

Dossier de matemàtiques

Estiu 2025



El següent dossier està pensat per als alumnes que han acabat 4t d'ESO i tenen la intenció de cursar 1r de batxillerat al centre.

Hi trobaràs un llistat d'activitats relacionades amb els continguts que heu après al llarg de l'ESO i que hauríeu de dominar per tal de seguir amb èxit el curs de batxillerat. L'apartat 5 del dossier (trigonometria) només l'haurien de fer aquells alumnes que vulguin cursar el batxillerat de ciències i tecnologia.

Al llarg de les diferents activitats, trobaràs enllaços amb la teoria que es vol treballar.

El professorat de la matèria tindrà en compte la presentació del dossier complet a l'inici del curs.

1. Els nombres

1.1. Càlcul amb enters:

$$-3 + 9[4 - 7(8 - (-7))] = \quad (3 - 7)6 - 2(-1 + 3) = \quad 5[6 - 3(4 - 2 + 5 - 8) + 2] =$$

1.2. Càlcul amb fraccions:

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{9}\left(\frac{4}{5} - \frac{7}{15}\right) = \quad \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) : \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \quad 7 - 2 : \left(4 - \frac{3}{2}\right) =$$

1.3. Càlcul amb potències:

$$\begin{aligned} (-2)^3 = \quad & (-2)^{-3} = \quad & -3^2 = \quad & (-3)^2 = \\ (-3)^2(-2) - (-1)^5 + (-2)(-3)^3 = \quad & 6^{\frac{1}{4}} = \quad & \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \quad & \left(-\frac{1}{3}\right)^{-\frac{1}{3}} = \end{aligned}$$

1.4. Expressa en notació científica les següents magnituds:

- El pes d'un gra d'arròs: 0,000027 kg
- El nombre de grans d'arròs en un kilogram: 36000 grans
- El nombre de molècules que hi ha en un gram d'hidrogen: 301.000.000.000.000.000.000.000.
- La distància mitjana de la Terra al Sol: cent cinquanta milions de quilòmetres.

- 1.5. Calcula el contorn de la Terra (longitud de l'equador) sabent que el radi terrestre és aproximadament $6,37 \cdot 10^5$ m. Si caminem a un ritme d'1,5 m/s, quants segons trigariem a fer la volta a la Terra suposant que es pogués fer (caminant sempre per l'equador independentment de muntanyes, mars...).

2. Càlcul amb radicals

2.1. Extreu factors dels radicals següents: $\sqrt{216}$, $\sqrt{54}$, $\sqrt{300}$, $\sqrt{4032}$, $\sqrt[3]{5400}$

2.2. Calcula els següents radicals:

$$\sqrt{45} - 2\sqrt{5} + 3\sqrt{20} =$$

$$2\sqrt{32} + 4\sqrt{18} - 5\sqrt{200} + \sqrt{242} =$$

$$(\sqrt{6} - \sqrt{8}) \cdot (1 - \sqrt{2}) - (1 + \sqrt{3})^2 =$$

$$(\sqrt{2} - \sqrt{5})^2 - (\sqrt{2} + \sqrt{5})^2 - (6 - 4\sqrt{10}) =$$

3. Àlgebra

3.1. Donats els següents polinomis:
 $A(x) = -2x^3 + 3x^2 - x + 2$ $B(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$ $C(x) = x^2 - 1$

a. Calcula:

$$A(x) + B(x)$$

$$A(x) - B(x)$$

$$A(x) \cdot C(x)$$

$$[A(x) + B(x)] \cdot C(x)$$

b. Divideix per Ruffini ([teoria](#)):

$$A(x) : (x - 2)$$

$$B(x) : (x + 3)$$

$$[A(x) + B(x)] : (x + 1)$$

c. Troba els valors numèrics següents:

$$A(2)$$

$$B(-3)$$

$$A(-1)$$

$$B(-1)$$

$$A(0)$$

$$B(0)$$

3.2. Calcula les arrels dels següents polinomis: ([teoria](#))

$$P(x) = x^2 - x - 2$$

$$Q(x) = 3x^2 - 2x - 5$$

$$R(x) = x^3 - 3x + 2$$

3.3. Indica la factorització dels polinomis anteriors $P(x)$, $Q(x)$ i $R(x)$ ([teoria](#))

3.4. Desenvolupa les següents identitats notables: ([teoria](#))

$(x + 1)^2$	$(2x + 5)^2$	$(1 - 10x)^2$	$(-3 - x)^2$
$(x + 4)(x - 4)$	$(8 + 3x)(8 - 3x)$	$(x^2 + x)(x^2 - x)$	$(-x^2 + 11)(-x^2 - 11)$
$x^2 - 36$	$x^2 + 12x + 6$	$25 - 30x + 9x^2$	$-x^2 - 8x - 16$

3.5. Troba el valor d' x en aquestes equacions de primer grau: ([teoria](#))

$3(x - 2) - 4(x + 5) = 10(x + 4)$	$\frac{x - 2}{5} = \frac{x + 3}{10} + 7 - x$
$9(2x + 3) - 4(3x - 1) = x + 41$	$2x - (3 + 4x) = 5\left(x - \frac{3}{5}\right)$
$x + 1 - \frac{3x}{2} = 2 - \frac{x}{2} - \frac{1}{2}$	$\frac{3x + 4}{3} - \frac{2x + 1}{4} = \frac{x}{2} + \frac{13}{12}$
$\frac{x + 1}{3} - \frac{x - 1}{4} = \frac{x}{2} - \frac{x - 2}{12}$	$\frac{5(x - 2)}{3} - \frac{7(x - 3)}{2} = 5 + \frac{x - 1}{2} - (x + 4)$
$2(x - 5) + 7 = \frac{4x + 1}{2}$	

3.6. Un pare proposa al seu fill un test de 100 preguntes amb la condició següent: per cada pregunta que encerti li donarà 0,50 € i per cada pregunta fallada li traurà 30 cèntims. Al final del test, el fill obté 26 €. Quantes preguntes ha contestat bé?

3.7. Un llibre, després d'afegir-li el 21% d'IVA, costa 33,88 €. Quant val el llibre sense IVA?

3.8. En una botiga, la Sara veu uns pantalons que estan rebaixats un 15% i ara costen 48,80 €. Quant valien els pantalons abans d'aplicar-hi el descompte?

- 3.9. Soluciona els següents sistemes d'equacions (utilitza com a mínim una vegada cada un dels mètodes de resolució de sistemes). ([teoria](#))

$$\begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = \frac{1}{2} \\ 2y - x = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x + y = 10 \\ 2x + 3y = 9 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{x}{2y-3} = 9 \\ \frac{x+3}{y} = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x - 6y = 30 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} -x = y - 2 \\ 2(x-1) = -y + x \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{x+y}{4} + \frac{x-y}{2} = 3 \\ \frac{12x-7y}{13} = 3 \end{cases}$$

- 3.10. Quatre gelats grans i sis de mida petita ens costen 13,60 €, però si comprem sis gelats grans i quatre petits ens costen 14,90 €. Quin és el preu dels gelats?
- 3.11. En una classe hi ha 23 alumnes entre nois i noies. Quan falten a la classe tres nois i dues noies, n'hi ha el doble de noies que de nois. Troba el nombre de nois i noies de la classe.
- 3.12. Fa tres anys l'Anna tenia el triple de l'edat del seu germà David. D'aquí a nou anys el David tindrà dues tercers parts de l'edat de l'Anna. Calcula les edats actuals de cadascun.
- 3.13. M'he comprat un ordinador i una impressora de 651 €. Inicialment, l'ordinador valia el triple que la impressora, però m'han fet un descompte del 20% en el preu de l'ordinador i un 30% en el preu de la impressora. Quin era el preu de l'ordinador i de la impressora abans del descompte.
- 3.14. Resol les següents equacions de segon grau: ([teoria](#))

$$x^2 - 3x = 0$$

$$(2x-1) \cdot (x+2) = 0$$

$$\frac{1}{x+1} = 1-x$$

$$2x^2 = 72$$

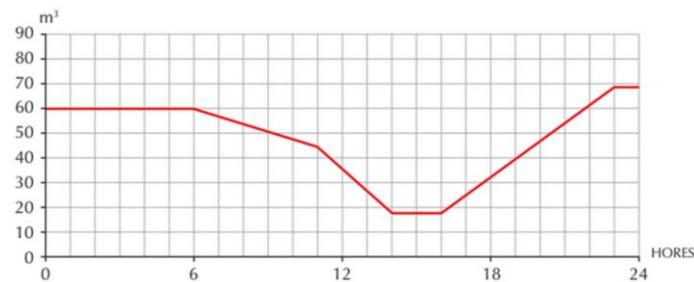
$$x^2 - \frac{x}{2} = \frac{1}{3} - \frac{2x}{3}$$

$$4x^2 - 24 = 3x^2 + 601$$

$$\begin{array}{lll}
 -x^2 - 3x + 4 = 0 & 5(x-1)^2 = (2x+1)(x+1) & 24x^2 - 7x = 3x\left(5x - \frac{x}{2}\right) \\
 2x^2 - 5x + 3 = 0 & (x+6)(x-6) - 8 = 1 - 4x & \frac{1}{3}\left(x + \frac{1}{3}\right) = x(1-x) \\
 (x-1)^2 = 6 & x(x+3) = 2x &
 \end{array}$$

4. Funcions

- 4.1. La gràfica que tens a continuació representa l'evolució del contingut d'un dipòsit al llarg d'un dia. Descriu detalladament el que ens explica la gràfica.

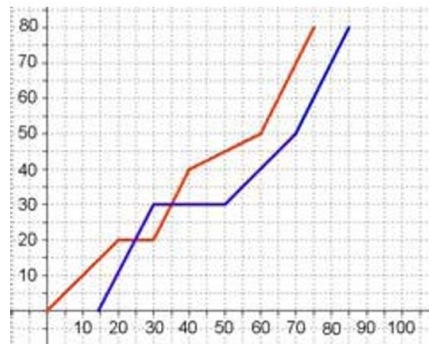


- 4.2. A l'entrada d'un aparcament d'un centre comercial trobem un rètol amb els preus que ens indica que 1 hora o fracció consta 1,20 € i les dues primeres hores són gratis per als clients amb targeta de compra del centre. Fes una taula que relacioni el temps amb l'import pagat durant una jornada de 12 hores als casos d'un client amb targeta o sense ella. Esbossa la gràfica i contesta a les preguntes:
- Quins valors pren la variable dependent? I la independent?
 - Pots unir els punts de la gràfica? Com s'ha de fer?
 - Hi ha punts de discontinuïtat? Si la resposta és afirmativa, assenyalala'ls i explica el seu significat.

4.3. Un determinat antibiòtic fa que la quantitat de certs bacteris es multipliqui per $\frac{2}{3}$ cada hora. Si la quantitat a les 7 del matí és de 50 milions de bacteris:

- Fes una taula calculant el nombre de bacteris que hi ha cada hora, des de les 2 del matí a les 12 de migdia (observa que has de calcular també “cap arrere”).
- Representa gràficament aquestes dades.

4.4. El gràfic dona l'espai recorregut per dos cotxes que realitzen un mateix trajecte.



- Quina és la distància recorreguda? Si el primer cotxe va sortir a les 10:00, a quina hora va sortir el segon? Quant de temps li ha costat a cada cotxe fer el recorregut?
- Quant de temps va estar parat cada cotxe?. En quin km es van detenir? En quin km el 2n cotxe avança al 1r?. En quin km el 1r torna a avançar al 2n?
- Quina va ser la velocitat mitjana de cada cotxe en el trajecte total?. En quin interval de temps fou més gran la velocitat de cada cotxe?

4.5. Escribe les equacions de les següents rectes i representa-les gràficament: ([teoria](#))

- pendent 2 i ordenada a l'origen 4
- pendent -1 i ordenada a l'origen 3
- pendent $\frac{2}{5}$ i ordenada a l'origen -2

4.6. Escribe la fórmula o equació de quatre funcions que tinguin per gràfiques rectes que passin pel punt (3, -1). Dibuixa-les sobre uns mateixos eixos.

4.7. Troba l'equació de la recta que passa per (2, 2) i és paral·lela a la recta que passa pels punts (-3, -1) i (3, 12). Representa-la. ([teoria](#))

- 4.8. Dibuixa les següents paràboles, calculant prèviament els punts de tall amb els eixos, el vèrtex i l'eix de simetria: ([teoria](#))

$$y = x^2 - 5x - 14$$

$$y = x^2 - 6x + 16$$

$$y = x^2 + 4x + 9$$

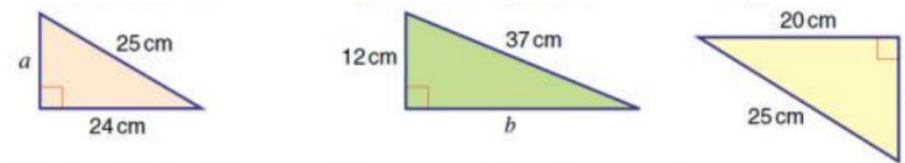
$$y = -x^2 - 8x - 16$$

$$y = 2x^2 - x + 3$$

$$y = -3x^2 + 8x$$

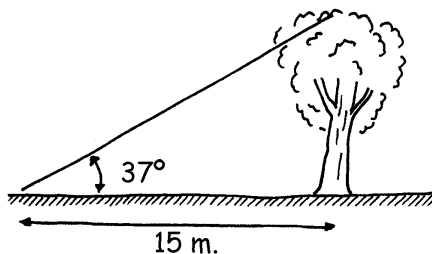
5. Trigonometria

- 5.1. Troba els valors desconeguts dels següents triangles rectangles:

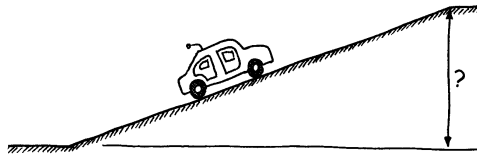


- 5.2. Un estel que disposa d'una corda de 100 m aixeca el vol. A quina alçada es trobarà si l'angle que forma en el terra és de 60° ? ([teoria](#))

- 5.3. Quina serà l'altura d'un arbre que forma un angle de 37° des d'una distància de 15 m ?

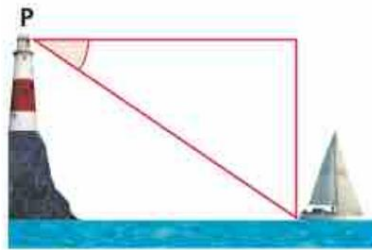


- 5.4. Un cotxe puja per una rampa amb un pendent 32° . Quants metres pujarà verticalment si ha recorregut 510 m?

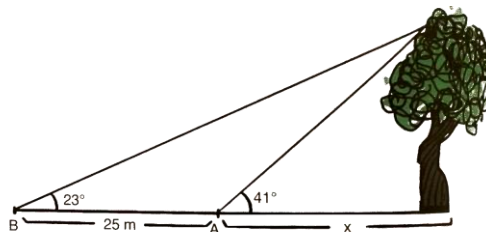
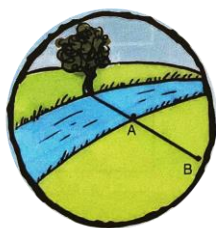


- 5.5. Calcula la longitud de l'ombra que projecta un arbre de 3,5 m d'altura quan la inclinació dels raigs solars és de 38° .

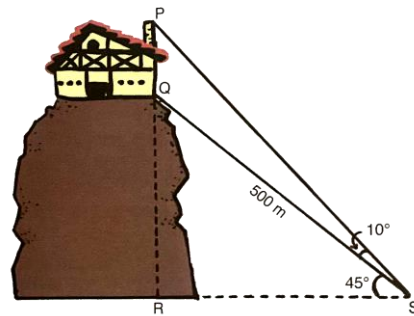
- 5.6. Des d'un punt P situat a 80 m sobre el nivell del mar, s'observa un vaixell sota un angle de depressió de 42° . Troba la distància del vaixell al punt P. Tingues en compte que l'angle de depressió és el que forma la línia horitzontal on està situat l'observador i la visual a un lloc observat situat a menys altura.



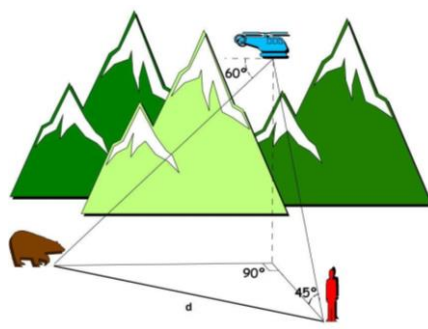
- 5.7. Vols conèixer l'amplària d'un riu i l'alçària d'un arbre que està a la vora oposada. Per fer-ho et situes enfront de l'arbre, mesures l'angle que forma amb l'horitzontal la visual a la part alta de l'arbre (41°). T'allunyes de l'arbre, en direcció perpendicular a la vora, caminant 25 metres. Tornes a mesurar l'angle que forma amb l'horitzontal la visual a la part alta de l'arbre. Ara són 23° . ([teoria](#))



- 5.8. Per calcular l'altura de l'edifici, PQ, hem mesurat els angles que indica la figura. Sabem que hi ha un funicular per anar de S a Q, la longitud del qual és de 500 metres. Troba PQ.



- 5.9. Un biòleg es troba al parc nacional d'Aigüestortes i Estany de Sant Maurici fent un seguiment dels ossos bruns. Compta amb l'ajuda d'un càmera i un pilot que volen en un helicòpter, mantenint-se a una altura constant de 403 m. Al moment que descriu la figura, el càmera veu des de l'helicòpter a l'os amb un angle de depressió (angle que forma la seva visual amb l'horitzontal marcat al dibuix) de 60° . El biòleg dirigeix una visual a l'helicòpter que forma amb el terra un angle de 45° . Calcula la distància entre el biòleg i l'os.



6. Probabilitat

- 6.1. Llancem un dau de vuit cares i anotem el número que obtenim. Escriu: ([teoria](#))
- a. Els esdeveniments elementals.
 - b. Els resultats favorables a l'esdeveniment $A = \text{"el nombre obtingut és més gran que 5"}$.
 - c. Els resultats favorables a l'esdeveniment $B = \text{"el número obtingut és parell"}$.
 - d. Els resultats favorables a l'esdeveniment $C = \text{"el número obtingut és més gran que 10"}$.
 - e. Els resultats favorables a l'esdeveniment $D = \text{"obtenir un 6 o un 7"}$.
- 6.2. Una parella vol tenir tres fills. Troba:
- a. Els resultats possibles si H és nen i D és nena. (Fes un diagrama d'arbre).
 - b. Els resultats favorables a l'esdeveniment $A = \text{"almenys un dels tres fills és nen"}$.
 - c. Els resultats favorables a l'esdeveniment $B = \text{"el fill més gran és nen"}$.
 - d. Els resultats favorables a l'esdeveniment $C = \text{"dos dels fills són nenes"}$.
- 6.3. Indica la probabilitat de treure el que s'indica d'una baralla de 48 cartes en fer una única extracció:
- a. Una carta de copes.
 - b. Una carta més gran que 4.
 - c. Una carta d'espases més gran que 4.
 - d. Una carta que sigui una figura (sota, cavall o rei).
 - e. Una figura d'espases.
 - f. El cinc de copes.

6.4. Si escollim a l'atzar un número del 0 al 100, calcula les probabilitats següents:

- a. El número és múltiple de 5.
- b. El número és parell.
- c. El número és primer.
- d. El número és divisible per 10.
- e. El número és un quadrat perfecte.
- f. El número és múltiple de 10 o d'11.

6.5. Donats els esdeveniments: $A = \{2, 4, 5, 7, 8, 10\}$ i $B = \{2, 4, 6, 7, 9\}$ d'un experiment aleatori consistent en llançar un dau de 10 cares numerades de l'u al deu i observar-ne el resultat, troba els resultats elementals favorables als esdeveniments:

$A \cup B$

$A \cap B$

A

B

$A \cap B$

$A \cup B$

6.6. Tenim dues urnes, una amb 3 boles vermelles, 2 blanques i 5 grogues; i l'altra, amb 4 boles vermelles, 2 blanques i 4 grogues.

- a. Indica en quina urna és més probable treure una bola vermella.
- b. I treure una bola blanca?
- c. I treure una bola groga?

6.7. Considerem el següent joc: "Tenim un sac amb 3 boles vermelles, 2 grogues i 1 blanca". El joc acaba quan traiem la bola blanca. Com a màxim es poden treure tres boles. Escriu les diferents possibilitats ajudant-te d'un diagrama d'arbre.

7. Estadística

7.1. Els trenta-tres alumnes d'un grup que es van examinar d'estadística van tenir les qualificacions següents: ([teoria](#))

9	5	6	7	3	6	8	5	7	6
9	7	4	3	6	8	7	6	9	2
5	4	8	6	5	7	6	4	6	5
8	6	10							

- Quina és la variable estudiada i de quin tipus és?
- Resumeix les qualificacions en una taula (Utilitza les files que consideris necessàries)

x_i	f_i	F_i	h_i	H_i	%

...

- Quin percentatge d'alumnes va obtenir un 5? Quin va ser el percentatge de suspesos?
- Quina és la nota mitjana de l'examen? I la més freqüent? (Indica els càlculs i les fórmules que utilitzes)
- Calcula el coeficient de variació. (Indica els càlculs i les fórmules que utilitzes)
- Construeix un diagrama de caixes i interpreta'l. (Indica els càlculs i les fórmules que utilitzes)

7.2. Completa la següent taula de freqüències:

Interval	x_i	f_i	F_i	h_i	H_i
[0, __)	7,5			0,14	
[__, __)					0,3
[__, __)		27			
[__, __)			126		0,63
[__, __)					0,82
[__, __)				0,18	