,75$

b) $\sin \alpha = \frac{2,54}{6,15} = 0,413$ $\cos \alpha = \frac{5,6}{6,15} = 0,9106$ $tg\ \alpha = \frac{2,54}{5,6} = 0,4536$

7.2. Angles iguals : $77°19'11''$; angle desigual: $25°21'39''$

7.3. a) $\cos \alpha = 0,9367$ $tg\ \alpha = 0,3736$ b) $\sin \alpha = 0,475$ $tg\ \alpha = 0,5397$
c) $\sin \alpha = 0,8944$ $\cos \alpha = 0,4472$ d) $\cos \alpha = 0,8$ $tg\ \alpha = 0,75$

7.4. a) 67,4° b) 64,94° ≈ 65°

7.5. a) 13 cm; h = 4,62 cm b) 7,7 cm; h = 3,26 cm

7.6. Dibuixarà una circumferència de 6,73 cm de radi.

7.7. L'església fa 47,67 m d'altura.

7.8. a) 17,46° b) 38,15 m

Tema 7. Opció B. Solucionari

7.1. a) BC = 3 cm $\alpha = 36°52'12''$ $\beta = 53°7'48''$
b) AB = 6,15 cm $\alpha = 24°23'38''$ $\beta = 65°36'22''$

7.2. Els cables fan 38,89 m i 32,64 m.

7.3. a) $\cos \alpha = -0,9367$ $tg\ \alpha = -0,3736$
b) $\sin \alpha = -0,475$ $tg\ \alpha = 0,5397$
c) $\sin \alpha = -0,8944$ $\cos \alpha = 0,4472$

7.4. 5,71°

7.5. Altura: 23,9 cm; AB = 28,21 cm

Nom:	Grup:
	Data:

Tema 11. Combinatòria

RECORDA EL QUE ÉS ESSENCIAL

COMBINATÒRIA

VARIACIONS AMB REPETICIÓ

Són les agrupacions ordenades de *n* elements que es poden formar a partir de *m* elements diferents. Es poden repetir i hi influeix l'ordre.

El nombre de variacions amb repetició de m elements presos de *n* en *n* és:

$VR_{m,\,n}$ = ...

EXEMPLE: Quants resultats poden sortir en llançar una moneda dues vegades? $VR_{2,\,2}$ = ...

I en llançar-la tres vegades? ....

VARIACIONS ORDINÀRIES

Són les agrupacions ordenades de *n* elements no repetits que es poden formar a partir de *m* elements diferents.

El nombre de variacions amb repetició de *m* elements presos de *n* en *n* és:

$V_{m,\,n}$ = ...

EXEMPLE: De quantes maneres 6 atletes poden quedar primer, segon i tercer en una cursa?

....

PERMUTACIONS

Són les diferents maneres en què es poden ordenar els *m* elements d'un conjunt.

El nombre de permutacions de *m* elements és:

P_m = ...

EXEMPLE: De quantes maneres puc col·locar tres llibres en una prestatgeria, d'esquerra a dreta?

....

COMBINACIONS

Són els diversos subconjunts de *n* elements que es poden obtenir amb un conjunt de *m* elements. No hi influeix l'ordre. No es poden repetir.

El nombre de combinacions de m elements presos de *n* en *n* és:

$C_{m,\,n}$ = ...

EXEMPLE: Quants grups de tres puc escollir d'un grup de cinc alumnes?

....

Nom:	Grup:
	Data:

Combinatòria

PRACTICA

1 Quatre equips de futbol sala A, B, C i D s'enfronten entre si, tots contra tots, en un torneig. De quantes maneres diferents poden quedar al final el 1r i el 2n? Utilitza un diagrama d'arbre.

2 En una lliga de 10 equips d'handbol, de quantes maneres poden quedar classificats els tres primers? En quantes *A* és campió?

3 Llanço un tetraedre (4 cares) numerat. Quants resultats poden sortir? I si el llanço dues vegades? I si el llanço tres vegades?

4 Amb dos colors: *A* (blau) i *V* (vermell), quantes banderes de dues franges verticals pots formar? I amb tres colors per a tres franges?

5 Volem que tres pobles *A, B* i *C* tinguin línia de fibra òptica que els comuniqui tots entre tots. Quantes línies hi hem d'instal·lar? I si fossin quatre pobles? I si fossin deu pobles?

APLICA. FABRICACIÓ DE IOGURTS

En una fàbrica de iogurts tenen el sistema següent per codificar els diversos productes que elaboren. Hi ha tres sabors: natural (N), maduixa (M) i plàtan (P). Per cada sabor produeixen dos tipus de iogurts: sencer (codi 0) i desnatat (codi 1). De cada tipus en fabriquen dues modalitats: amb cereals (codi 0) i sense cereals (codi 1). Alhora, pretenen utilitzar dos tipus d'envasos: d'un quart de litre (codi 0) i d'un litre (codi 1).

1 Hem trobar unes etiquetes que posen «P101». A quin producte pertanyen?

2 El departament de compres vol saber quantes etiquetes diferents han d'elaborar per a tots els productes. Pots dir-li-ho?

3 Han decidit fabricar uns altres dos sabors: kiwi i préssec. Quants tipus de productes llançarà ara l'empresa al mercat?

4 En el laboratori han observat que els iogurts obtinguts en barrejar dos sabors entre els cinc elaborats donen un resultat excel·lent. Quantes barreges poden obtenir?

BARCANOVA

AVALUACIÓ CURRICULAR • MATEMÀTIQUES 4t ESO	
Nom:	Grup:
Avaluació:	Data:
	QUALIFICACIÓ:

Tema 11. Opció A

11.1. **En la carta d'un restaurant xinès hi ha 12 plats diferents, dels quals els clients poden escollir 4. Quants menús podrà fer un client si no repeteix cap plat?**

11.2. **En una botiga de motos volen exposar, d'esquerra a dreta, els 6 models diferents que venen. De quantes maneres diferents podran exposar-los?**

11.3. **El cap d'estudis d'un institut ha de col·locar en cada una de les 6 hores del dilluns una de les 8 matèries que s'imparteixen a 4t d'ESO. Quants horaris podrà fer si en un mateix dia no es poden repetir matèries? (Observa que l'ordre és important, perquè, per exemple, no és el mateix fer matemàtiques a primera hora que a última).**

BARCANOVA

11.4. En els jocs florals d'un institut es lliuraran el premi de prosa i el premi de poesia entre els 12 alumnes finalistes.

a) De quantes maneres es poden repartir aquest premis si un alumne no pot rebre'ls tots dos alhora?

b) I si un mateix alumne sí els pogués rebre tots dos alhora?

11.5. El tutor d'un grup de 4t d'ESO vol repartir les notes finals en sobres, però ha tancat sis sobres sense posar-hi els noms a fora. Quantes possibilitats hi ha si reparteix a l'atzar els sobres als sis alumnes?

11.6. Un atleta és patrocinat per una marca esportiva que li deixa escollir samarretes d'entrenament d'entre sis models de colors diferents. Si l'atleta no vol repetir-ne cap, quantes possibilitats té d'escollir tres models de colors diferents?

11.7. Quants nombres de 3 xifres es poden formar amb els nombres 1, 3, 5, 7 i 9...

a) ... Si no es poden repetir els dígits?

b) ... Si es poden repetir els dígits?

11.8. En la festa d'aniversari de la Clara hi ha 10 regals diferents dels quals tan sols en podrà escollir 6. Quantes possibilitats té la Clara a l'hora d'escollir aquests regals?

Tema 11. Solucionari

PRACTICA

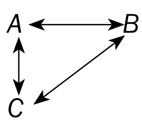
1 De 12 maneres ($V_{4,\,2}$).

2 $V_{10,\,3} = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$. Fixant A en el 1r, resten 9 equips per quedar 2n i 3r, i això ocorrerà de $V_{9,\,2} = 9 \cdot 8 = 72$ maneres.

3 1 vegada $\rightarrow$ 4 resultats
2 vegades $\rightarrow 4^2 = 16$
3 vegades $\rightarrow 4^3 = 64$

4 AR, RA $\rightarrow$ 2 banderes
ABC, ACB, BAC, BCA...: $P_3 = 3! = 6$

5



$\left.\begin{array}{l} AB \\ AC \end{array}\middle| BC \right\} C_{3,\,2} = 3$

Per a 4 pobles: $C_{4,\,2} = \dfrac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} = 6$ línies

Per a 10 pobles: $C_{10,\,2} = \dfrac{10 \cdot 9}{2} = 45$ línies

APLICA

1 És un iogurt de plàtan, desnatat, amb cereals i d'un litre.

2 Per a cada sabor, el total d'etiquetes és $VR_{2,\,3} = 2^3 = 8$.

Com que hi ha 3 sabors, hi haurà, en total, $8 \cdot 3 = 24$ etiquetes.

3 Ara tenim 5 sabors. Hi haurà, en total, $5 \cdot 2^3 = 40$ tipus de productes diferents.

4 En barrejar dos sabors, tenim:
$C_{5,\,2} = 10$ barreges.

Tema 11. Opció A. Solucionari

11.1. *Es poden fer* $C_{12,4} = 495$ *menús.*

11.2. *De* $P_6 = 6! = 720$ *maneres.*

11.3. *Hi ha 20.160 possibilitats.*

11.4. *a) 132 possibilitats   b) 144 possibilitats*

11.5. $P_6 = 720$ *possibilitats*

11.6. $C_{6,3} = 20$ *possibilitats*

11.7. *a)* $V_5^3 = 60$ *nombres   b)* $VR_5^3 = 125$ *nombres*

11.8. *La Clara té* $C_{10,6} = 210$ *possibilitats en escollir els regals.*

Tema 11. Opció B. Solucionari

11.1. *45 partits*

11.2. $P_7 = 7! = 5.040$ *possibilitats*

11.3. *Hi ha* $V_{54}^5 = 365.445.600$ *maneres*

11.4. *a)* $C_{10,6} = \binom{10}{6} = 210$ *possibilitats   b)* $V_{10}^6 =$ *151.200 possibilitats*

c) $VR_{10}^6 = 10^6 = 1.000.000$ *possibilitats*

11.5. $C_{3,1} \cdot C_{7,2} \cdot C_{5,2} = 3 \cdot 21 \cdot 10 = 420$ *equips*

11.6. *a) Pot fer* $C_{12,4} = 495$ *menús   b) Pot fer* $C_{12,4} + 12 \cdot C_{11,2} = 495 + 660 = 1.155$ *menús*

11.7. *Fins al 2-2 poden haver* $VR_3^2 = 3^2 = 9$ *resultats possibles, més el 3-2 final: hi ha 10 possibles resultats intermedis.*

11.8. *a)* $P_5 = 5! = 120$ *nombres   b)* $3 \cdot P_4 = 72$ *senars i* $2 \cdot P_4 = 48$ *parells*

BARCANOVA

Nom:	Grup:
	Data:

Tema 12. Càlcul de probabilitats

RECORDA EL QUE ÉS ESSENCIAL

CÀLCUL DE PROBABILITATS

PROPIETAT FONAMENTAL DE L'ATZAR. LLEI DELS GRANS NOMBRES

- Repetim un experiment un nombre N de vegades, tan gran com vulguem. Anotem el nombre de vegades que surt un esdeveniment S determinat. Aquest nombre l'anomenem freqüència absoluta $f(s)$ de S.
- A mesura que N creix, el quocient $\frac{f(s)}{N}$ (freqüència relativa de S) s'estabilitza entorn d'un valor.
- **Conseqüències:** en fer una experiència aleatòria amb un instrument irregular, estimem la *probabilitat* d'un esdeveniment S assignant-li el valor $p = \frac{f(s)}{N}$ (p és una mesura de la presència de l'esdeveniment en l'experiment).

LLEI DE LAPLACE

- Si realitzem una experiència aleatòria amb un instrument regular (dau no trucat, moneda, etc.), la probabilitat d'un esdeveniment S és el quocient $p = \frac{\text{nombre de casos favorables a } S}{\text{nombre de casos possibles}}$

EXEMPLE: Probabilitat de treure nombre primer en llançar un dau: $S = \{2, 3, 5\}$

$p =$ ....

EXPERIÈNCIES COMPOSTES

El càlcul de probabilitats en una experiència composta se simplifica si es descompon en experiències simples. Aquestes poden ser independents o dependents.

Experiències independents. Dues experiències són **independents** quan..

....

En aquest cas, $P[S_1$ en la 1a i S_2 en la 2a$]$ = ...

....

Experiències dependents. Dues experiències són **dependents** quan ....

....

En aquest cas, $P[S_1$ en la 1a i S_2 en la 2a$]$ = ...

EXEMPLES:

- Les experiències «llançar un dau» i «llançar una moneda» són ....

  Per tant, P[3 en el dau i CARA en la moneda] = ...

- Si tenim una bossa amb 3 boles blanques i 2 de negres i realitzem dues extraccions, les experiències «color de la 1a bola» i «color de la 2a bola» són ....

  Per tant, P[blanca la 1a i blanca la 2a] = ...

Nom:	Grup:
	Data:

Càlcul de probabilitats

PRACTICA

1 Si llances una moneda 3 vegades:

a) Quants resultats possibles obtens?

b) Quina probabilitat tens de treure només dues cares?

c) I de no treure més d'una creu?

2 Extraiem una carta d'una baralla de 40. Calcula:

a) Probabilitat que sigui AS.

b) Probabilitat que sigui AS o FIGURA.

c) Probabilitat de treure AS o COPES.

3 D'una urna amb 5 boles vermelles, 3 de negres i 2 de blanques extraiem una bola, la tornem a l'urna i després fem una 2a extracció.

a) Quina probabilitat hi ha que no surti blanca en les dues?

b) I si després de la 1a extracció no tornem la bola?

4 En un joc, el jugador guanya si, en llançar una moneda 3 vegades i extreure una carta d'una baralla, el resultat és: «No treure més d'una creu» i «No sortir espases». En cas contrari, perd. Quina probabilitat té el jugador de guanyar?

APLICA. FESTES DEL BARRI

Durant les festes del barri, vas amb les teves amigues i amics a la fira. Allà us pareu davant una caseta on el firaire us proposa l'aposta següent:

«Aposta i guanya! Llançaré una moneda quatre vegades i després trauré una carta de la baralla.

— Si surt cara 2 o 3 vegades i la carta és de bastos o espases, m'emporto la teva aposta.

— Si surt cara 0, 1 o 4 vegades i la carta és d'oros o copes, aleshores et donaré un 50 % més del que has apostat.

— Si surt un altre resultat, continuem jugant!».

El joc sembla molt beneficiós per a l'apostador, però hi ha alguna cosa que us preocupa i decidiu fer uns quants càlculs.

1 En primer lloc, us pregunteu quina serà la probabilitat de treure cara 0, 1 o 4 vegades.

2 Després, voleu calcular la probabilitat de treure cara 2 o 3 vegades.

3 Passeu a les cartes. Us poseu a calcular la probabilitat de treure oros o copes en extreure una carta de la baralla.

4 Quina probabilitat teniu de guanyar l'aposta? I de perdre-la? I de continuar jugant sense guanyar ni perdre?

5 Què s'espera que ocorri si l'apostador posa x euros en el platet? Us adoneu que heu d'analitzar la funció de guany o pèrdua $E(x) = 1{,}5\,x\,p - x\,q$, on p és la probabilitat de guanyar i q és la probabilitat de perdre.

6 Quin serà el resultat més probable si aposteu 100 euros entre tots? I si hi poguéssiu jugar 1.000 euros?

AVALUACIÓ CURRICULAR • MATEMÀTIQUES 4t ESO	
Nom:	Grup:
Avaluació:	Data:
	QUALIFICACIÓ:

Tema 12. Opció A

12.1. En una bossa hi ha boles numerades de l'1 al 20.

a) Quin és l'espai mostral d'esdeveniments elementals?

b) S'extreu una bola a l'atzar. Escriu els esdeveniments A = {la bola és un nombre parell} i B = {la bola és un nombre primer}.

c) Escriu els esdeveniments $A \cup B$, $A \cap B$, A', B', $A \cap B'$ i $A' \cap B'$.

12.2. S'extreu una carta a l'atzar d'una baralla espanyola que té 48 cartes en quatre colls. Calcula les probabilitats dels esdeveniments següents:

a) Que sigui una carta d'espases.

b) Que sigui una figura de copes o de bastons.

c) Que sigui parell.

BARCANOVA

12.3. En una urna hi ha 3 boles vermelles (Vm), 4 verdes (Vd), 2 blaves (Bl) i 3 negres (Ne). Calcula les probabilitats dels esdeveniments següents:

a) Extreure dues boles negres, tenint en compte que després d'extreure la primera bola aquesta no es retorna a l'urna.

b) Extreure dues boles negres, tenint en compte que després d'extreure la primera bola aquesta es retorna a l'urna abans de fer la segona extracció.

c) Extreure una bola vermella i una verda, independentment de l'ordre en que es treguin, tenint en compte que després d'extreure la primera bola aquesta es retorna a l'urna abans de fer la segona extracció.

12.4. Aquesta taula mostra els resultats d'un estudi en el qual es preguntava a 600 usuaris de dues xarxes socials quina feien servir amb més assiduïtat:

	Facebook (F)	Twitter (T)
Home (H)	180	210
Dona (D)	120	90

Escollint una persona a l'atzar, calcula les probabilitats següents:
a) $P(\text{H})$, $P(\text{D})$, $P(\text{F})$ i $P(\text{T})$.

b) La probabilitat que un home tingui com a xarxa preferida Facebook.

c) Sabent que la persona escollida és dona, la probabilitat que la seva xarxa preferida sigui Twitter.

d) Sabent que la xarxa preferida és Facebook, la probabilitat que sigui un home.

12.5. **Es llancen 2 daus i es vol calcular la probabilitat que surti almenys un 6 entre els dos. Per saber els resultats possibles, observa que ho pots fer amb combinatòria: pensa que les 6 possibles puntuacions del primer dau es poden repetir en l'altre dau i que importa l'ordre de llançament dels daus.**

12.6. **La taula següent mostra el nombre d'alumnes dels diferents grups de 4t que porten ulleres o lents de contacte. Calcula les probabilitats següents.**

	4t A	4t B	4t C
Porten ulleres o lents	10	6	12
No en porten	14	14	12

a) Que s'esculli a l'atzar un alumne amb ulleres.

b) Que, sabent que s'ha escollit a l'atzar un alumne que no porta ulleres, aquest sigui de 4t A.

c) Que, sabent que s'ha escollit a l'atzar un alumne de 4t C, aquest porti ulleres.

12.7. a) Quina és la probabilitat que llançant dues monedes presentin resultats diferents?

b) Si llances un dau i una moneda, quina és la probabilitat de treure una cara a la moneda i un nombre parell al dau?

Tema 12. Solucionari

PRACTICA

1 a) $2^3 = 8$ resultats

b) {CC+, C+C, +CC} $\rightarrow p = \frac{3}{8}$

c) {CCC, CC+, C+C, +CC} $\rightarrow p = \frac{4}{8}$

2 a) $p = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}$

b) $p = \frac{4}{40} + \frac{12}{40} = \frac{16}{40}$

c) $P[A \text{ o } C] = P[A] + P[C] - P[\text{as de copes}] =$

$= \frac{4}{40} + \frac{10}{40} - \frac{1}{40} = \frac{13}{40}$

3 a) $P[\bar{B} \text{ i } \bar{B}] = \frac{8}{10} \cdot \frac{8}{10} = \frac{64}{100}$

b) $P[\bar{B}_1 \text{ i } \bar{B}_2] = \frac{8}{10} \cdot \frac{7}{9} = \frac{56}{90}$

4 $P[\text{No treure més d'una creu}] = \frac{4}{8}$

$P[\text{No espases}] = \frac{30}{40} = \frac{3}{4}$

$P[\text{Guanyar}] = \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$

APLICA

1 $P[0,\ 1 \text{ o } 4] = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

2 $P[2 \text{ o } 3] = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$

3 $P[\text{Oros o copes}] = \frac{1}{2}$

4 $P[\text{Guanyar}] = \frac{6}{32} = \frac{3}{16}$

$P[\text{Perdre}] = \frac{10}{32} = \frac{5}{16}$

$P[\text{Continuar jugant}] = \frac{16}{32} = \frac{1}{2}$

5 S'espera que el resultat sigui:

$E(x) = 1{,}5x \cdot \frac{6}{32} - \frac{10x}{32} = \frac{-x}{32}$

L'apostador perdrà 1/32 del que aposti.

6 $E(100) = -3{,}13$ €

$E(1\,000) = -31{,}25$ €

Tema 12. Opció A. Solucionari

12.1. a) $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$

b) $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$, $B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$

c) $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19, 20\}$

$A \cap B = \{2\}$

$A' = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$

$B' = \{1, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20\}$

$A \cap B' = \{4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$

$A' \cap B' = \{1, 9, 15\}$

12.2. a) $P(\text{espasa}) = 0{,}25$

b) $P(\text{figura de copes o bastons}) = \dfrac{6}{48} = 0{,}125$

c) $P(\text{parell}) = 0{,}5$

12.3. a) $P(2\ negres) = \dfrac{3}{12} \cdot \dfrac{2}{11} = \dfrac{6}{132} = 0{,}045$

b) $P(2\ negres) = \dfrac{3}{12} \cdot \dfrac{3}{12} = \dfrac{9}{144} = 0{,}0625$

c) $P(Vermella\ i\ verda) = \dfrac{3}{12} \cdot \dfrac{4}{12} + \dfrac{4}{12} \cdot \dfrac{3}{12} = \dfrac{24}{144} = 0{,}167$

12.4. a) $P(H) = 0{,}65$ $\quad P(D) = 0{,}35$ $\quad P(F) = 0{,}5$ $\quad P(T) = 0{,}5$

b) $P(H \cap F) = 0{,}3$

c) $P(T|D) = 0{,}4286$

d) $P(H|F) = 0{,}6$

12.5. $P(\text{almenys un } 6) = \dfrac{6+5}{VR_6^2} = \dfrac{11}{36} = 0{,}305$

12.6. a) $P(\text{ulleres}) = \dfrac{28}{68} = 0{,}412$

b) $P(\text{4t A} \mid \text{no ulleres}) = \dfrac{14}{40} = 0{,}35$

c) $P(\text{ulleres} \mid \text{4t C}) = \dfrac{12}{24} = 0{,}5$

12.7. a) $P(CX \cup XC) = \dfrac{2}{4} = 0{,}5$

b) $P(C \cap \text{parell}) = \dfrac{3}{12} = 0{,}25$