

1. ELS NOMBRES

1.1. Copia l'esquema de la classificació dels nombres reals, i posa dos exemples de cada tipus de nombre.

1.2. Relaciona amb fletxes cada nombre de l'esquerra amb el terme que li correspon de la dreta:

$-\frac{1}{2}$	enter
5	racional
-56	irracional
$\sqrt{10}$	natural

1.3. Indica quins dels següents nombres són irracionals:

- | | |
|------------------------|------------------------|
| a. 3,12745023 | d. $\frac{47}{113}$ |
| b. $0,3\overline{80}1$ | e. $0,4\overline{7}56$ |
| c. 1,2020020002... | f. 0,35241030030 |

1.4. Dóna un valor arrodonit de:

- | | |
|------------------------------------|-------------------------------|
| a) $\sqrt{3}$ fins als mil·lèsims. | centèsims. |
| b) $\frac{1}{5}$ fins als dècims. | d) 2,5643 fins als centèsims. |
| c) 4,2176... fins als | |

1.5. a) $-3 + 9[4 - 7(8 - (-7))]$ = b) $(3 - 7)^6 - 2(-1 + 3)$ = S: -912, -28

1.6. $5[6 - 3(4 - 2 + 5 - 8) + 2 - 3(6 - 9)]$ = S: 100

$$1.7. \quad a) \quad \frac{2}{3} - \frac{1}{9} \left(\frac{4}{5} - \frac{7}{15} \right) = \quad b) \quad \frac{\frac{-2}{7} \left(\frac{4}{3} + \frac{1}{5} \right) - \frac{1}{7} \left(-\frac{2}{3} \right)}{\frac{4}{3} \div \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{4} \right)} = \quad S: \quad \frac{17}{27}, \frac{-69}{140}$$

$$1.8. \quad a) \quad (-2)^3 = \quad b) \quad (-2)^{-3} = \quad c) \quad -3^2 = \quad d) \quad (-3)^2 = \quad S: \quad -8, -\frac{1}{8}, -9, 9$$

$$1.9. \quad (-3)^2(-2) - (-1)^5 + (-2)(-3)^3 = \quad S: 37$$

$$1.10. \quad a) \quad 6^{\frac{1}{4}} = \quad b) \quad \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} = \quad c) \quad \left(-\frac{1}{3} \right)^{-\frac{1}{3}} = \quad S: \quad \sqrt[4]{6}, \sqrt{\frac{1}{2}}, -\sqrt[3]{3}$$

$$1.11. \quad a) \quad \frac{(a^2 \cdot a^3)^4}{(a^2)^3 \cdot a} = \quad b) \quad \left[\frac{(a^2 \cdot a^{-3})^4}{a^2} \right]^5 = \quad c) \quad \frac{(a^2 \cdot a^{\frac{1}{3}})^4}{(a^2)^{\frac{1}{3}}} =$$

S:

$$a^{13}, \frac{1}{a^{10}}, \sqrt[3]{a^{26}}$$

$$1.12. \quad \text{Treure factors fora del radical: } \sqrt{216}, \sqrt{54}, \sqrt{300}, \sqrt{4032}, \sqrt[3]{5400}$$

$$S: \quad 6\sqrt{6}, 3\sqrt{6}, 10\sqrt{3}, 24\sqrt{7}, 6\sqrt[3]{25}$$

$$1.13. \quad a) \quad \sqrt{45} - 2\sqrt{5} + 3\sqrt{20} = \quad b) \quad 2\sqrt{32} + 4\sqrt{18} - 5\sqrt{200} + \sqrt{242} = \quad S: \quad 3\sqrt{5}, -19\sqrt{2}$$

2. L'ÀLGEBRA

POLINOMIS

2.1 Donats els polinomis $P(x) = 2x + 3$; $Q(x) = x^3 - 2x + 1$ i $R(x) = x^4 - 1$, calcula: **(1.5 punts)**

a) $P(x) \cdot Q(x) =$

b) $2R(x) - Q(x) =$

c) Efectua la divisió dels polinomis; $P(x) = x^5 + 7x^3 - 5x + 1$ entre el polinomi $Q(x) = x^3 + 2x$. Indica quin és el quocient $C(x)$ i el residu $R(x)$ de la divisió. **(1 punt)**

2.2 Indica si aquestes frases són veritables (V) o falses (F): **(1 punt)**

☐ El valor numèric de $P(x) = 2x^2 - 3x + 1$ per a $x = -1$ és 0.

☐ 2 és una arrel del polinomi $P(x) = x^2 - 4$.

☐ El grau del polinomi $P(x) = 3x^2 - 4x + 7$ és 3.

☐ $5x^4$ i $4x^5$ són termes semblants.

2.3 Efectua les següents divisions usant la regla de Ruffini. Indica en els dos casos quin és el quocient $C(x)$ i la residu $R(x)$ de la divisió. **(1.5 punts)**

d) $-x^6 + 2x^4 - x^3 + 3x - 1$ dividit per $x + 2$

e) $x^3 - 2x^2 - x + 2$ dividit per $x - 1$

2.4 Factoritza els següents polinomis: **(2punts)**

f) $-2x^3 + 4x^2 + 10x - 12$

g) $x^5 + 2x^4 - 5x^3 - 6x^2$

2.5 El residu de la divisió del polinomi $P(x) = 3x^4 - kx^2 + 3x - 2$ entre $x - 2$ és igual a 10.
Troba el valor de k .
(1 punt)

2.6 Efectua les operacions següents amb fraccions algèbriques i simplifica. **(2 punts)**

$$a) \frac{3x+2}{x-3} + \frac{x-1}{x^2-3x} =$$

$$b) \frac{3x}{x+4} \cdot \frac{x-4}{x^2+x}$$

$$2.7 \quad (2x^4 + 5x^3 - x^2 + 4x + 4) \div (x^2 + 2x - 3)$$

S:

$$Q(x) = 2x^2 + x + 3 \quad R(x) = x + 13$$

$$2.8 \quad (2x^5 - x^3 + 3x^2 + x - 1) \div (x^3 - x^2 - 1)$$

$$S: Q(x) = 2x^2 + 2x + 1 \quad R(x) = 6x^2 + 3x$$

$$2.9 \quad (x^3 - x^2 + 7) \div (2x - 1)$$

$$S: Q(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}x - \frac{1}{8} \quad R = \frac{55}{8}$$

2.10 Utilitzant el teorema del residu, sense fer la divisió, digues si els següents polinomis són divisibles per $x+1$:

$$Q(x) = x^4 - 2x^3 + x + 5$$

$$P(x) = x^3 + 2x^2 - 3x \quad b)$$

2.11 Calcula m perquè:

a) el polinomi $x^3 - 7x^2 + 2x - m$ sigui divisible per $x-1$

$$S: m = -4$$

b) el residu de la divisió $(x^4 - 3mx^3 + 2x - m) \div (x - 2)$ sigui -5 S: $m = 1$

2.12 Factoritza:

$$a) x^3 - x^2 - 14x + 24 \quad b) 2x^3 + 8x^2 + 2x - 12 \quad c) x^3 - 6x^2 - x + 6$$

$$S: a) \quad (x-2)(x-3)(x-4) \quad b) \quad 2(x-1)(x+2)(x+3) \quad c) \\ (x-1)(x+1)(x-6)$$

2.1. EQUACIONS DE 1r GRAU

2.13 $3(x-2) - 4(x+5) = 10(x+4)$

S: $x = -6$.

$9(2x+3) - 4(3x-1) = x+41$

S: $x = 2$

S: $x = 5/4$

2.14 $\frac{4x-1}{3} = \frac{x}{6} + \frac{3x-1}{4}$

S: $x = 1/5$

$2(x-5) + 7 = \frac{4x+1}{2}$

S: No en té (Incompatible)

2.15 $\frac{x-2}{5} = \frac{x+3}{10} + 7 - x$

S: $x = 7$

$\frac{5(x-2)}{3} - \frac{7(x-3)}{2} = 5 + \frac{x-1}{2} - (x+4)$

S: $x = 5$

2.2. INEQUACIONS DE 1r GRAU

2.16 $\frac{3x-1}{2} - \frac{x+5}{2} \geq x - \left(\frac{x}{2} - 1\right) - \frac{1}{10}$

S: $x \geq 3$

2.17 $\left(\frac{3}{4} + \frac{x}{2}\right)2 < \left(\frac{2}{5} - x\right)3$

S:

$x < -0,075$

2.18 Resol aquestes inequacions de primer grau, gràfica i analíticament

a) $4(x-7) \leq 2(x+1) - 3x$

b) $\frac{18x}{5} - 3 > 4x - 1$

2.19 Resol aquestes inequacions de segon grau, gràfica i analíticament.

a) $3x^2 - 15x > -12$

b) $(2x+3)(x-2) > 0$

2.20 Resol el sistema d'inequacions d'una incògnita, gràfica i analíticament (recorda d'expressar la solució com un interval)

$$\begin{cases} 5x - 3 > \frac{x}{3} \\ \frac{3x-5}{5} \geq 2(x-4) \end{cases}$$

2.21 Resol les d'inequacions de primer grau amb dues incògnites, gràfica i analíticament (recorda que expressar la solució com un interval). (2 punts)

a) $x + 2y < 5$

b) $3x - y \geq -1$

2.22 Resol el sistema d'inequacions de dues incògnites (recorda que expressar la solució com un interval) gràfica i analíticament. (2 punts)

$$\begin{cases} -x + 4 \geq y \\ x - 2 \leq y \end{cases}$$

2.23 SISTEMES D'EQUACIONS DE 1r GRAU

2.24 a)
$$\begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = \frac{1}{2} \\ 2y - x = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{x}{2y-3} = 9 \\ \frac{x+3}{y} = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x + y = 10 \\ 2x + 3y = 9 \end{cases}$$

a) $x = 0 \quad y = 1$

b) $x = 3 \quad y = 1$

c) $x = 9 \quad y = 2$

2.25

$$\begin{cases} \frac{x+y}{4} + \frac{x-y}{2} = 3 \\ \frac{12x-7y}{13} = 3 \end{cases}$$

a) b) c) S:

$$\begin{cases} 4x - 6y = 30 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} -x = y - 2 \\ 2(x - 1) = -y + x \end{cases}$$

$$\frac{x+1}{3} - \frac{x-1}{4} = \frac{x}{2} - \frac{x-2}{12}$$

- a) Incompatible
- b) Indeterminat
- c) $x = 5$ $y = 3$

2.3. EQUACIONS DE 2n GRAU

2.3.1. a) $x^2 - \frac{x}{2} = \frac{1}{3} - \frac{2x}{3}$ S: $\left| x_1 = -\frac{2}{3} \quad x_2 = \frac{1}{2} \right.$

2.4.2. $4x^2 - 24 = 3x^2 + 601$ S: $\left| b) x_1 = -25 \quad x_2 = 25 \right.$

2.6. PROBLEMES D'APLICACIÓ

2.6.1. Quatre gelats grans i 6 de mida petita ens costen 1360, però si comprem 6 gelats grans i 4 petits ens costen 1490 pts. Quin és el preu dels gelats?

S: 110 i 175 pts.

2.6.2. En un test de 100 qüestions de cultura general, per cada qüestió ben contestada es donen 7 punts, i per cada qüestió no contestada o incorrecta ens en treuen 10. Una persona hi va aconseguir un total de 88 punts. ¿Quantes qüestions va contestar correctament?

S: 64 qüestions

2.6.3. La suma de la meitat i la setena part d'un número és deu unitats inferior al número. De quin número es tracta?

S: 28

2.6.4. La suma de dos números és 54 i el seu producte 713. Quins són? S: 23 i 31

2.6.5. La suma dels quadrats de dos números consecutius és 545. Quins són? Hi ha més d'una solució?

S: 16 i 17 o -16 i -

17

2.6.6. Em falten 20 pessetes per comprar-me una llibreta. Si costés dues cinquenes parts del que val, la podria comprar i encara em sobrarien 22 pessetes. Quin és el preu de la llibreta?

S: 70 pts.

2.6.7. Amb 1.200 pessetes hem comprat un cert nombre de llibres d'igual preu. Si

cada llibre costés 10 pessetes més car hauríem comprat 4 llibres menys.
Quant costa cada llibre i quants hem comprat?

S: 24 llibres de 50 pessetes

2.6.8. Quines dimensions ha de tenir un rectangle per a que el perímetre sigui 34 m i la superfície 72 m²?

S: 9 m i 8 m

2.6.9. Troba una fracció tal que si se suma una unitat al seu numerador equival a $\frac{1}{3}$, i, en canvi, si la unitat se suma al denominador equival a $\frac{1}{4}$. S:
4/15

2.6.10. La diferència entre les superfícies de dos quadrats és de 39 cm², i la diferència dels seus costats, 3 cm. Calcula el costat i l'àrea de cada quadrat.

S: 8 i 5 cm de
costat

2.6.11. Els diàmetres de les monedes de 25 pts i 5 pts són respectivament 26,5 mm i 23 mm. Alineant monedes d'ambdós tipus s'aconsegueix una longitud de 1,405 m, amb un valor de 1075 pts. Quantes monedes hi haurà de cada tipus?

S: 40 de 25 pts i 15 de 5

2.6.1. Un pare té actualment 5 vegades l'edat de la seva filla. D'aquí a tres anys l'edat del pare serà 4 vegades la de la filla. Quines són les edats actuals?

S: 45 i 9
anys

2.6.2. Fa 19 anys l'edat d'una persona era el doble de la d'una altra. Dintre d'onze anys l'edat de la segona serà $\frac{7}{9}$ la de la primera. Quines edats tenen?

S: 31 i 43 anys

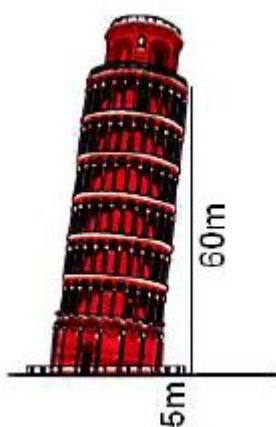
TRIGONOMETRIA

- 2.4. Expressa en graus sexagesimals els angles següents i expressa en radians els angles següents:

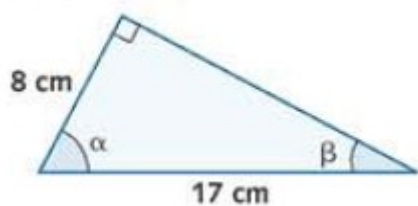
a) $\frac{2\pi}{5}$ rad

b) 135°

- 2.5. La Torre de Pisa està inclinada de manera que la seva paret lateral forma un triangle rectangle de catets 5 metres i 60 metres. Quant mesura la paret lateral?

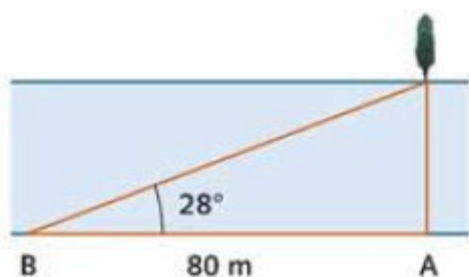


- 2.6. Troba les raons trigonomètriques dels angles α i β del triangle següent si el costat que falta mesura 15 cm :

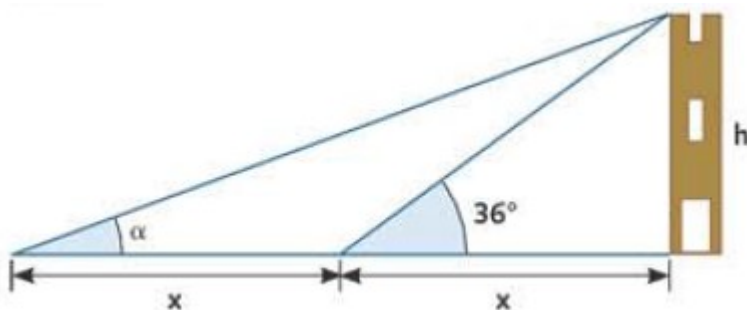


- 2.7. Sabent que $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ troba les raons trigonomètriques directes.

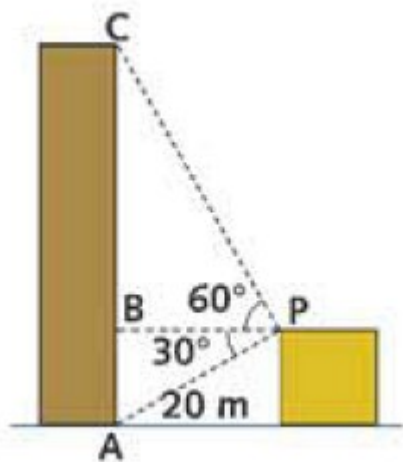
2.8. Troba l'amplada del riu de la figura.



2.9. Un observador veu el punt més alt d'una torre que forma un angle d'elevació de 36° amb el terra. Amb quin angle veurà el punt més alt si se situa al doble de distancia? (2 punts)



2.10. Des del punt P d'un edifici es mesuren els angles indicats a la figura. Esbrina l'altura de l'edifici més alt si la distancia AP és 20 m? (2 punts)



- 2.11.** Els costats iguals d'un triangle isòsceles valen 48 cm, i l'angle que formen $37^{\circ}12'43''$. Troba el costat que falta i els altres angles. S: $30'6$ cm i $71^{\circ}23'38''$

$$\frac{\pi}{6}$$



- 2.12.** Calcula el complementari i el suplementari de $\frac{\pi}{3}$, $5\pi/6$, $\pi/10$, $3\pi/5$ rad i de 60° , 150° , 18° , 108° en radians i en graus sexagesimals. S: $\pi/3$, $5\pi/6$, $\pi/10$, $3\pi/5$ rad i de 60° , 150° , 18° , 108°

- 2.13.** Troba la longitud d'una circumferència, sabent que un angle que mesura 3 rad forma un arc de $12'3$ cm.

S: $25'8$ cm

- 3.2.** El costat d'un pentàgon regular és $6'8$ cm. Troba la superfície del pentàgon.

S: $79'55$ cm².

- 3.3.** Des del cim d'una muntanya es veuen dos pobles alineats, el més proper amb un angle de depressió de 84° , i el més allunyat amb un angle de depressió de 85° . Si la distància entre els dos pobles és de 5 km, troba l'alçada de la muntanya.

S: 2.610 m

- 3.4.** Resol el triangle de costats 18 m, 42 m i 35 m.

S: 25° , 100° i 55°

- 3.5.** Calcula la superfície d'un octògon regular de 5 cm de costat.