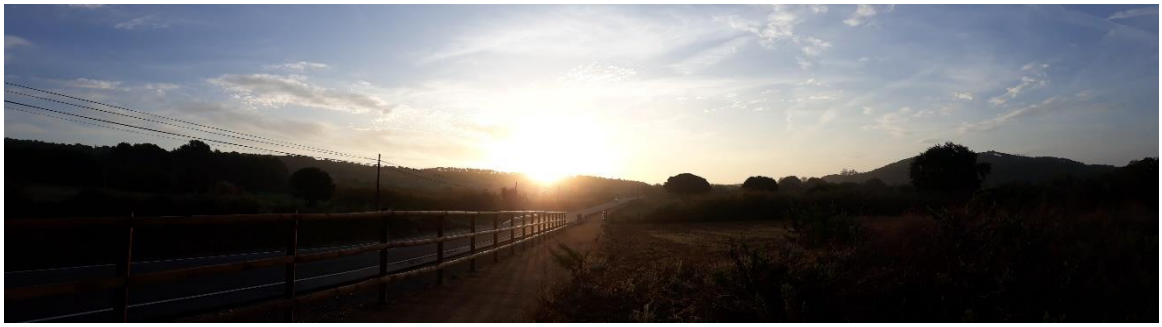
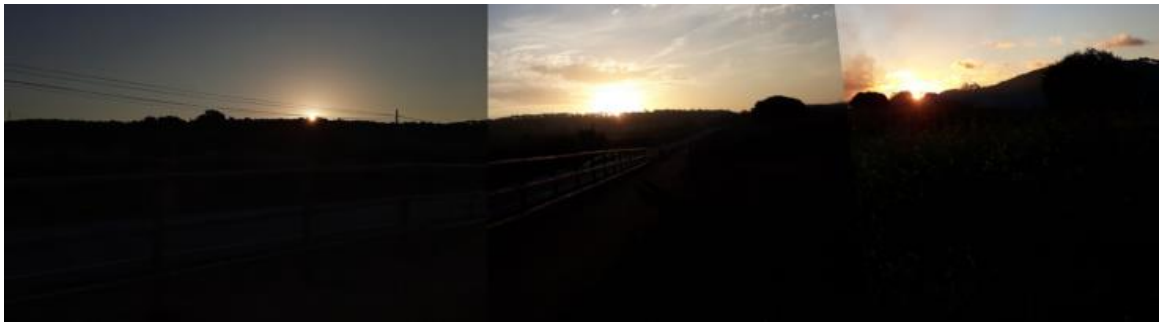
γεωμετρια

(geo-metria)

Mesurant la Terra des de Palafrugell i els seus voltants





Marina Fernàndez i Vilaseca

2n de Batxillerat D

Tutors: Núria Corona i Lluís Drou

15/01/2021

“El científic no estudia la natura perquè sigui útil; l’estudia pel plaer que en pot obtenir, i en pot obtenir plaer perquè és bella. Si no fos bella, no valdria la pena conèixer-la, i si no valgués la pena conèixer-la, no valdria la pena viure.”

Henri Poincaré

“Que no hi entri ningú que no sàpiga geometria.”

Inscripció a l’entrada
de l’Acadèmia de Plató.

ÍNDEX

Introducció 1
1. Mesura del perímetre de la terra 3
1.1. Teoria 3
1.1.1. El moviment de la Terra al voltant del Sol 3
1.1.2. Determinació d'un punt exacte a la Terra 4
1.1.3 Eratòstenes 5
1.2. Pràctica 8
1.2.1. Materials necessaris 8
1.2.2. Mètode d'ordenació de les dades 9
1.2.3. Càlculs i resultats 10
2. Mesura de la inclinació de la Terra pel moviment aparent del Sol 14
2.1. Teoria 14
2.1.1. Els solsticis i els equinoccis 14
2.1.2. Canvi de perspectiva 15
2.2. Pràctica 16
2.2.1. Mètode de recollida de dades 16
2.2.2. Mètode de càlcul 17
2.2.3. Experiència i resultats 19
3. Mesura de la curvatura de la Terra 22
3.1. Teoria 22
3.1.1. La Terra com una esfera 22
3.1.2. Experiment al riu vell de Bedford 23
3.2. Pràctica 27
3.2.1. Materials necessaris 27
3.2.2. Mètode de recollida de dades 28
3.2.3. Càlculs i resultats 28
4. Rotació de la Terra i càlcul de la latitud a partir d'un Pèndol de Foucault 31
4.1. Teoria 31
4.1.1. Proves de la rotació de la Terra al llarg de la història 31
4.1.2. Foucault 33
4.2. Pràctica 37
4.2.1. Càlculs previs 37

4.2.2. Materials necessaris i construcció del pèndol 38
4.2.3. Posada a la pràctica 40
4.2.4. Comprovació dels càlculs amb el pèndol del CosmoCaixa 41
Conclusions 43
Nota d'agraïments 46
Bibliografia i webgrafia 47
Índex d'imatges 50
Annexos I
Càlcul de la circumferència (perímetre) de la Terra a partir de mesures fetes a Palafrugell comparades amb llocs on aquell dia no hi havia ombra al migdia solar: ... I
Càlcul de la circumferència (perímetre) de la Terra a partir de la diferència entre dos angles obtinguts amb mesures reals: III
Càlcul de l'error de mesura en el perímetre de la Terra: III
Mapa del món amb els llocs d'on tinc mesures IV
Fotografies de les mesures de les ombres V
Article de *Nature* (octubre de 1943) on es descriuen les unitats que va fer servir Eratòstenes per mesurar el perímetre de la Terra VII
Fitxa del senyal geodèsic des d'on he fet les fotografies del Sol VIII
Fotografies de les postes de Sol per calcular la inclinació de la Terra respecte l'eclíptica IX
Com vaig decidir des d'on fer les fotografies del Sol X
Càlcul del descens d'un objecte que no estigui darrere l'horitzó XI
Full de càlcul de la fórmula de la pàgina 28 XI
Plànol del pèndol del CosmoCaixa XII

Introducció

El títol del meu treball és "γεωμετρια (geo-metria), mesurant la Terra des de Palafrugell". L'estudi es centra en diverses mesures físiques del planeta Terra obtingudes a partir dels meus mitjans, tot i que també inclou recerca sobre les primeres persones que van fer els experiments i el seu moment històric. El meu treball s'adscriu, doncs, a l'àmbit científic, en concret la manera com s'han descobert diverses mides de la Terra.

Les raons que m'han motivat a l'hora d'escollir aquest tema són aquestes: en primer lloc, tinc un gran interès per la investigació científica, ja sigui l'actual o la que va servir per consolidar coneixements que han canviat la nostra visió del món. En segon lloc, volia experimentar, amb els meus mitjans, sobre qüestions de gran importància pel que fa a la nostra concepció de la Terra. I, finalment, la lectura del llibre *De Arquímedes a Einstein: los diez experimentos más bellos de la física*, de Manuel Lozano Leyva, em va donar idees sobre quins experiments podria fer.

Els meus objectius per aquest treball són:

1. El meu objectiu principal és aprendre a fer investigació científica. M'interessa adoptar una metodologia pràctica i meticulosa que em serveixi per obtenir resultats fiables. Voldria aconseguir que l'error relatiu entre els meus resultats i els valors que accepta la comunitat científica sigui del cinc per cent o menys.

2. A més, m'agradaria poder recrear experiments de gran importància en la història de la ciència. N'he escollit quatre que han estat classificats de *bells*, tant per la seva simplicitat a l'hora de veure el que volen demostrar o calcular com per la gran repercussió que van tenir quan es van fer.

3. Finalment, em motiva poder saber quines parts del coneixement que tenim del nostre planeta puc descobrir jo amb els mitjans dels quals disposo.

La meva recerca està estructurada al voltant dels quatre experiments que he decidit fer. De cada un dels experiments he redactat la part teòrica i la part pràctica. La primera

consisteix en una explicació dels conceptes relacionats amb l'experiment i el seu rerefons històric. La segona és una exposició dels passos que he seguit per dur-lo a terme i quins resultats he obtingut.

Per cada experiment que m'ha interessat, he buscat les dades històriques més importants que hi estan relacionades, és a dir, qui els va dissenyar, com, on i quan els van dur a terme. He redactat una petita biografia dels autors dels experiments, que permet introduir la part on s'expliquen els fonaments científics de la seva recerca: quin tipus de fenòmens van haver d'observar i el model que proposaven per explicar-los.

La part pràctica segueix aquestes explicacions. En aquesta part del meu estudi explico com he hagut d'adaptar els experiments a les meves condicions, ja sigui per qüestions geogràfiques o degut a la tecnologia que tinc al meu abast. Llavors faig una descripció detallada dels passos que he seguit per aconseguir els meus resultats, ja que han de ser reproduïbles. Finalment, exposo els meus resultats (en experiments on n'he obtingut molts només hi he afegit els més rellevants, ja que algun ha requerit un gran nombre d'observacions) i faig una comparativa amb els valors acceptats per la comunitat científica.

Per dur a terme la meva recerca, el primer que he fet ha estat recollir informació general relacionada amb els experiments que més m'interessaven. Ho he fet mitjançant llibres com el que he mencionat a les motivacions del treball i pàgines web de divulgació. Llavors he hagut de dissenyar els experiments i anar recollint dades. L'última part de la meva investigació ha consistit a informar-me sobre com funcionen els models científics dels quals formen part els meus resultats i exposar-los de manera clara i concisa a la part pràctica del treball.

En resum, l'interès i l'originalitat del meu projecte té el seu lloc en l'adaptació (a l'actualitat i als meus mitjans) que he fet de cada un dels experiments; considero que puc aportar una guia per reproduir-los i verificar de manera pròpia coneixements molt ben establerts a la ciència.

1. Mesura del perímetre de la terra

1.1. Teoria

1.1.1. El moviment de la Terra al voltant del Sol

És ben sabut que la Terra orbita al voltant del Sol a causa de la força gravitatòria que exerceix l'estrella sobre el planeta. Aquesta força és la mateixa que fa que els objectes que es troben a la superfície d'un planeta caiguin cap a baix, descrita per l'equació:

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \qquad F = m \cdot g$$

On F és la força deguda a la gravetat entre dues masses, que són m_1 i m_2, que estan a una distància r; G és la constant gravitacional. Per a objectes que cauen a la Terra, es fa servir la segona equació, on g és el producte de G per la massa de la Terra dividit entre el radi del planeta al quadrat i m és la massa de l'objecte. (Tate, 2010)

El que fa que la Terra, al contrari dels objectes a la seva superfície, no caigui en picat cap al Sol, és el seu moviment. Sir Isaac Newton (1643-1727), qui va plantejar les equacions que he descrit a dalt, va imaginar-se la manera de fer que una bala de canó orbités al voltant de la Terra de la mateixa manera que aquesta ho fa al voltant del Sol. Deia que si es disparés una bala de canó amb molta força, aquesta tiraria endavant tan ràpid que tot i que la força de la gravetat la fes caure cap a la Terra, la curvatura de la seva trajectòria seria menor que la curvatura del planeta. D'aquesta manera, la bala sempre estaria caient, però *al voltant* de la Terra. (Dawkins, 2011)

Segons la teoria planetesimal, que explica la formació del sistema solar, al principi d'aquest procés tota la matèria del sistema es concentrava en un disc giratori situat al centre, on ara hi ha el Sol. Es van anar agregant cúmuls de matèria giratòria fins que alguns van acabar escapant, empesos per una gran força, que seria l'equivalent a la força que fa el canó per posar la bala en òrbita.

Com que el que seria la Terra va sortir del centre del sistema solar amb l'impuls d'una força, va poder escapar la força de la gravetat generada pel Sol, de manera que va començar a orbitar-lo descrivint una el·lipse. Si la força inicial hagués estat menor, l'òrbita seria més pròxima a un cercle. (Francis, 2002)

γεωμετρια (geo-metria), mesurant la Terra des de Palafrugell

Aquest moviment té un període de 365.26 dies, és a dir, que triga aquest temps a completar una òrbita al voltant de l'estrella, i s'anomena revolució. L'altre moviment interessant que descriu la Terra és la rotació, que és el gir sobre si mateixa que origina el dia i la nit. A part d'això, també és important saber la inclinació de l'eix terrestre respecte al pla de l'eclíptica, el pla on orbiten els planetes, que explico amb detall al següent experiment, per tenir una bona descripció del sistema solar.

Però és obvi que Eratòstenes de Cirene, qui va calcular per primer cop amb gran exactitud el perímetre de la Terra, no coneixia aquesta descripció del seus moviments. La bellesa del seu experiment rau en el fet que no requereix el coneixement de la posició del planeta respecte a l'estrella, sinó que s'aprofita del que es pot observar a simple vista, com l'ombra que projecten els objectes verticals, per descobrir allò que no veiem tan fàcilment, és a dir, l'esfericitat i la mida de la Terra.

1.1.2. Determinació d'un punt exacte a la Terra

Per situar un punt en un pla es fan servir coordenades. Si això es vol aplicar a la superfície de la Terra, n'hi ha prou amb dues: els meridians i els paral·lels, que corresponen a la latitud i a la longitud, respectivament. Els primers són circumferències de la mateixa llargada que es creuen entre ells als pols, i els segons, els paral·lels, tenen una mida que oscil·la entre zero i la circumferència màxima definida per l'esfera terrestre, que és l'Equador. Per saber on és un punt a la Terra, es donen les coordenades corresponents a la seva latitud (el meridià on es troba) i la seva longitud (en quin paral·lel està situat). (The editors of Encyclopaedia Britannica, 2020)

Eratòstenes de Cirene, com explico al següent apartat, va dirigir la Biblioteca d'Alexandria. Gràcies als seus documents personals i fonts que va trobar allà, va elaborar el seu propi mapa del món, que dividia la Terra utilitzant paral·lels i meridians per primer cop. El seu paral·lel principal anava d'est a oest, passant per la ciutat de Rodes, i el meridià principal, de nord a sud. Amb aquestes línies perpendiculars, va dividir el mapamundi en una quadrícula que podia ser utilitzada per conèixer distàncies entre punts qualssevol de la part del planeta que havia estat cartografiada. (Walkup, 2010)

γεωμετρια (geo-metria), mesurant la Terra des de Palafrugell

1.1.3 Eratòstenes

1.1.3.1. Biografia

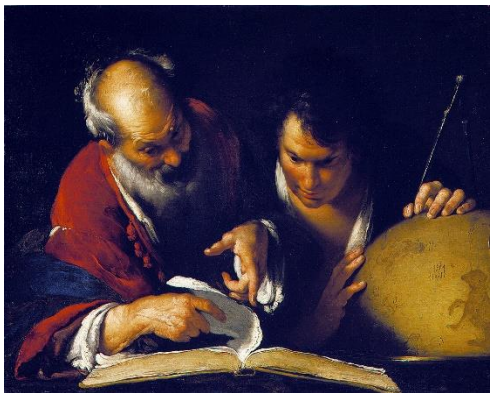


Figura 1. Eratòstenes ensenyant a Alexandria.

Eratòstenes va ser un home tant de ciències com de lletres nascut a Cirene, una ciutat antigament grega a prop de l'actual ciutat de Shahat, a Líbia, al segle tercer abans de Crist. Va estudiar en diverses escoles filosòfiques d'aquesta ciutat, on ja com alumne va escriure alguns llibres sobre els temes de la matemàtica de Plató, fets importants a la història grega i també poemes fets per ell mateix. Així va aconseguir una bona reputació entre els estudiosos de la comunitat, encara que alguns dels seus companys l'anomenaven *beta*, la segona lletra de l'alfabet grec, perquè tenien l'acudit que ell sempre era el segon millor en totes les disciplines, per sota d'alfa. (Crease, 2004)i (Viquipèdia, 2019)

Malgrat aquest acudit, les seves capacitats eren tan ben vistes que el rei d'Egipte, Ptolomeu III Evèrgetes, el va nomenar tutor del seu fill i, uns anys més tard, el va fer director de la Biblioteca d'Alexandria, fundada per la dinastia d'aquest rei amb la intenció de ser el centre cultural del món grec. Formava part d'un museu i, tot i que no hi ha fonts completament fiables sobre els rotlles que contenia, s'ha arribat a estimar que en podria haver tingut, en el millor dels casos, fins a set-cents mil, mentre que altres baixen aquesta xifra fins a quaranta mil. Allà es podien trobar manuscrits ordenats per autor en ordre alfabètic, que qualsevol estudiós amb les credencials adequades podia tenir al seu abast.((Jeremy Norman's History of Information, 2014) i (Stokes Brown, 2014)

Eratòstenes va escriure dos llibres en l'àmbit de la geografia que van ser rellevants a la seva època. El primer, *Geographika*, tenia tres volums i va ser el primer que feia un mapa del món utilitzant paral·lels, que són les línies paral·leles a l'equador, i meridians, que són les línies longitudinals que passen a través dels dos pols). El seu altre llibre, el títol del qual pot ser traduït com *Sobre la mesura de la Terra*, conté la primera descripció documentada de la manera de mesurar la mida del nostre planeta. Desafortunadament,

tots dos s'han perdut, de manera que només podem reconstruir els raonaments d'aquest savi gràcies a allò que en van escriure els seus contemporanis. (Viquipèdia, 2020)

Eratòstenes de Cirene va morir l'any 194 abans de Crist. Quan es va veure massa afectat per la ceguesa progressiva que feia un any que patia, va decidir acabar amb la seva vida deixant de menjar. (Lozano Leyva, 2016)

1.1.3.2. Experiment

Com a director de la Biblioteca d'Alexandria, Eratòstenes va llegir un manuscrit que deia que a Siena (l'actual Assuan), a prop de la primera cascada del Nil, al migdia del vint-i-u de juny un pal vertical no projectava cap ombra. Al llarg d'aquell dia, les ombres s'anaven escurçant i just al migdia el Sol es trobava a sobre de la ciutat, de manera que l'aigua dels pous reflectia la llum solar. Com que tenia els millors mapes de l'època, va veure que, com que el Nil va bastant recte des del seu naixement fins a la seva desembocadura a Alexandria, es podria dir que les dues ciutats es trobaven al mateix meridià. Va decidir comprovar si a la seva ciutat els pals rectes feien ombra, i va resultar que sí. (Sagan, 2016)

Eratòstenes va interpretar aquesta diferència d'ombres com a evidència de la curvatura de la Terra. De fet, com més gran fos l'ombra a Alexandria, major seria la curvatura. Per això va pensar que, sabent la distància en línia recta entre les dues ciutats, podria calcular el perímetre de la Terra a partir de la mida de l'ombra des d'Alexandria. Per trobar la distància entre les dues ciutats, va decidir aprofitar els viatges que feien les caravanes al llarg del Nil. Va pagar moltes d'aquestes caravanes perquè mesuressin aquesta distància manualment, i va obtenir un resultat arrodonit de cinc mil estadis. (Ast, 2003)

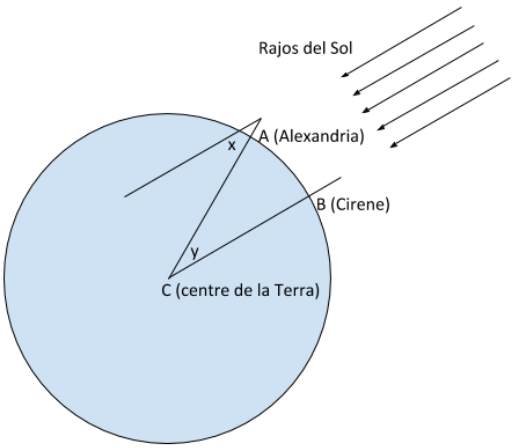


Figura 2. Esquema del plantejament d'Eratòstenes.

γεωμετρια (geo-metria), mesurant la Terra des de Palafrugell

Amb aquesta dada, va idear una manera per calcular quant hauria de fer la circumferència de la Terra, descrita a la figura 2.

Els rajos del Sol arriben paral·lels cap a la Terra. Els que passen per Cirene també creuen el centre del planeta, però els que passen per Alexandria, no.

Els angles x i y han de ser iguals, perquè són els angles interiors alterns que han sorgit de la partició de dues rectes paral·leles.

Per tant, la raó de l'angle format a Alexandria amb la circumferència és la mateixa que la raó entre la distància de Cirene a Alexandria i la distància del perímetre de la Terra.

Al migdia del vint-i-u de juny, Eratòstenes va mesurar que l'angle x era una cinquantena part de la circumferència (el que ara nosaltres anomenaríem 7.2 graus sexagesimals). Per tant, la distància entre les dues ciutats era una cinquantena part del perímetre de l'esfera, que es pot calcular d'aquesta manera tan simple: (European Association for Astronomy Education, 2019)

$$\frac{1}{50} = \frac{5000\ estadis}{Perímetre\ de\ la\ Terra\ (en\ estadis)}$$

Resolent aquesta equació, el perímetre que va obtenir Eratòstenes va ser de dos-cents cinquanta mil estadis, xifra que posteriorment va arreglar a 252000 estadis. Convertir aquest resultat a kilòmetres no és una tasca directa, ja que la mida dels estadis utilitzats a l'època variava per regions i fins i tot per ciutats. L'estadi grec era d'aproximadament 185 metres, i si Eratòstenes hagués fet servir aquesta mida el seu error hauria estat molt gran. En canvi, Plini, a la seva *Història Natural*, afirma que va fer que quaranta estadis fossin un schoni, que equivalia a dotze mil covats reials egipcis, que equivalen a 0.525 metres. Això vol dir que un estadi dels que va fer servir Eratòstenes equivaldria a 157.5 metres. Llavors;

$$252000\ estadis\ \times \frac{1\ shoni}{40\ estadis} \times \frac{12000\ covats}{1\ schoni} \times \frac{0.525\ metres}{1\ covat} \times \frac{1\ km}{1000\ m} = 39690\ km$$

El valor acceptat actualment és 40008 km (Sharp, 2017), de manera que l'error que va fer Eratòstenes és tan sols del 0.12 per cent:

$$\%E_r = \frac{|V_e - A|}{V_e} \times 100 = \frac{|40008 - 39960|}{40008} \times 100 = 0.12\%$$

1.2. Pràctica

1.2.1. Materials necessaris

Per poder obtenir una mesura només fan falta, a cada lloc on es faci, dues coses: un objecte que sigui perpendicular al terra, és a dir, un gnòmon, i una cinta mètrica. Per estar segura que l'objecte és completament recte, he fet servir un nivell, que primer he posat paral·lel a la superfície. A les figures 3 i 4 mostro com s'ha de posar el nivell.

En el cas de no tenir un nivell a mà, com ha passat a la gent que ha col·laborat, o a mi quan era de vacances, el que s'ha fet ha estat buscar algun objecte que ja fos vertical, com un bloc per evitar que els cotxes passin o un senyal de trànsit. A la figura 5 es pot veure aquest cas.

Figura 3. Fent servir el nivell.

Figura 4. Detall del nivell.

Figura 5. Quan no hi ha nivell. A París.

Per a poder fer una comparació d'angles de les ombres cal que la mesura s'hagi fet a la mateixa hora solar, o bé a la mateixa hora sempre que les mesures s'hagin fet al mateix meridià. Per poder estar segura que les dades s'havien obtingut a la mateixa hora solar concretament, he fet fer les mesures al migdia solar, el punt on el Sol és a la seva posició més elevada i, per tant, fa la mínima ombra durant aquell dia, també coneguda com a zenit.

Saber a quina hora és el zenit és molt fàcil: és el moment on l'ombra és més petita. Per tant, es pot anar marcant quina és la mida de l'ombra a diferents hores. La més petita serà la corresponent al zenit. Per fer-ho d'una manera més ràpida, es pot mirar a qualsevol pàgina del temps que digui quan surt i quan es pon el Sol. El punt mig serà el del zenit. Encara queda una altra manera, més ràpida, de saber quan és el zenit, que és

la que he fet servir jo. Es tracta de buscar alguna pàgina per internet que digui a quina hora és un cop les coordenades del lloc de la mesura hi han estat introduïdes. Jo he fet servir la pàgina de la *National Oceanic and Atmospheric Administration* (NOAA).

1.2.2. Mètode d'ordenació de les dades

Per poder calcular el perímetre de la Terra no és suficient tenir una mesura feta a Palafrugell i una feta a algun altre lloc i comparar-les. Com que buscava la màxima exactitud, he hagut de fer tantes mesures com he pogut. Amb tantes dades estava clar que havia de trobar alguna manera d'ordenar-les, que ha estat amb un full de càlcul de Google, que és l'equivalent a Excel que guarda les dades immediatament al Drive.

He dividit el full de càlcul en dues parts. La primera conté totes les mesures que s'han fet a Palafrugell, amb aquesta informació:

Dia	Lloc	Latitud	Longitud	Alçada (cm)	Ombra (cm)	Angle (º)	Notes

Aquestes columnes formen una taula. L'angle es calcula fent l'arctangent de l'ombra dividida per l'alçada Al mateix full n'hi ha una altra, amb les següents columnes:

Dia	Angle	Ombra zero	Distància	Circumferència de la Terra

On *Ombra zero* té el nom de la ciutat del món en què aquell dia no va haver-hi ombra en el zenit i la distància és la que hi ha en línia recta de la latitud de la ciutat a la latitud de Palafrugell. La circumferència de la Terra es calcula seguint el mètode d'Eratòstenes, és a dir, multiplicant la distància per 360 i dividint el resultat per l'angle a Palafrugell.

A continuació apareix la gràfica de l'angle a Palafrugell en funció del dia de l'any. Es pot observar que aquest és màxim durant el solstici d'hivern i mínim durant el solstici d'estiu. Els punts on la gràfica passa de descriure una corba còncava a convexa es corresponen als equinoccis de primavera i tardor.

γεωμετρια (geo-metria), mesurant la Terra des de Palafrugell

1.2.3. Càlculs i resultats

Per obtenir resultats he utilitzat dues maneres diferents de calcular el perímetre de la Terra. La primera es basa a comparar les condicions a Palafrugell amb qualsevol lloc del planeta que no tingui ombra en aquell dia. Això es pot fer el dia que es vulgui, perquè sempre hi ha una determinada latitud on no hi haurà ombra, entre els tròpics.

<u>Exemple 1:</u>

El dia 6 d'agost de 2019, a la ciutat de Lome, capital de Togo, no hi va haver ombra en el moment que el Sol estava en el seu punt més alt. Per tant, l'angle que formaven un objecte vertical i els rajos del Sol era nul. A Palafrugell, en canvi, vaig obtenir les mesures següents:

Objecte	Altura	Ombra	Angle
Barana del balcó	101,4 cm	72 cm	$\tan^{-1}\frac{72}{101{,}4}$
Cilindre de cartró	200,5 cm	137 cm	$\tan^{-1}\frac{137}{200{,}5}$

Les coordenades de Palafrugell són les següents: 41.919387, 3.158422. Les de Lome són 6.136629, 1.222186. Si Lome es trobés al meridià on hi ha Palafrugell, les seves coordenades serien 6.136629, 3.158422. Aquest últim punt i el que correspon a

γεωμετρια (geo-metria), mesurant la Terra des de Palafrugell

Palafrugell es poden posar en un mapa, a partir del qual podem veure que la distància en línia recta entre els dos punts és de 3981,42 km.

La raó entre l'angle que formen els rajos del Sol a Palafrugell, que és la mitjana aritmètica entre els dos angles de la taula, i la distància entre aquests dos punts és la mateixa que entre l'angle de la circumferència completa (360º) i el perímetre del meridià. Per tant, podem calcular el perímetre així:

$$\frac{angle\ a\ Palafrugell}{distància\ entre\ els\ dos\ punts} = \frac{360}{perímetre\ del\ meridà}$$

$$perímetre\ del\ meridà = \frac{distància\ entre\ els\ dos\ punts \times 360}{angle\ a\ Palafrugell}$$

$$perímetre\ del\ meridà = \frac{3981{,}42\ km\ \times 360º}{\frac{\tan^{-1}\frac{72}{101{,}4} + \tan^{-1}\frac{137}{200{,}5}}{2}}$$

Obtenim que el perímetre és de 4115,34074 km.

La segona manera consisteix a comparar les ombres a Palafrugell i a qualsevol altre punt de la Terra, que no cal que sigui entre els tròpics. També es pot fer qualsevol dia de l'any, mentre que la mesura s'hagi efectuat a la mateixa hora solar a tots dos llocs.

<u>Exemple 2:</u>

El dia 21 d'agost vaig obtenir mesures des de casa meva i en vaig rebre des de Homestead, a Florida. Totes les mesures han estat obtingudes al zenit del Sol, perquè era el moment més fàcil de trobar.

Les coordenades de Palafrugell són les següents: 41.919387, 3.158422. Les de Homestead són 25.1425439, -80.9225266. Si Homestead es trobés al meridià on hi ha Palafrugell, les seves coordenades serien 25.1425439, 3.158422. Aquest últim

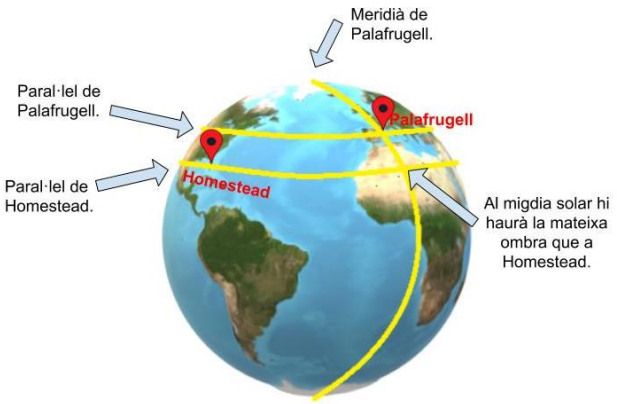


Figura 6. Esquema on es pot veure com se situa el punt corresponent a Homestead al mapa.

punt i el que correspon a Palafrugell es poden posar en un mapa, a partir del qual podem veure que la distància en línia recta entre els dos punts és de 1865,50 km.

A Palafrugell vaig obtenir les mesures següents:

Objecte	Altura	Ombra	Angle
Pal de fusta	100 cm	39,8 cm	$\tan^{-1}\frac{39{,}8}{100}$
Cilindre de cartró	200,5 cm	74,8 cm	$\tan^{-1}\frac{74{,}8}{200{,}5}$

La informació que vaig rebre de Homestead va ser aquesta:

Objecte	Altura	Ombra	Angle
Pal metàl·lic	125 cm	10 cm	$\tan^{-1}\frac{10}{125}$

La raó entre la diferència entre l'angle que formen els rajos del Sol a Palafrugell, que és la mitjana aritmètica entre els dos angles de la taula, i el de Homestead i la distància entre aquests dos punts és la mateixa que entre l'angle de la circumferència completa (360º) i el perímetre del meridià. Per tant, podem calcular el perímetre així:

$$\frac{angle\ a\ Palafrugell - angle\ a\ Homestead}{dist\grave{a}ncia\ entre\ els\ dos\ punts} = \frac{360}{per\acute{\imath}metre\ del\ merid\grave{a}}$$

$$per\acute{\imath}metre\ del\ merid\grave{a} = \frac{dist\grave{a}ncia\ entre\ els\ dos\ punts \times 360}{angle\ a\ Palafrugell - angle\ a\ Homestead}$$

$$per\acute{\imath}metre\ del\ merid\grave{a} = \frac{1865{,}50\ km \times 360º}{\left(\frac{\tan^{-1}\frac{39{,}8}{100} + \tan^{-1}\frac{74{,}8}{200{,}5}}{2}\right) - \tan^{-1}\frac{10}{125}}$$

Obtenim que el valor del perímetre és de 41138 km.

γεωμετρια (geo-metria), mesurant la Terra des de Palafrugell

La majoria de mesures que he obtingut han estat seguint el primer mètode, és a dir, amb una mesura feta a casa meva comparada amb algun lloc del planeta on aquell dia no hi hagués hagut ombra al migdia solar[1]. A partir de la mesura que s'allunya més de la mitjana aritmètica, he calculat que l'error de mesura és de $\pm 4{,}55\%$[2]. Dedueixo que aquest error es deu a la dificultat que comporta determinar la mida exacta de l'ombra, que varia molt poc d'un dia per l'altre. L'error relatiu del que he calculat jo respecte al valor real del perímetre de la Terra és del 3,19%.

He obtingut menys mesures pel que fa a les que em serveixen per fer els càlculs seguint el segon mètode, és a dir, utilitzant dues dades reals (la meva i la d'algú altre, no una d'ombra nul·la). En aquest cas la taula de valors que he fet servir no incloïa el dia de la mesura, sinó que tenia dues columnes pels angles (que volia comparar)[3].

Aquest mètode ha donat uns resultats molt interessants. La mitjana aritmètica és de 40183 km, que representa un error relatiu de 0,43%. Ara bé, l'error de mesura és de $\pm 12,19\%$. Com que aquestes mesures, les feia altra gent, era difícil que les poques mesures que em feien fossin exactes, ja que no ho havien fet mai abans ni tenien més d'un objecte per mesurar-ne l'ombra. Tot i això, és bastant sorprenent la manera com uns errors de mesura tan grans s'han pogut contrarestar, de manera que les mesures més grans s'allunyaven igual de la mitjana que les mesures més petites.

[1] Als annexos es pot veure la taula completa.
[2] Els detalls del càlcul es troben als annexos.
[3] La taula completa es troba als annexos.

2. Mesura de la inclinació de la Terra pel moviment aparent del Sol

2.1. Teoria

2.1.1. Els solsticis i els equinoccis

A l'apartat 2.1.1 he explicat que la trajectòria que segueix la Terra al voltant del sol és una el·lipse. Això és un detall que probablement no va preocupar a Eratòstenes quan va fer el seu càlcul, com tampoc ho devia ser el fet que la Terra està inclinada respecte al pla de l'eclíptica, que és el pla on orbita el Sol, tot i que és aquest (petit) detall el que fa que cada dia les ombres siguin diferents al migdia solar. (Olmo, et al.)

El que causa les estacions no és una variació en la inclinació, sinó un canvi de la seva orientació. A l'estiu de l'hemisferi nord l'eix de la Terra està inclinat cap al Sol i a l'hivern, en la direcció contrària. D'aquesta manera, a l'estiu els rajos del Sol arriben a l'hemisferi nord amb un angle més directe que a l'hivern, i per això fa més calor. Anàlogament s'expliquen les estacions a l'hemisferi sud, que estan invertides respecte el nord. En els equinoccis, l'equador terrestre coincideix amb l'eclíptica. (Conners)

A més de causar les estacions, la inclinació de la Terra també és responsable de la llargada del dia al llarg de l'any, que és major a l'estiu que a l'hivern. A més, la posició des d'on el Sol surt cada dia canvia gràcies a la inclinació de la Terra: al solstici d'estiu surt una mica al nord de l'est i al d'hivern, una mica al sud. Als equinoccis surt exactament per l'est i es pon exactament per l'oest. (Williams, 2016)

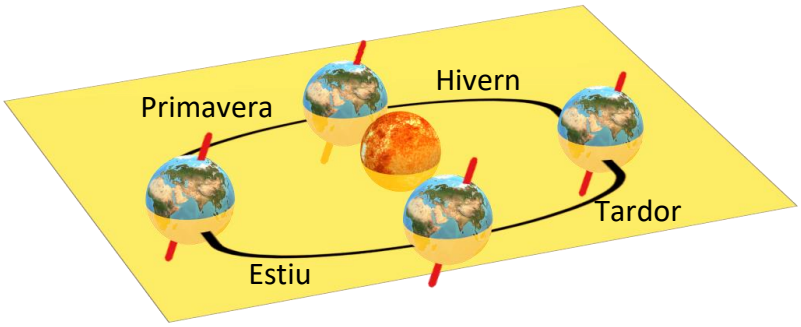


Figura 7. Esquema de l'òrbita de la Terra al voltant del Sol. El pla taronja és el pla de l'eclíptica i es pot veure que la Terra està inclinada respecte aquest pla perquè l'eix que la Travessa de nord a sud, marcat amb vermell, no és perpendicular al pla. La inclinació respecte a la perpendicular és de 23,5º, aproximadament.

γεωμετρια (geo-metria), mesurant la Terra des de Palafrugell

2.1.2. Canvi de perspectiva

Per poder fer el meu experiment, he fet un canvi de perspectiva molt radical. Com que no podia veure de cap manera si l'eix de rotació de la Terra era perpendicular a l'eclíptica o no, vaig haver de mirar-m'ho des de la Terra. El que he fet ha estat mesurar quin és el desplaçament aparent del Sol vist des d'un punt a la Terra, en els solsticis i equinoccis. Dit en altres paraules, he fet veure que el Sol girava al voltant de la Terra i he vist com el seu moviment canviava al llarg de l'any.

Per mesurar el desplaçament aparent del Sol he fet servir la quadrícula equatorial, que serveix per situar objectes en el cel de manera anàloga al sistema de paral·lels i meridians que he explicat a l'apartat 2.1.2, que els situa a la superfície de la Terra. En aquesta quadrícula, com es pot veure a la figura 8, la Terra es troba al centre. L'esfera on es troba la Terra és el cel, el pla de color blau clar és l'equador celeste, el pla taronja és l'eclíptica, el pal lila és l'eix de la Terra i el pla blau fosc és l'equivalent a un meridià terrestre. En el meu esquema he posat molt poques línies, però en realitat n'hi pot haver tantes com paral·lels i meridians hi ha a la Terra, és a dir, infinit nombre de línies.

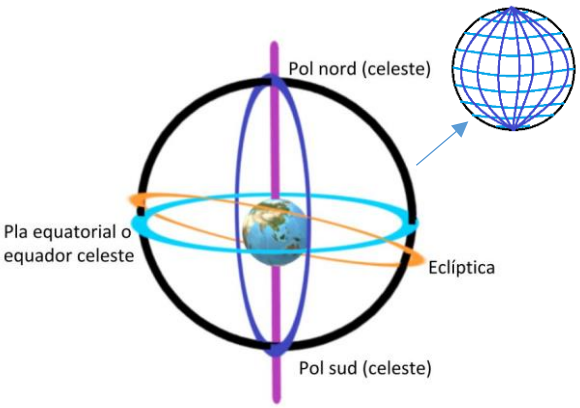


Figura 8. Esquema de la quadrícula equatorial, una manera de dividir el cel com si fos la superfície d'una esfera.

Les línies que equivalen als paral·lels terrestres són les que marquen la declinació, expressada en graus, minuts i segons. Aquest angle és el que formen l'objecte que s'observa i el pla equatorial, i és positiu entre l'equador i el pol nord, i negatiu entre l'equador i el pol sud. Les línies que equivalen als meridians terrestres ens indiquen l'ascensió recta, que es mesura en hores, minuts i segons. Aquest angle és el que formen el meridià on es troba l'objecte observat i un dels dos punts on l'eclíptica creua l'equador celeste (dels dos punts és el corresponent a l'equinocci vernal o de primavera). (Swinburne University of Technology)

γεωμετρια (geo-metria), mesurant la Terra des de Palafrugell

Per poder calcular jo quina era la inclinació del pla equatorial respecte a l'eclíptica, he calculat el de l'eclíptica respecte a l'equatorial, que és el mateix. Si el Sol es mou (aparentment) per l'eclíptica, la seva posició em permet saber la inclinació de l'eclíptica. Per trobar-la he comparat la declinació del Sol el dia que està alineat amb l'eclíptica, que és zero, amb la màxima, que coincideix amb la inclinació de l'eix de la Terra. (Moreno Romero, 2013)

Com ja he explicat a l'apartat anterior, la declinació mínima serà en qualsevol dels equinoccis, i la màxima, en els solsticis. L'única diferència que pot sorgir depenent de quin solstici i quin equinocci es faci servir és que la declinació pot sortir negativa o positiva, ja que depèn de quin equinocci o solstici agafem com a referència. Per això, el resultat final s'agafa en valor absolut.

Finalment, només cal afegir que el millor moment per fer la mesura és a la sortida i posta del Sol, ja que és fàcil determinar la seva declinació quan està just per sobre de l'horitzó i perquè així es pot observar molt clarament el seu desplaçament aparent i com en els equinoccis surt per l'Est i es pon per l'Oest i en els solsticis, no.

2.2. Pràctica

2.2.1. Mètode de recollida de dades

Després de l'explicació de l'apartat anterior, el primer que fa falta és una quadrícula equatorial. Jo he fet servir la que proporciona el programa *Stellarium*, que serveix per veure les posicions d'objectes en el cel en el moment que s'introdueixi i és gratuït.

El següent pas, un cop tenia la manera de mesurar la declinació del Sol, era tenir fotografies del Sol per poder col·locar-les a la taula. Per això he fet servir un trípode i el meu mòbil, que he col·locat al mateix punt a l'hora de la sortida i posta del Sol en solsticis i equinoccis. Aquest va ser el senyal geodèsic que hi ha a la carretera de Tamariu. Els detalls exactes de la seva ubicació es troben a la seva fitxa, als annexos.

Figura 9. Fent les fotografies de la posta del Sol el solstici d'estiu. Sota el trípode es pot veure el senyal geodèsic.

γεωμετρια (geo-metria), mesurant la Terra des de Palafrugell

Per saber l'hora de sortida i posta del Sol es pot buscar en qualsevol pàgina meteorològica. Jo he fet servir timeanddate.com.

2.2.2. Mètode de càlcul

Per explicar com he obtingut les dades i n'he tret conclusions, faré servir com a exemple la comparació entre l'equinocci de tardor i el solstici d'hivern de 2019, que és el que apareix en primer lloc al següent apartat.

Primer de tot he hagut de fer les fotografies (des del senyal geodèsic, amb el trípode, més o menys a l'hora indicada per la pàgina Meteopalafrugell.net). Com que no se sap mai si hi haurà algun núvol tapant el Sol just al lloc on ha de sortir (o pondre's, però en aquest exemple només parlaré de la sortida) he fet fotografies tant del dia que era l'equinocci com del dia anterior i del següent. El Sol es desplaça molt poc en un dia, aproximadament un grau en la quadrícula equatorial (una distància que no arriba a la mida que fa el seu diàmetre aparent), de manera que aquest desplaçament és negligible. (Iowa State University)

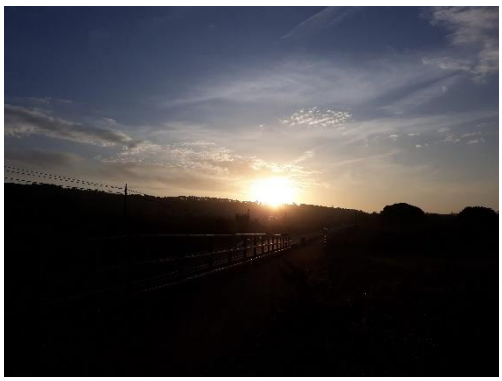


Figura 10. Sortida del Sol a l'equinocci de tardor.

Figura 11. Sortida del Sol al solstici d'hivern.

Amb aquestes dades experimentals he fet el següent pas, que requereix l'ajuda del programa d'astronomia *Stellarium*. El primer que he fet ha estat introduir al programa totes les dades relacionades amb la meva fotografia per estudiar, la del solstici d'hivern: les coordenades del punt geodèsic, l'altura a la qual havia fet la fotografia i el moment exacte del dia concret que vaig fer-la. El programa ensenya en quina posició es trobava el sol en aquell moment. Llavors he activat la quadrícula equatorial, que em serveix per

calcular el desplaçament del Sol. Per poder veure més clarament la quadrícula, he desactivat la refracció atmosfèrica. Aquesta imatge és la que anomenaré “cel teòric”.

Un cop fet això, amb l’ajuda del programa *Paint.net* he posat la fotografia de la sortida del Sol el dia del solstici a sobre del “cel teòric” i l’he feta transparent per veure la fotografia de sota. He ajustat la meva fotografia de manera que el punt per on havia sortit el Sol a l’equinocci de tardor fos l’est que em marcava el “cel teòric” i que el meu Sol coincidís amb el que em donava l’*Stellarium*.

Figura 12. La sortida del Sol el solstici d’hivern, segons el programa Stellarium. *La línia taronja representa la trajectòria del Sol d’aquell dia i la verda, l’horitzó.*

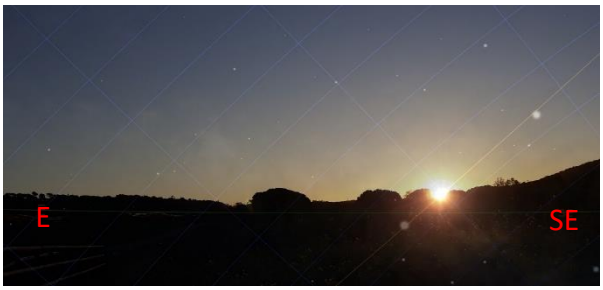


Figura 13. La sortida del Sol el solstici d’hivern, amb la quadrícula equatorial.

Ara només fa falta mirar a quina declinació es troba el Sol a la meva fotografia, amb l’ajuda de la quadrícula equatorial, que tinc a sota. Aquesta coincidirà amb la inclinació de la Terra respecte a l’eclíptica, ja que a l’equinocci era nul·la (que és la mínima).

2.2.3. Experiència i resultats

La primera fotografia que havia de fer era de l'equinocci de tardor, perquè era la data d'interès més propera. El 2019 va ser el dia 23 de setembre. El sol havia de sortir a les 7:35h i s'havia de pondre a les 19:44h. Com que des del punt geodèsic no es podia veure l'horitzó, i aquestes dades es refereixen a l'horitzó, vaig veure sortir el Sol més tard i el vaig veure pondre's més aviat de les hores indicades, ja que les muntanyes fan que el meu horitzó sigui més alt. Com que no podia saber amb absoluta certesa si el cel estaria clar o no al moment de fer les fotografies, vaig anar-hi el dia abans de l'equinocci, el dia que tocava i el dia següent.

La millor fotografia de la sortida va ser la del dia 22, a les 8:02h, gairebé mitja hora més tard que la sortida a l'horitzó. Hi havia alguns núvols, però es podia veure clarament per on apareixia el Sol. Els altres dies el cel estava més tapat, de manera que no vaig fer servir les altres fotografies. Pel que fa a la posta, la millor va ser la del dia 24, ja que no hi havia gairebé cap núvol que em tapés el Sol. La vaig fer a les 19:31h, una mica menys d'un quart d'hora abans de l'hora prevista.

Un cop fetes aquestes fotografies, vaig haver d'esperar fins al solstici d'hivern per tornar-ne a fer i fer els meus primers càlculs. El 2019 va ser el dia 22 de desembre. El Sol havia de sortir a les 8:12h i s'havia de pondre a les 17:20h. Com el dia de l'equinocci de tardor, vaig anar a fotografiar la sortida i posta el dia abans, el dia que tocava i el dia següent.

La millor fotografia de la sortida del Sol va ser la del dia 22, a les 8:28h, aproximadament un quart d'hora més tard que l'hora esperada. No hi havia cap núvol al cel i tampoc em vaig trobar amb alguna columna de fum d'algú que cremava alguna cosa, com va ser el dia anterior. Pel que fa a la posta, el dia 22 només hi havia un núvol, que era justament al lloc on havia de pondre's el Sol. Per això vaig decidir fer servir la fotografia que vaig fer l'endemà, el 23. Va ser a les 17:09h, uns deu minuts abans de l'hora prevista.

Figura 14. Fent la fotografia de la sortida del sol a l'equinocci de tardor.

γεωμετρια (geo-metria), mesurant la Terra des de Palafrugell

El següent pas va ser fer la composició d'imatges que he explicat a l'apartat anterior. Ampliant la imatge del solstici d'hivern vaig veure que l'ascensió recta era de 18h i la declinació del meu Sol era de -23,5º, és a dir -23º 30'. Això ho vaig poder saber amb l'ajuda d'un regle de quinze centímetres. El programa *Stellarium* em deia que l'ascensió recta era de 18h 00' 37,91" i que la declinació era de -23º 26'.

El Sol s'havia desplaçat, aparentment, -23º 30', valor que coincideix amb el de la inclinació de l'eix terrestre.

L'equinocci de primavera va ser el dia 20 de març de 2020. A causa de l'estat d'alarma per la Covid-19 decretat feia gairebé una setmana, no vaig poder fer cap fotografia del Sol. Això no afecta el procés d'obtenció dels resultats d'aquest experiment, ja que aquell dia el Sol es va pondre i va sortir pel mateix lloc que a l'equinocci de tardor. És per això que en el segon càlcul del desplaçament aparent del Sol vaig fer servir la fotografia de l'equinocci de tardor i la del solstici d'estiu.

El solstici d'estiu del 2020 ha estat el 20 de juny. Tenia pensat anar-hi un dia abans, el dia que tocava i el dia següent per estar segura que podia tenir una fotografia sense núvols que em tapessin el Sol. El dia abans el cel va estar tapat tant a l'hora de la sortida com de la posta, de manera que no vaig fer cap foto aquell dia. El dia 20 la sortida va ser perfecta, així que només vaig haver d'anar-hi aquell dia. El Sol havia de sortir a les sis i dotze minuts, però la millor foto que vaig aconseguir va ser de les sis i cinquanta minuts. La millor fotografia de la posta va ser la de l'endemà, el 21, tot i que hi havia un núvol. Va ser de les nou i catorze minuts, mentre que l'hora de la posta a l'horitzó era les nou i vint-i-sis minuts. He comparat aquestes fotografies amb les de l'equinocci de tardor, quan el Sol es trobava a la mateixa posició que hauria observat a l'equinocci de primavera si hagués pogut fer la fotografia

El següent pas va ser fer la composició d'imatges que he explicat a l'apartat anterior. Ampliant la imatge del solstici d'estiu vaig veure que l'ascensió recta era de 5h i 58 minuts i la declinació del meu Sol era de 23,5º, és a dir 23º 30'. Això ho vaig poder saber amb l'ajuda d'un regle de quinze centímetres. El programa *Stellarium* em deia que l'ascensió recta era de 5h 55' 51,15" i que la declinació era de -23º 26'.

γεωμετρια (geo-metria), mesurant la Terra des de Palafrugell

El Sol s'havia desplaçat, aparentment, 23º 30', valor que coincideix amb el de la inclinació de l'eix terrestre.

Figura 15. La sortida del Sol al solstici d'estiu.

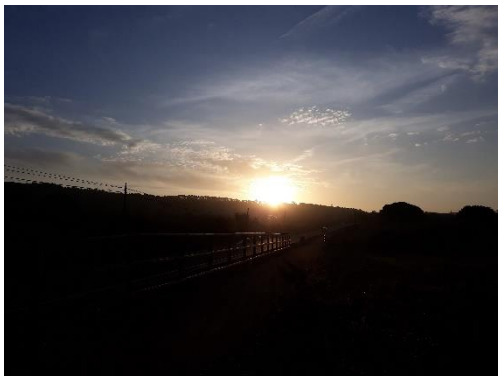


Figura 16. La sortida del Sol a l'equinocci de tardor.

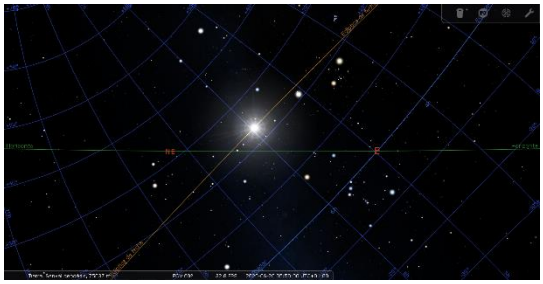


Figura 17. La quadrícula equatorial de la sortida del Sol del solstici d'estiu. La línia verda representa l'horitzó i la taronja, la trajectòria del Sol aquell dia.

Figura 18. La meva sortida del Sol del solstici d'estiu, amb la quadrícula equatorial.

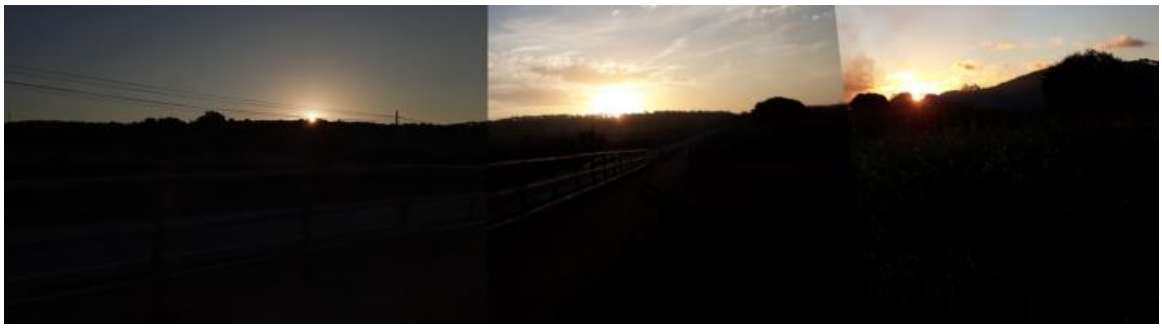


Figura 19. La combinació de les fotografies de la sortida del Sol al solstici d'estiu (esquerra), l'equinocci de tardor (centre) i al solstici d'hivern (dreta). Es pot observar el desplaçament aparent.

3. Mesura de la curvatura de la Terra

3.1. Teoria

3.1.1. La Terra com una esfera

L'esfericitat de la Terra és probablement la dada científica més estesa del món. Però potser el que la fa més sorprenent és la seva història. Sovint pensem que la humanitat pensava que la Terra era plana fins al final de l'edat mitjana, una època fosca pel coneixement, però no és així. Potser la gent que no havia anat a escola creia que la Terra era un pla, perquè això era el que veien per si mateixos, però qualsevol persona educada a l'època que Colom va marxar a buscar les Índies sabia que la Terra era una mena d'esfera. Si estem equivocats respecte a això és perquè la Terra plana és una idea equivocada molt fàcil de fer servir per mostrar el contrast entre l'edat mitjana i tot el progrés científic que va venir després.

Això sí, les civilitzacions humanes més antigues, com les dels babilonis i sumeris, estaven convençudes que la Terra era plana. Es desconeix qui va ser el primer de pensar en una Terra esfèrica, però se sap que els pitagòrics, al segle sisè abans de Crist, ja deien que la Terra era una esfera. A més, com ja he explicat en el primer apartat del treball, Eratòstenes ja va calcular el perímetre de la Terra, cosa que no hauria pogut fer amb el seu mètode si el planeta fos pla. A partir d'aquesta època semblava que tothom acceptaria la Terra com una esfera.

La història va seguir el curs esperat: la Terra esfèrica triomfava enormement, amb excepció d'alguns religiosos radicals que no podien acceptar que hi hagués gent vivint per sota d'on eren ells. Tot i això, durant el segle XIX la Terra plana, idea aparentment eradicada entre la gent amb estudis, va aparèixer de nou. En concret, va ser "invenció" de Samuel Rowbotham (1816-1884), també conegut com a *Parallax.* Va fundar el que ell anomenava "astronomia zetètica", que es basava a experimentar per un mateix i no creure mai alguna cosa només perquè una figura d'autoritat ho digués. Es dedicava a fer conferències sobre la seva metodologia a Anglaterra i a escriure butlletins informatius. El seu "gran" llibre va ser *Zetetic Astronomy: Earth not a globe.* (Garwood, 2011)

γεωμετρια (geo-metria), mesurant la Terra des de Palafrugell

Després de Parallax han sorgit moltes figures que han volgut fer tornar la idea de la Terra plana, fins i tot durant l'actualitat. Si aquesta gent només defensen aquesta postura per contradir les autoritats científiques o perquè de veritat refusen de creure en la gran quantitat de proves empíriques de l'esfericitat del nostre planeta, no ho podrem saber mai.

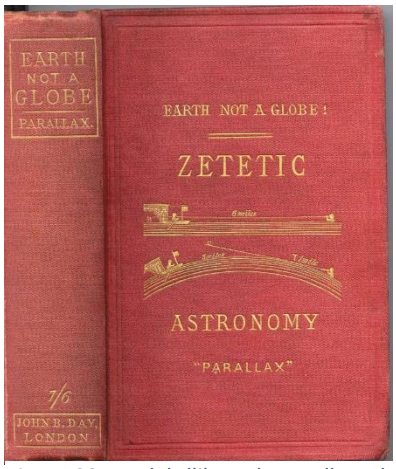


Figura 20. Un dels llibres de Parallax. Els esquemes que apareixen a la portada fan referència a l'experiment que descric a l'apartat següent.

3.1.2. Experiment al riu vell de Bedford

3.1.2.1. Com a prova que la Terra és plana

Parallax pensava que si la Terra era una esfera, qualsevol massa d'aigua prou gran hauria de ser convex. El riu vell de Bedford, a Cambridgeshire, Anglaterra, semblava el lloc perfecte per a fer observacions. Aquest riu era, i encara és, totalment recte, ja que va ser construït com a canal. Per això el 1838 Parallax es va posar al riu amb un telescopi vint centímetres per sobre l'aigua, apuntant a una barca que s'anava allunyant cap a un pont a nou quilòmetres i mig d'on era ell. Si la Terra fos esfèrica, quan la barca fos al pont, no la veuria, ja que quedaria per sota la corba. Molt content, va anunciar que l'havia vist quan era al pont, de manera que quedava confirmat que la Terra era plana.

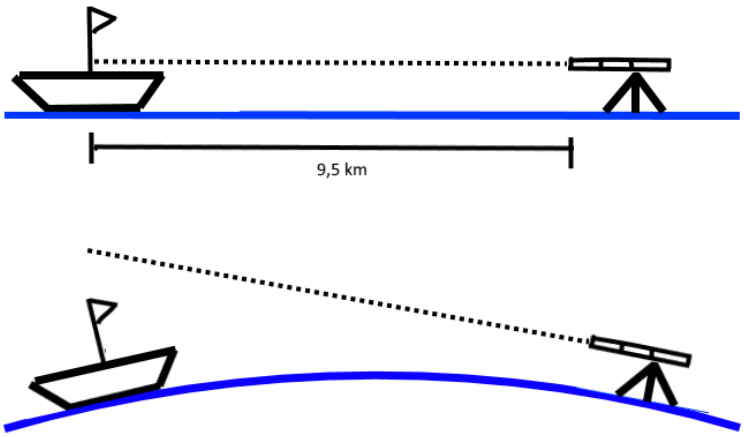


Figura 21. L'experiment de Parallax al riu vell de Bedford: com quedaria si la Terra fos plana i com quedaria si fos esfèrica. Esquema inspirat en el que apareix al seu llibre Zetetic Astronomy: Earth not a globe.

γεωμετρια (geo-metria), mesurant la Terra des de Palafrugell

Una altra ocasió en què aquest experiment va proporcionar el mateix resultat que va obtenir Parallax va ser quan el va tornar a fer Lady Elisabeth Anne Mould Blount (1850-1935) el 1904. Tenia les mateixes idees que Parallax, tot i que ella posava èmfasi especial en la base bíblica de les seves creences, fins al punt de dir que no es podia ser cristià i creure que la Terra era esfèrica.

Lady Blount va tenir la idea que potser estaria millor aconseguir proves fotogràfiques per ser més creïble que Parallax. Per això va contractar un fotògraf, Edgar Clifton, que tenia una càmera amb una lent telescòpica i van anar cap al riu de Bedford. Tenien pensat posar una lona a nou quilòmetres i mig del telescopi, a l'estil de l'experiment de Parallax. Ella no va poder fer l'experiment, ja que feia massa mal temps, però va manar al fotògraf que fes l'experiment ell i que li enviés els resultats. Clifton creia que la Terra era esfèrica, per això va explicar que es va sorprendre molt quan va veure la lona i fins i tot com quedava reflectida a l'aigua. També va escriure que el dia que va fer les observacions hi havia una boira per sobre el riu que feia que tot es veiés una mica borrós. (Garwood, 2011)

Aquest no va ser, ni de lluny, l'últim cop que es va fer servir aquest experiment per veure la forma de la Terra. De fet, encara ara hi ha gent que el repeteix i sorprenentment en treuen la conclusió que la Terra és plana. (Flat Earth Society, 2020)

3.1.2.2. Com a prova que la Terra és esfèrica

Quan Parallax voltava Anglaterra fent xerrades sobre com havia descobert que la Terra era plana la comunitat científica no li donava importància, ja que tothom amb estudis sabia quina era la vertadera forma del nostre planeta. A més, si algú fes cas dels creients en la Terra plana, els seus companys el veurien com algú que no sap on s'ha de ficar. Però és evident que tard o d'hora algú cediria.

John Hampden (1819-1891), gran seguidor de Parallax, va aconseguir el 1870 la implicació d'un científic: Alfred Russel Wallace (1823-1913). Hampden va anunciar que donaria cinc-centes lliures a qui pogués demostrar la convexitat de l'aigua i Wallace ho va veure com una manera fàcil de guanyar diners. No podria anar més errat.

γεωμετρια (geo-metria), mesurant la Terra des de Palafrugell

Wallace no sabia que el lloc on aniria a fer l'experiment, el riu vell de Bedford, havia estat utilitzat per gent que creia que la Terra era plana per verificar les seves idees. Però Wallace estava convençut que podria guanyar les cinc-centes lliures. La seva versió de l'experiment posava el telescopi uns quants metres per sobre de l'aigua, sobre un pont. Aquesta manera reduïa considerablement els efectes de la refracció atmosfèrica[4], que fa que els objectes apareguin més amunt d'on són en realitat. De fet, aquest va ser el principal error en els experiments de Parallax i Lady Blount: el primer es va posar pocs centímetres sobre l'aigua, i la segona va obtenir resultats en un dia ple de boira, que accentuava els efectes de la refracció. (Haskell, 2019)

Una altra diferència entre els experiments de l'apartat anterior i el de Wallace és que aquest últim va fer servir un objecte entre l'observador i el pont que estava a nou quilòmetres i mig. Aquest objecte era un pal amb dos discs vermells clavats. El de dalt tenia el seu centre a la mateixa altura per sobre l'aigua que el telescopi, mentre que l'altre es trobava aproximadament un metre i vint centímetres per sota. A l'altra banda, al pont vell, hi havia posat una lona blanca amb una banda negra gruixuda, que tenia el centre a l'altura del disc superior, que era la mateixa que la del telescopi. Si la Terra fos plana, mirant pel telescopi es veuria el disc de dalt tapant la banda negra, però si fos esfèrica el disc estaria per sobre. Wallace va ensenyar un esquema que representava això a Hampden i als àrbitres, que van estar-hi d'acord.

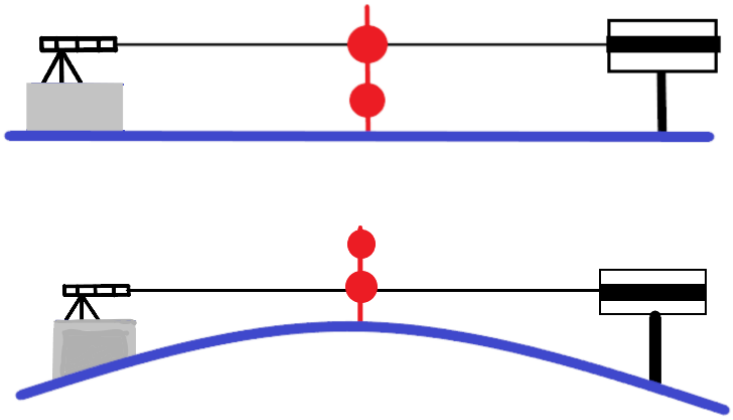


Figura 22. L'experiment de Wallace al riu vell de Bedford: com quedaria si la Terra fos plana i com quedaria si fos esfèrica. Esquema inspirat en els que va fer Wallace.

[4] Per una explicació, veure apartat 4.2.3. Càlculs i resultats.

γεωμετρια (geo-metria), mesurant la Terra des de Palafrugell

Quan van mirar pel telescopi, diversos cops, procurant que tot fos anivellat correctament, es veien tots dos discs per sobre la banda negra al pont. Semblava que Wallace havia guanyat, però Hampden no ho volia acceptar. Deia que com que els discs es trobaven a una certa distància per sota el fil horitzontal de la retícula i la banda negra estava a aquesta mateixa distància per sota els discs superior, els punts es trobaven a la mateixa línia recta. Atribuïa la proporcionalitat a un efecte òptic.

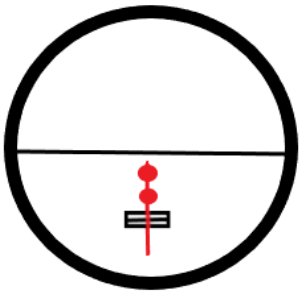


Figura 23. Representació esquemàtica del que van veure.

Wallace no s'ho podia creure, però l'àrbitre que havia triat Hampden, William Carpenter (1830-1896), estava convençut que l'explicació de la Terra plana era la correcta. Ho estava tant, que va saltar d'alegria, exclamant que l'explicació de Hampden era molt bella. Potser va influir una mica en això el fet que Carpenter ja cregués en les idees del famós Parallax (és més, uns anys més tard va escriure un llibre on donava cent proves que la Terra no és una esfera[5]). (Russel Wallace, 1905)

Això va ser el principi d'una lluita de Hampden contra Wallace, que va poder quedar-se amb les seves cinc-centes lliures, que va durar més de deu anys. Hampden va agafar una mena d'obsessió personal contra Wallace, que va expressar mitjançant anuncis als diaris, cartes al seu enemic i fins i tot a la dona de Wallace, on deia que no deixaria que el seu marit morís en pau. Hampden va acabar anant a la presó, però tots els judicis van costar a Wallace molt més de les cinc-centes lliures que esperava guanyar en un principi. Però l'assumpte no va acabar amb Hampden: Lady Blount també va escriure a Wallace, que aquest cop no li va fer cas. Amb aquest experiment va entendre que era inútil intentar fer canviar d'idees a algú que interpretava les proves a la seva manera i que treia les seves conviccions d'una interpretació pròpia de la Bíblia. (Hunter, 2015)

[5] El seu llibre, publicat el 1885, es deia *A hundred proofs the Earth is not a Globe.*

γεωμετρια (geo-metria), mesurant la Terra des de Palafrugell

3.2. Pràctica

3.2.1. Materials necessaris

Per fer la meva versió de l'experiment de Wallace vaig veure que el més difícil de trobar seria un lloc on fer-lo. Necessitava un lloc que fos pla durant un tram recte bastant llarg. El tram que va fer servir Wallace feia una mica menys de deu quilòmetres, una mida impossible al Baix Empordà, que està ple de desnivells. Per això vaig pensar que podria fer l'experiment al mar, ja que no hi ha desnivells. Així m'assegurava que tant el telescopi[6], que col·locaria a la platja, com l'objecte observat fossin a la mateixa alçada.

Figura 24. El meu telescopi. Quan està recte, l'objectiu es troba a trenta centímetres sobre el terra.

Podria haver fet servir una barca que s'anés allunyant de la platja per veure com en arribar a l'horitzó començaria a desaparèixer a causa de la curvatura de la Terra. No vaig seguir aquesta via perquè no tinc cap barca i seria difícil de calcular l'alçada que es perdria, ja que tenir la seva posició exacta no és tasca fàcil i, a més, podria haver-hi onades prou grans per impedir que aconseguís una bona fotografia.. Per això vaig decidir que faria servir quelcom que fos immòbil a l'aigua. En el meu cas, vaig triar observar les illes Formigues des de Platja d'Aro, ja que des de la platja fins les illes hi ha 12 quilòmetres en línia recta (11,945km).

Figura 25. Una embarcació de vela, vista des de Platja d'Aro. Es pot veure que s'ha perdut la part inferior rere l'horitzó. És un bon sistema d'observació de la curvatura de la Terra, però difícil de calcular.

Les illes Formigues eren la localització perfecta per fer la pràctica, ja que tenen un far, l'altura del qual està documentada (7 metres de far sobre 8 metres de roca, de manera que la part superior està a 15 metres sobre el nivell del mar). A més, és molt fàcil saber on és el far, ja que es pot veure a través de Google Maps o la web Vissir3, de l'Institut Cartogràfic i Geològic de Catalunya. Si la Terra fos plana, la proporció entre la mida del far, i la mida del far i la roca de sota vist amb el telescopi continuaria sent de 7/15. En canvi, si la superfície del mar fos convexa aquesta proporció seria major, ja que part de

[6] El meu telescopi és el model sv28 (25-75X70) de la marca Svbony.

la roca quedaria amagada darrere de l'horitzó, fent més petit el denominador i, per tant, augmentant el quocient de la fracció. (R. Solanes, 1988)

3.2.2. Mètode de recollida de dades

Com que l'objectiu d'aquest experiment és comprovar que la superfície de la Terra és convexa amb una observació, no m'ha calgut crear cap sistema d'organitzar dades ni crear composicions de fotografies. En aquest cas el que he fet ha estat calcular el descens que s'hauria d'observar en una Terra esfèrica i llavors he fet una fotografia del que es veia amb el telescopi per veure si el que havia calculat es podia observar o no.

3.2.3. Càlculs i resultats

A partir d'aquest esquema es pot deduir la manera de calcular la part de l'objecte observat que no es veurà perquè quedarà amagada rere l'horitzó (h_1).

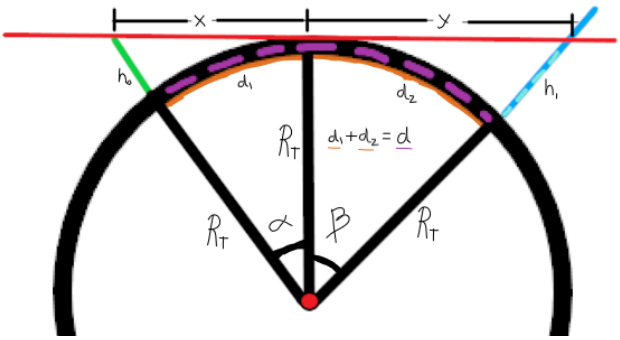


Figura 26. Esquema per calcular la part d'un objecte que es perd rere l'horitzó (h_1), coneixent la distància entre l'objecte i l'observador (d) i l'alçada on es troba l'observador (h_0).

L' h_1 es pot calcular aplicant el teorema de Pitàgores: $h_1 = +\sqrt{y^2 + {R_T}^2} - R_T$. La y es pot calcular fent servir la tangent de β: $y = R_T \tan\beta$. Aquest angle (en radians) es pot calcular seguint la fórmula per l'arc d'una circumferència: $\beta = \frac{d_2}{R_T}$, on $d_2 = d - d_1$. De la mateixa manera que es troba d_2 a partir del radi de la Terra i β, es pot trobar que $d_1 = R_T\alpha$, on $\alpha = \tan^{-1}\frac{x}{R_T}$. Tornant a fer servir el teorema de Pitàgores podem trobar que $x = +\sqrt{(R_T + h_0)^2 - {R_T}^2}$. Substituint cada una d'aquestes lletres per l'equació que la troba, tenim que:

$$h_1 = +\sqrt{\left(R_T \tan\frac{d - R_T\tan^{-1}\frac{+\sqrt{(h_0 + R_T)^2 - {R_T}^2}}{R_T}}{R_T}\right)^2 + {R_T}^2 - R_T}$$

Amb aquesta fórmula i el meu telescopi vaig anar a Platja d'Aro. Després d'anar-hi tres cops sense aconseguir una bona fotografia (a causa del vent, les onades o la boira) el 14 de setembre vaig aconseguir el que volia.

A la fotografia, feta a setanta-cinc augments amb el meu telescopi (i ampliada a Word), es poden veure dos palets, un de groc i un de vermell. El més llarg representa l'alçada de la roca i el far i el petit, l'alçada del far. Si la Terra fos plana, la relació del segon entre el primer hauria de ser 7/15[7], però això no es compleix aquí. De fet, la relació és de 129/185 (més gran). Per tant, en comptes de veure 15 metres, se'n veuen uns 10,0388. Això demostra la convexitat de la superfície del mar. Per tant, la superfície de la Terra no és plana.

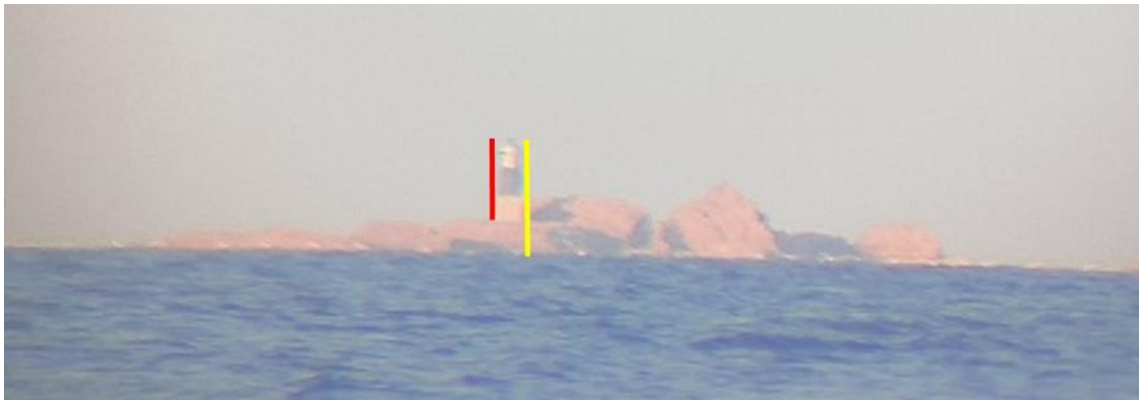


Figura 27. Les illes Formigues vistes amb el telescopi des de Platja d'Aro. Es troben més enllà de l'horitzó, de manera que es perd una part de la roca. La línia vermella correspon a set metres a la realitat.

Ara bé, aquest descens és el que havia previst la meva fórmula? Per comprovar-ho cal establir les següents dades:

- L'alçada des d'on vaig fer la fotografia és difícil de determinar, ja que era a la platja i, per exacte que pugui ser el Vissir3, la sorra es va movent, de manera que l'alçada d'un punt a la platja és variable. Però com que he de posar un valor a la meva h_0, diré que em trobava a noranta centímetres per sobre el nivell del mar (l'alçada de la sorra més la del trípode del meu telescopi).
- La distància entre el punt des d'on vaig fer l'observació i el far de les illes Formigues és d'11,945 km.

[7] Com ja he explicat a l'apartat 4.2.1.

γεωμετρια (geo-metria), mesurant la Terra des de Palafrugell

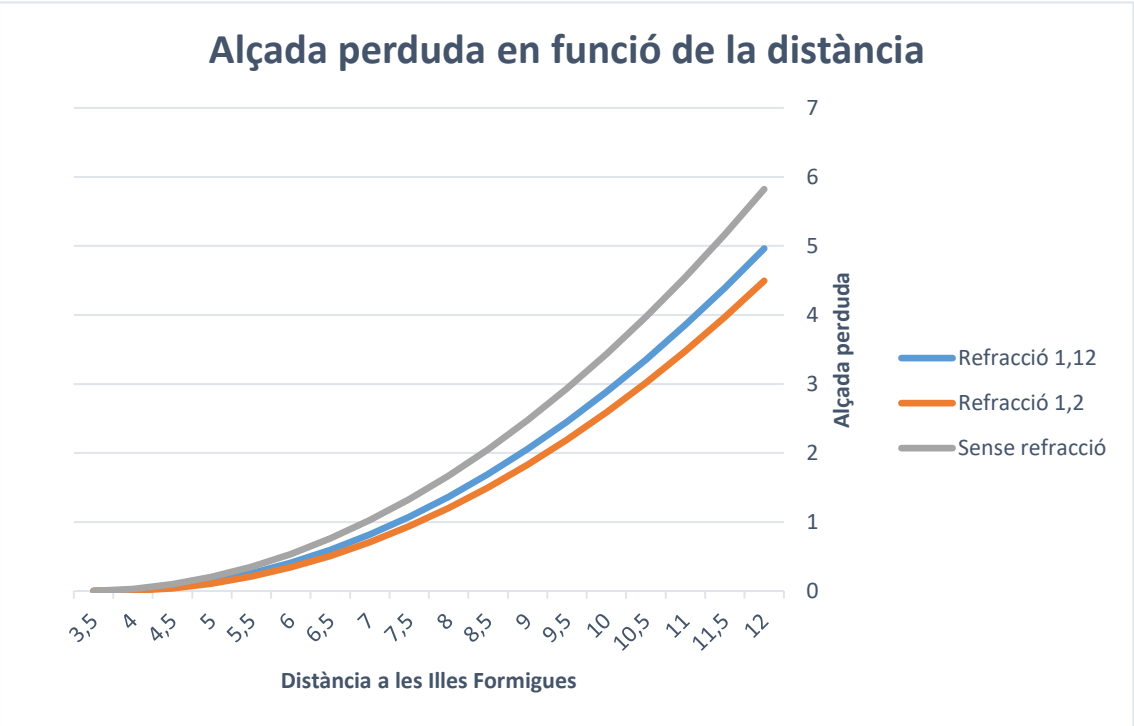
- El radi de la Terra que faré servir no és 6371 km, ja que la refracció atmosfèrica[8] afecta als resultats de l'experiment. Jo he fet servir un valor estàndard de refracció, de manera que el radi queda multiplicat per 1,12.

Posant aquests tres valors a la meva fórmula, surt que l'h_1(l'alçada que es perd rere l'horitzó) és de 4,8987 metres. La meva fotografia diu que no se'n veuen 4,9612. Aquest petit canvi es pot explicar dient que la mesura que he fet a la fotografia no pot ser més que una aproximació, ja que la meva precisió és d'un mil·límetre (més o menys). Ara bé, aquesta desviació és mínima, tal com es pot apreciar calculant l'error relatiu:

$$\%E_r = \frac{|V_e - A|}{V_e} \times 100 = \frac{|4{,}9612 - 4{,}8987|}{4{,}9612} \times 100 = 1{,}26\%$$

3.2.3.1. L'alçada perduda en funció de la distància

A partir de la fórmula que he trobat es pot fer una gràfica sobre com variaria l'alçada que es perd rere l'horitzó quan estic observant les illes Formigues, en el cas que hi hagués més refracció de la que hi havia (1,12) o si no n'hi hagués:



[8] És a dir, la desviació de la llum quan es troba amb diferents densitats del medi. Com que a l'atmosfera la densitat decreix amb l'altitud, la llum es desvia cap avall (medi més dens). D'aquesta manera, els objectes apareixen elevats. Per solucionar això, es fa més gran el radi de la Terra.

4. Rotació de la Terra i càlcul de la latitud a partir d'un Pèndol de Foucault

4.1. Teoria

4.1.1. Proves de la rotació de la Terra al llarg de la història

Avui dia tots sabem que la Terra gira sobre si mateixa, però si no ens ho hagués explicat ningú segurament diríem que són el Sol, les estrelles i tot el que hi ha fora de l'atmosfera el que va girant al voltant de la Terra. Probablement pensaríem això perquè és el que sembla quan veiem que el Sol surt i es pon i que al llarg de la nit les estrelles es mouen a través del cel. Això sí, si ens volguéssim dedicar a estudiar els moviments del que hi ha a l'espai, ens acabaríem adonant que no són tan simples com havíem pensat al començament. Això mateix ja va passar fa més de dos mil anys. De fet, es creu que una de les primeres persones que van proposar la idea d'una Terra que gira sobre si mateixa i al voltant del Sol va ser Aristarc de Samos (310aC–230aC), que també va intentar calcular la mida de la Lluna i el Sol. Aristarc va deduir que l'univers era molt més gran del que es creia a la seva època. Deia que si la Terra es movia en un univers tan petit que les estrelles fossin relativament a prop, semblaria que les estrelles també es moguessin. Com que aquest no era el cas, les estrelles devien estar molt lluny. (Evans)

Figura 28. Aristarc de Samos té aquesta estàtua a la Universitat Aristotèlica de Tessalònica.

Tot i que el model d'Aristarc va ser útil per fer altres càlculs durant la seva època, el model heliocèntric no va tenir gaire èxit, ja que el que es va acabar normalitzant va ser el Ptolemaic, que fixava la Terra al centre de l'univers i donava trajectòries complicades als planetes per fer-les coincidir amb les observacions. D'aquesta manera, el debat sobre la rotació de la Terra es va apagar i no ressorgir fins al segle XVII, arran dels intents de diversos científics de verificar o refutar la teoria heliocèntrica de Nicolau Copèrnic (1473-1543) (que en una de les primeres versions dels seus manuscrits va fer referència a Aristarc de Samos com una de les seves inspiracions). Un dels principals intents, tot i que era erroni, va ser el de Galileu (1564-1642), que creia que podria demostrar la rotació

de la Terra tenint en compte els canvis de marea. Un dels estudiants de Galileu, Vincenzo Viviani (1622-1703, un dels fundadors de la societat científica *Accademia del Cimento* el 1657), va observar el 1661 un gir de sentit horari en el pla d'oscil·lació d'uns pèndols, però no en va publicar cap explicació ni ho va connectar a la rotació de la Terra.

Qui si que va connectar un gir aparent a la rotació de la Terra va ser Newton. En el seu cas, deia que si es deixava caure un objecte des d'una altura considerable, quan toqués el terra semblaria que s'hagués desviat cap a l'est de la vertical. La seva explicació era que la velocitat tangencial deguda a la rotació de la Terra augmenta en augmentar l'alçada, ja que la circumferència que descriu aquesta rotació és més gran que arran de Terra. Mentre caigués, la trajectòria de l'objecte es desplaçaria, aparentment, cap a l'est, ja que hauria començat el descens amb una velocitat tangencial major que la que tindria si es trobés al terra. Va demanar el 1679 que es presentés aquesta idea a la Reial Societat a través d'una carta a Robert Hooke (1635-1703), que n'era el secretari. La carta va ser ben acceptada i Hooke va decidir reproduir aquest experiment ell mateix. Després d'unes quantes proves des de finals de 1679 a principis de 1680, va escriure al seu diari que la rotació diürna de la Terra quedava establerta.

La proposta de Newton va tornar a entrar en escena un segle després que la comuniqués a Hooke. Aquest cop va ser Giambattista Guglielmini (1763-1817), físic i religiós de Bolonya. En el seu cas va mesurar la desviació cap a l'est i el sud d'unes boles petites de plom que llençava des de gairebé vuitanta metres d'alçada, dins d'una torre. El seu experiment va ser un èxit i durant el 1790 i el 1795 molts altres científics italians el van repetir a tot el país. Durant el segle XIX es va intentar trobar fórmules que poguessin predir la desviació aparent cap a l'est i cap al sud. Les aportacions principals van ser de Pierre Simon Laplace (1749-1827) i Carl Friedrich Gauss (1777-1855), que van aconseguir prediccions de la desviació est molt més bones que la sud, encara que era difícil comprovar les fórmules de manera exacta, ja que aquesta desviació sempre és molt petita i aconseguir una caiguda lliure d'influències com les del fregament de l'aire o del mecanisme de deixar anar l'objecte és una tasca difícil.

Les últimes observacions de desviacions lligades a la rotació de la Terra abans de l'experiment de Foucault van ser les de míssils de llarg abast. El matemàtic francès Siméon-Denis Poisson (1781-1840) es va dedicar a estudiar les trajectòries d'aquests

míssils durant el 1837 i 1838. Com a resultat va obtenir una desviació cap a la dreta a l'hemisferi nord i cap a l'esquerra a l'hemisferi sud. Tot i això, aquestes desviacions eren petites i, per tant, difícils d'observar que no podien servir per estar segurs de la rotació de la Terra. Això ho va acabar arreglant Foucault. (Mantovani, 2019)

4.1.2. Foucault

4.1.2.1. Biografia

Figura 29. Foucault.

Jean Bernard Léon Foucault (1819-1868) va ser un físic francès molt conegut actualment gràcies a un dels seus experiments, l'anomenat pèndol de Foucault, que demostra la rotació de la Terra de manera molt més clara que les desviacions d'objectes que cauen en vertical o de míssils de llarg abast. Degut al gran èxit del pèndol, els seus altres èxits han quedat més aviat eclipsats. De fet, la genialitat de Foucault rau en les seves habilitats per fer màquines molt precises i no en els seus coneixements de matemàtiques. Va estudiar en un dels millors col·legis de París, però no era gaire bon alumne. Vist això, semblava que la millor opció per a Foucault seria fer-se cirurgià, però no va ser possible perquè tenia una profunda aversió a la sang.

D'aquesta manera, i gràcies a la bona relació que tenia amb un dels seus professors, Alfred Donné (1801-1878), va aconseguir canviar de camp i es va dedicar a la microscòpia mèdica. Treballant amb el seu company Hippolyte Fizeau (1819-1896) va aconseguir millorar dràsticament els daguerreotips, un dels primers mètodes de fotografia. Amb Fizeau també va aconseguir determinar que la velocitat de la llum és major en l'aire que a l'aigua, però la seva amistat es va acabar deteriorant i van seguir la seva vida per separat. (Crease, 2004)

Foucault tenia molta fam d'èxit, que va aconseguir amb el pèndol. De fet, el president de la República Francesa li va donar un premi de deu mil francs i el va fer físic de

l'Observatori de París. El 1865 va aconseguir entrar a l'Acadèmia de ciències[9] (era el sisè cop que ho demanava). Tres anys més tard, Foucault va morir del que probablement va ser esclerosi múltiple. (Lozano Leyva, 2016)

4.1.2.2.El seu pèndol

Foucault tenia un soterrani al carrer Assas, a París. Allà va ser on es va adonar que si muntava un pèndol de manera que pogués oscil·lar en qualsevol direcció, el pla d'oscil·lació no canviaria per molt que ell girés el seu suport. Això passa perquè sobre la bola del pèndol no s'aplica cap força per canviar-ne la direcció, de manera que el seu moviment es manté constant.

Per exemplificar el procés, Foucault va fer una petita maqueta d'un pèndol lligat en una estructura sobre una safata giratòria. Podríem pensar que si féssim girar la safata, el pla d'oscil·lació també giraria, però en realitat es manté igual, de la mateixa manera que al primer experiment al soterrani del carrer Assas. Foucault deia que fent l'experiment a gran escala es podria demostrar la rotació de la Terra. La safata es pot substituir per la Terra. Els observadors que hi hagués dirien que és el pèndol el que es mou, perquè ells també es mouen amb la Terra[10].

Foucault va començar a fer proves al carrer Assas el gener de 1851. Primer va fer servir un fil de dos metres de llarg i una bola de cinc quilograms de massa. Va lligar la bola a la paret amb una altra corda i la va cremar per deixar anar la bola amb la màxima precisió. Va obtenir uns resultats tan bons que va aconseguir que el director de l'Observatori de París el deixés instal·lar el pèndol a la sala del meridià, aquest cop amb un fil d'onze metres. A principis de febrer va comunicar els seus resultats a l'Acadèmia de ciències, que els van acceptar i els van difondre entre tota la societat de París. (Crease, 2004)

Louis-Napoléon Bonaparte (1808-1873)(el president de la República Francesa a l'època) va demanar a Foucault que instal·lés el seu pèndol al Panteó[11]. A finals de març del

[9] Societat científica fundada el 1666 per Jean Baptiste Colbert (1619-1683) per promoure la ciència a França. Actualment el seu abast és internacional. (Académie des sciences)

[10] Aquesta analogia en realitat no és ben bé així, perquè la safata és una superfície plana, mentre que la Terra és una esfera. A la safata el pèndol fa una volta completa per cada rotació de la safata, mentre que a la superfície de la Terra el temps que triga depèn de la latitud on instal·lem el pèndol. Els càlculs corresponents a això es troben a l'apartat *5.2.3. Càlculs i resultats*.

[11] A l'època de Foucault al Panteó, ja s'hi enterraven molts personatges francesos importants.

mateix any es va posar en marxa el pèndol més gran que havia fet mai Foucault: el fil, fet d'acer, feia 67 metres de longitud i la bola, de 38 centímetres de diàmetre, pesava 28 quilograms. El seu període[12] durava setze segons i a cada oscil·lació semblava que es desplacés uns dos mil·límetres i mig en sentit horari, que es veia gràcies a la marca que deixava una punta a la part central inferior de la bola sobre una mica de sorra.

Així va començar el lligam entre el famós pèndol i el Panteó. La instal·lació de 1851 es va desmuntar el mateix any, al desembre, després del cop d'Estat del futur Napoleó III[13]. El pèndol no va tornar a oscil·lar allà fins a l'octubre de 1902, aquest cop instal·lat per Camille Flammarion[14] (1842-1925) i Alphonse Berget[15] (1860-1933), amb una esfera de plom que pesava 20 quilograms. Aquest es va retirar del Panteó l'any següent. Noranta-dos anys més tard s'hi va col·locar el que hi ha actualment, amb motiu del començament de l'operació nacional francesa *La Science en Fête*[16]. La bola torna a ser la que hi va posar Foucault el 1851, gràcies a l'enginyer del CNAM (*Conservatoire national des arts et métiers*) Jacques Foiret. (Deligeorges, 2006)

Figura 30. La meva germana i jo al Panteó, amb el pèndol a darrere.

4.1.2.3. El giroscopi

Com que la Terra és una esfera i no una superfície plana, cal tenir en compte la latitud a on es munta el pèndol per saber el temps que trigarà a fer un gir aparent complert. Això molestava a Foucault, de manera que va decidir buscar una altra manera de "veure" la rotació de la Terra. Va dissenyar el que ell va anomenar giroscopi (del grec *gyros*, rotació, i *scope,* observar), que consisteix en una roda que gira molt ràpid, muntada sobre un eix

[12] És a dir, el temps que trigava a fer una oscil·lació completa.
[13] El mateix que havia demanat que es traslladés el pèndol al Panteó al març.
[14] Representant de la Societat Astronòmica de França.
[15] Director del laboratori de Gabriel Lippmann (1845-1921), premi Nobel de física.
[16] Una iniciativa de la *Caisse nationale des monuments historiques et des sites* i del *Musée du Conservatoire national des arts et métiers* (CNAM).

que es manté en la mateixa direcció encara que el seu suport giri. Això no era una invenció nova, sinó que el que va fer Foucault va ser millorar-lo, fent que pogués girar durant més temps i que hi hagués menys fricció entre l'eix de la roda i els suports. Al cap de deu minuts de girar, amb un microscopi es podia observar una petita desviació, deguda a la rotació terrestre. Aquest avenç no hauria estat possible sense l'ajuda de Gustave Froment (1815-1865), que va ajudar Foucault amb molts dels seus invents, com per exemple la bola original del pèndol al Panteó. (Sommeria, 2017)

Avui dia una variació del giroscopi, l'anomenada "girobrúixola" (de l'anglès *gyrocompass*) s'utilitza per mantenir estable el rumb dels avions. Com que només es pot veure la desviació amb microscopi, la "girobrúixola" es pot apuntar al pol nord geogràfic i no canviarà de direcció encara que l'avió giri. (Turner, 2020)

Figura 31. Jo amb el giroscopi al Museu d'Arts i Oficis de París, on també hi ha un pèndol de Foucault.

γεωμετρια (geo-metria), mesurant la Terra des de Palafrugell

4.2. Pràctica

4.2.1. Càlculs previs

El meu objectiu principal amb la reproducció del pèndol de Foucault no era "veure" la rotació de la Terra, sinó poder calcular la latitud d'on soc. Això és possible perquè com que la superfície de la Terra no és plana, el temps que triga el pla d'oscil·lació del pèndol a fer una volta completa depèn de la latitud d'on sigui. Aquesta és la manera de calcular la latitud:

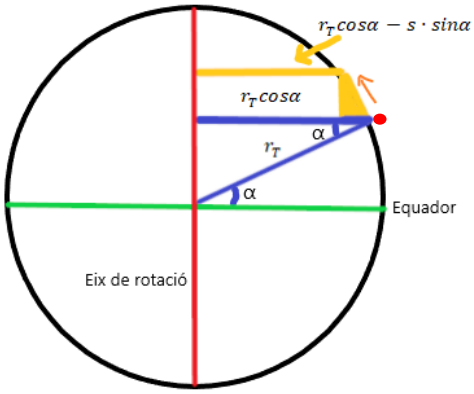


Figura 32. Esquema per deduir la fórmula de la latitud.

Aquesta circumferència representa la Terra. El pèndol es troba al punt vermell, a una latitud α a l'hemisferi nord. Amb blau i sortint des del centre de la circumferència hi ha el radi de la Terra (r_T). El radi de la circumferència a la latitud on hi ha el pèndol és, marcat al dibuix amb blau, $r_T cos\alpha$.

La fletxa de color taronja fosc marca el moviment del pèndol quan oscil·la cap al nord. La punta del triangle pintat de groc indica la latitud on la bola del pèndol arriba a la seva màxima alçada, és a dir, quan està al punt més allunyat del de repòs. El radi de la circumferència a aquesta latitud és $r_T cos\alpha - s \cdot sin\alpha$, com es pot veure en aquesta versió ampliada del triangle.

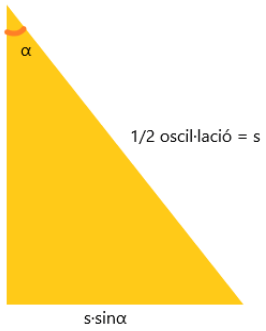


Figura 33. Ampliació del triangle.

Sabent això, el següent pas és calcular el perímetre d'aquestes dues circumferències: $L_{blava} = 2\pi r_T cos\alpha$ i $L_{groga} = 2\pi(r_T cos\alpha - s \cdot sin\alpha)$. Ara és el moment de calcular la velocitat de rotació de la Terra a les dues latituds. La velocitat és diferent perquè la distància que recorre en un dia un objecte situat a la latitud més pròxima al nord és més petita que la del punt de repòs del pèndol, ja que la primera circumferència és més petita que l'altra, però triga el mateix temps a fer una volta completa. Com que la velocitat és la distància dividida recorreguda entre el temps

transcorregut, la velocitat a cada latitud serà: $v_{blava} = \frac{2\pi r_T cos\alpha}{1\ dia\ sideral}$ i $v_{groga} = \frac{2\pi(r_T cos\alpha - s \cdot sin\alpha)}{1\ dia\ sideral}$, on 1 dia sideral és el temps que triga la Terra a fer una rotació completa respecte les estrelles llunyanes, és a dir, unes 23 hores i 56 minuts.

Amb aquestes dues velocitats podem determinar la velocitat de l'efecte Coriolis[17], que és la velocitat amb què el pla d'oscil·lació ens sembla que giri cap a la dreta. Aquesta velocitat és la diferència entre les dues: $v_{Coriolis} = v_{blava} - v_{groga} = \frac{2\pi r_T cos\alpha}{1\ dia\ sideral} - \frac{2\pi(r_T cos\alpha - s \cdot sin\alpha)}{1\ dia\ sideral} = \frac{2\pi s \cdot sin\alpha}{1\ dia\ sideral}$. Ara cal calcular el temps que trigaria aquest pèndol a fer una volta completa, és a dir, dividir la distància recorreguda en una volta per la velocitat a què ho ha fet. Com que la circumferència és $2\pi s$, el temps és: $t = 2\pi s \cdot \frac{1\ dia\ sideral}{2\pi s \cdot sin\alpha} = \frac{1\ dia\ sideral}{sin\alpha}$. Finalment, cal aïllar α per troba la latitud del pèndol: $\alpha = \sin^{-1} \frac{1\ dia\ sideri}{t}$. (Math, 2019)

4.2.2. Materials necessaris i construcció del pèndol

Ha estat difícil trobar un lloc on dur a terme la pràctica. Fa falta un sostre alt per aconseguir que les oscil·lacions siguin el màxim de llargues possible, de manera que el gir aparent degut a la rotació de la Terra es pugui veure a ull nu a partir d'unes quantes oscil·lacions. El més alt que he tingut a l'abast ha estat la Sala Polivalent de l'INS Puig Cargol, a Calonge. El sostre està fet d'unes planxes de suro, de manera que s'hi poden enganyar claus o ganxos fàcilment. A més, el sostre té uns esglaons on es pot recolzar una escala.

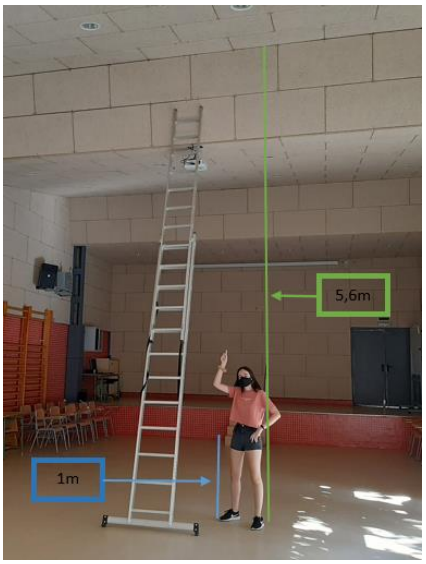


Figura 34. Jo a la Sala Polivalent, amb l'escala que vaig fer servir per enganxar el fil del pèndol al sostre.

[17] L'efecte Coriolis és la conseqüència de la diferència de velocitats de rotació entre diferents latituds de la Terra. Si llancem un objecte en línea recta cap al nord estant a l'hemisferi nord, semblarà que descrigui una trajectòria corba, acabant cap a la dreta d'on l'havíem llençat. Això passa perquè com més a prop de l'equador ens trobem, major és la velocitat de rotació. Com que l'objecte volant no perd la velocitat de rotació original, va més ràpid que la Terra a la latitud on arriba.

El punt on vaig col·locar l'enllaç del pèndol amb el sostre feia uns 5'61 metres d'alçada.

Aquest enllaç consistia en un ganxo de cargol, on vaig col·locar un mosquetó que tenia una anella giratòria. Aquesta última peça era el que intentava fer servir per desvincular el pèndol de la Terra, tot i que no és un sistema perfecte. Vaig fer servir dos fils: el primer era un fil de pescar, que vaig lligar a l'anella giratòria amb uns nusos simples i una mica de Blu-Tack. El segon era un cordill prim que vaig lligar al sostre de la mateixa manera que el primer.

Figura 35. El mosquetó

Al final del fil hi havia una bola de petanca de 182 grams enganxada a un imant de neodimi de 48 mil·límetres de diàmetre que pesava 677 grams i era capaç d'aguantar fins a 75 quilograms, lligat al fil. Pel que fa a la punta (per veure millor la desviació aparent del pla d'oscil·lació) , en vaig provar dues. La primera era una xinxeta de 2 centímetres de llarg, enganxada amb una mica de Blu-Tack. També vaig enganxar així sota la bola de petanca la segona punta, que era una punta d'una manxa per inflar pilotes, de 4 centímetres de llarg.

Figura 36. La bola del meu pèndol.

Per mesurar el desplaçament del pla d'oscil·lació vaig decidir que no voldria contacte entre el terra i el pèndol, ja que això originaria forces de fricció que el frenarien tan aviat que seria impossible observar cap canvi. Per això vaig preferir que la punta de la bola fes caure uns talls de palleta de plàstic que havia enganxat al terra amb una mica de Blu-Tack, cada un indicant un grau de desplaçament.

Al terra, hi vaig posar un tall de paper blanc en forma de quadrat de mig metre de costat, on vaig dibuixar una circumferència de mig metre de radi. El centre d'aquesta circumferència era on la vertical del pèndol tocava el terra, és a dir, quan el pèndol estava en repòs, la bola quedava per sobre el centre de la circumferència. Per poder dibuixar-la vaig marcar diversos punts on arribaria un radi de mig metre i llavors els vaig ajuntar. Per saber on havia de posar els talls de palleta de plàstic vaig dibuixar radis corresponents a cada grau, del primer al desè; a partir d'aquí cada deu graus feia una

marca i, finalment, vaig afegir-hi els radis corresponents a 15, 45 i 75 graus[18]. Això, ho vaig fer a dos quadrants de la circumferència, perquè el pèndol no es mouria d'allà.

Per últim, el meu sistema de llançament del pèndol consistia a lligar un fragment de fil de pescar al voltant de la bola de petanca i a una pota d'una taula. Llavors alineava el fil amb la recta per on volia llençar el pèndol i anava tirant enrere la taula fins que em quedava el fil tens i la bola a un metre del centre de la circumferència[19]. Per llençar el pèndol aplicant-hi el mínim de forces possible cremava el fil amb la flama d'un encenedor.

4.2.3. Posada a la pràctica

Vaig fer la posada a la pràctica del meu pèndol de Foucault el 31 d'agost de 2020, a la Sala Polivalent de l'INS Puig Cargol, a Calonge. La realització de l'experiment va durar unes dues hores i mitja, de les deu fins a quarts d'una. Per minimitzar corrents d'aire vaig tancar la porta d'entrada a la sala i vaig baixar les persianes de totes les finestres que en tenien, ja que tenia por que hi entrés una mica d'aire que fes desviar el pèndol de la seva trajectòria esperada.

El primer fil que vaig provar va ser el de pescar. Ja havia fet servir aquest tipus de fil en unes proves que havia fet a casa meva, però a la Sala Polivalent em vaig adonar que era molt més elàstic del que em pensava. Com que l'alçada del fil era molt major en aquest cas que a casa meva, l'estirament es notava més. Això va provocar que col·locar la bola del pèndol a l'alçada exacta perquè tombés les palletes de plàstic fos molt difícil. Quan em pensava que tenia el pèndol ben lligat, el fil s'estirava i la bola quedava molt més baixa. Vaig anar tallant el fil fins que vaig aconseguir una alçada una mica massa alta, però vaig suposar que fent una foto del pèndol cada cop que s'apropava a les palletes podria veure un desplaçament del pla d'oscil·lació al cap d'una estona.

Vaig llençar el pèndol seguint el procés que he indicat a l'apartat 5.2.2 i el resultat inicial va ser molt bo. La bola seguia una trajectòria molt recta al llarg de la línia des d'on l'havia

[18] Això ho vaig fer per qüestions estètiques, ja que no m'esperava que el desplaçament del pla d'oscil·lació del meu pèndol arribés a fer més de deu graus.
[19] Vaig decidir llençar-lo a aquesta distància del centre perquè si ho fes més lluny seria molt fàcil que el pèndol comencés a fer moviments erràtics molt ràpid i no podria observar la rotació de la Terra.

llençada. Tot i això, al cap d'uns cinc o set minuts (ho vaig provar diverses vegades i cada cop era una mica diferent) el pèndol començava a desviar el seu pla d'oscil·lació. Al principi semblava que anava en sentit horari, que és el que s'espera seguint les explicacions anteriors, però al cap d'un minut canviava de direcció i semblava que cada oscil·lació fos diferent.

Davant d'aquest problema vaig decidir canviar de fil i fer servir el cordill prim. Pensava que aquest moviment excessiu de la bola era degut a l'elasticitat del fil, de manera que el cordill segurament ho podria arreglar. Desgraciadament, el cordill es cargolava sobre si mateix i la bola no parava de girar, o sigui que la trajectòria que seguia aquesta versió del pèndol era pitjor que l'anterior.

En conclusió, la meva reproducció del pèndol de Foucault no ha estat un èxit. És difícil saber exactament què ha portat el meu experiment a no funcionar tal com m'esperava, ja que podria ser una combinació de molts factors. El primer és el fil que he utilitzat: o massa elàstic o que feia girar massa la bola. També podria ser que hi hagués corrents d'aire que jo no percebés, però que sí que afectessin la trajectòria del pèndol. Una altra opció seria que el muntatge al sostre no fos efectiu i, en comptes de fer més lleuger el moviment, provoqués un balanceig excessiu de la bola, que es traduïa en els moviments estranys que vaig observar.

4.2.4. Comprovació dels càlculs amb el pèndol del CosmoCaixa

Com que ja sabia que seria difícil que la meva reproducció del pèndol de Foucault donés resultats exactes, el 20 d'agost vaig anar al CosmoCaixa a Barcelona. Allà n'hi ha un que funciona perfectament i vaig pensar que seria interessant comprovar el càlcul de la latitud que descric a l'apartat 5.2.1.

La bola del seu pèndol té un diàmetre de 30 centímetres, pesa 100 quilograms i s'aguanta mig metre sobre el terra. L'alçada total del muntatge és de 25 metres i el diàmetre del cercle sobre el qual oscil·la és de 4,8 metres. Al llarg del seu perímetre hi podem trobar 270 peces verticals, que el pèndol va tombant a mesura que la Terra gira sota seu. El sistema per desvincular l'oscil·lació de la rotació de la Terra és molt complex: té diversos sensors i un mecanisme per reajustar-la si es detecta la menor desviació.

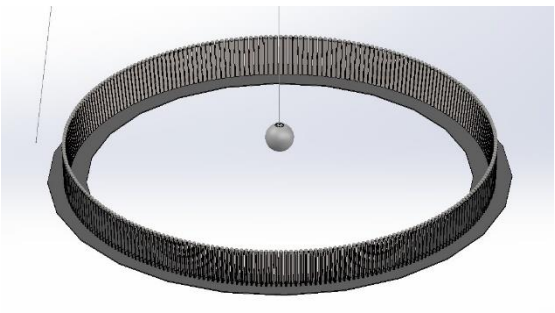


Figura 37. Model de la bola del pèndol amb les 270 peces que va tombant a mesura que el pla d'oscil·lació canvia.

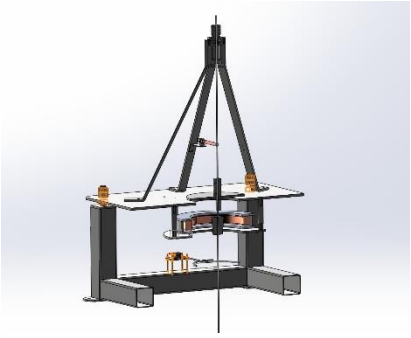


Figura 38. Model del sistema de fer oscil·lar el pèndol.

Quan vaig arribar al CosmoCaixa vaig esperar davant del pèndol fins que vaig veure com la punta de la bola tombava un pal. Va ser a les 10:41 i en aquell moment quedaven 32 dels 270 pals tombats. Quan vaig acabar la visita vaig tornar a veure el pèndol i vaig esperar que caigués un altre pal. Va ser a les 12:26, és a dir, 105 minuts (1,75h) després del primer que havia vist caure. En aquell moment hi havia 45 pals tombats, que són 13 més que abans.

La fórmula per calcular la latitud és la següent: $\alpha = \sin^{-1} \frac{1\ dia\ sideri}{t}$, on un dia sideri és el temps que triga la Terra a fer una rotació completa i t és el temps que triga el pla d'oscil·lació del pèndol a girar 360º. Això es pot calcular aplicant una regla de tres, on cada pal equival a 4/3 parts d'un dels 360 graus que conformen la circumferència:

$$lat = \frac{23{,}9345}{\frac{1{,}75 \times 360}{\frac{4}{3} \times 13}} \approx 41{,}19°$$

Que és un valor molt pròxim al real, que és d'uns 41,41º. Per tant, puc afirmar que aquesta manera de calcular la latitud d'un punt a la Terra i demostrar-ne la rotació funciona.

Conclusions

Fent una reflexió sobre el meu treball m'he adonat que s'adscriu més aviat a l'àmbit de la història de la ciència, que no pas a la ciència pròpiament dita, ja que he intentat reproduir experiments antics. He volgut entendre quines podien ser les dificultats d'aquests experiments. Òbviament, no he fet servir el mateix mètode que els antics, sinó que n'he fet una adaptació als meus mitjans per poder comprovar-ne els resultats per mi mateixa. No era el meu objectiu polemitzar amb la idea terraplanista, però en algun punt ha estat impossible evitar-ho. De totes maneres, aquesta discussió també forma part de la història de la ciència.

Pel que fa als objectius que em vaig plantejar quan vaig decidir com seria el meu treball de recerca, puc dir que els he complert gairebé tots, encara que no de la mateixa manera en cada apartat de la meva investigació.

En primer lloc, estic molt satisfeta amb l'aplicació del mètode científic que he dut a terme per mesurar el perímetre de la Terra. L'adaptació de l'experiment d'Eratòstenes als meus mitjans va resultar molt fàcil, ja que disposo de mapes molt més precisos de tot el món. Això sí, per aconseguir els resultats al màxim de precisos possibles, he hagut d'efectuar moltes mesures, cosa que s'ha traduït en la necessitat d'elaborar un sistema efectiu per gestionar-les. Per això he creat un full de càlcul aplicable a qualsevol punt, no només Palafrugell.

Els resultats que he obtingut es troben dins del marge d'error relatiu que em vaig proposar aconseguir, tot i que ho he fet a través de dos mètodes. El primer ha estat comparant l'ombra que un objecte vertical projecta a Palafrugell amb un lloc del món on aquell dia no hi hagués ombra al moment en què el Sol es trobava a la seva alçada màxima. Les meves mesures han tingut una tendència a ser una mica més altes que el valor acceptat, de manera que m'he adonat que un error de pocs mil·límetres a la meva mesura es pot traduir en una desviació de centenars de metres un cop he fet el càlcul. Aquesta ha estat la principal dificultat que he trobat en la realització d'aquest apartat. Pel que fa a les comparacions amb mesures que he obtingut a través de coneguts, m'he trobat davant la situació sorprenent on hi havia resultats que s'allunyaven molt del valor acceptat, però que a l'hora de fer la mitjana es cancel·laven mútuament.

γεωμετρια (geo-metria), mesurant la Terra des de Palafrugell

En segon lloc, calcular la inclinació de la Terra respecte l'eclíptica amb l'ajuda de fotografies del Sol ha estat senzill en el sentit que només m'han calgut observacions de quatre dies diferents de l'any. A més, l'error de mesura s'ha vist reduït considerablement, ja que la meva intervenció en la observació es limitava a fer les fotografies sempre des del mateix lloc. Això ha comportat que l'error relatiu del resultat final fos nul. La dificultat més gran que m'he trobat en aquest experiment ha estat la presència de núvols a la zona on havia de sortir el Sol, cosa que jo no he pogut controlar. Un altre problema ha estat que el dia de l'equinocci de primavera no es podia sortir de casa a causa del confinament. Vaig demanar permís a la Policia Municipal per poder fer-la, però no el vaig aconseguir.

Per veure com es perd alçada d'objectes que es troben més enllà de l'horitzó, m'he ajudat d'esquemes per deduir una fórmula aplicable en qualsevol cas. També he obtingut un resultat molt exacte, encara que he descobert que hi ha moltes variables que poden dificultar la comprovació experimental de la meva fórmula. Arribar a fer aquesta comprovació correctament ha estat difícil, ja que no disposava d'un lloc com el que va fer servir Wallace pel seu experiment. Vaig fer un replantejament del mètode perquè es pogués aplicar a objectes que es troben abans de l'horitzó, que em serviria per mesurar el seu desplaçament vertical respecte al centre del telescopi, però no va funcionar perquè no disposava d'una recta prou llarga i plana. Això em va portar a fer l'experiment a les Illes Formigues, vist que l'únic lloc sense desnivells és la superfície del mar. Tenia por que la refracció em dificultés la mesura, però no ha estat un problema, ja que amb un valor estàndard de refracció, la fórmula s'ha encaixat perfectament a la meva observació.

El meu intent de reproducció del pèndol de Foucault no ha donat els resultats esperats. Això sí, he pogut comprovar que el plantejament per calcular la latitud de la posició del pèndol era correcta gràcies al pèndol que hi ha al CosmoCaixa. Fent aquest experiment m'he adonat que hi ha una gran quantitat de variables que poden afectar el funcionament del muntatge, cosa que m'ha permès admirar la gran habilitat tècnica que va demostrar Foucault amb el seu pèndol.

Penso que el meu treball es podria complementar amb reproduccions d'altres experiments clàssics. Per exemple, al llibre de Manuel Lozano Leyva, *De Arquímedes a*

γεωμετρια (geo-metria), mesurant la Terra des de Palafrugell

Einstein, Los diez experimentos más bellos de la física, apareix una descripció de l'experiment que va dur a terme Henry Cavendish (1731-1810) per mesurar la constant de gravitació universal.

Finalment, l'experiència que ha estat l'elaboració del meu treball de recerca, a nivell més personal, m'ha ajudat a entendre una mica més la bellesa de la simplicitat d'aquests experiments, molt lluny del prejudici actual que veu la ciència com un coneixement accessible només a uns iniciats. A més, he obtingut una gran satisfacció quan m'he adonat que soc capaç de comprovar per mi mateixa dades que, en principi, semblava que fossin lluny del meu abast.

Nota d'agraïments

En primer lloc, vull donar les gràcies als meus tutors de treball de recerca, Núria Corona i Lluís Drou, que m'han ajudat sempre que ho he necessitat i han procurat que aconseguís els meus objectius.

En segon lloc, vull agrair a Laureano Agout, responsable d'I+D al CosmoCaixa, els documents i la informació que m'ha facilitat sobre el pèndol de Foucault que tenen en funcionament al museu.

També a les següents persones, que m'han ajudat mesurant ombres des de diverses localitzacions.

Blanca Fernàndez
Xavier Vilaseca
Rosa Aguiló
Albert Requena
Alfons Garcia
José Antonio Fernández
Gabriela Martínez
Zoë Dobney
Iman Missou
Àfrica Guillamón
Rajae Souitou

Finalment, vull donar les gràcies als meus pares, que m'han donat suport en tot moment, des de l'interès que han mostrat a la meva recerca fins a portar-me a París per veure el pèndol de Foucault al Panteó.

γεωμετρια (geo-metria), mesurant la Terra des de Palafrugell

Bibliografia i webgrafia

Académie des sciences. L'Académie en bref. [En línia] [Data: 02 / 09 / 2020.] https://www.academie-sciences.fr/fr/Documents-a-telecharger/en-savoir-plus-sur-academie.html.

Ast, Courtney. 2003. Eratosthenes. *Math Wichita State University.* [En línia] 28 / Maig / 2003. [Data: 1 / Febrer / 2020.] http://www.math.wichita.edu/history/Men/eratosthenes.html .

Conners, Deanna. EarthSky. *Why Earth has 4 seasons.* [En línia] [Data: 04 / 05 / 2020.] https://earthsky.org/earth/can-you-explain-why-earth-has-four-seasons.

Crease, Robert P. 2004. *The prism and the pendulum: the ten most beautiful experiments in science.* New York : Random House, 2004.

Dawkins, Richard. 2011. *La magia de la realidad: pequeña historia de la ciencia.* Barcelona : Espasa Libros, 2011.

Deligeorges, Stéphane. 2006. *El péndulo de Foucault en el Panteón.* [trad.] Yolanda Velasco. París : Éditions du patrimoine, 2006. 978-2-7577-0244-4.

European Association for Astronomy Education. 2019. The Eratosthenes experiment. [En línia] 14 / Juny / 2019. [Data: 1 / Febrer / 2020.] https://www.eaae-astronomy.org/eratosthenes/the-eratosthenes-experiment .

Evans, James. Aristarchus of Samos. [En línia] [Data: 30 / 08 / 2020.] https://www.britannica.com/biography/Aristarchus-of-Samos.

Flat Earth Society. 2020. The Flat Earth Wiki. *Bedford Level Experiment.* [En línia] 23 / 04 / 2020. [Data: 28 / 06 / 2020.] https://wiki.tfes.org/Bedford_Level_Experiment.

Francis, David. 2002. Ask a Nerd. *Bowdoin College.* [En línia] 21 / Novembre / 2002. [Data: 3 / Febrer / 2020.] http://web.bowdoin.edu/~dfrancis/askanerd/orbits/.

Garwood, Christine. 2011. *Flat Earth: the history of an infamous idea.* 2011.

Haskell, Duncan. 2019. Canal & River Trust Waterfront. *The Bedford Level Experiment.* [En línia] 22 / 02 / 2019. [Data: 28 / 06 / 2020.] https://canalrivertrustwaterfront.org.uk/history/feature-pos1-the-bedford-level-experiment/.

Hunter, Dana. 2015. Scientific American. *Wallace's Woeful Wager: How a Founder of Modern Biology Got Suckered by Flat-Earthers.* [En línia] 12 / 01 / 2015. [Data: 28 / 06 / 2020.] https://blogs.scientificamerican.com/rosetta-stones/wallace-8217-s-woeful-wager-how-a-founder-of-modern-biology-got-suckered-by-flat-earthers/.

Iowa State University. Polaris Project - North Star. *Apparent Motions of the Sun.* [En línia] [Data: 10 / 06 / 2020.] http://www.polaris.iastate.edu/NorthStar/Unit4/unit4_sub1.htm#:~:text=As%20a%20result%2C%20the%20sun,about%201%20degree%20per%20day..

Jeremy Norman's History of Information. 2014. The Royal Library of Alexandria: The Largest Collection of Recorded Information in the Ancient World. [En línia] 22 / Març / 2014. [Data: 1 / Febrer / 2020.] http://www.historyofinformation.com/detail.php?id=121.

Lozano Leyva, Manuel. 2016. *De Arquímedes a Einstein: los diez experimentos más bellos de la física.* Barcelona : Penguin Random House, 2016.

Mantovani, Roberto. 2019. *Before Foucault: The Proofs of the Earth's Rotation.* Belo Horizonte : s.n., 2019. 2526-2270.

Math, Flat Eath. 2019. *Math of Foucault pendulums.* 2019. https://www.youtube.com/watch?v=_YMo0gcceaM.

Moreno Romero, Felipe. 2013. Eje de la Tierra. *Sobre la posición del Sol en el horizonte de Villanueva del Arzobispo en solsticios y equinoccios y la inclinación del eje del mundo.* [En línia] 07 / 2013. [Data: 06 / 05 / 2020.] http://www.escritoscientificos.es/trab21a40/solvillanueva/solvillanueva.htm.

NOAA Solar Calculator. [En línia] National Oceanic and Atmospheric Administration. [Data: 08 / 04 / 2020.] https://www.esrl.noaa.gov/gmd/grad/solcalc/.

Olmo, M. i Nave, R. Hyperphysics. *Plano eclíptico.* [En línia] [Data: 04 / 05 / 2020.] http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/eclip.html.

R. Solanes, Joan. 1988. *Fars de la Costa Brava i Costa Vermella.* Figueres : ART-3, 1988. 84-85874-27-7.

Russel Wallace, Alfred. 1905. *My life: A record of events and opinions.* London : Chapman and Hall, 1905. Vol. 2.

Sagan, Carl. 2016. *Cosmos.* Barcelona : Planeta, 2016.

Sharp, Tim. 2017. How big is Earth? *Earth.com.* [En línia] 15 / Setembre / 2017. [Data: 2 / Febrer / 2020.] https://www.space.com/17638-how-big-is-earth.html.

Sommeria, Joël. 2017. *Foucault and the rotation of the Earth.* s.l. : Comptes Rendus Physique, 2017. Vol. 18.

Stokes Brown, Cynthia. 2014. Eratosthenes of Cyrene. *Khan Academy.* [En línia] 14 / Octubre / 2014. [Data: 1 / Febrer / 2020.] https://www.khanacademy.org/partner-content/big-history-project/solar-system-and-earth/knowing-solar-system-earth/a/eratosthenes-of-cyrene.

Strozzi, Bernardo. 1635. *Eratòstenes ensenyant a Alexandria.* Musée des beaux-arts de Montréal, Montréal : 1635.

Swinburne University of Technology. Swinburne Astronomy Online. *Equatorial Coordinate System.* [En línia] [Data: 06 / 05 / 2020.] http://astronomy.swin.edu.au/cosmos/E/Equatorial+Coordinate+System.

Tate, Jean. 2010. Gravity equation. *Universe Today.* [En línia] 15 / Febrer / 2010. [Data: 3 / Febrer / 2020.] https://www.universetoday.com/56157/gravity-equation/.

The editors of Encyclopaedia Britannica. 2020. Latitude and longitude. *Encyclopaedia Britannica.* [En línia] 11 / 02 / 2020. [Data: 19 / 02 / 2020.] https://www.britannica.com/science/latitude.

Turner, Glenn. 2020. Uses for gyroscopes. *Gyroscopes.org.* [En línia] 2020. [Data: 02 / 09 / 2020.] http://www.gyroscopes.org/uses.asp.

Viquipèdia. 2019. Cyrene, Libya. [En línia] 26 / Desembre / 2019. [Data: 1 / Febrer / 2020.] https://en.wikipedia.org/wiki/Cyrene,_Libya.

—. 2020. Erastothenes. [En línia] 22 / Gener / 2020. [Data: 1 / Febrer / 2020.] https://en.wikipedia.org/wiki/Eratosthenes.

Walkup, Newlyn. 2010. Eratosthenes and the Mystery of the Stades - Meridian of Alexandria and Syene. [En línia] Mathematical Association of America, 08 / 2010. [Data: 19 / 02 / 2020.] https://www.maa.org/press/periodicals/convergence/eratosthenes-and-the-mystery-of-the-stades-meridian-of-alexandria-and-syene.

Williams, Matt. 2016. Universe today. [En línia] 27 / 07 / 2016. [Data: 04 / 05 / 2020.] https://www.universetoday.com/47176/earths-axis/.

Índex d'imatges

Figura 1: Strozzi, B. 1635, Eratòstenes ensenyant a Alexandria, Musée des beaux-arts de Montréal (02/02/2020)
<https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/1/11/1959_1225_IN2.jpg>

Figures 2 – 19: font pròpia.

Figura 20: Christine Garwood, Alfred Russel Wallace and the flat earth controversy, Endeavour, Volume 25, Issue 4, 2001, Pages 139-143, ISSN 0160-9327, (4/09/2020)

<https://doi.org/10.1016/S0160-9327(00)01386-7>

Figures 21 – 27: font pròpia.

Figura 28: Statue of Aristarchus of Samos at the Aristotle University of Thessaloniki, (15/11/2020)

<https://en.wikipedia.org/wiki/Aristarchus_of_Samos>

Figura 29: Léon Foucault (15/11/2020)

<https://ast.wikipedia.org/wiki/L%C3%A9on_Foucault>

Figures 30 – 36: font pròpia.

Figures 37 i 38: models del pèndol de Foucault al Cosmocaixa. Laureano Agout.

Annexos

Càlcul de la circumferència (perímetre) de la Terra a partir de mesures fetes a Palafrugell comparades amb llocs on aquell dia no hi havia ombra al migdia solar:

Dia	*Angle*	*Ombra zero*	*Distància*	*Circumferència de la Terra*
21.07.2019	21,08072877	Silvassa, Índia	2409	41138,99522
22.07.2019	20,90778638	Al Lith, Aràbia Saudita	2424	41737,56056
23.07.2019	20,99505955	Naypyitaw, Myanmar	2466	42284,23348
24.07.2019	22,63190012	Muang Nan, Laos	2496	39703,25051
28.07.2019	22,56324678	Meliaputti, Índia	2576	41100,46791
29.07.2019	22,4029363	San Juan, Puerto Rico	2611	41957,00007
31.07.2019	22,49651496	Nouakchott, Mauritània	2655	42486,58077
02.08.2019	22,92918689	Hyderabad, Índia	2731	42878,10137
03.08.2019	23,55226367	Belmopan, Belize	2746	41973,03553
04.08.2019	24,33103795	Mirbat, Oman	2775	41058,66762
10.08.2019	25,60793149	Phontong, Laos	2985	41963,56119
11.08.2019	25,79144589	Santa Barbara, Honduras	3005	41944,13934
13.08.2019	26,70050194	Dákura, Nicaragua	3064	41311,58292
16.08.2019	27,1496817	Banjul, Gàmbia	3169	42020,38214
24.08.2019	29,76921588	Caracas, Venezuela	3500	42325,60256
25.08.2019	29,98163937	Guapiles, Costa Rica	3560	42746,16155
28.08.2019	31,11309359	Abuja, Nigèria	3656	42302,44724
29.08.2019	31,64846831	Montería, Colòmbia	3692	41996,34519
30.08.2019	32,05614582	Freetown, Sierra Leone	3724	41821,62158
31.08.2019	32,56829013	Camaguan, Venezuela	3764	41606,11425
04.09.2019	33,21525149	Yamoussoukro, Côte d'Ivoire	3906	42334,76902
06.09.2019	34,86073991	Lome, Togo	3985	41152,3107
07.09.2019	34,91413966	Accra, Ghana	4043	41687,40843
14.09.2019	37,52148052	Akom, Cameroon	4356	41793,66001
15.09.2019	37,88624231	Yakai, República Democràtica del Congo	4379	41609,82731
16.09.2019	38,63950606	Mogadiscio, Somàlia	4439	41357,67153
22.09.2019	40,79888278	Quito, Equador	4646	40995,24021
23.09.2019	41,17034884	Buyamba, Uganda	4740	41447,30487
29.09.2019	42,82266464	Bwanga, Tanzània	5004	42067,44291
05.10.2019	45,6056874	Makassar, Indonèsia	5239	41355,36832
13.10.2019	48,41317184	Kapulo, República Democràtica del Congo	5589	41559,76408
19.10.2019	51,75067153	Kasomeno, República Democràtica del Congo	5864	40792,51414
02.11.2019	55,35764713	Mongu, Zàmbia	6367	41405,66153
16.11.2019	59,3436379	Townsville, Austràlia	6810	41311,92638
30.11.2019	62,25464615	Nullagine, Austràlia	7103	41074,52469
06.12.2019	64,21519331	Gootau, Botswana	7197	40347,46088
15.12.2019	64,6237369	Babangu, Sud-àfrica	7259	40437,77295
21.12.2019	64,94749647	Concepción, Paraguay	7274	40319,33704
24.12.2019	65,00416345	Lephephe, Botswana	7267	40245,42216
25.12.2019	64,64174577	São Silvestre de Jacareí, Brazil	7268	40476,6296

05.01.2020	64,43033519	Ranohira, Madagascar	7177	40100,98648
07.01.2020	64,53665494	Noumea, Nova Caledonia	7146	39861,99784
24.02.2020	51,87059075	Kalandula, Angola	5678	39407,30133
08.03.2020	45,28505128	Makamba, Burundi	5127	40757,82069
20.03.2020	41,34777722	Libreville, Gabon	4620	40224,65322
03.04.2020	35,75388725	Paramaribo, Surinam	4015	40426,37349
04.04.2020	34,9920202	Porto-Novo, Benín	3943	40565,82021
06.04.2020	34,60567555	Colombo, Sri Lanka	3895	40519,36504
07.04.2020	34,60567555	Ko Lanta, Tailàndia	3818	39718,34036
9.4.2020	33,02386756	Batticaloa, Sri Lanka	3806	41489,99198
11.04.2020	33,02386756	Mindanao, Filipines	3721	40563,38943
12.4.2020	32,21092772	Abuja, Nigèria	3656	40860,66726
14.04.2020	31,79891282	Cahuita, Costa Rica	3583	40563,65094
23.4.2020	28,81079374	Chinandega, Nicaragua	3261	40747,22864
24.04.2020	28,36904629	Dosso, Níger	3214	40785,29775
25.4.2020	27,92358972	Ati, Chad	3195	41190,97909
26.04.2020	27,69947281	El Suki, Sudan	3184	41381,29299
28.4.2020	27,02158159	Burum, Iemen	3068	40873,99534
29.04.2020	26,79377563	Kadapa, Índia	3056	41060,28263
1.5.2020	26,33541	Ye, Myanmar	2969	40585,66014
02.05.2020	25,87338523	Sekong, Laos	2958	41157,3511
3.5.2020	25,64100582	Paniqui, Filipines	2923	41038,95172
04.05.2020	25,17352452	Ta Vang, Laos	2894	41386,33821
6.5.2020	23,98906401	Dhalkut, Oman	2806	42109,18774
11.05.2020	23,02549201	Hubuna, Aràbia Saudita	2680	41901,38476
18.5.2020	21,80140949	In Guezzam, Algèria	2489	41100,09495
22.05.2020	20,75670818	Terjit, Mauritània	2412	41833,22291
24.5.2020	20,70659214	Puerto Morelos, Mèxic	2346	40787,01094
25.05.2020	20,45551539	Weilvgang, Xina	2322	40865,26221
31.5.2020	19,29004622	Sancti Spiritus, Cuba	2225	41524,00626
02.06.2020	19,29004622	Chandanaish, Bangladesh	2190	40870,81965
6.6.2020	18,77803322	Wath, Líbia	2143	41084,17484
08.06.2020	18,26288994	Pu'er City, Xina	2126	41907,93475
9.6.2020	18,00416161	Tit, Tamanrasset, Algèria	2110	42190,2456
12.06.2020	18,00416161	Sabkhah, Emirats Àrabs Units	2093	41850,32419
18.6.2020	17,74467163	Tazrouk, Algèria	2059	41772,5397
21.06.2020	17,69268287	Dogachia, Índia	2058	41874,93809
24.6.2020	18,00416161	Monohorpur, Bangladesh	2067	41330,44439
26.06.2020	18,15949047	Ibri, Oman	2080	41234,63714
27.6.2020	18,00416161	Caoyu, Xina	2078	41550,39354
29.06.2020	18,26288994	Shalateen, Egipte	2094	41277,14739
1.7.2020	18,36616641	El Rosario, Mèxic	2107	41299,85448
04.07.2020	18,88068797	Kaohsiung City, Taiwan	2148	40956,13472
5.7.2020	18,93196825	Hathah, Aràbia Saudita	2150	40883,22936
07.07.2020	19,03443435	Abu Simbel, Egipte	2179	41211,62654
13.7.2020	19,79887635	Vankal, Índia	2280	41456,89812
14.07.2020	20,05208215	Pakokku, Myanmar	2291	41130,89075
17.7.2020	20,5057968	Muang La, Laos	2344	41151,29046
19.07.2020	20,55604522	Nam Định, Vietnam	2391	41873,81331
23.7.2020	21,65307763	Wenchang, Xina	2491	41414,89793
25.07.2020	22,14632315	Samaná, República Dominicana	2529	41110,2102
26.7.2020	22,24456154	Desarmes, Haití	2553	41317,06522

28.07.2020	22,78240573	Aparri, Filipines	2625	41479,37716
29.7.2020	22,92836209	Boston Bay, Jamaica	2648	41576,45436
07.08.2020	25,36095178	Grand-Bourg, Guadalupe	2897	41123,0623
9.8.2020	25,73406671	Roseau, Dominica	2962	41436,1248
10.08.2020	26,19718606	Le Lorrain, Martinica	3015	41431,9308
11.8.2020	26,56505118	Déou, Burkina Faso	3041	41210,53608
13.08.2020	26,88500833	Castries, St. Lucia	3107	41603,85544
14.8.2020	27,29373404	Tambacounda, Senegal	3133	41323,77044
15.08.2020	27,51951375	Kaouda, Txad	3185	41664,98037
21.8.2020	29,46644828	Popoyo, Nicaragua	3390	41416,59655
24.8.2020	30,37030268	Phú Quốc, Vietnam	3521	41736,82473
25.8.2020	30,96375653	Sela Dingay, Etiopia	3558	41367,07375

Càlcul de la circumferència (perímetre) de la Terra a partir de la diferència entre dos angles obtinguts amb mesures reals:

Angle 1	Angle 2	Diferència	Distància	Circumferència de la Terra
21,65200025	9,704529321	11,94747093	1496	45077,32249
20,57592459	4,57392126	16,00200333	1865,5	41968,4952
31,83894713	26,70050194	58,53944907	6551	40286,67911
36,59443929	27,1496817	9,44475759	1065	40593,94816
37,65570071	27,1496817	64,80538241	7488	41596,54491
38,53592568	33,21525149	5,32067419	595	40258,05609
51,75067153	49,31250314	2,43816839	259	38241,82135
64,64174577	48,0127875	16,62895827	1854	40137,21059
59,19918177	25,2673105	33,93187127	3775	40050,84156
64,43033519	54,58294472	9,84739047	1031	37691,20369
64,43033519	57,41429265	7,01604254	694	35609,8183
64,53665494	57,72435569	6,81229925	770	40691,10734

Càlcul de l'error de mesura en el perímetre de la Terra:

<u>Mètode 1:</u>

Mitjana aritmètica de les mesures: 41284,96029 km.

Error particular dels valors de mesura més allunyats de la mitjana:

- Valor més gran: 42878,10137 km.
  - $e_a = |42878{,}10137 - 41284{,}96029| = 1593{,}14108$
- Valor més petit: 39407,30133 km.
  - $e_a = |39407{,}30133 - 41284{,}96029| = 1877{,}65896$

L'error absolut de mesura serà el del valor més petit, ja que és el que s'allunya més de la mitjana aritmètica.

Error relatiu (en tant per cent): $e_r = \frac{1877{,}65896}{41284{,}96029} \times 100 = 4{,}55\%$

El resultat de la mesura és: 41284,96029 $\pm 4{,}55\%$

<u>Mètode 2:</u>

Mitjana aritmètica de les mesures: 40183,5874 km.

Error particular dels valors de mesura més allunyats de la mitjana:

- Valor més gran: 45077,32249 km.
  - $e_a = |45077{,}32249 - 40183{,}5874| = 4893{,}73509$
- Valor més petit: 35609,8183 km.
  - $e_a = |35609{,}8183 \ - 40183{,}5874| = 4573{,}7691$

L'error absolut de mesura serà el del valor més gran, ja que és el que s'allunya més de la mitjana aritmètica.

Error relatiu (en tant per cent): $e_r = \frac{4893{,}73509}{40183{,}5874} \times 100 = 12{,}18\%$

El resultat de la mesura és: 40183,5874 $\pm 12{,}18\%$

Mapa del món amb els llocs d'on tinc mesures

El mapa, que és interactiu, es pot trobar a:

https://www.google.com/maps/d/edit?mid=1oiKD8o3H5aEE7_M464XVQHEYtDW3blmq&usp=sharing

Hi ha quatre capes. La primera conté els llocs d'on tinc mesures d'ombres. La segona, aquests llocs col·locats al meridià que passa per casa meva. La tercera, els pobles entre els tròpics que he fet servir per comparar-los amb Palafrugell. L'última, aquests pobles col·locats al meu meridià. La utilitat de la segona i la quarta capa és poder calcular ràpidament la distància que hi ha entre el punt i casa meva.

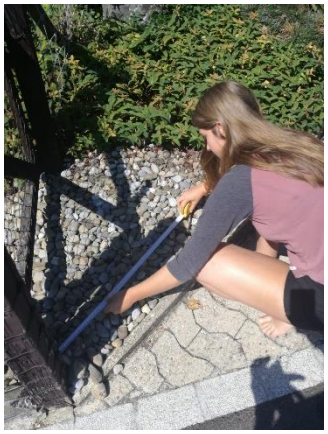
Fotografies de les mesures de les ombres

Al pati de casa meva.

Orlando.

Orlando.

Homestead (EUA).



Aeugst am Albis (Suïssa).

Son Carrió (Mallorca).

Dubai.

Tànger.

Pitalito (Colòmbia).

Ksar-el-Kebir (Marroc).

Dubai.

Persèpolis (Iran).

Marràqueix.

Davant de casa meva, quan l'ombra era massa llarga per mesurar-la al balcó o al pati.

Article de *Nature* (octubre de 1943) on es descriuen les unitats que va fer servir Eratòstenes per mesurar el perímetre de la Terra

would be about £30 per month, including living expenses and tuition. The group has already in draft a memorandum and articles of association, and is prepared to incorporate the College and to form an initial court of governors.

Eratosthenes and the Circumference of the Earth

IN *Sky and Telescope* of September, under the heading "Saluting an Astronomer", Joseph R. Habes has an article which describes the method adopted by Eratosthenes for measuring the circumference of the earth. He knew that the sun threw no shadow at the summer solstice at Syene (the modern Assuan) and at the same hour at Alexandria the pointers of the sundials threw shadows, because Alexandria is north of Syene. He found that the arc of the shadow in the hemispherical bowl of the sundial was 1/50 of its circle, and hence concluded that the arc of the earth between Syene and Alexandria, which was 5,000 stadia, was 1/50 of the great circle of the earth. By this means he found that the circumference of the earth was 250,000 stadia, according to Cleomedes, but Strabo says that it was 252,000 stadia. A discrepancy arises when we come to consider the length of the stadium. The Greek stadium was 606·75 ft., and if Eratosthenes used this he was obviously very much in error in his computation. On the other hand, Pliny in his "Naturalis Historia" claims that Eratosthenes made 40 stadia equal to the Egyptian *schoinus*, and if this be so, taking the *schoinus* as 12,000 royal cubits of 0·525 metres each, the length of the stadium was 516·73 ft. If we accept the account of Strabo that Eratosthenes measured the circumference of the earth as 252,000 stadia, the circumference would be 24,662 miles, and the polar diameter 7,850 miles—only 50 miles short of the true polar diameter. This is considered to be one of the first great triumphs of scientific calculation.

Association of Scientific Workers : Scientific Film Group

IN view of the rapid increase in the applications of photography in science and industry, the West Midland Area of the Association of Scientific Workers has formed a Scientific Film Group. By means of lectures, exhibitions and news letters containing abstracts of recent publications, the Group will provide information for scientific workers using photographic techniques in industrial processes and research laboratories. The Group will also foster interest in the manifold applications of photography. It has already set up an information service able to provide expert advice on all aspects of photographic technique. The Group will endeavour to meet the demand of the general public for good-quality scientific films covering the whole field of science and technology. Monthly film shows will be held in Birmingham throughout this winter. The first show will take place in the middle of November. In the future the Group intends to produce original films and photographs. Applications for membership and inquiries should be addressed to Mr. H. Zerkowsky, Rowney Green, Nr. Alvechurch, Worcs.

Early Scientific Works

CATALOGUE 8, recently published by Davis and Orioli of 1 St. Martin's Street, Wallingford, Berks, contains a collection of 143 items printed before 1500. In addition to works on theology, philosophy and literature, heraldry and cookery, science and medicine are presented by the following works, among others : Albertus Magnus, "De secretis mulierum" (*c.* 1500) ; Aristotle, "De numero Partium" (*c.* 1490) ; Bartholomoeus Anglicus, "El libro de proprietatibus" (1494) ; Capillutus, "De curatione pestiferorum" (*c.* 1487) ; Celsus, "De medicina" (1497) ; Decembrius, "De Genitura Hominis" (*c.* 1495) ; Mesue's "Opera Omnia" (1497) ; Savonarola, "Practic in Medicina" (1498) and Silvaticus, "Opus Panectarum Medicinæ" (1498).

Announcements

DR. B. A. KEEN, assistant director at Rothamsted Experimental Station, will be absent from Rothamsted for approximately twelve months, acting as a scientific adviser to the Middle East Supply Centre, Cairo. He will report on the scientific and technical problems and resources (including personnel) in the area, and make recommendations on the establishment of a suitable organization, in the Middle East and elsewhere, to ensure the fullest practicable service of information and advice, with special reference to the post-war period. Dr. Keen will deal with agricultural resources and development and related problems, including education. He will be accompanied by Dr. E. B. Worthington, who will examine various non-agricultural matters. An American representative is expected to join the mission at a later date. The countries to be visited extend from Persia to Libya and from Turkey to the Sudan. It is hoped that the mission will be able to report by November 1944.

THE following appointments and promotions in the Colonial Service have recently been made : P. S. Hammond, agricultural superintendent, Gold Coast ; D. K. McEwan Kevan, agricultural officer, Kenya ; W. V. Rose, agricultural officer, Nyasaland ; R. O. Williams, agricultural officer, Kenya ; H. B. Atkinson, inspector of plants and produce, Gold Coast ; G. G. Robinson, entomologist, Medical Department, Northern Rhodesia ; N. S. Stevenson (conservator of forests, British Honduras), conservator of forests, Nigeria.

THE following appointments in the University of Sheffield have recently been made : Dr. A. I. G. McLaughlin (H.M. medical inspector of factories), honorary lecturer in industrial medicine in the Department of Public Health ; Mr. P. E. H. Howarth and Mr. R. E. Peasegood, temporary demonstrators in anatomy ; Captain J. H. Hale, assistant bacteriologist and demonstrator in bacteriology ; Dr. Enid Bankier, demonstrator in zoology to medical and dental students ; Mr. W. Davies, research assistant in refractory materials (in addition to his duties as temporary part-time assistant lecturer in geology).

THE British Association of Refrigeration, at its forty-fourth annual meeting, has decided to change its title to the Institute of Refrigeration, the change to take place on March 26, 1944. At the same time, the Association will establish a qualified class of technical membership attainable by examination on the lines of the major engineering institutions.

R. J. BRAIDWOOD has issued as a reprint from the "1943 Britannica Book of the Year" notes describing recent archæological work in Iraq, Palestine, Kenya, Morocco, England, etc. The notes form an excellent and useful three-page summary of British war-time discoveries and publications in the realm of prehistory.

© 1943 Nature Publishing Group

Fitxa del senyal geodèsic des d'on he fet les fotografies del Sol

ICGC
Institut Cartogràfic i Geològic de Catalunya

FITXA DE SENYAL GEODÈSIC

Informació general

Codi ICC:	314101017
Província:	Girona
Comarca:	Baix Empordà
Municipi:	Palafrugell
Full MTN50 (SQ/CCFF):	0335 / 40-13
Full MTN5 (CCFF):	314-101
Data de construcció:	07/02/2001
Data d'última revisió:	N/A
Xarxa:	XU

Descripció:

Placa de l'I.C.C. situada a la carretera de Tamariu, a sobre d'un marge que hi ha al costat dret, a uns 450 metres després de passar la cruïlla de Llafranc.

Coordenades

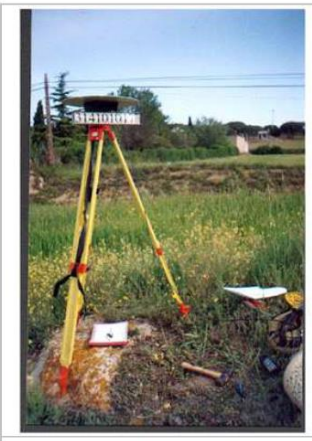
Sistema de referència: **ETRS89/00**

Projecció:	UTM Fus 31	Hemisferi	N
X Projectada (X):	515873.942 m	σ:	0.030 m
Y Projectada (Y):	4639750.986 m	σ:	0.030 m
Factor d'escala (K):			0.99960310
Convergència quadrícula (γ):			0º 7' 40.25604"
Longitud (λ):	3º 11' 29.04943" E	σ:	0.00130 "
Latitud (φ):	41º 54' 34.36481" N	σ:	0.00097 "
Cota ortomètrica (H):	75.037 m	σ:	0.070 m
Model de geoide:	EGM08D595	N:	48.992 m
Cota el·lipsoïdal (h):	124.029 m	σ:	0.050 m
Referència de les cotes:			CSG
Altura del pilar geodèsic:			0.000 m

Té coordenades en ED50 (icc20060): Sí

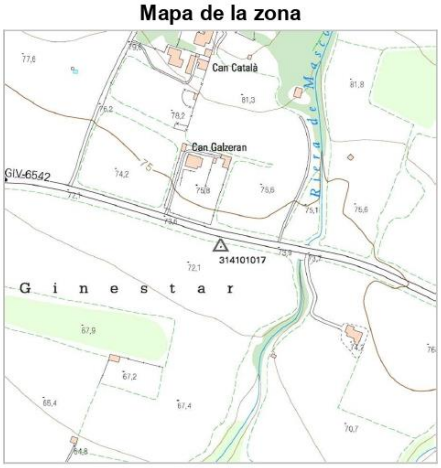
ftp://geofons.icc.cat/fitxes/XU/ED50/314101017.pdf

Fotografia

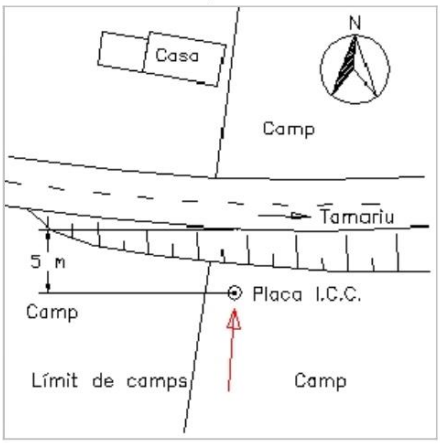


Versió de la fitxa: 20180.180717

Mapa de la zona



Accés / Croquis de la zona



Ubicació del vèrtex

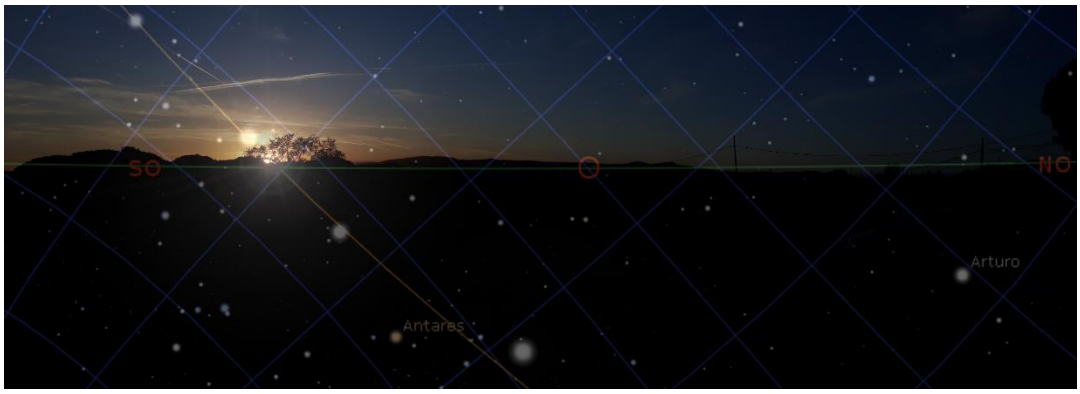
Des de Palafrugell, direcció Tamariu, es passa la cruïlla de Llafranc, fins abans d'arribar a la casa Frigola.

Fotografies de les postes de Sol per calcular la inclinació de la Terra respecte l'eclíptica

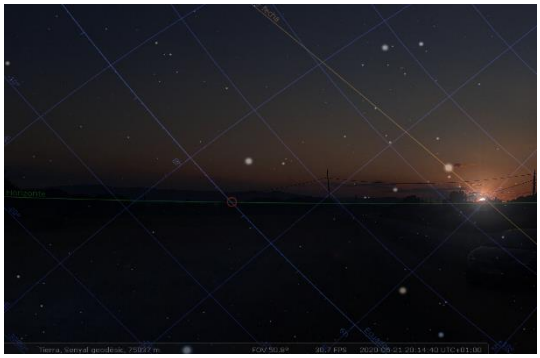
A la part principal del treball només hi ha les fotografies de la sortida del Sol, ja que la informació que s'obté de la posta és la mateixa. Tot i això, com que vaig fer-les, les poso als annexos perquè es vegi que també funciona la comprovació amb la posta de Sol:

Posta de Sol a l'equinocci de tardor.

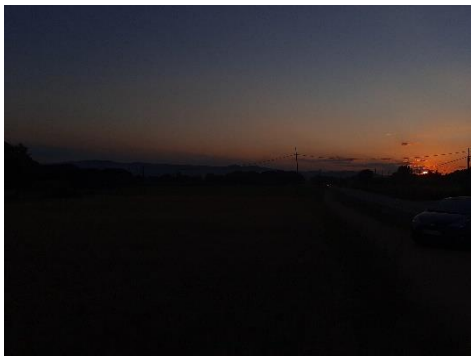
Posta de Sol al solstici d'hivern.



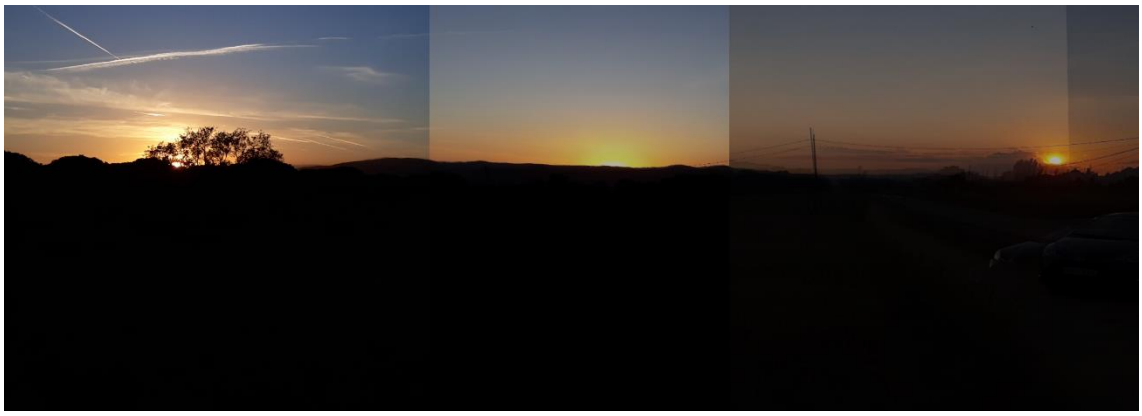
Posta de Sol al solstici d'hivern, amb la quadrícula equatorial. Es pot observar que la declinació és de -23,5º, valor que coincideix amb el de la inclinació de l'eix terrestre



Posta de Sol al solstici d'estiu, amb la quadrícula equatorial. Es pot observar que la declinació és de 23,5º, valor que coincideix amb el de la inclinació de l'eix terrestre



Posta de Sol al solstici d'estiu.



Combinació de les tres postes de Sol.

Com vaig decidir des d'on fer les fotografies del Sol

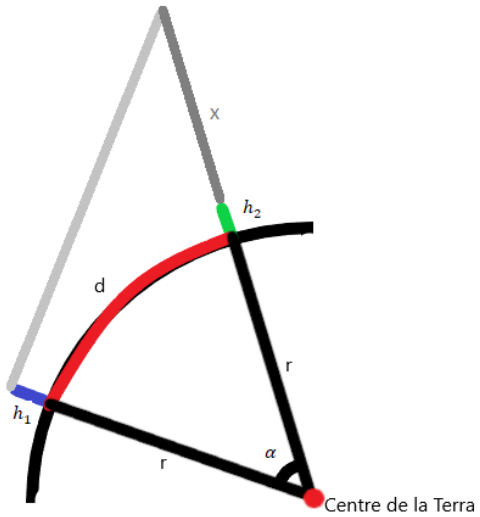
El punt des d'on fer les fotografies del Sol havia d'estar a prop de casa meva, ja que hi hauria d'anar aviat al matí i quan es ponia el sol. Necessitava que fos una mica a fora del poble, perquè em feia falta poder observar tant la posta com la sortida del sol, que passen en costats oposats, des del mateix punt.

Així que vaig anar a passejar pels afores per veure si hi havia algun lloc que complís els meus requisits. Primer vaig anar a la zona nord de Palafrugell, però no m'anava bé perquè sempre tenia un obstacle o un altre que em taparia l'horitzó (que en realitat no era l'horitzó, sinó les muntanyes que faria servir com a referència a les fotografies). Llavors vaig fer una exploració de la part sud del municipi i em va semblar que un punt de la via verda seria adient per la meva investigació i fins i tot vaig fer una prova de les fotografies de la sortida i posta del sol, que em va deixar força satisfeta. També em va passar pel cap la idea de fotografiar el Sol des del far de Sant Sebastià, ja que el mar m'oferia un horitzó perfecte. El problema d'aquest lloc és que no té punts de referència, de manera que el càlcul del moviment del Sol em resultaria difícil.

Tot i ja tenir un lloc on havia fet una prova satisfactòria, vaig continuar la meva cerca per saber si podria trobar un punt amb una localització exacta ja documentada i fàcil de trobar. Podria ser un lloc d'interès, però vaig trobar una alternativa molt millor; el punt geodèsic de la carretera de Tamariu, que té la seva posició molt ben documentada.

Càlcul del descens d'un objecte que no estigui darrere l'horitzó

Abans de pensar que podria fer la meva versió de l'experiment de Wallace amb les Illes Formigues, tenia pensat fer servir una carretera. El problema era que no tenia a l'abast cap carretera prou recta durant un tram que anés més enllà de l'horitzó. Per això se'm va acudir de mesurar quant baixava un objecte respecte al nivell dels meus ulls. En vaig fer un esquema per deduir-ne una fórmula:



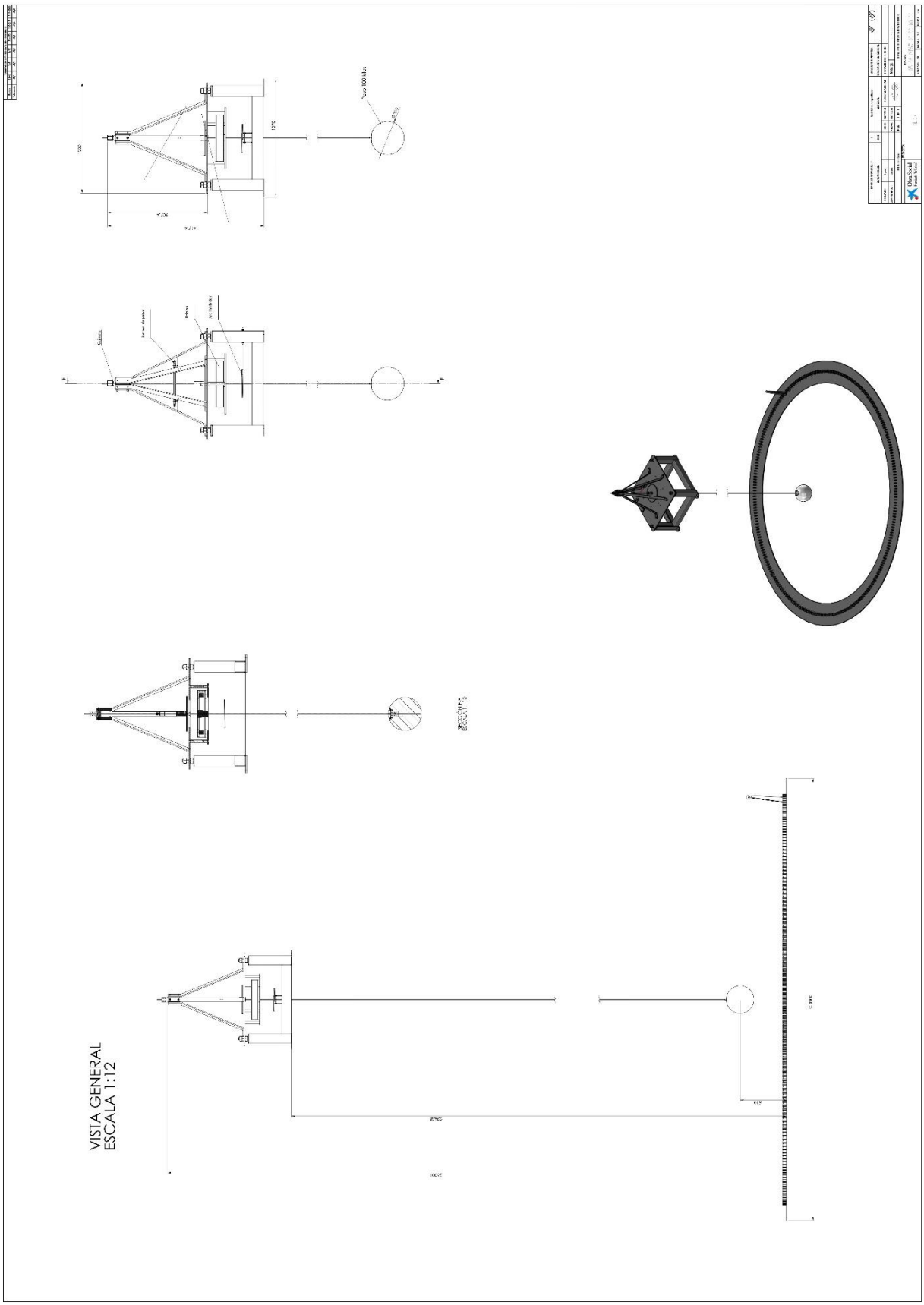
$$x = \frac{h_1 + r}{\cos\frac{d}{r}} - r - h_2$$

Vaig dissenyar una manera de comprovar la fórmula, però va resultar que la distància entre el telescopi i l'objecte observat era tan petita que no podia distingir-la. A més, el lloc que vaig triar, el segment de la carretera GI-632 que va de Bellcaire a L'Escala, era massa curt, tot i ser el més llarg que vaig trobar. Per això vaig haver de pensar l'experiment a les Illes Formigues.

Full de càlcul de la fórmula de la pàgina 28

Disponible a https://docs.google.com/spreadsheets/d/15d6GaMcBut4YGFtbib4bkzF5JoO_obX5Hvw9ISK9zi8/edit?usp=sharing

Permet calcular l'alçada d'un objecte que quedarà amagada rere l'horitzó, sabent la distància (en arc) que hi ha i per quin valor s'ha de multiplicar el radi de la Terra per tenir en compte la refracció.

Alçada (m)	Distància (km)	Refracció
0,9	12	1,12
Radi Terra (km)	Horitzó (km)	Horitzó arc (km)
7135,52	3,583843859	3,583843558
Arc horitzó-obje	Horitzó- objecte	Alçada perduda (m)
8,416156442	8,416160345	4,963319444

Plànol del pèndol del CosmoCaixa