

MATÈRIA:	MATEMÀTIQUES	PROFESSOR: Juan Ant. Belana
CURS:	4rt ESO	

Haviem demanat 16 exercicis. La setmana passada vàrem solucionar els exercicis 1-5. Aquesta setmana solucionarem els exercicis 6-10 i posarem 5 exercicis semblants a aquells per fer una segona pràctica.

Donem la resposta de l'exercici 6:

Aquestes funcions són contínues o discontinües?

a. $f(x) = 2x^2 + 6x - 3$

És una funció polinòmica i, per tant, contínua.

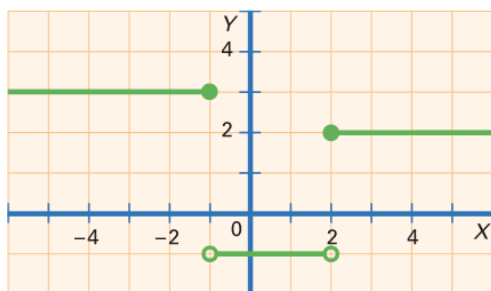
b. $f(x) = \frac{x-2}{x+3}$

El punt $x = -3$ no pertany al seu domini. Així, la funció no és contínua.

Ja vàrem comentar la setmana passada que tota funció polinòmica és contínua. La funció de l'exercici b) té un problema quan $x=-3$ ja que dóna $f(-3) = \frac{-5}{0} = -E$. Per tant aquesta funció no pot ser mai contínua ja que no hi ha imatge en el punt $x=-3$.

Exercici alternatiu: Són contínues les següents funcions? a) $f(x)=\cos x$ b) $f(x)=\tan x$

En l'exercici 7 ens demanen veure una gràfica i descobrir la seva fórmula. La resposta és:



La funció serà: $f(x) = \begin{cases} 3 & \text{si } x \leq -1 \\ -1 & \text{si } -1 < x < 2 \\ 2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

RECORDA. Indiquem amb un cercle buit que un punt no està inclòs en la gràfica i amb un cercle **ple** que hi està inclòs:

Punt inclòs Punt no inclòs

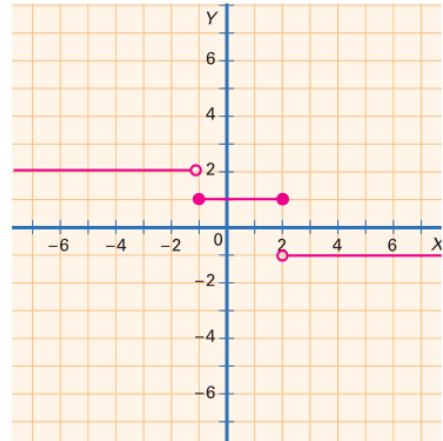
Efectivament, si x és menor o igual a -1 val 3 , si x és major que -1 però menor que 2 val -1 i finalment si x és major que 2 val 2 .

Exercici alternatiu: Sabries dir quin és el domini i el recorregut de la funció anterior?

Solucionem ara l'exercici 8: Consisteix en dibuixar una gràfica definida a trossos i descobrir els seus punts de discontinuïtat.

$$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x < -1 \\ 1 & \text{si } -1 \leq x \leq 2 \\ -1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

La funció és discontinua a $x = -1$ i a $x = 2$.



Per dibuixar la gràfica demanem full reticular (a quadres) o inclús millor fer-ho per ordinador tal com ho han fet els autors del llibre.

Exercici alternatiu: Sabries dibuixar la gràfica següent i dir quins són els seus punts de

discontinuitat? $f(x) = \begin{cases} -2 & \text{si } x \leq -1 \\ x & \text{si } -1 < x \leq 3 \\ 3 & \text{si } x > 3 \end{cases}$

Anem per l'exercici 9.

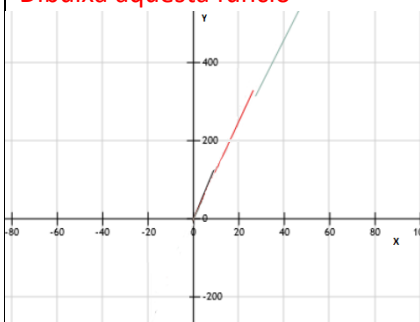
Un fabricant de teixits fixa els preus en funció de la quantitat sol·licitada. Per a una tela de quadres, ha establert aquesta tarifa:

- Per a comandes inferiors a 10 m, a 14 €/m.
- Per a comandes iguals o superiors a 10 m i inferiors a 30 m demanava, a 12,50 €/m.
- Per a comandes de 30 m o més, a 11,50 €/m.

Ens demanen trobar la funció definida a trossos tenint en compte aquestes dades. La resposta és

$$f(x) = \begin{cases} 14x & \text{si } x < 10 \\ 12.5x & \text{si } 10 \leq x \leq 30 \\ 11.5x & \text{si } x > 30 \end{cases}$$

Dibuixa aquesta funció



Comença amb una pendent de 14 fins a $x=10$ (color negre) on canvia cap a 12.5 fins a 30 (color vermell) i acaba amb una pendent de 11.5 a partir de $x=30$ (blau). Per fer aquesta gràfica he utilitzat el fooplots.com i he dibuixat les tres gràfiques, després les he passat al PAINT i he esborrat els trossos incorrectes tot deixant els trossos correctes. He trigat uns 30'. **Exercici alternatiu: Segur que ho pots fer**

més ràpid amb aquesta altra funció a trossos que et demanem dibuixar: $f(x) =$

$$\begin{cases} 2x & \text{si } x \leq 1 \\ 3x & \text{si } 1 < x \leq 3 \\ 2.5x & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

Respecte als punts de discontinuïtat són el $x=1$ i $x=3$ on la funció té una **discontinuitat de salt**. En aquest cas, la discontinuïtat no es produeix perquè surti error a la calculadora, sinó perquè les dades per l'esquerra no enganxen bé amb les dades per la dreta. En altres paraules, has d'aixecar el llapis per dibuixar aquesta gràfica. Moltes gràfiques definides a trossos tenen aquest problema, si bé no totes.

Explicuem ara el que és una funció creixent, una funció decreixent i la taxa de variació mitjana.

Una funció és **creixent** en un interval si en augmentar els valors de la variable independent, augmenten els valors de la variable **dependent**. Una funció és **decreixent** en un interval si, en augmentar els valors de la variable independent, **disminueixen** els valors de la variable dependent.

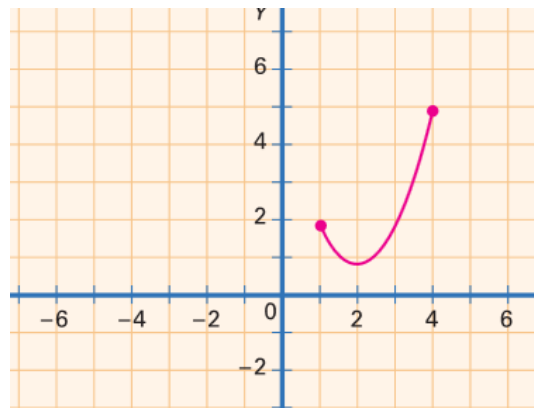
La **taxa de variació mitjana** d'una funció en un interval $[a, b]$ és el resultat de dividir la variació de la variable dependent, **$f(b) - f(a)$** , entre l'increment de la variable independent, **$b - a$** .

$$\text{Taxa de variació mitjana} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

El signe de la taxa de variació mitjana està relacionat amb el caràcter creixent o decreixent de la funció.

- En un interval on la funció és creixent, la taxa de variació és **positiva**.
- En un interval on la funció és **decreixent**, la taxa de variació és negativa.

Bé, aquesta última afirmació no és del tot certa. La taxa de variació només té en compte el que passa entre dos punts. Aquí tenim un exemple on la taxa de variació és positiva. En canvi no podem dir que la funció sigui creixent o almenys **estrictament creixent**. De fet, comença decreixent, i només cap al final comença a créixer i finalment acaba arribant a un punt 'y' és gran que el punt 'y' original i per això la taxa surt positiva.



Exercici alternatiu: Calcula la taxa de variació mitjana de la funció anterior en l'interval $[1,4]$. I entre $[2,3]$?

I això és tot per ara, fins a la propera setmana!

Observacions: