

El que has de dominar abans de fer l'assignatura de: **Matemàtiques I de 1r de Batxillerat**

Introducció

Si has triat la modalitat científica o tecnològica a 1r de Batxillerat, les Matemàtiques I seran una de les matèries fonamentals del teu curs. A diferència de l'ESO, molts dels nous continguts es construeixen directament a partir de coneixements que ja hauries d'haver adquirit a 4t d'ESO. Per aquest motiu, és important arribar a l'inici de curs amb una bona base matemàtica.

Aquest dossier t'ajudarà a comprovar fins a quin punt domines els continguts essencials de 4t d'ESO que es faran servir durant el Batxillerat. L'objectiu no és avaluar-te, sinó detectar possibles dificultats abans de començar el curs. Si alguns dels continguts et resulten complicats, és recomanable dedicar-hi temps ara, abans no comencis el Batxillerat on ja se suposarà que tens aquests coneixements apresos.

Quan he de fer aquests exercicis?

Aquests exercicis són per fer abans de començar el primer de batxillerat. **Els has de portar fets el primer dia de classe** de matemàtiques I. No cal que copiis els enunciats. Els pots fer en fulls blancs o quadriculats. No cal presentar-los amb portada ni índex ni dossier ni "fastner", però **tots els fulls han de portar el teu Nom i Cognom**.

Què faig si no entenc alguna cosa?

Pots preguntar a ChatGPT

Pots buscar videos a partir del títol de la secció. (Mètode Ruffini, Equació 1r grau...)

Pots preguntar a oolive@inslaferreteria.cat (Però no esperis una resposta immediata)

Bloc 1 – Àlgebra essencial

Equacions de 1r grau amb parèntesis

Com resollem aquesta equació? $5(x-1)-(1-x)=2(2x-1)-4(1-x)$

Eliminem els parèntesis multiplicant els seus respectius continguts pel nombre que tenen davant. No s'ha d'oblidar que si el nombre de davant és negatiu aleshores també s'han de canviar els signes:

$$\begin{array}{ccccccc} 5(x-1)-(1-x) & = & 2(2x-1)-4(1-x) \\ \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow & & \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow & & \downarrow \downarrow & & \downarrow \downarrow \\ 5x - 5 - 1 + x & = & 4x - 2 - 4 + 4x \end{array}$$

En cada costat, sumem els monomis segons la seva part literal:

$$\begin{array}{ccccccc} 5x - 5 - 1 + x & = & 4x - 2 - 4 + 4x \\ \downarrow \downarrow \downarrow & & \downarrow \downarrow \downarrow & & \downarrow \downarrow & & \downarrow \downarrow \\ 6x - 5 - 1 & = & 8x - 2 - 4 \\ \downarrow \downarrow & & \downarrow \downarrow & & \downarrow \downarrow & & \downarrow \downarrow \\ 6x - 5 - 1 & = & 8x - 2 - 4 \\ \downarrow \downarrow & & \downarrow \downarrow & & \downarrow \downarrow & & \downarrow \downarrow \\ 6x - 6 & = & 8x - 6 \end{array}$$

Passem les x 's a l'esquerra i els nombres a la dreta:

$$\begin{array}{ccccccc} 6x - 6 & = & 8x - 6 \\ \downarrow \downarrow & & \downarrow \downarrow & & \downarrow \downarrow & & \downarrow \downarrow \\ 6x - 8x & = & -6 + 6 \end{array}$$

Sumem els monomis:

$$\begin{array}{ccccccc} 6x - 8x & = & -6 + 6 \\ \downarrow \downarrow & & \downarrow \downarrow & & \downarrow \downarrow & & \downarrow \downarrow \\ -2x & = & 0 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ x & = & 0 \end{array}$$

Exercici 1. Resol aquestes equacions

- $2x + 3 = 16 + 2(x + 1) - 3x$
- $-(2 + y) + 5 = 4 + 2(y + 3) - 6y$
- $5 - 3z + 3(2z - 1) = 6 + 2z$
- $5m - 3(m + 1) + 6 = 4m - 2$
- $6 - (2 - n) - 4n = -3 + n - 9$
- $9p + 2(-p - 3) = 15 - 4(p - 1)$

Solucions: $5 / \frac{7}{3} / 4 / \frac{5}{2} / 4 / \frac{25}{11}$

Equacions 1r grau amb fraccions

Exemple:

✚ Resoldre l'equació: $\frac{7(x-1)}{3} + \frac{5x}{6} = 1 - \frac{x}{2}$

➤ *Primer pas: Suprimir els denominadors.*

El mínim comú múltiple dels denominadors és 6, multipliquem per 6 tota l'equació.

$$\frac{6 \cdot 7(x-1)}{3} + \frac{6 \cdot 5x}{6} = 6 \cdot 1 - \frac{6 \cdot x}{2} \Rightarrow 14(x-1) + 5x = 6 - 3x$$

➤ *Segon pas: Efectuar els parèntesis:*

$$14x - 14 + 5x = 6 - 3x$$

➤ *Tercer pas: Transposar termes i simplificar:*

$$14x + 5x + 3x = 6 + 14 \Rightarrow 22x = 20$$

➤ *Quart pas: aïllar la incògnita, i simplificar el resultat.*

$$x = \frac{20}{22} = \frac{10}{11}$$

➤ *Cinquè pas: Comprovar la solució.*

Substituïm el resultat obtingut a l'equació donada i comprovem que es verifica la igualtat.

Exercici 2: Resol aquestes equacions.

a) $\frac{4x+2}{5} - \frac{4x}{3} = \frac{2(x+13)}{15}$

b) $\frac{3x+5}{2} + \frac{4x-5}{5} = \frac{7x+1}{6} + 7$

c) $\frac{9x-1}{7} - \frac{5x+8}{4} = x-6$

d) $5x - \frac{2x+1}{3} = 2x + \frac{15x-9}{6}$

Equacions de 2n grau

Per resoldre una equació de 2n grau del tipus: $ax^2 + bx + c = 0$

s'utilitza la fórmula

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Exercici 3: Aplica la fórmula per resoldre aquestes equacions.

a) $x^2 + 2x - 15 = 0$

b) $12x^2 - x - 1 = 0$

c) $x^2 - 4x + 1 = 0$

d) $x^2 + 5x + 6 = 0$

Exercici 4: Primer opera i després resol.

a) $1 - x^2 = 2x^2 - 1 + x$

b) $2(x - 3)(x - 5) = 0$

c) $(x - 4)^2 = 2x^2 - 15 + 22$

d) $\frac{2(x-2)}{5} + 2x = \frac{3x^2 + 4}{4}$

Equacions biquadrades

Una equació biquadrada és una equació que té x^4 i x^2

Resoleu: $4x^4 - 17x^2 + 4 = 0$

RAONAMENT

Efectuar canvi de variable: $t = x^2$ $4t^2 - 17t + 4 = 0$

Resoldre l'equació $t = \frac{17 \pm \sqrt{289 - 64}}{8} = \frac{17 \pm 15}{8} = \left\{ \begin{array}{l} 1/4 \\ 2 \end{array} \right.$

Desfer el canvi de variable $\left\{ \begin{array}{ll} x^2 = 1/4 & x = \pm 1/2 \\ x^2 = 2 & x = \pm \sqrt{2} \end{array} \right.$

Exercici 5: Resol les següents equacions biquadrades.

a) $x^4 - x^2 - 6 = 0$

b) $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$

c) $x^4 - 11x^2 + 18 = 0$

Equacions de grau superior a 2 amb mètode de Ruffini:

La regla de Ruffini permet resoldre equacions de grau superior a dos.

Exemple: volem resoldre $x^3 + 2x^2 - 4x - 8 = 0$

	1	2	-4	-8
2		2	8	8
	1	4	4	0
-2		-2	-4	
	1	2	0	
-2		-2		
	1	0		

Les solucions són $x = 2$ i $x = -2$
(encara que -2 surt dues vegades, no diem dues vegades $x = -2$)

Exercici 6: Resol l'equació $x^4 + x^3 - 6x^2 - 4x + 8 = 0$

Les solucions són $x = 1$, $x = 2$, $x = -2$

Exercici 7. Resoleu les següents equacions:

- a) $x^4 + 3x^3 - 3x^2 - 11x - 6 = 0$
- b) $x^4 + 6x^3 + 9x^2 - 4x - 12 = 0$
- c) $x^4 + x^3 - 19x^2 - 49x - 30 = 0$
- d) $x^4 + 10x^3 + 37x^2 + 60x + 36 = 0$

Sistemes d'equacions

Anem a resoldre el sistema $\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 3x - 2y = 4 \end{cases}$ pel mètode de reducció.

Multiplicant la primera equació per 2 i la segona per 3, obtenim el sistema $\begin{cases} 4x + 6y = 14 \\ 9x - 6y = 12 \end{cases}$, i sumant ambdues equacions ens queda que $13x = 26$, d'on $x = 2$.

El nou sistema equivalent serà: $\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ x = 2 \end{cases}$. Si substituïm en la primera equació el valor de x per $x = 2$, tenim que $2 \cdot 2 + 3y = 7$, i per tant, $y = 1$. La solució és: $x = 2$ i $y = 1$.

Exercici 8: Resoleu pel mètode de reducció els següents sistemes.

a) $\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ x + 2y = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x - 2y = -1 \\ 2x + 3y = 11 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - 5y = 0 \\ -x + 2y = 1 \end{cases}$

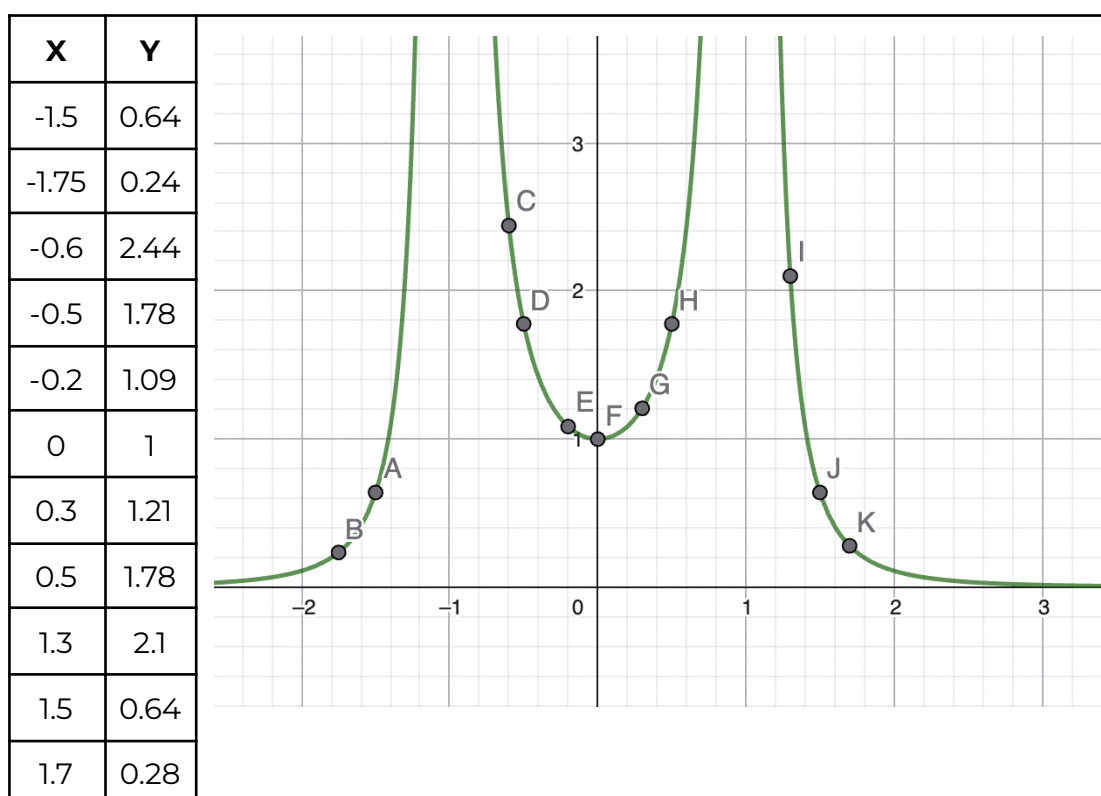
d) $\begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ -2x + y = -3 \end{cases}$

Bloc 2 — Funcions

Exemple: Dibuixa la funció

$$f(x) = \frac{1}{x^4 - 2x^2 + 1}$$

Cal posar valors a x i obtenir el valor de $f(x)$. Després de dibuixar en uns eixos ens queda aquesta funció:



Exercici 9: dibuixa les funcions següents:

a) $y = x^2 - 4x + 3$	b) $y = -3x^2 - 6x$	c) $f(x) = \frac{x^3}{2x^2 - 8}$
-----------------------	---------------------	----------------------------------

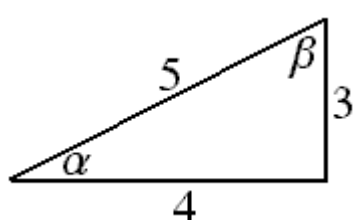
Bloc 3 — Trigonometria

Es defineixen les raons trigonomètriques directes de l'angle α : sinus, cosinus i tangent com:

$$\begin{aligned}\sin \alpha &= \sin \hat{A} = \frac{\text{catetoposat}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{a} \\ \cos \alpha &= \cos \hat{A} = \frac{\text{catetadjacent}}{\text{hipotenusa}} = \frac{c}{a} \\ \tan \alpha &= \tan \hat{A} = \frac{\text{catetoposat}}{\text{catetadjacent}} = \frac{b}{c}\end{aligned}$$



Exercici 10. Fixa't en els angles i **completa** les raons trigonomètriques:



$$\sin \alpha =$$

$$\cos \alpha =$$

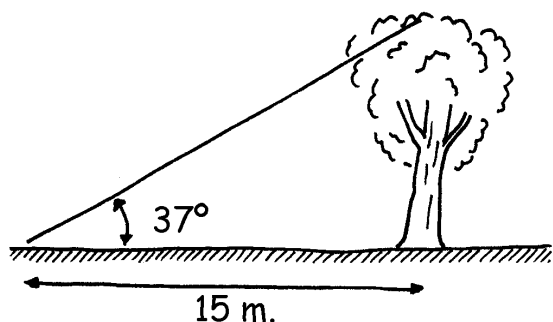
$$\tan \alpha =$$

$$\sin \beta =$$

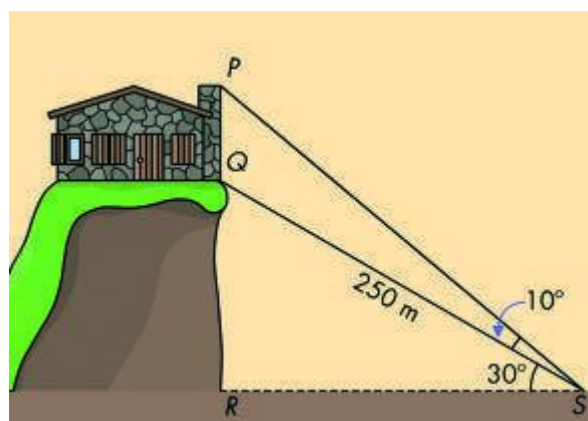
$$\cos \beta =$$

$$\tan \beta =$$

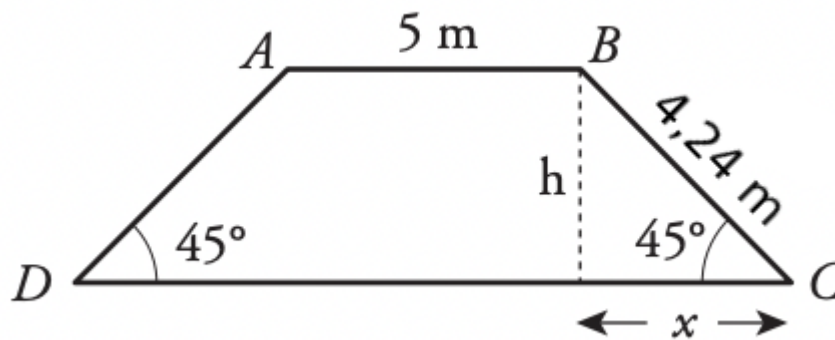
Exercici 11. Quina és l'alçada de l'arbre d'aquest dibuix?



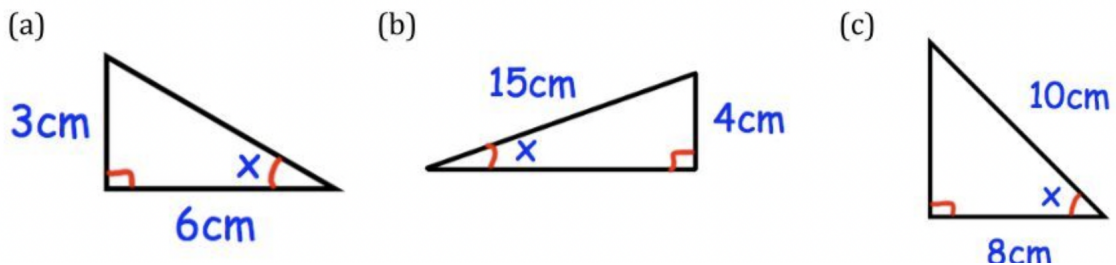
Exercici 12. En el següent dibuix tens un esquema en que veiem que s'ha observat una casa. Per exemple, el punt més baix de la casa es veu amb un angle de 30° . L'objectiu és, amb les dades que hi ha al dibuix, calcular quant mesura la casa, o sigui, la distància PQ.



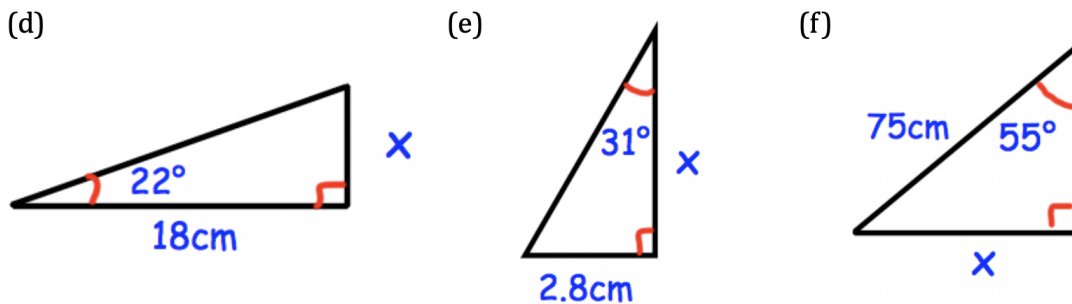
Exercici 13. Observa el següent trapezi. Sabem que l'alçada h és de 3 metres. Cal que calculis quin és el perímetre del trapezi.



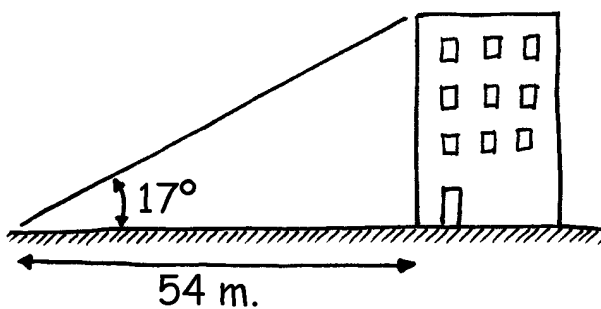
Exercici 14. Troba el valor de l'angle x en cada exercici.



Exercici 15. Troba la longitud del costat x en cada exercici:



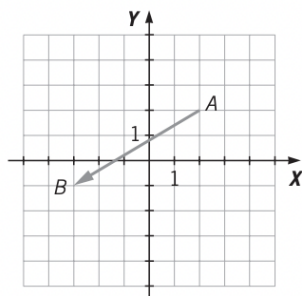
Exercici 16. Quina és l'alçada d'aquest edifici?



Bloc 4 – Geometria i vectors

EJEMPLO

Calcula las coordenadas y el módulo del siguiente vector.



Origen: $A(2, 2)$

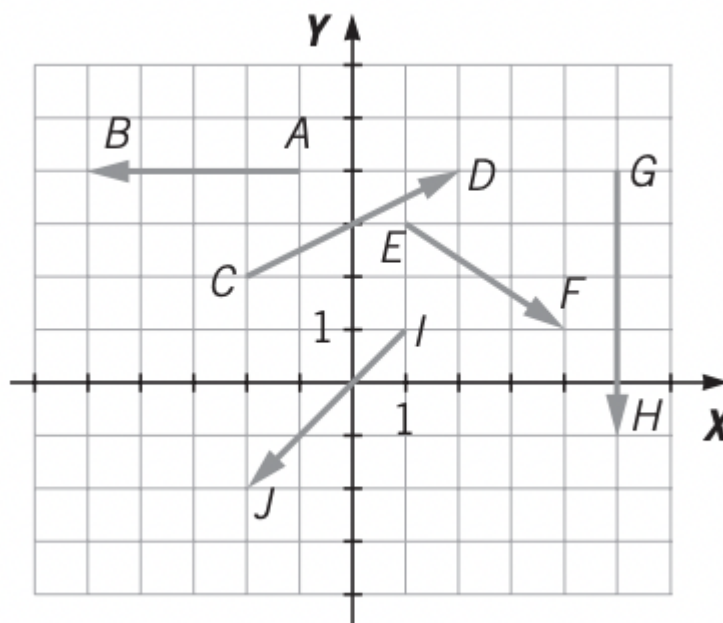
Extremo: $B(-3, -1)$

Coordenadas: $\vec{AB}(-3 - 2, -1 - 2) = (-5, -3)$

Módulo: $|\vec{AB}| = \sqrt{(-5)^2 + (-3)^2} = \sqrt{25 + 9} = \sqrt{34}$

Exercici 17: Mirant aquesta imatge, contesta:

- Origen del vector AB
- Extrem del vector CD
- Coordenades de EF
- Mòdul de GH
- Origen de IJ
- Extrem de IJ
- Coordenades de IJ
- Mòdul de IJ



Exercici 18: Contesta a aquestes preguntes. Pots fer un dibuix si ho necessites.

- Quin és l'origen del vector $(3, 4)$ si el seu extrem és $(2, 3)$?
- Quin és l'extrem del vector $(1, 2)$ si el seu origen és el $(-1, -3)$?
- Quin és el mòdul d'un vector que té origen en $(-1, -3)$ i extrem en $(7, 3)$?

Bloc final – “Posa’t a prova”

Aquest apartat és una petita prova final per comprovar si tens els coneixements bàsics necessaris per començar Matemàtiques I de 1r de Batxillerat.

Intenta resoldre els exercicis sense mirar els exemples anteriors. Per començar bé el curs, procura fer aquests exercicis uns dies abans de començar les classes.

Exercici 19: Resol l'equació:

$$\frac{x-2}{3} + \frac{x+1}{2} = 4$$

Exercici 20: Resol l'equació:

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

Exercici 21: Resol l'equació:

$$x^3 - 4x^2 - x + 4 = 0$$

Exercici 22: Resol el sistema d'equacions:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 4x - y = 11 \end{cases}$$

Exercici 23: Dibuixa la funció

$$y = x^2 - 2x - 3$$

Exercici 24: Des d'un punt situat a 20 m d'un edifici s'observa el seu punt més alt amb un angle d'elevació de 35°

Calcula l'alçada de l'edifici.

Exercici 25: Troba el mòdul del vector que té origen en $(-2, 1)$ i extrem en $(4, 9)$.