

*DEURES D'ESTIU*  
**MATEMÀTIQUES**  
**4t ESO**

Cognoms i nom:.....

Curs: 4t ESO .....

## NOMBRES REALS

1. Opera i simplifica, tenint en compte la jerarquia de les operacions:

a)  $\left(\frac{3}{6} - \frac{4}{5}\right) \cdot \left(\frac{4}{12} - \frac{3}{6}\right)$

b)  $\frac{-2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \left[-\frac{7}{3} - (-2) \cdot \left(\frac{1}{4} - 3\right)\right]$

c)  $2 - \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{5}\right) - \left(\frac{4}{3} + 2\right) \cdot \frac{1}{5}$

2. Indica el conjunt numèric al qual pertany cada nombre:

a) 8,0999...

d)  $-\frac{1}{5}$

g)  $\sqrt{15}$

b) -11

e)  $6,\overline{126}$

h)  $\frac{8}{7}$

c) 2,5

f) 1,223334444...

i)  $\pi$

3. Expressa mitjançant intervals el conjunt de nombres reals que verifiquen que:

a) Són més petits que  $\frac{3}{4}$ .

c) Són més grans que 0.

b) Són més petits o iguals que  $-\frac{2}{5}$ .

d) Són més grans o iguals que  $-\frac{2}{5}$ .

4. Aproxima als centèsims per truncament i per arrodoniment:

a) 24,1587

c) 24,9215

e) 24,1617

b) 24,1507

d) 24,1582

f) 24,1627

5. Indica quins nombres són racionals i quins són irracionals:

a)  $\sqrt{2}$

d)  $\sqrt{10}$

g)  $\sqrt{6}$

b)  $\sqrt{9}$

e)  $\sqrt{5}$

h)  $\sqrt{16}$

c)  $\sqrt{3}$

f)  $\sqrt{15}$

i)  $\sqrt{7}$

## POTÈNCIES I RADICALS

6. Aplica les propietats de les potències i expressa el resultat com a potència d'exponent positiu:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } 8^{-3} \cdot 8^{-6} & \text{c) } (8 \cdot 4)^{-4} & \text{e) } \left(-\frac{5}{2}\right)^{-1} \\ \text{b) } \left(\frac{5^{-8}}{5^{-2}}\right)^{-2} & \text{d) } \left(\frac{15}{72}\right)^{-3} & \text{f) } (24^{-21})^2 \end{array}$$

Indica quina propietat has fet servir en cada cas.

7. Calcula.

$$\text{a) } (x^5 y^{-2}) : (x^6 y^{-1}) \qquad \text{b) } (6x^4 y^2) : (3x^2 y^{-2})$$

8. Simplifica i expressa el resultat com a potència:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{5^7 \cdot 3^3 \cdot 6^{-4}}{6^{-2} \cdot 3^{-3} \cdot 5^{-14}} & \text{c) } 9^2 \cdot 3^{-2} \cdot 27 \\ \text{b) } 2 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2^{-3}}{3^2} \cdot \left(\frac{3}{8}\right)^2 & \text{d) } \left[\left(\frac{1}{5}\right)^3\right]^{-2} \cdot 25 \end{array}$$

9. Aquests nombres no estan escrits correctament en notació científica. Corregeix-los.

$$\text{a) } 0,7 \cdot 10^6 \qquad \text{b) } 11,2 \cdot 10^{-3}$$

10. Calcula.

$$\text{a) } 2,3 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 \qquad \text{b) } (5 \cdot 10^{-2}) \cdot (3,1 \cdot 10^{-4})$$

11. Calcula el valor numèric dels radicals següents, si en tenen:

$$\text{a) } \sqrt[4]{16} \qquad \text{b) } \sqrt[3]{-8} \qquad \text{c) } \sqrt[4]{-100} \qquad \text{d) } \sqrt[5]{243}$$

12. Expressa les potències següents com a radicals i troba'n el valor numèric:

a)  $5^{\frac{3}{2}}$

c)  $3^{\frac{4}{7}}$

e)  $4^{\frac{3}{4}}$

b)  $(-2)^{\frac{1}{3}}$

d)  $(-7)^{\frac{1}{6}}$

f)  $(-6)^{\frac{4}{5}}$

13. Introdueix factors dins del radical:

a)  $6\sqrt{2}$

b)  $2\sqrt[3]{6}$

c)  $4\sqrt[4]{7}$

d)  $2\sqrt[5]{5}$

14. Simplifica, si és possible:

a)  $\sqrt[4]{7.776}$

b)  $\sqrt[6]{1.024}$

15. Opera i simplifica:

a)  $4\sqrt[6]{3} + 3\sqrt[6]{3} - \frac{1}{2}\sqrt[6]{3}$

c)  $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[3]{4}$

b)  $\frac{3}{2}\sqrt[4]{7} - \frac{5}{3}\sqrt[4]{7} + \sqrt[4]{7}$

d)  $\frac{\sqrt[5]{1.568}}{\sqrt[4]{36}}$

16. Opera i expressa el resultat en forma d'una sola potència:

a)  $\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-5}$

b)  $\left(\frac{3}{10}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{3}{10}\right)^{-5} : \left(\frac{3}{10}\right)^0$

c)  $\left(\frac{5}{4}\right)^{-1} : \left(\frac{5}{4}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^8$

d)  $\left(\frac{-1}{5}\right)^{-5} : \left(\frac{-1}{5}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{-1}{5}\right)^7$

17. Efectua aquestes operacions:

a)  $4^6 : 2^4$

e)  $2^{-3} : (-2^{-3})$

b)  $(-3)^4 \cdot (-3^4)$

f)  $[(-5)^3]^2 \cdot 5^{-4}$

c)  $(-2^6) : (-2^{-6})$

g)  $[(2^4 \cdot 2^{-8})^{-1}]^{-4}$

d)  $(-2^3)^4 \cdot (-2^4)^{-3}$

h)  $-(-2^3) : (-2^4)$

18. Opera i simplifica el resultat:

a)  $(30^{-5} : 10^{-5})^3$

b)  $(6^{-2} \cdot 3^{-2})^{-1}$

c)  $(9^0 : 9^{-3})^2$

d)  $(10^{-10} \cdot 10^{-6})^{-2}$

e)  $(12^3 : 2^3)^{-4}$

f)  $(20^{-5} : 10^{-5})^{-3}$

19. Simplifica:

a)  $\frac{3^6 \cdot 2^8 \cdot 5^3}{9^3 \cdot 25^2 \cdot 4^4}$

b)  $\frac{3^{-4} \cdot 16 \cdot 9^{-1}}{8^2 \cdot 3^{-5} \cdot 2^{-3}}$

c)  $\frac{(-5)^3 \cdot (-8)^4 \cdot 9^{-2}}{(-3)^{-4} \cdot 2^7 \cdot 25^5}$

d)  $\frac{32^{-1} \cdot 36^{-2} \cdot 18^{-2}}{8^{-5} \cdot 6^{-3} \cdot 9^4}$

20. Racionalitza els denominadors i simplifica:

a)  $\frac{1}{\sqrt{6}}$

b)  $\frac{-5}{2\sqrt{5}}$

c)  $\frac{4}{\sqrt[5]{3^2}}$

d)  $\frac{-6}{2\sqrt[4]{7}}$

21. Racionalitza els denominadors i simplifica:

a)  $\frac{1 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

c)  $\frac{7 + \sqrt{5}}{\sqrt[4]{3}}$

b)  $\frac{5\sqrt{3} - 4}{\sqrt[3]{3^2}}$

d)  $\frac{6\sqrt{6} - 6}{\sqrt{6}}$

22. Racionalitza els denominadors i simplifica:

a)  $\frac{1}{\sqrt{2} + 1}$

b)  $\frac{-5}{\sqrt{3} - 2}$

c)  $\frac{4\sqrt{2}}{3\sqrt{2} - \sqrt{5}}$



29. Factoritza els polinomis següents i explica com ho fas:

a)  $x^3 - 1$

b)  $x^5 - 1$

c)  $x^6 - 1$

30. Efectua les operacions següents amb aquests polinomis:

$$P(x) = 2x^3 + 6$$

$$Q(x) = x^2 - 2x + 3$$

$$R(x) = -2x^5 + x^2 - 1$$

a)  $P(x) + Q(x) - R(x)$

b)  $P(x) - [Q(x) - R(x)]$

c)  $-[P(x) - [Q(x) + R(x)]]$

31. Assenyala quins dels polinomis següents són el quadrat d'un binomi i indica-ho:

a)  $25x^2 - 70x + 49$

d)  $x^6 - 4x^3 + 4$

b)  $x^4 - 6x^3 + 9x^2$

e)  $4x^4 - 16x^2 - 16$

c)  $x^6 + 4x^3 + 4$

f)  $9x^4 + 12x^3 + 4$

32. Descompon en factors els polinomis següents amb l'extracció de factor comú:

a)  $8x^3 - 4x$

d)  $x^6 - 4x^3$

b)  $18x^3 + 14x^2$

e)  $x^3 + 7x^2$

c)  $9x^2 + 12x$

f)  $x^4 - x^3$

33. Factoritza aquests polinomis amb l'aplicació de les igualtats notables:

a)  $x^2 + 2x + 1$

d)  $x^2 - 4$

b)  $x^2 + 10x + 25$

e)  $4x^2 - 16$

c)  $4x^4 - 16x^2 + 16$

f)  $x^3 - 9x^2 + 27x - 27$

**34. Simplifica aquestes fraccions algebraiques:**

a)  $\frac{x+1}{x^2-1}$

b)  $\frac{x^2-4}{x^2-4x+2}$

c)  $\frac{x^2-1}{x-1}$

d)  $\frac{x^2-x}{x^3-x^2}$

### **EQUACIONS I INEQUACIONS**

35. Quins dels valors següents són la solució de l'equació

$$\frac{x+4}{3} - \frac{1}{2} = \frac{5-x}{2}?$$

a)  $x=1$

b)  $x=5$

c)  $x=-2$

d)  $x=2$

36. Calcula les solucions d'aquestes equacions biquadrades:

a)  $x^4 + 7x^2 - 3 = 0$

c)  $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

b)  $36x^4 - 13x^2 + 1 = 0$

d)  $2x^4 - 6x^2 + 4 = 0$

37. Opera i resol:

$$(x^3 + x) \cdot x - 1 = 0$$

38. Resol aquestes equacions:

a)  $\frac{x}{x-2} + 2x = 1$

c)  $(x+1) \cdot (x-7) \cdot (x+4) = 0$

b)  $\frac{x+2}{x-3} + \frac{3 \cdot (x+6)}{x} = \frac{1}{x}$

d)  $(x-3) \cdot (x^2 + 2x + 1) \cdot (x^2 + 5) = 0$



39. Resol:

$$\text{a) } \frac{1}{x-3} - \frac{x}{(x-3)^2} = \frac{-3}{49}$$

$$\text{b) } x^2 \cdot (x+1)^2 = 0$$

40. Resol les equacions:

$$\text{a) } \sqrt{9+x} = x-11$$

$$\text{b) } x - \sqrt{x} = 6$$

41. Resol:

$$\text{a) } \sqrt{x+7} = \sqrt{x} + 1$$

$$\text{b) } \sqrt{x^2 - 2x} + x = \sqrt{x}$$

42. Resol aquestes inequacions:

$$\text{a) } 2x - 3x + 5 > 6x - 1$$

$$\text{b) } 7 - 2x < -4$$

43. Resol les equacions de segon grau següents:

$$\text{a) } x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$\text{e) } x^2 + 15 = 8x$$

$$\text{i) } 2x^2 + 7x = 3$$

$$\text{b) } x^2 = 4x - 3$$

$$\text{f) } x^2 - x = 30$$

$$\text{j) } x^2 = x - 3$$

$$\text{c) } x^2 - 2x = 3$$

$$\text{g) } 8x^2 = 15 - 2x$$

$$\text{d) } x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$\text{h) } x^2 + 3x - 1 = 0$$

44. Resol les equacions següents:

$$\text{a) } x^2 + 6x = 0$$

$$\text{d) } -x^2 + 4x = 0$$

$$\text{b) } 3x^2 = 12x$$

$$\text{e) } 8x^2 - 6x = 0$$

$$\text{c) } 5x = 10x^2$$

$$\text{f) } 7x = 23x^2$$

45. Resol aquestes equacions de segon grau:

a)  $25x^2 - 4 = 0$

d)  $-3x^2 = -48$

b)  $-8x^2 = -18$

e)  $5x^2 = 100$

c)  $2x^2 - 18 = 0$

f)  $4x^2 - 144 = 0$

46. Resol:

a)  $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} = \frac{5}{12}$

b)  $\frac{3-x}{x+2} - \frac{x-1}{x-2} = -2$

## INEQUACIONS

47. Resol les següents inequacions de 2n. grau:

a)  $x^2 - x - 2 < 0$

b)  $2x^2 - 3x + 1 > 0$

c)  $x^2 - x > 2x^2 - 2$

d)  $x^2 + 6 < 4$

e)  $x^2 - 2x + 1 \geq 0$

48. Resol els següents sistemes d'inequacions:

a)  $\left. \begin{array}{l} 3x \leq 15 \\ 2x \geq -2 \end{array} \right\}$

b)  $\left. \begin{array}{l} x+7 \geq 3x+1 \\ x+1 \geq 2x+4 \end{array} \right\}$

c)  $\left. \begin{array}{l} 3(x-1)+2 \geq 2x-3(1-x) \\ 5x-2 > 8 \end{array} \right\}$

49. Expressa cada enunciat com a inequació, com a interval i gràficament:

- a) Nombres més petits que 9 i més grans o iguals que 4.
- b) Nombres més petits o iguals que 10.
- c) Nombres més grans que  $-3$  i més petits que 3.
- d) Nombres més grans o iguals que  $-6$ .
- e) Nombres més petits que  $-5$  i més grans que  $-10$ .
- f) Nombres més grans que  $-8$  i més petits o iguals que 0.
- g) Els anys que té una persona major d'edat.
- h) Els nombres de la matrícula d'un cotxe.

## SISTEMES D'EQUACIONS LINEALS I NO LINEALS

50. A partir del nombre de solucions, classifica aquests sistemes d'equacions:

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 0 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x + y = 20 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} x + 3y = 2 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x + 2y = 4 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 2x + 2y = 3 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

51. Resol aquests sistemes per substitució i per igualació:

$$\text{a) } \begin{cases} x - y = 4 \\ x + 2y = 13 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 2x + 3y = -5 \\ 3x + 2y = -5 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 10x + y = 21 \\ 4x - 3y = 5 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} -x + 2y = -1 \\ 4x + 2y = 14 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x - y = 4 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} 2x + 3y = 23 \\ 6x - 2y = 14 \end{cases}$$

52. Resol pel mètode de reducció:

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} -4x - y = -9 \\ 2x + 5y = 9 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 3x - 5y = -31 \\ 12x + 3y = -9 \end{cases}$$

53. Resol aquests sistemes:

$$\text{a) } \begin{cases} x - 3y = 12 \\ x^2 - y^2 = 7 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{x+1}{2} = y-3 \\ 2x^2 = y^2 - 7 \end{cases}$$

54. Resol els sistemes següents:

$$\text{a) } \begin{cases} (x+2) \cdot y = -16 \\ 4x + y = 4 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} (x+3) \cdot y = -8 \\ x \cdot (y-1) = -3 \end{cases}$$

55. Resol gràficament aquests sistemes:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + y = 4 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + 4y = -5 \\ 3x - y = 11 \end{cases}$$

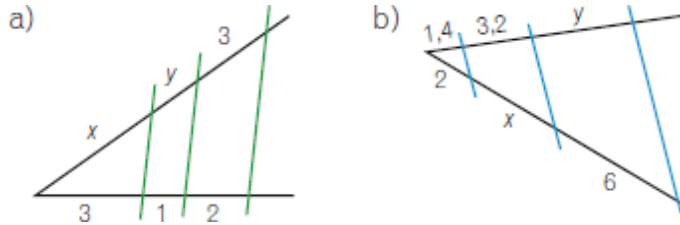
56. Resol els sistemes següents:

$$\text{a) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 29 \\ x^2 - y^2 = -21 \end{cases}$$

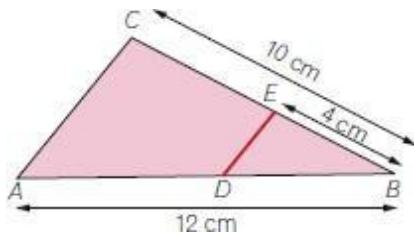
$$\text{b) } \begin{cases} x \cdot (x+y) = -3 \\ x^2 + y = 5 \end{cases}$$

## TEOREMA DE TALES

57. Calcula les longituds desconegudes:

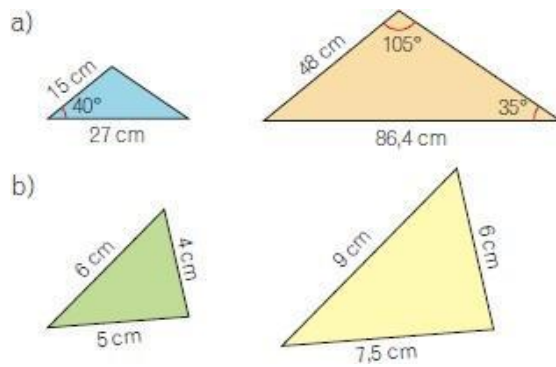


58. Quant fa  $DB$ ? Podem calcular  $DE$ ?

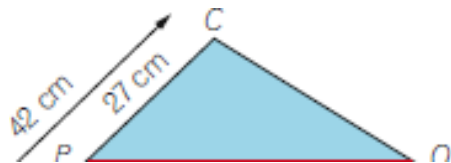


## SEMBLANÇA DE TRIANGLES

59. Indica si aquests triangles són semblants:



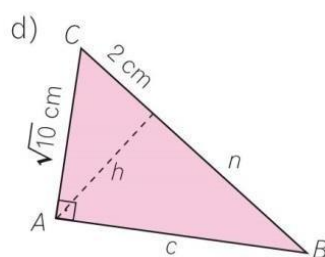
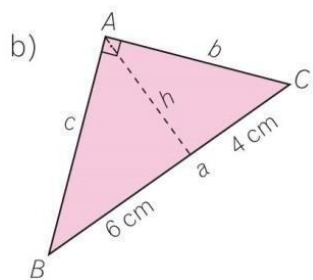
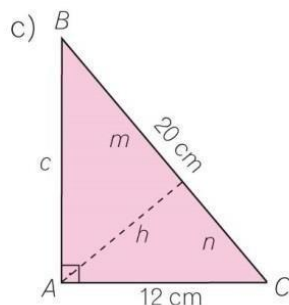
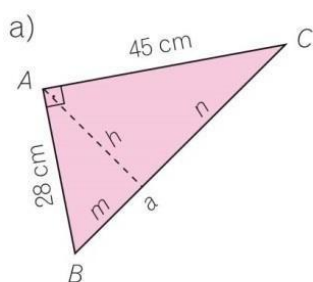
60. En un triangle  $ABC$  tracem un segment  $PQ$  paral·lel a  $AB$ . Calcula  $BC$ . Podem trobar  $AB$ ?



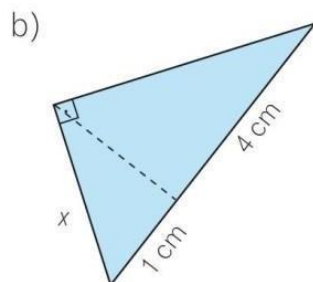
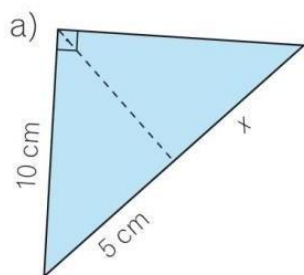
61. Si dos triangles rectangles tenen un dels catets iguals, són semblants?

### APLICACIONES DE LA SEMBLANÇA DE TRIANGLES

62. Calcula els valors que falten als triangles rectangles següents:

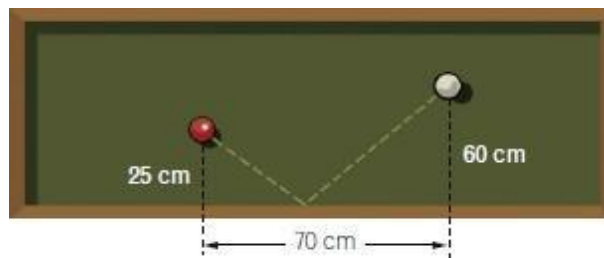


63. Calcula  $x$  en cada cas.



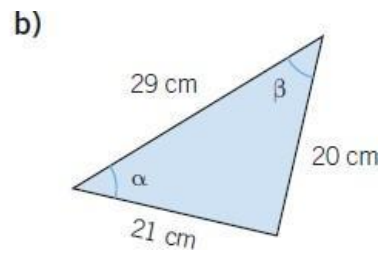
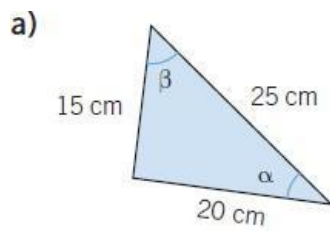
## PROBLEMES AMB SEMBLANCES

64. Quant fa l'ombra que projecta un arbre de 15 m d'altura si saps que en el mateix moment un altre arbre de 8 m d'altura projecta una ombra de 10 m?
65. Una antena està subjectada amb dos cables que formen entre si un angle de  $90^\circ$  i són de 8 i 5 m, respectivament. A quina altura s'enganxen a l'antena?
66. Calcula on ha de colpejar la bola vermella a la banda perquè el rebot toqui la bola blanca.



## TRIGONOMETRIA

67. Calcula les raons trigonomètriques dels angles  $\alpha$  i  $\beta$ .



68. Calcula la resta de raons trigonomètriques mitjançant les relacions que hi ha entre elles:

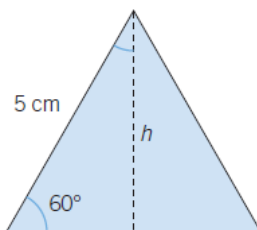
a)  $\sin \alpha = 0,3$

b)  $\sin \beta = 0$

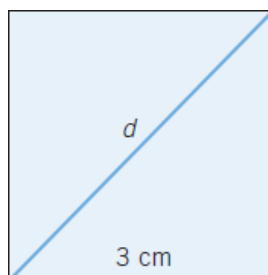
c)  $\cos \gamma = 0,4$

d)  $\operatorname{tg} \delta = 2$

69. Determina l'altura d'un triangle equilàter de 5 cm de costat sense aplicar-hi el teorema de Pitàgores.

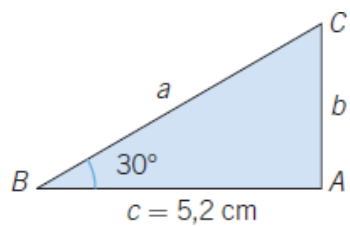


70. Troba la diagonal d'un quadrat de 3 cm de costat mitjançant les raons trigonomètriques.

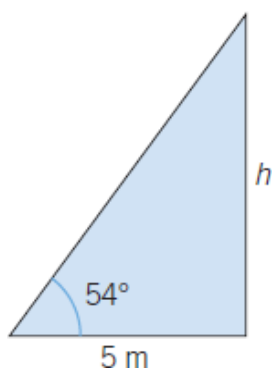




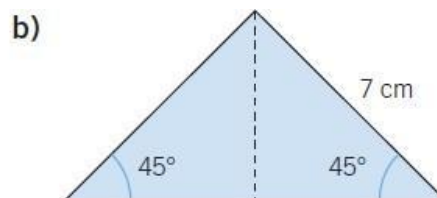
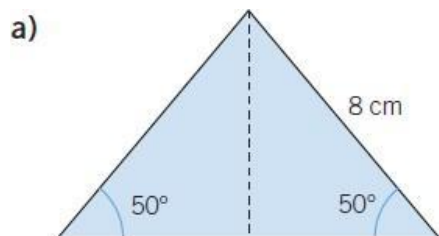
71. Calcula la mida dels elements que falten al triangle següent.



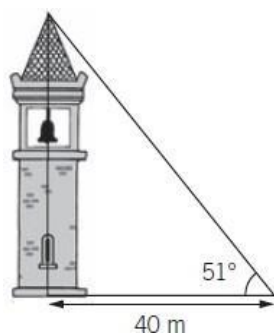
72. Determina l'altura d'un arbre si des d'una distància del peu de 5 m en veiem la capçada amb un angle de  $54^\circ$ .



73. Troba l'àrea d'aquests triangles isòscels:

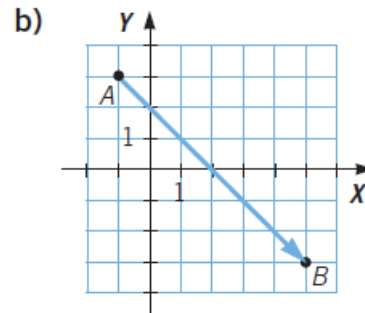
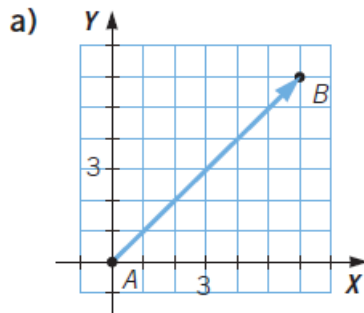


74. Calcula l'altura del campanar d'una església si saps que, si ens separem 40 m de la seva base, veiem la punta del campanar sota un angle de  $51^\circ$ .



## GEOMETRIA ANALÍTICA.

75. Calcula el mòdul d'aquests vectors:



76. Calcula el mòdul del vector  $\overline{AB}$ .

- a)  $A(1, 1)$  i  $B(2, 3)$
- b)  $A(-4, 1)$  i  $B(5, -2)$
- c)  $A(3, -2)$  i  $B(1, -1)$
- d)  $A(-3, 0)$  i  $B(0, 4)$

77.

Calcula l'equació de la recta que passa pels punts  $A(5, 3)$  i  $B(4, 7)$  en forma vectorial, paramètrica i contínua.

78.

Troba l'equació de la recta, en forma implícita, que passa pel punt  $A(4, 1)$  i que té com a vector director  $\vec{v} = (3, 1)$ .

79.

Troba l'equació de la recta que passa pel punt  $A(0, 2)$  i que té com a vector director  $(-2, 3)$ , en forma explícita.

80.

Determina quatre punts que pertanyin a la recta d'equació:  
 $(x, y) = (1, 3) + t \cdot (2, 2)$ .