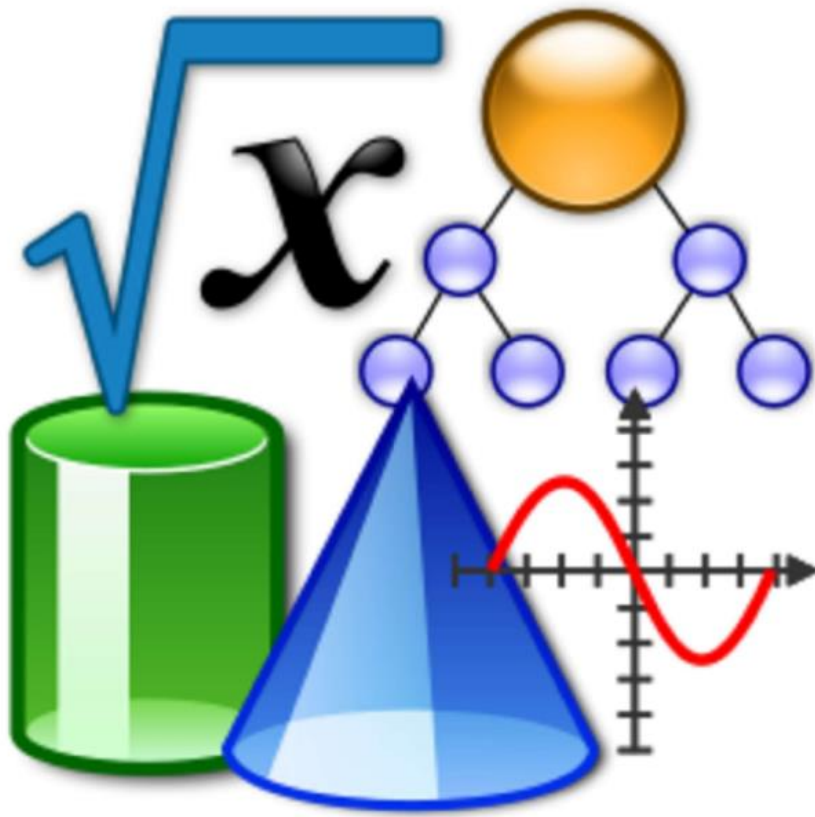


DOSSIER D'ESTIU 4t ESO

MATEMÀTIQUES



Vojtěch Píkal (Wikimedia Commons, CC BY-SA 4.0)

**INSTITUT EL PALAU
SANT ANDREU DE LA BARCA**

CURS 2025-2026

INTERVALS

1. Escriu en forma d'interval i representa els nombres que compleixen cada cas:

a) Compresos entre 5 i 6, incloent-los tots dos.

b) Més grans que 7.

c) Més petits o iguals que -5.

2. Escriu en forma d'interval i representa els nombres que verifiquen:

a) $3 \leq x < 5$

b) $x \geq 0$

c) $-3 < x < 1$

d) $x < 8$

3. Escriu en forma de desigualtat i representa:

a) $(-1, 4)$

b) $[0, 6]$

c) $(-\infty, -4]$

d) $[5, +\infty)$

4. Escriu i representa sobre la recta real:

a) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 3\}$

b) $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 1\}$

c) $\{x \in \mathbb{R} \mid 4 < x \leq 8\}$

5. Expressa com a intervals:

a) $|x| < 6$

b) $|x| > -1$

6. Troba la unió i la intersecció de:

a) $A = [-3, 4], B = (-1, 5)$

b) $A = (-\infty, 2), B = (-4, 4]$

c) $A = [-5, 1], B = (-1, +\infty)$

POTÈNCIES

7.Redueix i expressa com a potència d'un sol nombre:

a) $3^4:3^{-2} = 3^{4-(-2)} = 3^6$

b) $7^{-2} \cdot 7^5 =$

c) $\frac{2^{-2} \cdot 2^4}{2^3} =$

d) $\frac{5^3}{5^{-2}} =$

e) $(-3^2)^{-2} =$

f) $\frac{(3^{-1})^2}{-3^3} =$

g) $\frac{5^{-2} \cdot 5^{-3}}{5^2 \cdot 5^{-4}} =$

h) $\left(\frac{3^{-2}}{3}\right)^3 =$

i) $\frac{3^2 \cdot (3^2)^{-2} \cdot 3}{3^{-2} \cdot 3^{-1}} =$

j) $\frac{(2 \cdot 2^2)^{-3}}{2^5 \cdot (2^{-4})^2} =$

8.Redueix (opera per separat les bases diferents):

a) $\frac{(2 \cdot 3)^2}{2^{-1} \cdot 3} =$

b) $\frac{2^4 \cdot 7^{-2}}{2^{-2} \cdot 7^3} =$

c) $\frac{5^3 \cdot 7^{-3}}{(5 \cdot 7^2)^{-2}} =$

d) $\frac{(3 \cdot 5^{-1})^{-3} \cdot 3^3}{5^3} =$

9.Redueix

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^5 : \left(\frac{2}{3}\right)^3$

b) $\left(\frac{5}{2}\right)^2 : \left(\frac{2}{5}\right)^{-3}$

c) $2^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$

d) $7^{-3} \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^3$

10. Opera amb les potències de bases 2 i 5:

a) $10^4 \cdot \frac{1}{5^3} \cdot 2^{-4}$

b) $10^{-5} \cdot \left(\frac{1}{10^2}\right)^{-3} \cdot 5$

c) $(-2^{-2})^{-2} \cdot 5^3 \cdot 10^{-4}$

d) $\left(\frac{1}{10}\right)^5 \cdot 5^4 \cdot (2^{-2})^{-3}$

RADICALS

11. Expressa en forma de potencia: a) $\sqrt[3]{3^2}$

b) $\sqrt[9]{(-6)^7}$

c) $\sqrt[4]{3^3}$

d) $\sqrt[3]{5^{-2}}$

e) $\sqrt[3]{7^2}$

12. Enraona si aquests radicals són equivalents

a) $\sqrt[4]{3^6}$ i $\sqrt{3^3}$

b) $\sqrt[5]{2^{10}}$ i $\sqrt{2}$

c) $\sqrt[4]{5^{10}}$ i $\sqrt{5^4}$

13. Redueix a índex comú aquests radicals

a) $\sqrt[3]{3}$ i $\sqrt{2}$

b) $\sqrt[3]{5}$ i $\sqrt[4]{3}$

c) $\sqrt[4]{10}$ i $\sqrt[5]{3}$

14. Redueix a índex comú $\sqrt{2}$ $\sqrt[3]{3}$ $\sqrt[5]{5}$

15. Simplifica els radicals següents:

a) $\sqrt[6]{5^2}$

b) $\sqrt[10]{3^4}$

c) $\sqrt[21]{3^7}$

d) $\sqrt[6]{7^3}$

16. Simplifica aquests radicals

a) $\sqrt[5]{a^{12}}$

b) $\sqrt[4]{b^{11}}$

c) $\sqrt[7]{c^{47}}$

d) $\sqrt[6]{d^{35}}$

17. Factoritza els radicands i extreu els factors que puguis.

a) $\sqrt{8}$

d) $\sqrt{98}$

g) $\sqrt[3]{1000}$

b) $\sqrt{18}$

e) $\sqrt{12}$

g) $\sqrt[3]{40}$

c) $\sqrt{50}$

f) $\sqrt{75}$

i) $\sqrt[3]{320}$

18. Observa els exponents de cada factor i extreu els que puguis dels radicals següents

a) $\sqrt[3]{2^3 a^5}$

d) $\sqrt[5]{a^6 b^{10}}$

b) $\sqrt[3]{a^3 b^5 c^6}$

e) $\sqrt{2^6 a^4 b^8}$

c) $\sqrt[4]{2^4 a^7}$

f) $\sqrt{2^2 a^2 b^4}$

19. Divideix els exponents entre l'índex de l'arrel per extreure els factors dels radicals.

a) $\sqrt{a^{17} \cdot b^{20} \cdot c^{15}}$

e) $\sqrt[15]{a^{27} \cdot b^{54} \cdot c^{14}}$

b) $\sqrt[3]{3^{30} \cdot 11^{54} \cdot 17^{14}}$

f) $\sqrt[18]{3^5 \cdot 7^4 \cdot 11^{27}}$

20.Treu dels radicals següents totes les variables i nombres que puguis:

a) $\sqrt{x^7 y^{12} z^4}$

e) $\sqrt{108 x^5 y^6 z^7}$

b) $\sqrt{x^{15} y^{12} z^3}$

f) $\sqrt[3]{16 x^{21} y^4 z^2}$

c) $\sqrt[3]{x^{10} y^7 z^5}$

g) $\sqrt[4]{32 x^{16} y^{21} z^{35}}$

21.Efectua les operacions següents:

a) $-4\sqrt{5} + 5\sqrt{5}$

b) $17\sqrt{2} - 9\sqrt{8}$

c) $3\sqrt{5} - \sqrt{20}$

d) $4\sqrt{2} + 3\sqrt{18}$

22.Fes aquestes operacions

a) $5\sqrt{12} + 7\sqrt{27} - \sqrt{243} - \frac{1}{2}\sqrt{75}$

b) $4\sqrt{8} - 7\sqrt{50} + \frac{8}{3}\sqrt{18} - 4\sqrt{98}$

c) $12\sqrt[3]{16} - \frac{3}{5}\sqrt[3]{128} + 7\sqrt[3]{54}$

23.Opera i simplifica

a) $5 \cdot \sqrt{27} \cdot 4\sqrt{6}$

b) $\sqrt{72} \cdot 3\sqrt{8}$

c) $5\sqrt{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{\frac{8}{27}}$

24.Opera i simplifica

a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}$

b) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{8}$

Reduint a índex comú:

$\sqrt{5} \cdot \sqrt[4]{3} \quad \text{mcm}(2,4)=4$

$\cdot\sqrt{5} = 5^{\frac{1}{2}} = 5^{\frac{2}{4}} = \sqrt[4]{5^2}$

$\sqrt[4]{5^2} \cdot \sqrt[4]{3} = \sqrt[4]{3 \cdot 5^2} = \sqrt[4]{75}$

c) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{3}$

d) $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt{5}$

e) $\sqrt[3]{3} : \sqrt{3}$

f) $\sqrt[5]{4} : \sqrt[4]{7}$

25.Redueix

a) $(\sqrt{3})^2$ b) $(\sqrt[3]{5})^3$ c) $(\sqrt{3})^8$ d) $(\sqrt[3]{5^2})^6$

e) $(3 \cdot \sqrt{2})^2$ f) $(\sqrt[3]{9})^2$ g) $\left(\frac{3 \cdot \sqrt[3]{2}}{2}\right)^3$

26.Redueix

a) $\sqrt[3]{\sqrt{5}}$ b) $\sqrt[3]{\sqrt[5]{2}}$ c) $\sqrt{2 \cdot \sqrt{3}}$ d) $\sqrt{\sqrt{\sqrt{8}}}$ e) $\sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}}$

27.Racionalitza

a) $\frac{4}{\sqrt{7}}$

b) $\frac{-3}{\sqrt{2}}$

c) $\frac{-6}{\sqrt[3]{2}}$

d) $\frac{10}{\sqrt[8]{5^3}}$

28.Comprova que el resultat no té radical

a) $(2\sqrt{2} - \sqrt{3}) \cdot (2\sqrt{2} + \sqrt{3})$

b) $(\sqrt{2} + 5) (\sqrt{2} - 5)$

29.Racionalitza

a) $\frac{-2}{2+\sqrt{6}}$

b) $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}$

EQUACIONS DE PRIMER I SEGON GRAU

1.Resol:

a) $\frac{2x+1}{3} - \frac{2x-4}{2} = x - 11$

b) $\frac{2x^2-6}{3} - \frac{x^2-3}{2} = x + 4$

c) $x^2 - \frac{1}{9} = 0$

d) $6x^2 - 18x = 0$

e) $(14x - 2)(5x - 35) = 0$

f) $\frac{2(x-1)}{7} - \frac{x-5}{2} = -1$

g) $3x - \frac{x-4}{3} = 2(x + 6)$

EQUACIONS BIQUADRADES

2.Resol:

a) $x^4 - 7x^2 + 12 = 0$

b) $x^4 - 18x^2 + 32 = 0$

c) $x^4 - 8x - 9 = 0$

3.Utilitza un mètode anàleg al de les equacions biquadrades per a resoldre:

$$x^8 - 8x^2 - 128 = 0$$

EQUACIONS RACIONALS

4. Resol:

a) $\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x} = 22$

b) $\frac{2x^2}{x+5} - \frac{x^2+3}{x-1} = -2$

c) $\frac{9}{2+x} + \frac{7}{2-x} = 10$

d) $\frac{3}{x+1} - \frac{4}{x} = -1$

EQUACIONS IRRACIONALS

5.Resol:

a) $\sqrt{2x+15} - 4x = -2x - 5$

b) $\sqrt{3x-1} - x = 3$

c) $\sqrt{7-x} = x - 5$

d) $3\sqrt{x+1} - x = 1$

e) $\sqrt{x+1} - \sqrt{x-6} = 1$

RESOLUCIÓ DE PROBLEMES

6.La longitud d'un terreny rectangular és 5m més gran que la seva amplada. Si la longitud i l'amplada fossin 5m més llargues del que són, l'àrea del terreny seria el doble del que és ara. Troba les dimensions del terreny.

7.La suma de dos nombres és 69.En dividir el més gran dels nombres entre el més petit s'obté que el quocient és 3 i el residu és 5.troba els nombres.

8.S'ha comprat un determinat nombre de bolígrafs i s'han pagat 90€.Si s'haguessin comprat 15 bolígrafs més, a la botiga haurien fet una rebaixa d'1€ en cada un, però el preu total hauria estat el mateix.

a) Quants bolígrafs s'han comprat?

b)Quin hauria estat el preu de cada bolígraf si se n'haguessin comprat 15 més?

9.Calcula l'àrea d'un quadrat que té una diagonal que fa 2m més que el costat.

10.L'edat de la mare d'en Pere és el quintuple de l'edat d'en Pere, però d'aquí a 6 anys només serà el triple. Troba les edats d'en Pere i de la seva mare.

SISTEMES D'EQUACIONS LINEALS

11.Resol:

a) $\begin{cases} 6x - y = -2 \\ x - 3y = 5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x - 2y = 13 \\ x - y = 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x - 6y = 20 \\ 4x - 9y = 13 \end{cases}$

SISTEMES NO LINEALS

12.Resol:

$$a) \begin{cases} 2x^2 + y = 24 \\ x^2 + y = 8 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} \frac{6}{x} - \frac{4}{y} = 10 \\ y - x = \frac{1}{6} \end{cases}$$

PROBLEMES

13.L'Emili ha comprat a la fruiteria 4kg de peres i 3kg de plàtans i en total ha pagat 8,80€.La seva amiga Núria, poc després, va comprar a la mateixa fruiteria 3 kg de peres i 1,5kg de plàtans i va pagar 5,40€.Calcula el preu d'un kg de peres i el d'un kg de plàtans.

14. He pagat 90,50 € per una camisa i un jersei que costaven, entre els dos, 110 €. De la camisa m'han rebaixat un 20 % i del jersei un 15 %. Quin era el preu de cada article abans de la rebaixa ?

15. La classificació d'una oposició s'obté mitjançant dos exàmens: un d'escrit, que és el 65 % de la nota final, i un altre d'oral, que és el 35 %. Si una persona va tenir 12 punts entre els dos exàmens i va obtenir un 5,7 de nota final, quina nota va tenir en cada un ?

INEQUACIONS

16.Resol

$$a) 4(x - 1) - 1 < 2(x - 6) + 3x$$

$$b) 20 < 4(x - 5) + 5(x + 4) - 7$$

$$c) \frac{9x+2}{6} - 1 < \frac{2x+3}{3} + x$$

$$d) \frac{3x}{2} + \frac{x+1}{3} - 2x < 9$$

$$e) \frac{x+1}{5} - \frac{1-3x}{2} \geq x - 1$$

SISTEMES D'INEQUACIONS

17.Resol:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{x+1}{3} < \frac{2x+1}{4} \\ \frac{x-3}{2} - 1 < 2(x+3) \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 6x - 5 > \frac{9x-6}{2} \\ 3(3x-2) > 7x - \frac{3}{5} \end{cases}$$

FUNCIONS

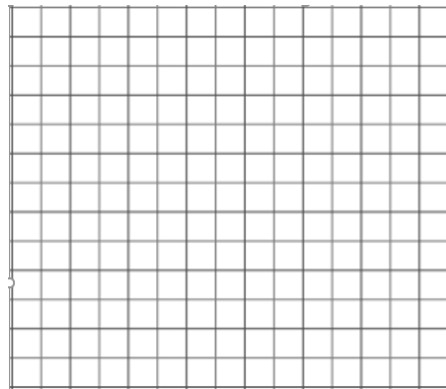
1. Representa, als mateixos eixos, aquestes funcions i explica'n les diferències:

a) $y = x$

b) $y = x - 3$

c) $y = x + 5$

d) $y = -x$



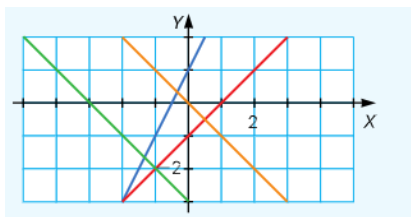
2. Associa cada recta amb la seva expressió algebraica:

a) $y = x - 1$

b) $y = -x - 3$

c) $y = 2x + 1$

d) $y = -x$



3. Troba l'expressió algebraica de les rectes següents.

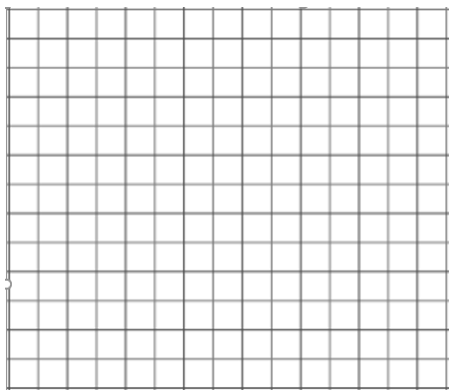
a) La funció que passa pels punts $A(-3,1)$ i $B(3,2)$.

a) la funció amb pendent 3 i que passa per l'origen.

b) La funció que passa per $C(0,4)$ i té pendent -2 .

4. Representa aquestes funcions a trossos:

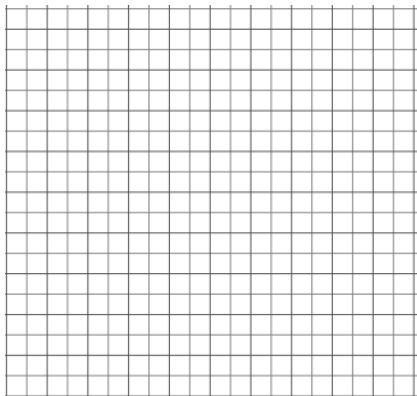
$$a) f(x) = \begin{cases} x - 3 & \text{si } x < -1 \\ 4 & \text{si } -1 \leq x \leq 2 \\ 3 - x & \text{si } x > 2 \end{cases}$$



5. Representa la següent paràbola:

$$y = x^2 + 2x - 3$$

Indica vèrtex, eix de simetria , punts de tall i taula de valors.



6. Per estudiar el comportament del llançament de projectils des d'un canó uns científics del segle XV han construït un petit canó que llança unes pilotes de mida similar a les de tennis. Es regula de manera que la trajectòria que descriuen les pilotes segueix la següent equació:

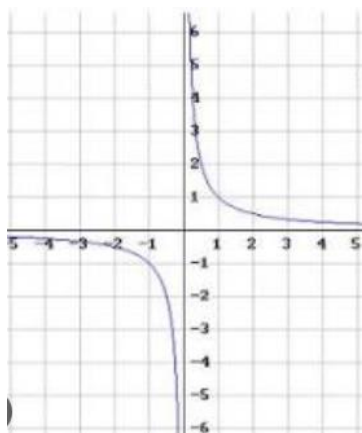
$$y = -0,07x^2 + x$$

On x és la distància recorreguda(m) ; y és l'altura aconseguida(m)

- a) Quina és l'altura màxima aconseguida per la pilota?
- b) A quina distància del canó la pilota toca el terra?
- c) Representa en una gràfica la trajectòria del projectil.

7. REPRESENTACIÓ DE FUNCIONS RACIONALS

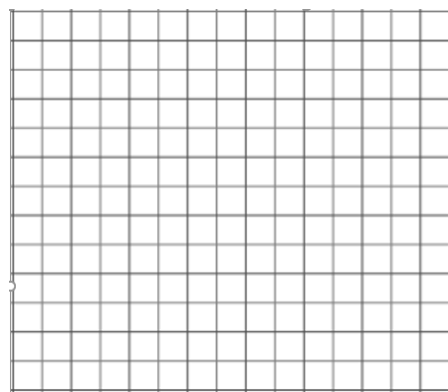
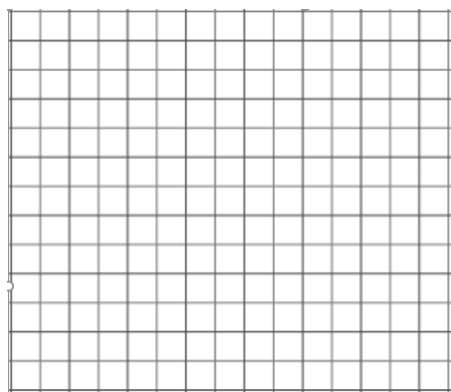
Donada la gràfica de la funció $f(x) = \frac{1}{x}$, representa:



x	y
-2	
-1	
1	
2	
3	

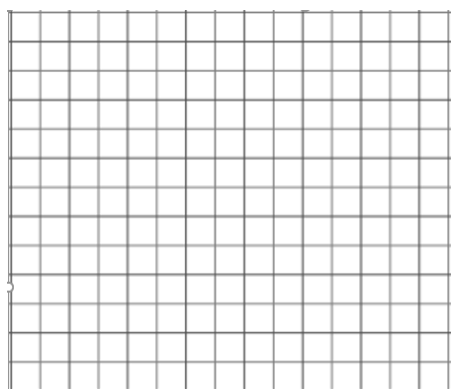
a) $f(x) = \frac{1}{x-2}$

b) $f(x) = \frac{1}{x} + 3$



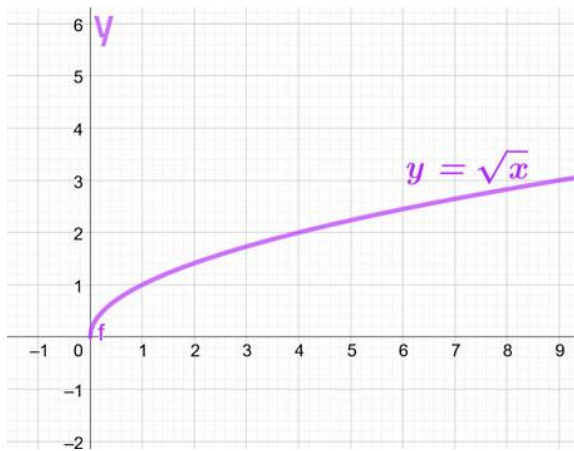
c) $f(x) = \frac{1}{x+4}$

d) $f(x) = -\frac{1}{x}$



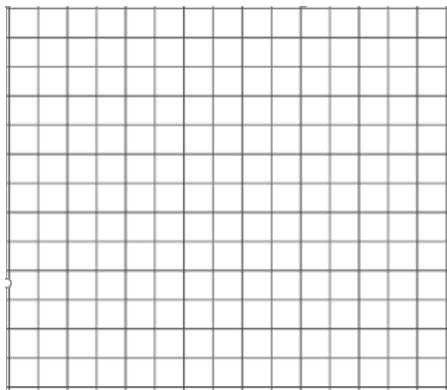
8.REPRESENTACIÓ DE FUNCIONS IRRACIONALS

Donada la gràfica de la funció $f(x) = \sqrt{x}$, representa:

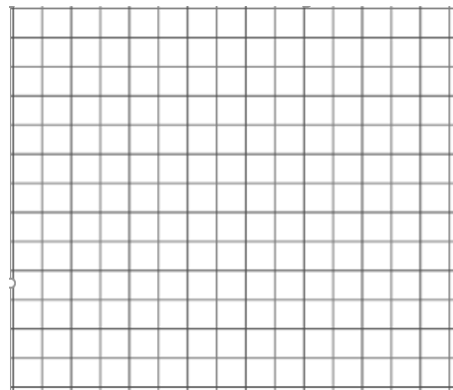


x	y
0	$\sqrt{0} = 0$
1	$\sqrt{1} = 1$
4	$\sqrt{4} = 2$
9	$\sqrt{9} = 3$

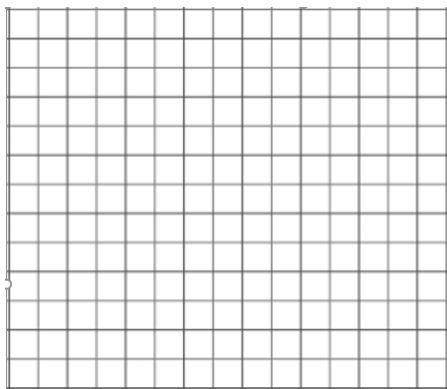
b) $f(x) = \sqrt{x} + 2$



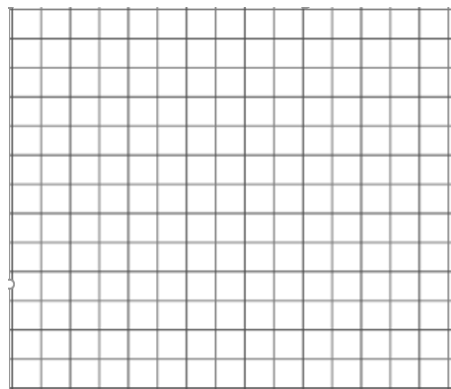
b) $f(x) = \sqrt{x - 2}$



c) $f(x) = \sqrt{x + 2}$



d) $f(x) = -\sqrt{x}$



9.FUNCIONS EXPONENCIALS

Representa les funcions exponencials següents:

a) $y = 3^x$

b) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

x	1/2	0	1	2	3
y					

x	1/2	0	1	2	3
y					

