

## TASQUES ACADÈMIQUES DURANT EL PERIODE DE CONFINAMENT

<b>MATÈRIA:</b>	Matemàtiques	<b>CURS</b>	4rt
<b>PROFESSOR/A</b>	Joan Antoni Belana		
<b>Data entrega:</b>	10-06-20	<b>Mail d'entrega:</b>	jbelana@xtec.cat

Haviem demanat fer els exercicis del 1 al 6 del tema "Tipus de funcions". També havíem demanat fer un examen de repàs amb nombres **a, b, c** escollits a l'atzar. Doncs bé, en aquest lliurament primer solucionarem els exercicis demanats, després donarem la solució a l'examen de repàs amb els nombres **a=2, b=6, c=1**. Aquests són els nombres escollits per una alumna meva, per tant copiaré les seves respostes 😊. Al final d'aquest document veureu l'examen virtual definitiu del tema "Funcions". Qui ho faci, només tindrà la possibilitat d'enviar les respostes **un cop**. Pensa bé el que poses i envia.

**Respecte a la nova tasca demanada: seran les preguntes 7-10 del tema "Tipus de funcions".**

Abans de fer la pregunta 1, hi ha una teoria que cal omplir.

Les **funcions lineals** descriuen relacions de proporcionalitat **directa** entre les variables.

$$f(x) = mx, \text{ on } m \neq 0$$

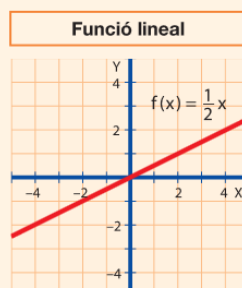
Les **funcions afins** descriuen situacions en què cal sumar un terme **constant** a un terme directament proporcional a la variable independent.

$$f(x) = mx + n, \text{ on } m \neq 0 \text{ i } n \neq 0$$

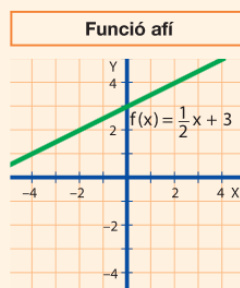
Les **funcions constants** assignen a cada valor de la variable independent un mateix **valor**.

$$f(x) = k, \text{ on } k \text{ és una constant.}$$

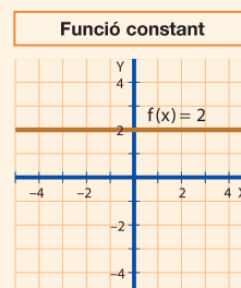
Les gràfiques de les funcions lineals, afins i constants són sempre una **recta**.



Quan  $x = 0$ ,  $f(x) = 0$ . La gràfica és una recta que passa per l'origen de coordenades.



Quan  $x = 0$ ,  $f(x) = n$ . La gràfica és una recta que passa pel punt  $(0, n)$ .  $n$  és l'**ordenada a l'origen**.



La gràfica és una recta paral·lela a l'eix d'abscisses. Passa pel punt  $(0, k)$ .

## TASQUES ACADÈMIQUES DURANT EL PERIODE DE CONFINAMENT

Per tant, funció lineal, afí o constant...les 3 són rectes, la primera passa pel (0,0), la segona no passa pel (0,0) i la tercera té pendent=0.

Solucionem ara l'exercici 1:

- 1 | Considera el punt  $P = (4, 5)$ . Quantes funcions lineals passen per aquest punt? I funcions afins? I funcions constants?



Les funcions lineals són rectes que passen per (0, 0). Només una funció lineal passa pel punt (4, 5). Pel punt P, hi passa una infinitat de funcions afins i només una funció constant, la que té per equació  $f(x) = 5$ .

Només hi ha una funció lineal que passi per  $P=(4,5)$  ja que com també passa pel (0,0) i dos punts determinen una única recta, doncs només pot ser una. En canvi, si no cal que passi pel (0,0) aleshores hi ha infinites. Clarament de funció constant (pendent=0) que passi pel (4,5) només hi ha una.

- 2 | Indica, en cada cas, si la taula s'ajusta a una funció lineal, afí o constant:



C5

a. Afí

x	1	2	3	4
f(x)	4	5	6	7

c. Constant

x	2	4	8	12
f(x)	7	7	7	7



C9 C10

b. Lineal

x	-12	-10	-8	-6
f(x)	6	5	4	3

d. Afí

x	-5	0	5	10
f(x)	-12	-2	8	18

A veure, primer mirem les dades de la taula a). Diu que  $x=1 \rightarrow y=4$ ,  $x=2 \rightarrow y=5$ ..etc...val, ja veig com funciona, i per tant  $x=0$  haurà d'anar a parar al  $y=3$ . Per tant, no passa pel (0,0). És una funció Afí.

Mirant la taula b) es descobreix com funciona amb facilitat. Queda clar que  $y=x/-2$ . Per tant, passa pel (0,0). És una funció Lineal.

La fórmula de la taula c) és trivial:  $y=7$ . Una funció constant.

La fórmula d) costa una mica de veure:  $y=2x-2$ . Per tant, és una funció afí.

## TASQUES ACADÈMIQUES DURANT EL PERIODE DE CONFINAMENT

Continuem amb més teoria:

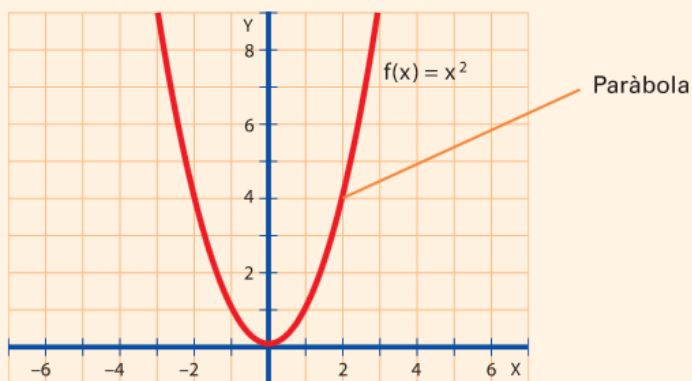
### La meua teoria. Funcions quadràtiques

C11

Una **funció quadràtica** és aquella que s'expressa de forma algebraica com un **polinomi de segon grau**.

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \quad \text{on } a \neq 0$$

La gràfica d'una funció quadràtica és sempre una **paràbola**.



Ja sabem això des de 3r o inclús 2n ESO.

**3** | Relaciona cada taula de valors amb la funció quadràtica corresponent:



a. Es correspon amb B.

<b>x</b>	-1	0	1	2
<b>f(x)</b>	1	0	3	10

c. Es correspon amb D.

<b>x</b>	1	2	3	4
<b>f(x)</b>	0	-3	-8	-15

b. Es correspon amb A.

<b>x</b>	0	1	2	3
<b>f(x)</b>	2	0	0	2

d. Es correspon amb C.

<b>x</b>	0	2	4	8
<b>f(x)</b>	0	2	8	32

A.  $f(x) = x^2 - 3x + 2$

B.  $f(x) = 2x^2 + x$

C.  $f(x) = \frac{x^2}{2}$

D.  $f(x) = 1 - x^2$

Es fa amb la calculadora, mirant la correspondència entre els valors de la taula i les fórmules. Llarg però fàcil.

## TASQUES ACADÈMIQUES DURANT EL PERIODE DE CONFINAMENT

4 | Relaciona cada funció amb la seva gràfica:



C9 C10

a.  $f(x) = -x^2 - 4x - 4$

b.  $f(x) = x^2 + 3$

c.  $f(x) = x^2 + 6x + 7$

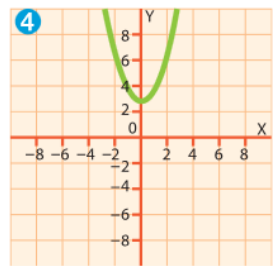
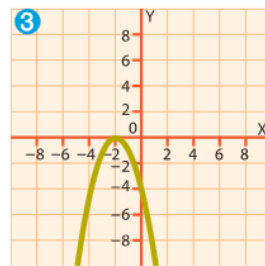
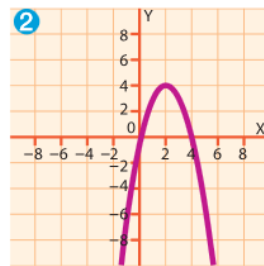
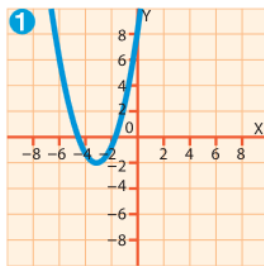
d.  $f(x) = -x^2 + 4x$

Es correspon amb 3.

Es correspon amb 4.

Es correspon amb 1.

Es correspon amb 2.



En aquest cas cal tenir en compte tres informacions important de la paràbola  $ax^2+bx+c$ :

- 1) El signe de  $a$  determina si la paràbola és còncava o convexa
- 2) El valor de  $c$  determina per on passa per l'eix  $y$

3) El vèrtex es troba a  $x = \frac{-b}{2a}$

Així per exemple  $y = -x^2 - 4x - 4$  sabem que és còncava (ja que  $a < 0$ ) i que passa per  $(0, -4)$  (ja que  $c = -4$ ). Ha de ser la número 3.  $Y = x^2 + 3$  sabem que és convexa (ja que  $a > 0$ ) i passa pel  $(0, 3)$ . Ha de ser la 4. La  $x^2 + 6x + 7$  és convexa i passa pel  $(0, 7)$ . Ha de ser la 1. La  $-x^2 + 4x$  és còncava i passa pel  $(0, 0)$  (ja que  $c = 0$ ) - Ha de ser la 2.

## TASQUES ACADÈMIQUES DURANT EL PERIODE DE CONFINAMENT

Arriba més teoria:

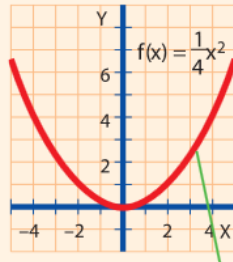
### Funcions $f(x) = ax^2$ , amb $a > 0$

Les gràfiques són paràboles còncaves simètriques respecte a l'eix d'ordenades.

Totes tenen el vèrtex al punt  $(0, 0)$ , que és també el mínim de les funcions.

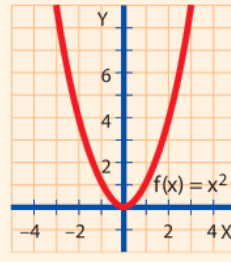
Es diferencien en l'obertura de la paràbola.

$0 < a < 1$



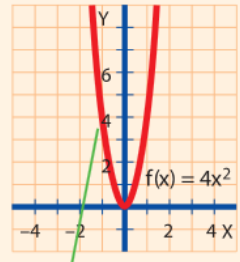
Com més petit és  $a$ , amb  $a > 0$ , més oberta és la paràbola.

$a = 1$



Com més gran és  $a$ , amb  $a > 0$ , més tancada és la paràbola.

$a > 1$



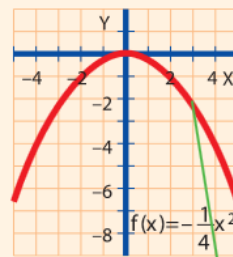
### Funcions $f(x) = ax^2$ , amb $a < 0$

Les gràfiques són paràboles convexes simètriques respecte a l'eix d'ordenades.

Totes tenen el vèrtex al punt  $(0, 0)$ , que és també el màxim de les funcions.

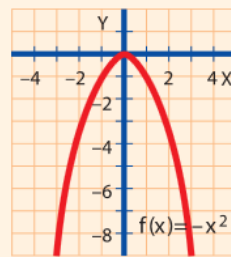
Es diferencien en l'obertura de la paràbola.

$-1 < a < 0$



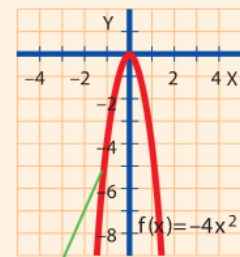
Com més gran és  $a$ , amb  $a < 0$ , més oberta és la paràbola.

$a = -1$



Com més petit és  $a$ , amb  $a < 0$ , més tancada és la paràbola.

$a < -1$



- 5** | La gràfica correspon a una funció de la forma  $y = ax^2$ . Determina el valor de  $a$ .

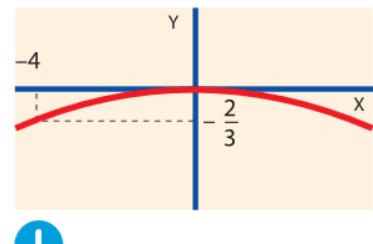


C9 C10

Substituïm en la fórmula de la funció els valors de  $x$  i  $y$ :

$$a \cdot (-4)^2 = -\frac{2}{3}; 16a = -\frac{2}{3}; a = -\frac{2}{48} = -\frac{1}{24}$$

$$y = -\frac{1}{24}x^2$$



Cal dir que si una paràbola passa pel  $(0,0)$  necessàriament  $c=0$ . Però si a més a més, ens diuen que el vèrtex el té al  $(0,0)$  aleshores també  $b=0$ . I com que  $b=c=0$  només queda la fórmula  $y=ax^2$ . Per trobar la **a**, només cal que ens diguin una informació més. En aquest cas ens diuen que per  $x=-4$ , la  $y=-2/3$  i amb els càlculs que veieu a dalt podem trobar la **a** sense problemes.

## TASQUES ACADÈMIQUES DURANT EL PERIODE DE CONFINAMENT

**6** | Sense fer la representació gràfica, ordena aquestes funcions de més a menys obertura de la paràbola:



**a.**  $f(x) = \frac{4}{5}x^2$

**c.**  $f(x) = 1,2x^2$

**e.**  $f(x) = \frac{8}{3}x^2$



**b.**  $f(x) = \sqrt{3}x^2$

**d.**  $f(x) = 0,9x^2$

**f.**  $f(x) = \frac{15}{7}x^2$

Les funcions segueixen aquest ordre: \_\_\_\_\_

a) > d) > c) > b) > f) > e) \_\_\_\_\_

Basta i sobra amb anar a [www.fooplot.com](http://www.fooplot.com) i veure com fan aquestes gràfiques. Es veurà que quan a augmenta, hi ha menys obertura.

Solucionats els 6 exercicis demanats, passem a veure l'examen de repàs del tema anterior amb els nombres **a=2, b=6, c=1**

EXAMEN PROVA: (solucions)

**1) Considerem  $f(x) = 2x^2/(6x+1)$**

**1a) Troba  $f(2)$  i  $f(-2)$**

**1b) Troba el valor de x tal que  $f(x)=18$**

**1c) Troba domini de  $f(x)$**

**1d) Troba recorregut de  $f(x)$**

Solució: 1a)  $f(2)=0.61538461$ ,  $f(-2)=-0.72727272..$

1b)  $2x^2/(6x+1)=18 \rightarrow 2x^2=18(6x+1) \rightarrow 2x^2-108x-18=0$

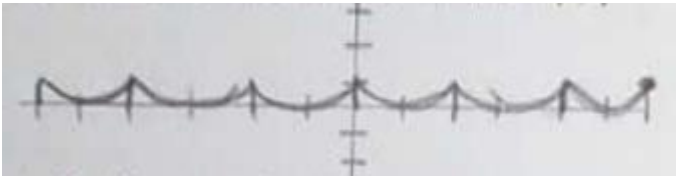
Photomath  $\rightarrow x=-0.1661$   $x=54.166$

1c) Domini =  $\mathbb{R} - \{-1/6\}$

1d) Rec = (mirant [www.fooplot.com](http://www.fooplot.com))  $(-\infty, -0.222] \cup [0, \infty)$

## TASQUES ACADÈMIQUES DURANT EL PERIODE DE CONFINAMENT

2) Dibuixa una gràfica de període 2 i que tingui un màxim relatiu a (6,1)



Una possible solució↑

3) Calcula la taxa de variació mitjana de la funció de l'exercici 1 a l'interval [-2,5]

$$TMV[-2,5] = \frac{f(5) - f(-2)}{5 - (-2)} = \frac{1,6129 - (-0,72)}{7} = \frac{2,3329}{7} \approx 0,3332$$

4) Determina el domini de les funcions

4a)  $f(x) = \sqrt{2x^2 + 6}$

Domini =  $\mathbb{R}$  ja que no pot donar negatiu mai l'interior de l'arrel quadrada

4b)  $g(x) = \sin(2x^2 - 6x + 1)$

Domini =  $\mathbb{R}$  ja que ni la funció sinus ni el seu interior donen problemes

5) Sabent que la taxa de variació mitjana de la funció  $f(x)$  a l'interval [2,6] és

1. I sabent que  $f(6) = 2$ . Quant val  $f(2)$ ?

$$1 = \frac{f(6) - f(2)}{6 - 2} = \frac{2 - f(2)}{4} \rightarrow 4 = 2 - f(2) \rightarrow f(2) = 2 - 4 = -2$$

6) Un ordinador funciona a 2.6 GHz. Suposem que per a cada pulsació, la CPU fa una instrucció. Enguegem l'ordinador. Quantes instruccions haurà fet la CPU en els primers 1 segons?

$1 \cdot 2,6 \cdot 10^9$  instruccions ja que 1GHz són  $10^9$  instruccions per segon



## TASQUES ACADÈMIQUES DURANT EL PERIODE DE CONFINAMENT

### 7) Determina el domini i el recorregut de la funció

$$f(x)=\sqrt{x^2-6x+1}$$

Com que  $x^2-6x+1=0$  dona (photomath)  $x=3-2\sqrt{2}$  i  $x=3+2\sqrt{2}$  i com que la funció interior és convexa, vol dir que els valors entre  $3-2\sqrt{2}$  i  $3+2\sqrt{2}$  són negatius. Per tant  $\text{Dom} = \mathbb{R} - (3-2\sqrt{2}, 3+2\sqrt{2})$ . Amb fooplot es veu que  $\text{REC} = [0, \infty)$

### 8) Quin és el domini i recorregut de la funció

$$f(x) = 2/(6x-1)$$

$$\text{Dom} = \mathbb{R} - \{-1/6\}$$

$$\text{Rec} = (\text{mirar fooplot}) = \mathbb{R} - \{0\}$$

### 9) Quina d'aquestes dos funcions és la còncava i quina és la convexa

$$f(x) = -2x^2 - 6x + 1 \text{ i } g(x) = 2x^2 - 6x + 1$$

$f(x)$  és còncava i  $g(x)$  és convexa (només cal veure el signe de  $a$ )

### 10) D'aquestes funcions has de dir: si tenen o no simetria i si tenen

**simetria si és axial o central:**

a)  $f(x)=2x$  ← simetria central

b)  $f(x)=6$  ← simetria axial

c)  $f(x)=-1x$  ← simetria central

d)  $f(x)=2/(6x)$  ← simetria central

Només cal veure les gràfiques a [www.fooplot.com](http://www.fooplot.com)





## TASQUES ACADÈMIQUES DURANT EL PERIODE DE CONFINAMENT

### TASQUES D'AMPLIACIÓ (OPCIONAL/VOLUNTARI)

Examen definitiu:

NOM:

DATA:

NIVELL:4rt ESO

INS LA RIBERA

**1) Considerem  $f(x) = -2(x^2+1)/x$**

**1a) Troba  $f(2)$  i  $f(-2)$**

**1b) Troba el valor de  $x$  tal que  $f(x)=18$**

**1c) Troba domini de  $f(x)$**

**1d) Troba recorregut de  $f(x)$**

**2) Dibuixa una gràfica de període 2 i que tingui un màxim relatiu a (6,4)**

**3) Calcula la taxa de variació mitjana de la funció de l'exercici 1 a l'interval  $[-2,-1]$**

**4) Determina el domini de les funcions**

**4a)  $f(x)=\sqrt{x^2-1}$**

**4b)  $g(x)=\sin(1/x)$**

**5) Sabent que la taxa de variació mitjana de la funció  $f(x)$  a l'interval  $[-2,-1]$  és  $c$ . I sabent que  $f(-1)=2$ . Quant val  $f(-2)$ ?**



## TASQUES ACADÈMIQUES DURANT EL PERIODE DE CONFINAMENT

6) Un ordinador funciona a 3.2 GHz. Suposem que per a cada pulsació, la CPU fa una instrucció. Enguegem l'ordinador. Quants segons hauran passat per fer 1.000.000 d'instruccions?

7) Determina el domini i el recorregut de la funció

$$f(x)=\sqrt{-x^2-x}$$

8) Quin és el domini i recorregut de la funció

$$f(x) = 1/(-x-1)$$

9) Quina d'aquestes dos funcions és la còncava i quina és la convexa

$$f(x)= -(x-x^2-1) \text{ i } g(x)= -(1-x^2-x)$$

10) D'aquestes funcions has de dir: si tenen o no simetria i si tenen simetria si és axial o central:

a)  $f(x)=x^2$

b)  $f(x)= x^2+x$

c)  $f(x)= x^2-x$

d)  $f(x)= \sin(x)$

e)  $f(x)= \cos(x)$



## TASQUES ACADÈMIQUES DURANT EL PERIODE DE CONFINAMENT

**I això és tot per ara amics/ amigues , fins a la propera tasca!**

Al finalitzar la tasca contesta aquestes preguntes (inclou-les al full d'exercicis)

Quan temps has dedicat a fer l'exercici?

Com t'ha semblat l'exercici: llarg  curt  altres: \_\_\_\_\_

Has tingut alguna dificultat per fer-lo o entregar-lo? Quina?

**Observacions:**