

1. Nombres naturals

- Els nombres naturals són 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6... El conjunt d'aquests nombres es representa amb la lletra $\mathbb{N}$:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots\}$$

- El primer nombre natural és el zero.
- Cada nombre natural té un següent i tots, excepte el zero, tenen un anterior.

- Els nombres naturals estan ordenats de manera que cada un és més petit que el seu següent.

- Els nombres naturals es poden representar en una semirecta:

**CM** 1. Completa:

- El conjunt dels nombres naturals es representa amb la lletra
- El primer nombre natural és el
- Cada nombre natural té un i tots, excepte el, tenen un

TI 2. Representa aquests nombres naturals a la semirecta i ordena'ls de més petit a més gran: 2, 5, 7, 4, 1, 9, 11, 15, 8, 18, 17, 6, 2 i 20.**CF** 3. Indica si cada un d'aquests nombres naturals s'utilitza per comptar, ordenar o identificar:

- L'import de la factura 567, amb codi 1211, és de 98 euros?
- Una llibreta de deu fulls i un llapis del número 2.
- <http://www.edu365.com> és una pàgina web molt interessant.
- A la pàgina 12 s'hi troba el plànol, a 3 vistes, d'un peu de rei.
- Va comprar l'entrada corresponent a la fila 10, seient 6.

CL 4. Indica si aquestes afirmacions són vertaderes (V) o falses (F). En cas que siguin falses, rectificales per tal que resultin vertaderes:

- En un regle graduat entre el nombre 2 i el 7, hi ha 5 nombres naturals.
- El tretzè lloc és posterior al dotzè.
- El nombre 123 és anterior al nombre 125 i l'anterior del 124.
- Si ordenem de més gran a més petit els nombres 34, 45, 56 i 17, el nombre 17 ocupa el tercer lloc; seria anterior als altres nombres considerats i consecutiu del 34.
- Per formar els nombres naturals es necessiten 9 dígit.

CL 5. Sóc un nombre capicua de cinc xifres. En la meua presentació dispo de un cinc i dos zeros i, si em llegeixes, acabaràs dient u. Quin nombre sóc?

2 i 3. Sistema de numeració romà. Sistema de numeració decimal

- A l'antiga Roma, per escriure els nombres utilitzaven set lletres :

I = 1 ; V = 5 ; X = 10 ;
L = 50 ; C = 100 ; D = 500 ; M = 1000

Les regles d'escriptura més importants eren:

- Els símbols I, X, C i M no poden aparèixer més de tres vegades seguides.
- Els símbols V, L i D no es poden repetir.

- Anomenem **xifres** els símbols que utilitzem per representar els nombres. Les que utilitzem són:

0, 1, 2, 3, ..., 7, 8 i 9

- El nostre sistema de numeració és **decimal** (les unitats s'agrupen de 10 en 10 per formar una unitat d'un ordre superior) i **posicional** (les xifres tenen un valor diferent segons la posició que ocupin en un nombre).

- CL** 6. Explica què significa que el nostre sistema de numeració és *decimal* i *posicional*.

.....

.....

.....

- CM** 7. Escribe aquests nombres romans en el sistema decimal:

VI	IV	IX	XI
XIII	XVI	XIV	XVII
LI	LVI	LX	CX
XC	DVI	CIV	MVII



- CS** 8. Escribe en nombres romans:

- | | |
|--------------------------------|---|
| a) Segle 21 | c) Tercer acte d'una obra de teatre |
| b) Capítol 8 d'un llibre | d) El rei Alfons desè |

- CM** 9. Observa els nombres següents: 4 135, 3 145, 1 312, 4 123

- a) Quin nombre té la xifra 3 a les centenes?
- b) Escribe, en el sistema de numeració romà, el nombre que té la xifra 3 a les centenes:
- c) Identifica el nombre que té la xifra 3 a les desenes:

- CM** 10. Escribe en el sistema decimal i en el sistema romà els nombres de tres xifres iguals i més petites que CDX.

.....

- AI** 11. Considera tots els nombres que en el sistema de numeració decimal tenen dues xifres i esbrina quin, de tots ells, és el que té l'expressió més llarga en el sistema de numeració romà:

.....

A continuació determina quin, dels nombres que tenen només una xifra en el sistema decimal, és el que té l'expressió més llarga en el sistema de numeració romà.

.....

4 i 5. La suma. La resta

■ **Sumar** significa reunir, agregar, afegir, ajuntar. En la suma $a + b = c$, a i b són els **sumands** i c és el **resultat** o suma.

■ La suma de nombres naturals té aquestes propietats:

- **Commutativa**: canviar l'ordre dels sumands no modifica el resultat de la suma.
- **Associativa**: el resultat de la suma de tres nombres és independent de la manera com s'agrupin els sumands.

– **Suma amb zero**: qualsevol nombre natural sumat amb zero dóna el mateix nombre.

■ **Restar** significa treure, descomptar, disminuir. En la resta $a - b = c$, a és el **minuend**, b el **subtrahend** i c la **diferència**.

- Per restar dos nombres naturals, el minuend ha de ser més gran o igual que el subtrahend.
- En qualsevol resta, en sumar el subtrahend i la diferència s'obté el minuend.

CL 12. Relaciona els termes següents amb *sumar* o amb *restar*: addició, sumands, diferència, disminuir, augmentar, afegir, reunir, englobar, agregar, treure, subtracció, rebaixar.

Sumar:

Restar:

CM 13. Torna a llegir les propietats de la suma de nombres naturals i indica, en cada cas, quina propietat s'hi està aplicant:

a) $2 + (3 + 5) = (2 + 3) + 5 \rightarrow$

b) $7 + 0 = 7 \rightarrow$

c) $2 + 7 = 7 + 2 \rightarrow$

CM 14. Anomena en un exemple els elements de la resta.

Es poden fer totes les restes?

CA 15. Assenyalat les restes que es poden fer i escriu-ne el resultat:

a) $15 - 7 =$

c) $121 - 85 =$

e) $4525 - 5452 =$

b) $7 - 15 =$

d) $1540 - 1450 =$

f) $547 - 33 =$

CM 16. Escriu una xifra a cada quadrat de manera que es compleixi la igualtat:

$$786 - \square 9 = 77\square$$

AI 17. Llegeix aquest text, que descriu un troc o intercanvi entre dues persones:

DOS EGIPCIS FAN UN INTERCANVI: L'EGIPCÍ **A** FA UN TAÜT PER A L'EGIPCÍ **B** I, A CANVI, L'EGIPCÍ **B** EL CORRESPON AMB LLIURAMENTS D'OLI, ORDI I PORCS. L'EGIPCÍ ARTESÀ VALORA EL SARCÒFAG EN 45 DEUEN (UNITAT DE CANVI) MENTRE QUE L'EGIPCÍ CAMPEROL TAXA CADA LLIURAMENT D'OLI EN 2 DEUEN, CADA LLIURAMENT D'ORDI EN 13 DEUEN I UN VERRÓ EN 5 DEUEN.

L'egipci B lliura a l'egipci A una mesura d'oli, dues mesures d'ordi i un porc. Determina què més ha de lliurar l'egipci B a l'A per saldar el deute.

.....
.....



6. La multiplicació

- Multiplicar és sumar diverses vegades el mateix nombre.
- Les propietats de la multiplicació són:
 - **Commutativa:** canviar l'ordre dels factors no modifica el producte.
 - **Associativa:** el resultat de la multiplicació és independent de la manera com s'agrupen els factors.

- **Distributiva:** la multiplicació d'una suma per un nombre és igual a la suma dels productes del nombre per cada sumand.
- **Multiplicació per 0:** si multipliquem un nombre qualsevol per 0, el resultat és 0.
- **Multiplicació per 1:** si multipliquem un nombre qualsevol per 1, el resultat és el mateix nombre.

18. Què és multiplicar?

19. Torna a llegir les propietats de la multiplicació de nombres naturals i indica quina propietat s'està aplicant en cada cas.

- a) $5 \cdot 0 = 0 \rightarrow$ d) $2(5 + 7) = 2 \cdot 5 + 2 \cdot 7 \rightarrow$
 b) $3 \cdot 4 = 4 \cdot 3 \rightarrow$ e) $5 \cdot 7 + 5 \cdot 3 = 5 \cdot (7 + 3) \rightarrow$
 c) $9 \cdot 1 = 9 \rightarrow$ f) $9 \cdot (8 \cdot 2) = (9 \cdot 8) \cdot 2 \rightarrow$

20. Escriu el nombre de dies que té un any. Multiplica'n les xifres d'esquerra a dreta i, tot seguit, de dreta a esquerra.

.....

Com són els resultats obtinguts? Quina propietat justifica aquest resultat?

.....

21. Demostra les igualtats següents. Aplica-hi la propietat associativa:

a) $15 \cdot 2 \cdot 3 = 15 \cdot 2 \cdot 3$
 $\cdot 3 = 15 \cdot$

b) $12 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 1 = 48 \cdot 10$

22. Completa i fes les operacions. Tingues en compte que $\bigcirc$ indica un nombre natural d'una sola xifra; $\square$ indica una xifra d'un nombre natural, i marca el lloc d'un nombre natural més gran que 10.

a) $(10 + 4) \cdot 12 = 10 \cdot \dots + \bigcirc \cdot \dots = \dots$

d) $4 \cdot 0 \cdot 5 = \bigcirc$

b) $16 \cdot 52 = 16 \cdot (50 + \bigcirc) = \dots + \dots$

e) $12 + 12 + 12 + 12 = 12 \cdot \bigcirc = \dots$

c) Amb bitllets de 100 ? tenim 24 $\square \square \text{ €}$

f) $9 \square \square \cdot 3000 = \square \square 00000$

g) Amb 20 bitllets de 50 euros tenim $20 \cdot \dots \text{ €} = \dots \text{ €}$

23. Escriu l'enunciat d'un problema que es resolgui amb aquesta operació i detalla'n la resolució:

$$18 + 18 + 18 + 18 + 18 + 5 + 5$$

.....

.....

7. La divisió

■ Dividir és repartir en parts iguals.

■ Els termes de la divisió són:

dividend	D	$\overline{)d}$	divisor
residu	r	q	quocient

■ La divisió és exacta si el residu és zero.

■ En tota divisió es compleix això:

El dividend és igual al producte del divisor pel quocient, més el residu.

CM 24. Quina condició ha de complir una divisió per ser exacta?

.....

CM 25. Fes aquestes divisions, escriu el nom dels termes i comprova que compleixen que el dividend és igual al producte del divisor pel quocient, més el residu.

..... $\rightarrow$ 29 $\overline{)7}$ $\rightarrow$

..... $\rightarrow$ $\rightarrow$

..... $\rightarrow$ 196 $\overline{)13}$ $\rightarrow$

..... $\rightarrow$

..... $\rightarrow$

CA 26. Completa aquesta taula de divisions exactes:

dividend		72	144		450
divisor	15	9		32	
quocient	7		12	11	9

CF 27. Completa el text i la informació sobre l'operació feta:

La Terra gira sobre si mateixa, al voltant d'un eix imaginari que passa pels Pols, en un moviment anomenat de rotació. Cada dia gira un angle de 360° . Això significa que cada hora recorre graus.

Operació feta:

Dividend: Quocient:

Divisor: Residu:

Completa aquest text amb les paraules *meridians*, *globus terraqüi* i *fusos horaris* i els nombres 15° i 24 :

En dividir el en parts iguals, per mitjà de de de longitud, s'obtenen zones horàries o

8. Operacions combinades

- Per dur a terme diverses **operacions combinades** amb nombres naturals, cal seguir aquest ordre:

1. Es fan les operacions entre parèntesis.
2. Es resolen les multiplicacions i les divisions d'esquerra a dreta.
3. S'efectuen les sumes i les restes també d'esquerra a dreta.

Exemple:

$$5 + 3(4 + 6) : 2 = 5 + 3 \cdot 10 : 2 = \\ = 5 + 30 : 2 = 5 + 15 = 20$$

Recorda que si un nombre precedeix un parèntesi sense signe d'enllaç, significa que el nombre multiplica el resultat del parèntesi.

CM 28. Completa:

Per fer una sèrie d'operacions combinades, es fan primer les operacions entre; tot seguit, es resolen les i les d'esquerra a dreta i, finalment, es fan les i les, també d'esquerra a dreta.

AI 29. Posa un exemple d'operació combinada i resol-lo pas a pas.

1.
.....
2.
.....
3.
.....

CA 30. Aquestes operacions estan mal resoltes. Localitza l'error i, tot seguit, resol-les correctament:

a) $5 + \frac{12}{4} - 8 = 5 + \frac{12 - 8}{4} = 5 + \frac{4}{4} = 5 + 1 = 6$

b) $17 - 2(4 - 3) = 17 - 8 - 3 = 9 - 3 = 6$

c) $4 + \frac{14}{7} - 5 - 2(18 - 17) = 4 + 2 - 5 - 2 \cdot 1 = 6 - 5 - 2 = 6 - 3 = 3$

CM 31. Resol:

a) $20 - \frac{68}{17} \cdot (3 + 1) =$

b) $20 - \frac{68}{17} \cdot 3 + 1 =$

c) $(120 : 15 + 3) \cdot (3 - 5 : 5) =$

d) $120 : 15 + 3 \cdot 3 - 5 : 5 =$

1 i 2. Divisors i múltiples. Criteris de divisibilitat

- Un nombre a és **divisible** per un altre b quan la divisió $a : b$ és exacta.

Aleshores, b és **divisor** de a i a és **múltiple** de b .

- Els **criteris de divisibilitat** són regles que permeten decidir si un nombre és divisible per un altre sense haver de dividir. Així, un nombre és divisible:

– per 2 si acaba en 0 o en xifra parell.

- per 3 si la suma de les seves xifres és múltiple de 3.
- per 5 si l'última xifra és 0 o 5.
- per 9 si la suma de les seves xifres és un nombre múltiple de 9.
- per 10 si acaba en 0.
- per 11 si la diferència entre la suma de les xifres de lloc parell i les de lloc senar és 0 o múltiple d'11.

CM 1. La divisió $a : b$ és exacta. Digues si aquestes afirmacions són vertaderes o falses:

- a) b és divisible per a c) a és divisor de b
b) a és múltiple de b d) a és divisible per b

CA 2. Explica què són els criteris de divisibilitat i memoritza els que hi ha al quadre resum.

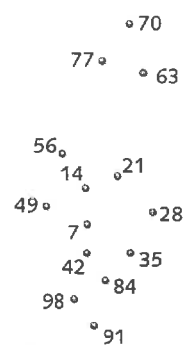
.....
.....

CM 3. Escribeu:

- a) Dos múltiples de 7:,
b) Dos divisors de 12:,
c) Dos nombres divisibles per 5:,

CC 4. Comença en el nombre 7 i uneix-ne els múltiples consecutius per dibuixar un signe musical:

- a) Com s'anomena aquest signe?
b) Dibuixa la primera línia del pentagrama, començant des de baix, amb la recta que uneix els múltiples de 7 més grans de 30 però més petits de 45.
c) Traça la segona línia del pentagrama de manera que passi per un nombre que sigui divisor de 4.



CC 5. Segueix les indicacions per reconstruir, síl·laba a síl·laba, els noms dels quatre signes més importants que es col·loquen en un pentagrama:

Cerca el nombre que figura a la cel·la i escriu-hi la síl·laba corresponent:

1. Divisible per 3 divisible per 5
2. Divisible per 9 divisible per 10
3. Divisible per 2 divisible per 4
divisible per 27
4. Nombres que només tenen per divisors l'1 i ells mateixos.
.....

110 US	11 AL	17 TE	28 LEN	13 RA
23 CI	21 NO	7 ONS		18 CLA
26 SI		25 TES	27 CIS	

3 i 4. Nombres primers i compostos. Descomposició en factors primers

- Un nombre és **primer** si només és divisible per si mateix i per 1. Un nombre és **compost** si no és primer (si és divisible per un altre nombre a més de l'1 i de si mateix).
- Per saber si un nombre és primer, el dividim pels nombres primers 2, 3, 5, 7... fins que arribem a una divisió exacta o a una divisió en què el quocient és igual o més petit que el divisor. Si alguna divisió és exacta, és **compost**; en cas contrari, és **primer**.

- Els nombres compostos es poden expressar com a producte de nombres primers. Aquesta expressió és la **descomposició d'un nombre en factors primers**.
- Per dur a terme la descomposició, dividim el nombre successivament pels seus divisors primers, fins que trobem un quocient que sigui igual a 1.
També es pot fer la descomposició per mitjà d'un arbre de factors.

CM 6. Completa:

Un nombre és primer si només és divisible per si i per Un nombre és si no és primer. L'expressió d'un nombre com a producte de nombres primers s'anomena d'un nombre en primers.

CM 7. Encercla els nombres primers més petits que 40:

31 ; 33 ; 37 ; 39 ; 51

CI 8. Completa la xifra de les unitats perquè els nombres següents siguin primers:

a) quaranta-..... b) vuitanta-..... c) noranta-.....

Hi ha més d'una solució?

CM 9. Descompon cada nombre en factors primers:

a) 18

b) 32

c) 100

AI 10. Busca el nombre natural més petit divisible per tots els nombres naturals més petits o iguals que sis.

.....

CA 11. Digues si aquestes igualtats són certes o falses. Corregeix la que sigui falsa.

a) $24 = 2^2 \cdot 3$

b) $225 = 5^2 \cdot 7$

c) $480 = 2^3 \cdot 5$

Correcció:

CA 12. Respon d'una manera justificada les qüestions següents:

a) $2^2 \cdot 3$ és un factor de $2^2 \cdot 3^5$?

b) $3^2 \cdot 5^4$ pot dividir $5^2 \cdot 3^4$?

5. Divisors d'un nombre

- Per calcular **tots els divisors** d'un nombre, el dividim entre els nombres naturals 1, 2, 3... fins a obtenir un quocient obtingut igual o més petit que el divisor. Els divisors i els quocients de les divisions exactes són els divisors buscats.

- Per trobar els divisors comuns a diversos nombres:
 - Primerament, calculem els divisors de cada nombre.

– Després, triem els comuns a tots els nombres.

- El **màxim comú divisor** (m.c.d.) d'uns quants nombres és el més gran dels divisors comuns d'aquests nombres.

Exemple: com que els divisors de 120 són {1, 2, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 30, 40, 60 i 120} i els divisors de 116 són {1, 2, 4, 29, 58 i 116}, aleshores tenim això:

divisors comuns {1, 2, 4} $\Rightarrow$ m.c.d. (120, 116) = 4

CM 13. Calcula tots els divisors de 48.

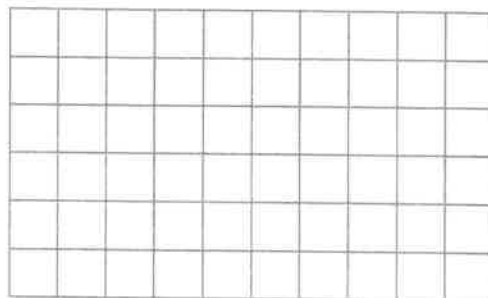
AI 14. Escriu la xifra desconeguda en cada cas:

- a) El nombre senar 1..... i el nombre 9 tenen un divisor comú.
- b) El nombre parell 1..... i el nombre 9 tenen dos divisors en comú.

CM 15. Completa la taula amb el nombre de divisors comuns que cada un dels nombres té amb el nombre 8:

	34	44	54	64
nombre de divisors en comú amb 8				

CF 16. Utilitza el màxim comú divisor del nombre de files i el nombre de columnes per dividir el primer rectangle en quadrats iguals amb l'àrea més gran possible, que no se superposin i que entre tots el reconstrueixin.



CA 17. Busca el màxim comú divisor (m.c.d.) de 171 i 90. Explica els passos del teu procediment.

.....

.....

.....

6. Múltiples comuns de diversos nombres

- El mínim comú múltiple (m.c.m.) de diversos nombres és el més petit dels múltiples comuns d'aquests nombres, diferent de 0.

Per exemple, $m.c.m. (12, 20) = 60$, ja que:

- múltiples de 12: {0, 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, ...}
- múltiples de 20: {0, 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, ...}

CM 18. Què és el m.c.m. de dos o més nombres?

.....

.....

CM 19. Escriu:

a) Cinc múltiples comuns de 15 i 24:

.....

b) Els múltiples comuns de 8 i 12 compresos entre 50 i 100:

.....

c) El múltiple comú més petit de 16 i 42:

CL 20. Sense que es modifiqui el sentit del text, escriu d'una manera equivalent les expressions subratllades:

Si haguéssim d'escollir el més petit dels nombres que hi ha a la taula de multiplicar del 24 i alhora a la del 18, seleccionariem el nombre 72, ja que:

{24, 48, 72, 96, 120, 144, 168, 192, 216} i {18, 36, 72, 90, 108, 126, 144, 162}

.....

.....

CL 21. Troba vuit nombres diferents al text. Indica quins d'aquests nombres són múltiples comuns de 2 i de 3. Surt al text el m.c.m. (2, 3)? Estudia els nombres que hi surten i determina si hi surt el m.c.m. (118, 177).

No es va adonar de l'error fins al cap de dues quinzenes. Per corregir-lo, es va dedicar a repassar, del seu flamant calendari, el divuitè dia de cada mes, però els comptes no li acabaven de sortir; l'errata devia ser en un dels 354 dies que no havia comprovat.

Després de donar-hi moltes voltes, va veure que el lapsus es trobava en una comptabilitat equivocada feta un dia molt especial: «Aquell dia que només apareix als anys de traspàs.»

D'aquesta manera, només va haver de corregir els comptes del dia 60 de l'any (el 29 de febrer).

.....

.....

.....

7. Càlcul del m.c.d. i del m.c.m.

■ Per trobar el m.c.d. i el m.c.m. de diversos nombres:

- Es fa la descomposició de cada un dels nombres en factors primers.
- Per calcular el m.c.d., multipliquem els factors comuns a totes les descomposicions, amb l'exponent més petit que tinguin.

- Per calcular el m.c.m., multipliquem els factors comuns a totes les descomposicions, amb l'exponent més gran, pels factors no comuns, també amb l'exponent més gran.

Hem de multiplicar tots els factors amb l'exponent més gran que tinguin en les descomposicions.

CA 22. Descriu els passos per calcular el m.c.d. i el m.c.m. de dos nombres.

.....

.....

CM 23. Quants factors primers diferents té cada una d'aquestes multiplicacions?

a) $2 \cdot 5 \cdot 10$

b) $3 \cdot 4 \cdot 8$

c) $7 \cdot 49$

d) $11 \cdot 22 \cdot 13 \cdot 4$

.....

.....

.....

.....

CM 24. Completa les factoritzacions i busca el valor del m.c.m. i del m.c.d.

875	5		5
175		539	

m.c.m. (875,) =

m.c.d. (539,) =

AI 25. Escriu els tres nombres naturals, de tres xifres iguals, més grans que 700. Quin és el nombre natural més gran que divideix aquests tres nombres?

.....

.....

.....

CF 26. Observa els dos rectangles del gràfic de la dreta. Tots dos tenen una base de tres unitats i les seves altures són un nombre natural d'unitats.

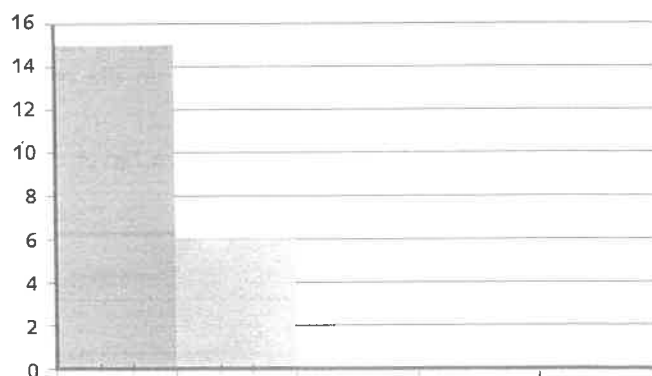
- a) Indica la descomposició en factors primers de l'àrea de cada un dels rectangles.

.....

.....

- b) Dibuixa el rectangle d'àrea el mínim comú múltiple de les àrees anteriors i de base 15.

- c) Divideix cada rectangle en el mínim nombre possible de quadrats.



8. Problemes de m.c.d. i de m.c.m.

- El m.c.d. i el m.c.m. s'utilitzen per resoldre problemes de la vida quotidiana. D'aquesta manera:
 - Si es tracta de repartir dues quantitats en el mínim nombre possible de grups, es considera el màxim

comú divisor d'aquestes quantitats.

- Si es tracta de repetir diferents quantitats fins que coincideixin resultats, es considera el mínim comú múltiple d'aquestes quantitats.

TI 27. Un cuiner prepara una paella amb 105 escamarlans, 252 gambes i 147 llagostins. Vol distribuir-la en el nombre més gran de racions que disposin del mateix nombre de crustacis de cada tipus, és a dir, tots els plats de paella han de tenir el mateix nombre d'escamarlans, de gambes i de llagostins. Completa els passos del cuiner:

1. El nombre més petit és el d'escamarlans. Escriu en una taula els grups que en pot fer i el nombre de plats que pot aconseguir en cada cas:

105	5
21	3
7	7
1	



nombre d'escamarlans per plat	plats de paella
3	35
5	
7	

2. Fa el mateix procés per al repartiment de llagostins i descobreix que:

nombre de llagostins per plat	plats de paella

- Amb escamarlans i llagostins prepara plats de paella.
- Amb escamarlans i llagostins prepara plats de paella.

3. Ara calcula el nombre de gambes per plat i conclou que: "Amb escamarlans, llagostins i gambes prepara plats de paella."

Explica com es podria haver resolt el problema d'una manera més senzilla:

.....

.....

.....

- II** 28. Un cuiner talla dos pastissos iguals, un en 12 trossos i l'altre en 18 trossos. Si després li indiquen que ambdós pastissos s'han de tallar en el mateix nombre de parts, quants trossos farà finalment de cada pastís?

.....

.....

4. Fraccions equivalents

- Fraccions **equivalents** són les que representen la mateixa quantitat. Per comprovar-ne l'equivalència:
 - Dividim el numerador entre el denominador i observem si representen el mateix nombre decimal.

– Multipliquem els seus termes en creu:

$$\frac{a}{b} \text{ i } \frac{c}{d} \text{ són equivalents si i només si:}$$

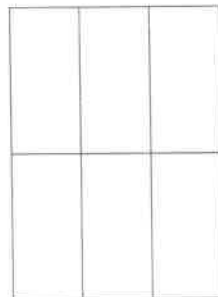
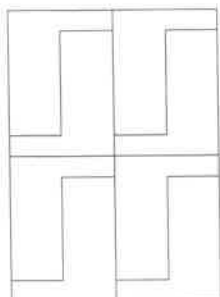
$$a \cdot d = b \cdot c$$

- CM** 9. Quan són equivalents dues fraccions? Escriu tres fraccions equivalents a $\frac{10}{15}$.

.....

.....

- CF** 10. Un rectangle s'ha dividit d'aquestes quatre maneres diferents, sempre en parts iguals:



Acoloreix, sobre cada un dels rectangles, un nombre de peces tal que es representi una fracció equivalent a $\frac{3}{4}$ del rectangle.

- CA** 11. Observa les fraccions temporals indicades a la primera columna de la taula i completa la columna on es registra la manera d'expressar-les en fracció:

fracció temporal	expressió en fracció de la relació temporal
Quatre mesos d'un any	mesos/any: 4/12 d'any
Dos trimestres d'un any	trimestres/any: de
Quinze dies d'un mes d'abril	dies/dies d'abril: de
Vint minuts d'una hora	minuts/hora: de

a) Considera com una divisió les fraccions obtingudes a la segona columna. Cada una de les fraccions és equivalent a una altra. Associa les equivalents.

b) Considera ara les fraccions de la segona columna de la taula anterior com a part del temps. Cada una de les fraccions representa una part d'una unitat de temps. Hi ha alguna fracció equivalent a una altra?

.....

Escriu les teves conclusions sobre els resultats dels dos apartats anteriors:

.....

.....

5 i 6. Simplificar i amplificar. Reduir a comú denominador

- **Simplificar** una fracció és transformar-la en una altra d'equivalent de termes més petits.
- **Fracció irreductible** és la que no es pot simplificar.
- **Amplificar** una fracció és transformar-la en una altra d'equivalent de termes més grans.

- **Reduir fraccions a comú denominador** és transformar les fraccions donades en altres d'equivalents de manera que tinguin el mateix denominador.

Quan prenem com a comú denominador el mínim comú múltiple dels denominadors, diem que hem reduït les fraccions al mínim comú denominador.

- CL** 12. Defineix les expressions *simplificar una fracció*, *amplificar una fracció* i *fracció irreductible*. Posa un exemple de cadascuna.

.....

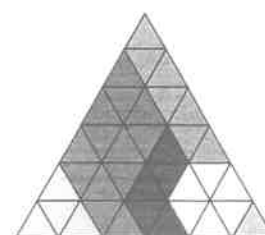
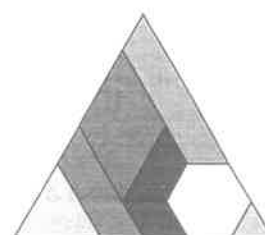
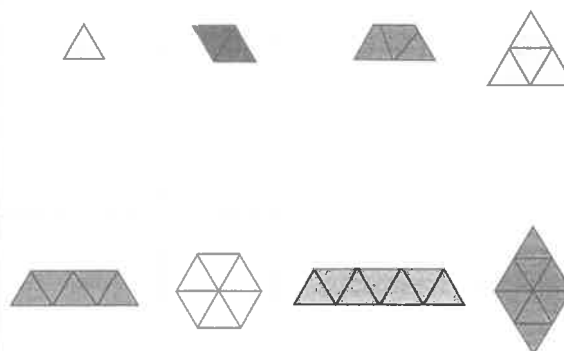
.....

.....

- AI** 13. El tangram de vuit peces de la dreta resulta de dividir d'una manera determinada un triangle equilàter. Cada peça està formada per un nombre determinat de triangles equilàters iguals anomenats triangles bàsics.

- a) Utilitza la segona figura per expressar, en forma de fracció, la relació entre el nombre de triangles bàsics d'un element i el total de triangles bàsics que formen el tangram.

peça	
núm. de triangles bàsics/ núm. total de triangles	
peça	
núm. de triangles bàsics/ núm. total de triangles	



- b) Has de tenir en compte que algunes de les fraccions anteriors es poden simplificar, perquè el numerador i el denominador tenen divisors comuns:

- a) Un ocupa la sisena part del triangle del tangram.
- b) Un ocupa la novena part del triangle del tangram.
- c) Un ocupa dues novenes parts del triangle del tangram.
- d) Un ocupa la divuitena part del triangle del tangram.

- CM** 14. Amplifica les fraccions perquè tinguin com a denominador comú el nombre 360.

$$\frac{1}{90} = \frac{\dots}{360}$$

$$\frac{4}{18} = \frac{\dots}{360}$$

$$\frac{5}{36} = \frac{\dots}{360}$$

$$\frac{11}{30} = \frac{\dots}{360}$$

7. Comparar i ordenar fraccions

■ Comparació de fraccions:

- Si dues fraccions tenen el mateix denominador, és més gran la que té el numerador més gran.
- Si dues fraccions tenen el mateix numerador, és més gran la que té el denominador més petit.

– Si dues fraccions tenen el numerador i el denominador diferents:

- a) Primer es transformen en unes altres d'equivalents de denominador igual.
- b) Després es comparen les fraccions equivalents.

CM 15. Completa:

- Si dues fraccions tenen el mateix denominador, serà més gran la que tingui el numerador
- Si dues fraccions tenen el mateix numerador, serà la que tingui el denominador més petit.

CM 16. Ordena de més petita a més gran les sèries de fraccions següents:

a) $\frac{5}{10}, \frac{5}{6}, \frac{5}{8}, \frac{5}{5} \rightarrow$

- b) La sèrie invertida (el numerador passa a ser el denominador i el denominador passa a ser el numerador) de les fraccions anteriors.

CA 17. Explica el procediment i escriu les operacions necessàries per ordenar de més gran a més petita les fraccions següents:

$$\frac{4}{7}, \frac{5}{21}, \frac{6}{35}, \frac{9}{14}$$

1r pas:

2n pas:

CL 18. En Joan i la Maria escriuen entre els dos un poema que ha de complir aquestes característiques:

"Aquest poema es compon de quatre estrofes de sis versos hendecasil·labs cada una."

Si en Joan ha escrit $\frac{2}{3}$ d'una estrofa i la Maria, $\frac{1}{6}$ del poema, quantes síl·labes ha escrit en Joan? I la Maria?

.....

8. Operacions

- Per **sumar** o **restar** fraccions amb el mateix denominador, en sumem o en restem els numeradors i hi escrivim el mateix denominador. Si tenen denominadors diferents, les reduïm a comú denominador i en sumem o en restem les fraccions obtingudes.
- El **producte** de dues o més fraccions és una fracció que té com a numerador el producte dels numeradors de les fraccions donades, i com a denominador, el producte dels denominadors.

- Dues fraccions són **inverses** quan el seu producte és 1.
- Per calcular la **fracció d'una fracció**, s'han de multiplicar les dues fraccions.
- Per **dividir** una fracció entre una altra, multipliquem la primera fracció per la inversa de la segona.
- Per fer una sèrie d'**operacions combinades** amb fraccions, seguim el mateix ordre que amb els nombres naturals i els enters.

CM 19. Fes aquestes operacions:

a) $\frac{2}{5} + \frac{7}{5} - \frac{4}{5} =$

c) $\frac{7}{4} + \frac{5}{3} =$

b) $\frac{3}{4} - \frac{2}{5} + \frac{11}{12} + =$

d) $\frac{2}{9} : \frac{1}{5} =$

CM **CC** 20. Els egipcis expressaven les fraccions per mitjà de sumes de fraccions amb numerador 1 i de la fracció $\frac{2}{3}$. Yenien unes taules per fer aquestes descomposicions tan complicades, entre les quals cal destacar la de les fraccions pròpies amb denominador 10.

a) Reconstrueix aquesta taula que figura al *Papir Rhind* (un papir egipci de l'any 1650 aC). Aquestes sumes et serviran d'ajuda:

A. $\frac{1}{3} + \frac{1}{15} =$

B. $\frac{1}{5} + \frac{1}{10} =$

C. $\frac{2}{3} + \frac{1}{10} + \frac{1}{30} =$

D. $\frac{2}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{30} =$

fracció	escriptura egípcia
1/10	
2/10	
3/10	
4/10	
5/10	
6/10	
7/10	
8/10	
9/10	

b) Reflexiona i explica el resultat que es dona en el *Papir Rhind* al Problema 3.

Problema 3: Repartir 6 barres de pa entre 10 homes → Solució: $\frac{1}{2} + \frac{1}{10}$

.....

CC 21. Explica aquesta instrucció del problema 13 del *Papir Rhind* i resol normalment l'operació:

"Multiplica $\frac{1}{16} + \frac{1}{112}$ per $1 + \frac{1}{12} + \frac{1}{14}$ "

.....

.....

1. Nombres i lletres

■ L'àlgebra és la part de les matemàtiques que utilitza nombres i lletres.

Les lletres representen quantitats i s'utilitzen com si fossin nombres.

- CL** 1. Fixa't en els casos següents en què s'utilitzen lletres, que sempre representen nombres, i escriu un exemple de cada cas.

dd/mm/aaaa

h:mm:ss

DNI

C.P.

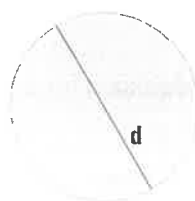
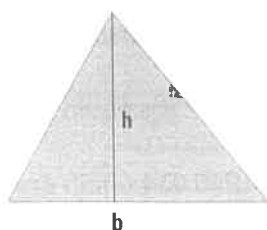
No en tots aquests casos podríem sumar dues quantitats; per exemple, no té sentit sumar dos codis postals. Però sí que podríem operar amb diferents quantitats de h:mm:ss, com a mesures de temps. Per abreujar, si t representa una mesura qualsevol del temps, podríem utilitzar les expressions $2t$, $t + 1$, $t/2$...

Completa els apartats següents:

- a) L'expressió general del triple d'un temps t qualsevol s'escriu com a
....., mentre que la seva tercera part s'escriu com a
b) Si un cotxe arriba a la seva destinació en t hores i un segon cotxe ho fa dues hores més tard, aquest darrer cotxe ha utilitzat hores per arribar-hi.
c) Inventa dues situacions expressades amb la lletra t :

.....
.....

- TI** 2. Si et fixes en les lletres que apareixen a les figures següents, pots observar que cada lletra indica una magnitud. Utilitza aquestes notacions per escriure les operacions que s'indiquen tot seguit:



- a) Triplicar l'altura:; sumar dues unitats a la base:; el producte de la base per l'altura:; cinc vegades la base:; el semiproducte de la base per l'altura:
b) Nou vegades el radi:; el quadrat del radi (expressat en forma decimal i en forma de fracció):; disminuir en dues unitats el diàmetre:; el quadrat del diàmetre:; la mesura del radi:; reduir el diàmetre a la tercera part:; els dos cinquens del diàmetre:

2. Expressions algèbriques

- Una expressió algèbrica és una expressió matemàtica en què intervenen lletres, nombres i símbols d'operacions aritmètiques.
- Anomenem **terme** d'una expressió algèbrica cada una de les parts que estan separades per signes de suma o resta.

- El **valor numèric** d'una expressió algèbrica és el nombre que s'obté quan se substitueixen les lletres per nombres i es fan les operacions indicades.

D'aquesta manera, el valor numèric de qualsevol expressió algèbrica depèn dels valors que donem a les lletres.

3. Completa:

- Una expressió matemàtica en què intervenen lletres, nombres i símbols d'operacions aritmètiques és una
- El nombre que s'obté quan se substitueixen les lletres d'una expressió algèbrica per nombres i es fan les operacions indicades és el seu

4. Completa:

- L'expressió algèbrica $2a - 5$ té termes.
- L'expressió algèbrica $a + b + 7c$ té termes.
- L'expressió $\frac{m}{4} - 5$ té termes.

5. Escriu l'expressió algèbrica, amb dues lletres i tres termes, que correspon a cada una de les frases següents:

- Suma dos nombres, multiplica el resultat per 4 i després resta'n 10.
- Suma dos nombres, resta'n 10 i multiplica el resultat per 4.

6. Llegeix el text següent i fes el càlcul que es proposa:

Alguns estudiosos de l'origen de les lletres afirmen que la lletra x prové de la paraula *shei* que els àrabs utilitzaven per representar una quantitat numèrica desconeguda. Més tard es va anar convertint en *xei* i a poc a poc es va anar escurçant fins a convertir-se en x . D'aquesta manera, actualment escrivim això:

Calcula el valor de $x^2 - 3x + 2$ quan x és 4.

- Si llegeixes en veu alta la situació anterior, trobes que pronunciar *ics* en comptes de *shei* simplifica les coses?
- Representa en una taula el valor numèric de $x^2 - 3x + 2$ quan la incògnita x pren els sis primers valors naturals.

x	
$x^2 - 3x + 2$	

5 i 6. Identitats i equacions. Resolució de problemes

- Una **equació** és una igualtat entre dues expressions algèbriques. Consta de dos membres (cada expressió algèbrica situada a un costat del signe igual) i d'una incògnita o més (les lletres).
- Els nombres que, col·locats al lloc de les incògnites, fan que es verifiqui l'equació s'anomenen **solucions de l'equació**.
- Quan l'equació es verifica per a qualsevol valor de la incògnita, aleshores tenim una **identitat**.
- Dues equacions són **equivalents** si tenen les mateixes solucions.
- Regles de transformació d'equacions:
 - Si sumem o restem un mateix nombre o monomi als dos membres d'una equació, obtenim una altra equació equivalent.
 - Si multipliquem o dividim els dos membres d'una equació per un mateix nombre diferent de zero, obtenim una altra equació equivalent.

CM 16. Respon aquestes qüestions:

- a) És cert que tota identitat és una equació?
- b) Quan es diu que un nombre és solució d'una equació?
- c) Què són equacions equivalents?

AI 17. Completa la taula de valors:

x	0	1	-1	2	3	-3
$4x - 3$						

- a) Podem resoldre l'equació $4x - 3 = 5$ a partir de la taula? Quina és la solució?
- b) La taula indica que la solució de l'equació $4x - 3 = 7$ es troba entre 2 i 3. Per què?
- c) Prova si el valor $x = 2,5$ és solució d'aquesta equació.

CM 18. Identifica les identitats i resol les equacions que no siguin identitats:

- a) $2(3x - 1/2) = 6x - 1$
- b) $3(x + 1) = 6$
- c) $3x - 6 = 3(x - 2)$

AI 19. Inventa tres equacions diferents que tinguin com a solució el valor $x = 3$.

CA 20. En aquesta resolució hi ha un error. Determina'l i busca la solució correcta:

$$\frac{3x - 2}{5} = 2 \rightarrow 3x - 2 = 10 \rightarrow 3x = 6 \rightarrow x = 2$$

Resultat correcte:

2. Polígons

■ Un polígon és la regió del pla limitada per una línia poligonal tancada.

Una línia poligonal està formada per segments de manera que l'extrem del primer coincideix amb el començament del segon i així successivament. És tancada si l'origen del primer coincideix amb l'extrem del darrer.

■ Els elements d'un polígon són:

– **Costats:** els segments que formen la vora del polígon.

– **Vèrtexs:** els punts on es tallen els costats.

– **Diagonals:** els segments que uneixen vèrtexs no consecutius.

– **Angles interiors:** els que formen a l'interior del polígon dos costats consecutius.

– **Angles exteriors:** els suplementaris dels angles interiors.

Anomenem **perímetre** d'un polígon la suma de les longituds dels seus costats.

1. Què és un polígon?

.....

.....

a) Dibuixa un polígon qualsevol i assenyalan els elements.

b) Quina diferència hi ha entre un angle interior i un d'exterior?

.....

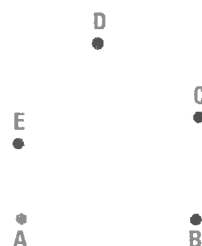
.....

2. Uneix els cinc punts de la dreta mitjançant segments seguint el criteri d'unir cada punt amb el que té més a prop.

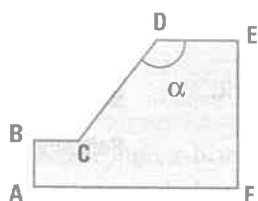
a) Si comences pel punt A, quins segments traces?,,,

b) Forma un polígon. Assenyalan i anomena α l'angle interior del vèrtex A i β l'angle interior del vèrtex B. α i β són iguals?

c) Dibuixa les diagonals del polígon que surten del vèrtex C.



3. Completa les frases i omple els mots encreuats amb les dades del polígon:



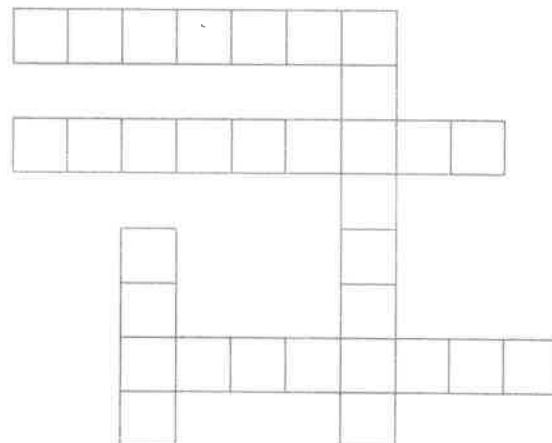
a) L'angle suplementari de α és

b) El segment AC és una

c) El punt F és un

d) El segment CD és un angle

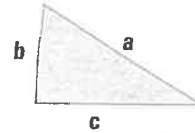
e) La suma de AB, BC, CD, DE, EF i FA és el



5. Teorema de Pitàgores

■ **Teorema de Pitàgores:** en qualsevol triangle rectangle, el quadrat de la hipotenusa és igual a la suma dels quadrats dels catets.

$$a^2 = b^2 + c^2$$



CM 21. Enuncia el teorema de Pitàgores i simbolitza'l al·lègicament.

.....

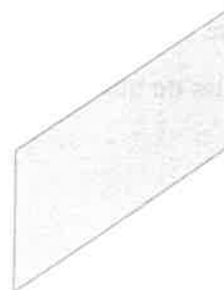
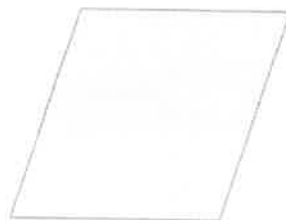
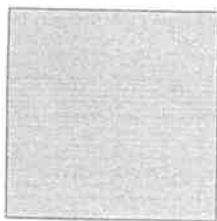
CM 22. Completa amb les paraules *catet* o *hipotenusa* les afirmacions següents:

- En un triangle rectangle, l'angle recte el formen els
- En un triangle rectangle, el costat oposat a l'angle recte és
- En un triangle rectangle, el costat de longitud més gran és
- En un triangle rectangle, els costats perpendiculars són els
- En un triangle rectangle, l'angle que forma un amb la és sempre agut.

TI 23. Fixa't en les dades dels costats d'uns triangles i respon la pregunta:

	1r costat	2n costat	3r costat	és un triangle rectangle?
triangle 1	10,5 cm	14 cm	17,5 cm	
triangle 2	10 m	6 m	8 m	
triangle 3	8 cm	12 cm	7 cm	

AI 24. Representa dos triangles rectangles diferents en cada una d'aquestes figures:

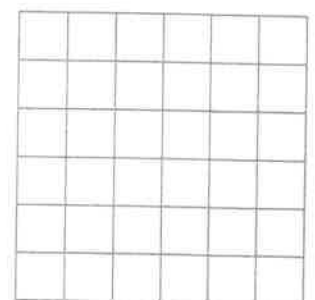


CA 25. Tria un punt d'intersecció d'una línia vertical amb una altra d'horitzontal de la quadrícula i anomena'l A. Mou aquest punt 2 unitats horitzontals a la dreta i 5 unitats verticals cap avall. Anomena B el punt final.

- Si t'haguessis de desplaçar de A a B en línia recta, quina seria la longitud del segment AB? Tria l'opció més correcta:

A. Més gran que 6. B. Més petit que 6. C. Exactament 7.

- Calcula la longitud del segment AB.



1 i 2. L'àrea com a mesura. Àrees de rectangles i quadrats

■ L'àrea d'una figura plana és la mesura de la seva superfície.

■ L'àrea d'un rectangle de base b i altura h és el producte de b per h :

$$\text{Àrea del rectangle} = b \cdot h$$

■ L'àrea d'un quadrat de costat c és:

$$\text{Àrea del quadrat} = c^2$$

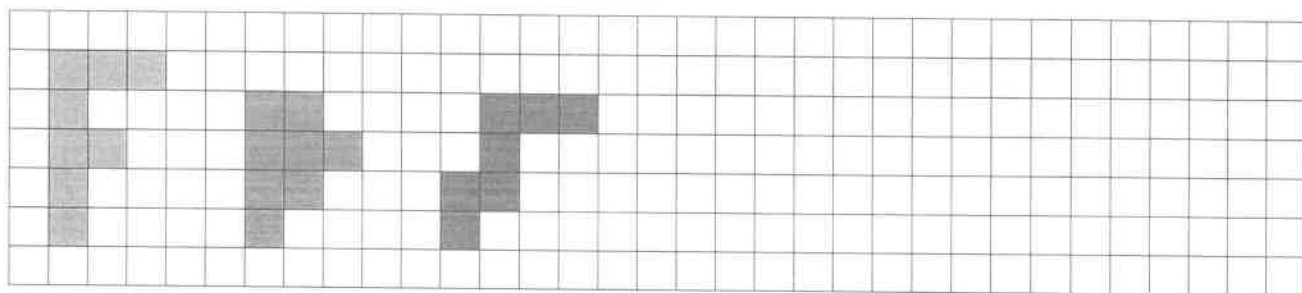
■ Per calcular l'àrea d'una figura plana, totes les mesures han d'estar expressades en la mateixa unitat.

CL 1. Explica què és l'àrea d'una figura plana.

.....

.....

CM 2. Tenen aquestes figures la mateixa àrea? Dibuixa una figura que tingui una àrea que sigui tres quarts de l'àrea de la segona figura i una altra d'àrea doble que la primera.



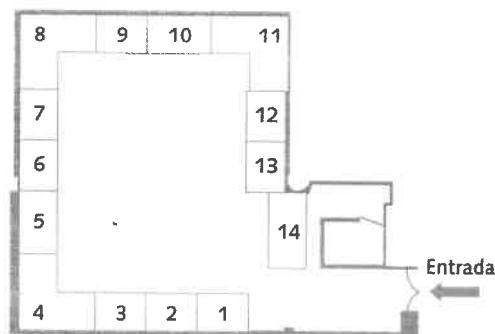
CA 3. Indica si les afirmacions següents són veritables (V) o falses (F). Si són falses, rectifica la mesura d'una de les dues dimensions perquè siguin certes:

a) L'àrea d'un rectangle de mesures 3 m x 40 cm és inferior a 1 m². ☐

b) L'àrea d'un quadrat de costat 10 cm és inferior a 1 m². ☐

CF 4. A partir de la informació del text i del plànol, completa la taula:

La fira del llibre està composta per 14 stands de quatre tipus, segons les dimensions: tres de 3×3 que fan cantonada amb un forat d' $1,5 \text{ m} \times 1,5 \text{ m}$; dos (núm. 5 i núm. 10) de longitud 2,5 m; el núm. 14, rectangular de $3 \times 1,5$, i vuit rectangulars iguals. Es reserven 3 m² per a l'única empresa local, a l'entrada, al núm. 1.



tipus	mesures (L x A)	núm.	àrea
A		4,	
B	$3 \times 1,5$		
C	$2,5 \times \dots$	5,	
D			

3 i 4. Àrees de romboïdes i triangles. Àrea d'un rombe

- Àrea d'un romboïde de base b i altura h :

$$\text{àrea} = b \cdot h$$

- Àrea d'un triangle de base b i altura h (traçada des del vèrtex oposat a la base):

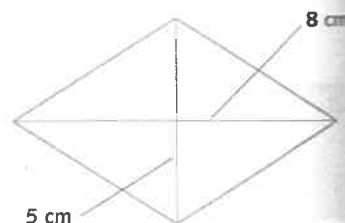
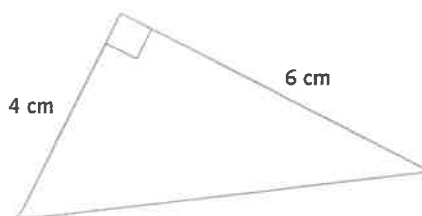
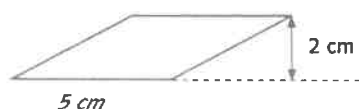
$$\text{àrea} = \frac{b \cdot h}{2}$$

- L'àrea d'un rombe de base b , altura h i diagonals d i D es pot calcular de dues maneres:

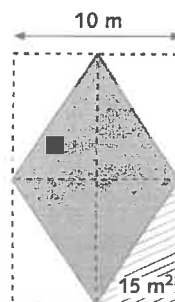
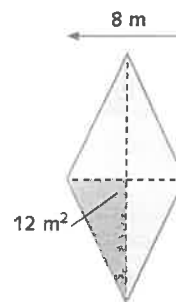
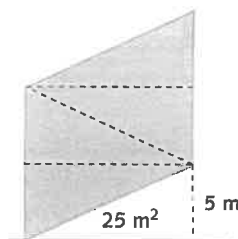
- Considerant que és un romboïde, $\text{àrea} = b \cdot h$.
- Considerant les seves diagonals:

$$\text{àrea} = \frac{D \cdot d}{2}$$

- CM** 5. Calcula l'àrea d'aquestes figures:



- AI** 6. Completa les dades de les mesures de cada paral·lelogram:



- CA** 7. Dibuixa un triangle isòsceles d'1,5 cm, 2,5 cm i 2,5 cm de costats.

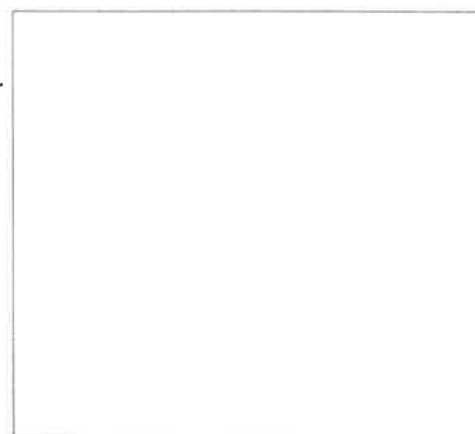
- Calcula el valor de la seva àrea.
- Dibuixa el triangle i completa el disseny d'un rombe.
- Exposa tres alternatives per determinar l'àrea del rombe.

.....

.....

.....

.....



- CM** 8. Dibuixa dos romboïdes d'àrea 3 cm² i d'altura 1 cm.

5. Àrees de trapezis i trapezoides

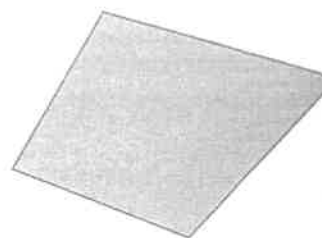
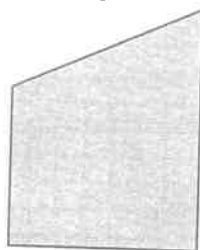
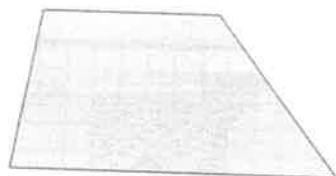
- L'àrea d'un trapezi de bases B i b (els costats paral·lels) i altura h és:

$$\frac{B+b}{2} \cdot h$$

- Per calcular l'àrea d'un trapezoide el dividim en dos triangles mitjançant una diagonal.

L'àrea del trapezoide és la suma de les àrees d'aquests triangles.

- CM** 9. Pren les mesures necessàries i calcula l'àrea d'aquestes figures:

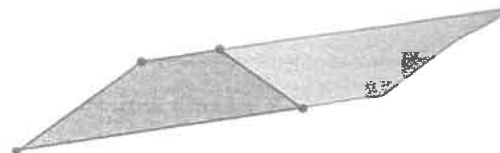
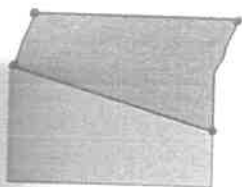


A =

A =

A =

- CA** 10. Cada una d'aquestes figures s'ha construït amb dos trapezis iguals, l'un invertit respecte de l'altre, cosa que ha donat lloc a un romboide:



Relaciona en cada cas:

- La longitud de les bases del trapezi amb les del romboide.
- L'àrea del trapezi amb la del romboide.

- 11.** Els antics escribes egipcis es referien al trapezi com a **triangle truncat**, però es creu que no utilitzaven el triangle per calcular-ne l'àrea sinó el rectangle: un rectangle la base del qual era la base gran del trapezi i l'altura del qual era la del trapezi.

- Describeix els passos que creus que devien fer els antics escribes egipcis per calcular l'àrea d'un trapezi, relacionada amb el rectangle descrit.

.....

.....

.....

- Utilitza aquesta alternativa del rectangle per calcular l'àrea d'un trapezi de 2 cm d'altura i 4 cm i 3 cm de les bases.

6. Àrea d'un polígon regular

- L'àrea d'un polígon regular és la meitat del producte del valor del seu perímetre pel valor de la seva apotema.

$$\text{àrea} = \frac{\text{perímetre} \times \text{apotema}}{2}$$

- CM** 12. Explica com es calcula l'àrea d'un polígon regular si es coneix la longitud del costat i l'apotema.

.....

.....

- CM** 13. Calcula i completa:

TI

- a) L'àrea d'un heptàgon regular d'1,98 m de costat i 2,06 m d'apotema és
- b) L'àrea d'un triangle regular de 3 cm de costat i 0,92 cm d'apotema és
- c) L'àrea d'un enneàgon regular d'1,27 dm de costat i 1,74 dm d'apotema és

Consulta la pàgina web següent per poder confirmar els teus resultats:

<http://mimosa.cnice.mecd.es/clobo/geoweb/area6.htm>

- AI** 14. Inventa un enunciat en el qual s'hagi de calcular l'àrea de dos polígons regulars que tinguin la mateixa mida de costat i resol-lo. Pots consultar la pàgina web:

http://descartes.cnice.mecd.es/1y2_eso/Poligonos_regulares_y_circulos/Polici4.htm

.....

.....

Fixa't que el valor de l'apotema varia i indica'n la causa.

.....

.....

- CF** 15. Una pilota de futbol està formada per 20 hexàgons i 12 pentàgons els costats dels quals tenen una longitud de 4,3 cm i les apotemes fan 3,7 cm i 3 cm, respectivament. Calcula la mida de la superfície de cuir necessària per fabricar-la.



Àrea =

8. Àrea del cercle i de les figures circulars

■ L'àrea d'un cercle de radi r és: $\pi \cdot r^2$

■ L'àrea d'un sector circular de n graus d'amplitud és:

$$n \cdot \frac{\pi \cdot r^2}{360}$$

■ L'àrea d'una corona circular de radis R i r és:

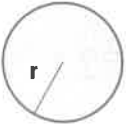
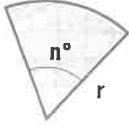
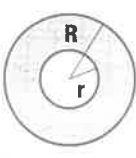
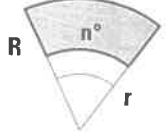
$$\pi \cdot (R^2 - r^2)$$

■ L'àrea d'un trapezi circular de n graus d'angle central i radis R i r és:

$$n \cdot \frac{\pi (R^2 - r^2)}{360}$$

■ L'àrea d'un segment circular de n graus d'amplitud és la diferència entre l'àrea del sector circular i l'àrea del triangle que determina.

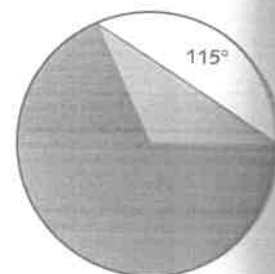
CM 19. Completa amb les expressions corresponents de l'àrea.

cercle	sector circular	corona circular	trapezi circular
			
A =	A =	A =	A =

CM 20. Calcula l'àrea de cada una de les figures circulars, si la circumferència té un radi de 3 cm i el triangle té una base de 3,22 cm i una altura de 2,53 cm.

Sector circular:

Segment circular:



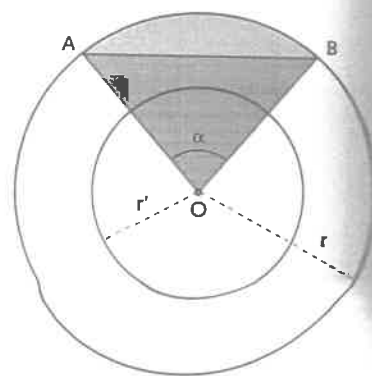
TI 21. El triangle OAB de la dreta té una altura d'1,20 cm i la mesura de l'angle desigual és de 80° . Els costats fan 1,87 cm, 1,87 cm i 2,23 cm. Si la circumferència de longitud menor té un radi de 0,75 cm, calcula l'àrea:

a) Del triangle OAB.

b) De la corona circular limitada per les dues circumferències.

c) Del sector circular d'amplitud α graus.

d) Del segment circular que s'observa a la figura.



CM 22. Ombreja la part de la corona circular exterior al cercle C3 i calcula'n l'àrea. L'àrea del cercle C2 és $16\pi \text{ m}^2$ i el radi del cercle C3 és d'1,6 m.

