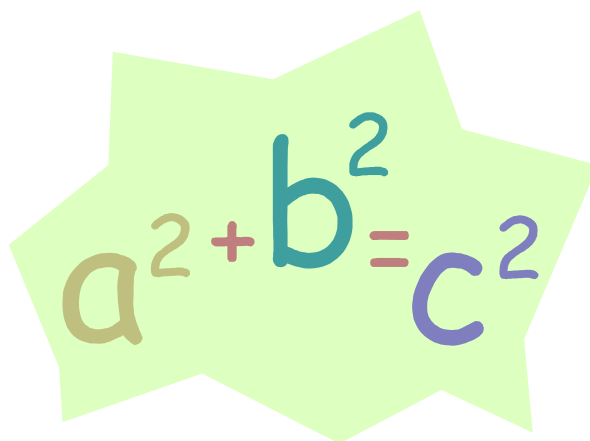


 INSTITUT DE SALES DEP. MATEMÀTIQUES	Nom i cognoms:		Qualificació:
	Data Lliurament: Inici de curs	Quadern d'estiu	



Quadern d'estiu de Matemàtiques 4t d'ESO

En aquest quadern tens un recull d'exercicis, bàsicament de càlcul, que s'han anat treballant durant el curs. Pensa que et convé com a feina d'estiu repassar el que t'ha costat i si més no, practicar per no oblidar el que has après.
Pràctica doncs una mica cada dia; l'estiu és molt llarg!.

Si has suspès al Juny és obligatori que presentis aquesta feina a l'inici del setembre al professor/a de matemàtiques.

Si has aprovat se't recomana de fer aquesta feina i es tindrà en compte la nota en el 1r trimestre del curs següent.

Bones vacances

Departament de Matemàtiques
Institut de Sales

1. ELS NOMBRES (Repàs d'anys anteriors)

Càlcul amb Enters i Fraccions

1.1. a) $-3 + 9[4 - 7(8 - (-7))] =$ b) $(3 - 7)6 - 2(-1 + 3) =$ c) $5[6 - 3(4 - 2 + 5 - 8) + 2] =$

1.2. a) $\frac{2}{3} - \frac{1}{9}\left(\frac{4}{5} - \frac{7}{15}\right) =$ b) $\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) : \left(1 - \frac{1}{3}\right) =$ c) $7 - 2 : \left(4 - \frac{3}{2}\right) =$

Càlcul amb Potències

1.3. a) $(-2)^3 =$ b) $(-2)^{-3} =$ c) $-3^2 =$ d) $(-3)^2 =$

1.4. a) $(-3)^2(-2) - (-1)^5 + (-2)(-3)^3 =$ b) $6^{\frac{1}{4}} =$ c) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} =$ d) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-\frac{1}{3}} =$

1.5. Expressa en notació científica les següents magnituds:

- a) El pes d'un gra d'arròs: 0,000027 kg
- b) El nombre de grans d'arròs en un kilogram: 36000 grans
- c) El nombre de molècules que hi ha en un gram d'hidrogen: 301.000.000.000.000.000.000
- d) La distància mitjana de la Terra al Sol: cent cinquanta milions de quilòmetres.

1.6. Calcula el contorn de la Terra (longitud de l'equador) sabent que el radi terrestre és aproximadament $6,37 \cdot 10^5$ m. Si caminem a un ritme de 1,5 m/s, quants segons trigariem en donar la volta a la Terra suposant que es pogués fer (caminant sempre per l'equador independentment de muntanyes, mars,...).

Càlcul amb Radicals

1.7. Extreu factors dels radicals següents: $\sqrt{216}$, $\sqrt{54}$, $\sqrt{300}$, $\sqrt{4032}$, $\sqrt[3]{5400}$

1.8. a) $\sqrt{45} - 2\sqrt{5} + 3\sqrt{20} =$ b) $2\sqrt{32} + 4\sqrt{18} - 5\sqrt{200} + \sqrt{242} =$

1.9. a) $(\sqrt{6} - \sqrt{8}) \cdot (1 - \sqrt{2}) - (1 + \sqrt{3})^2 =$ b) $(\sqrt{2} - \sqrt{5})^2 - (\sqrt{2} + \sqrt{5})^2 - (6 - 4\sqrt{10}) =$

2. ÀLGEBRA

2.1 Polinomis

Donats els polinomis $A(x) = -2x^3 + 3x^2 - x + 2$ $B(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$ $C(x) = x^2 - 1$

2.1.1 Calcula:

a) $A(x) + B(x)$ b) $A(x) - B(x)$ c) $A(x) \cdot C(x)$ d) $[A(x) + B(x)] \cdot C(x)$

2.1.2 Divideix per Ruffini:

a) $A(x) : (x - 2)$ b) $B(x) : (x + 3)$ c) $[A(x) + B(x)] : (x + 1)$

2.1.3 Troba els valors numèrics següents:

a) $A(2)$ b) $B(-3)$ c) $A(-1)$ d) $B(-1)$ e) $A(0)$ d) $B(0)$

2.1.4 Calcula les arrels dels polinomis: $P(x) = x^2 - x - 2$ $Q(x) = 3x^2 - 2x - 5$ $R(x) = x^3 - 3x + 2$

2.1.4. Indica la factorització dels polinomis anteriors $P(x)$, $Q(x)$ i $R(x)$

2.2. Identitats Notables (Troba l'expressió equivalent)

a) $(x+1)^2=$

b) $(2x+5)^2=$

c) $(1-10x)^2=$

d) $(-3-x)^2=$

a) $(x+4)(x-4)=$

b) $(8+3x)(8-3x)=$

c) $(x^2+x)(x^2-x)=$

d) $(-x^2+11)(-x^2-11)=$

a) $x^2-36=$

b) $x^2+12x+6=$

c) $25-30x+9x^2=$

d) $-x^2-8x-16=$

2.2. Equacions de 1r Grau

2.2.1. $3(x-2)-4(x+5)=10(x+4)$

2.2.2. $9(2x+3)-4(3x-1)=x+41$

2.2.3. $x+1-\frac{3x}{2}=2-\frac{x}{2}-\frac{1}{2}$

2.2.4. $\frac{x+1}{3}-\frac{x-1}{4}=\frac{x}{2}-\frac{x-2}{12}$

2.2.5. $2(x-5)+7=\frac{4x+1}{2}$

2.2.6. $\frac{x-2}{5}=\frac{x+3}{10}+7-x$

2.2.7. $2x-(3+4x)=5\left(x-\frac{3}{5}\right)$

2.2.8. $\frac{3x+4}{3}-\frac{2x+1}{4}=\frac{x}{2}+\frac{13}{12}$

2.2.9. $\frac{5(x-2)}{3}-\frac{7(x-3)}{2}=5+\frac{x-1}{2}-(x+4)$

2.3. Inequacions de 1r Grau

2.3.1. $x-3 < 3x-6$

2.3.2. $x-\frac{1}{4} \geq \left(4-\frac{1}{5}x\right)\frac{2}{3}$

2.3.3. $\frac{3x-1}{2}-\frac{x+5}{2} \geq x-\left(\frac{x}{2}-1\right)-\frac{1}{10}$

2.3.4. $\left(\frac{3}{4}+\frac{x}{2}\right)^2 < \left(\frac{2}{5}-x\right)^3$

2.4. Sistemes d'equacions de 1r Grau

2.4.1. a) $\begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = \frac{1}{2} \\ 2y - x = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x + y = 10 \\ 2x + 3y = 9 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \frac{x}{2y-3} = 9 \\ \frac{x+3}{y} = 6 \end{cases}$

2.4.2. a) $\begin{cases} 4x - 6y = 30 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} -x = y - 2 \\ 2(x-1) = -y + x \end{cases}$

c) $\begin{cases} \frac{x+y}{4} + \frac{x-y}{2} = 3 \\ \frac{12x-7y}{13} = 3 \end{cases}$

2.5.1 Equacions de 2n Grau

a) $x^2 - 3x = 0$

b) $2x^2 = 72$

c) $-x^2 - 3x + 4 = 0$

d) $2x^2 - 5x + 3 = 0$

e) $(x-1)^2 = 6$

f) $(2x-1) \cdot (x+2) = 0$

g) $x^2 - \frac{x}{2} = \frac{1}{3} - \frac{2x}{3}$

$$h) 5(x-1)^2 = (2x+1)(x+1)$$

$$i) (x+6)(x-6) - 8 = 1 - 4x$$

$$j) x(x+3) = 2x$$

$$k) \frac{1}{x+1} = 1 - x$$

$$l) 4x^2 - 24 = 3x^2 + 601$$

$$m) 24x^2 - 7x = 3x\left(5x - \frac{x}{2}\right)$$

$$n) \frac{1}{3}\left(x + \frac{1}{3}\right) = x(1-x)$$

2.5.2 Sistemes no lineals

$$a) \begin{cases} x^2 + y = 24 \\ y = 2x + 16 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x^2 + y^2 = 34 \\ x^2 - y^2 = 16 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2x + y = 4 \\ x^2 - 2y^2 = 1 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} 2x^2 - 5y^2 = -2 \\ -x^2 + 2y = -5 \end{cases}$$

2.5.3. Equacions biquadrades i irracionals

$$1) x^4 - 26x^2 = -25$$

$$2) 4x^4 - 17x^2 + 4 = 0$$

$$3) 4x^4 + 9 = 37x^2$$

$$4) x^4 - 10x^2 + 9 = 0$$

$$5) 4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$$

$$1) \sqrt{x+4} = 7$$

$$2) x - \sqrt{25 - x^2} = 1$$

$$3) x + \sqrt{5x+10} = 8$$

$$4) 2\sqrt{x-3} - x + 3 = 0$$

$$5) \sqrt{5\sqrt{2x-5} - 1} = 2x$$

2.6. Problemes d'aplicació

2.6.1. Quatre gelats grans i 6 de mida petita ens costen 13'60 €, però si comprem 6 gelats grans i 4 petits ens costen 14'90 €. Quin és el preu dels gelats?

2.6.2. En un test de 100 qüestions de cultura general, per cada qüestió ben contestada es donen 7 punts, i per cada qüestió no contestada o incorrecta ens en treuen 10. Una persona hi va aconseguir un total de 88 punts. ¿Quantes qüestions va contestar correctament?

2.6.3. La suma de la meitat i la setena part d'un número és deu unitats inferior al número. De quin número es tracta?

2.6.4. La suma dels quadrats de dos números consecutius és 545. Quins són? Hi ha més d'una solució?

2.6.5. Em falten 2 € per comprar-me una carpeta. Si costés dues cinques parts del que val, la podria comprar i encara em sobriarien 2'2 €. Quin és el preu de la carpeta?

2.6.6. Amb 1.200 € hem comprat un cert nombre de llibres d'igual preu. Si cada llibre costés 10 € més car hauríem comprat 4 llibres menys. Quant costa cada llibre i quants hem comprat?

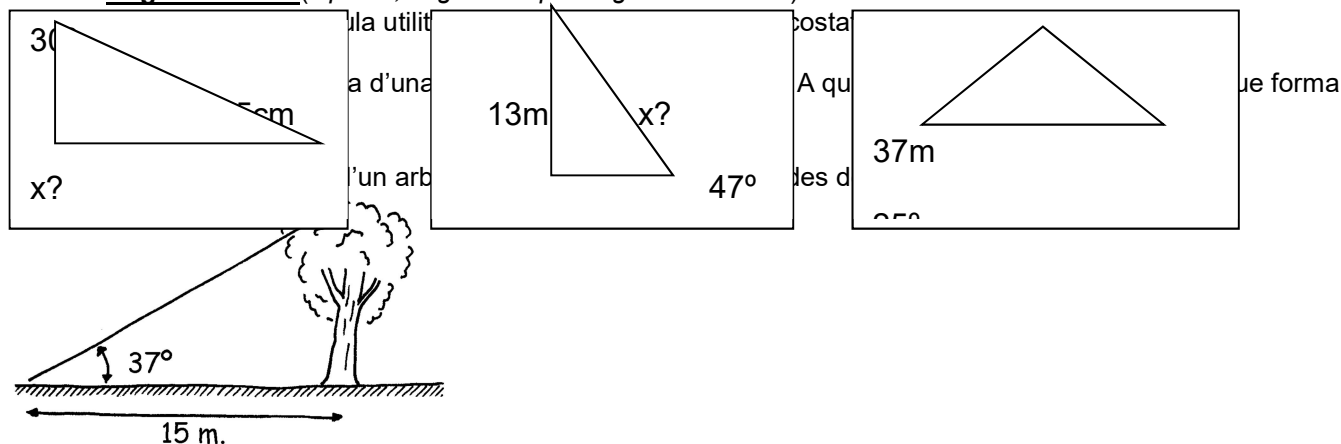
2.6.7. Quines dimensions ha de tenir un rectangle per a que el perímetre sigui 34 m i la superfície 72 m²?

2.6.8. Els diàmetres de les monedes de 0'5 € i 1 € són respectivament 24 mm i 22'5 mm. Alineant monedes d'ambdós tipus s'aconsegueix una longitud de 1,32 m, amb un valor de 36 €. Quantes monedes hi haurà de cada tipus?

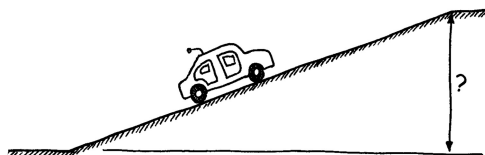
2.6.9. Un pare té actualment 5 vegades l'edat de la seva filla. D'aquí a tres anys l'edat del pare serà 4 vegades la de la filla. Quines són les edats actuals?

2.6.10. Fa 19 anys l'edat d'una persona era el doble de la d'una altra. Dintre d'onze anys l'edat de la segona serà 7/9 la de la primera. Quines edats tenen?

3. Trigonometria (Optatiu; segons el que hagi fet a classe)



3.4 Un cotxe puja per una rampa amb un pendent de 32° . Quants metres pujarà verticalment si ha recorregut 510 m.?



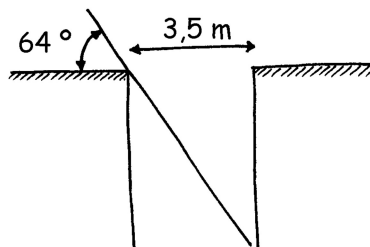
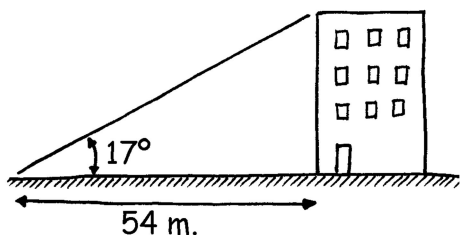
3.5 Calcula la longitud de l'ombra que projecta un arbre de 3,5 m d'altura quan la inclinació dels raigs solars és de 38° .

3.6 Amb l'ajuda de la calculadora completa la següent taula:

$\angle$	$\sin \angle$	$\cos \angle$	$\sin \angle : \cos \angle$	$\text{tg } \angle$
30°				
50°				
85°				

a) Hi ha alguna cosa dels resultats que et cridi l'atenció?
b) Per què això que has vist val per a tots els angles?.

3.7 Quina serà l'altura d'un edifici si veiem el seu extrem superior amb un angle de 17° des d'una distància de 54 m?



3.8 Calcula la profunditat del pou de la figura:

3.9 Un estel que disposa d'una corda de 80 m aixeca el vol. A quina alçada es trobarà si l'angle que forma amb el terra és de 50° ?

3.10 Amb l'ajuda de la calculadora completa la següent taula:

$\angle$	$\sin \angle$	$\cos \angle$	$(\sin \angle)^2$	$(\cos \angle)^2$	$(\sin \angle)^2 + (\cos \angle)^2$
30°					
50°					
85°					

a) Hi ha alguna cosa dels resultats que et cridi l'atenció?

b) Per què això que has vist val per a tots els angles?.

4. Funcions

4.1. La Recta

4.1.1. Escribe les equacions de les següents rectes i representa-les gràficament:

- a) pendent 2 i ordenada a l'origen 4
- b) pendent -1 i ordenada a l'origen 3
- c) pendent $2/5$ i ordenada a l'origen -2

4.1.2. Escribe la fórmula o equació de quatre funcions que tinguin per gràfiques rectes que passin pel punt $(3,-1)$. Dibuixa-les sobre uns mateixos eixos.

4.1.3. Escribe l'equació de la recta que passa pels punts $(1,1)$ i $(4,-2)$ i dibuixa-la.

4.1.4. Troba l'equació de la recta que passa pel punt $(-1,6)$ i té pendent $-1/2$. Representa-la.

4.1.5. Escribe les equacions de 5 rectes paral·leles amb pendent -5 i dibuixa-les en uns mateixos eixos.

4.1.6. Troba l'equació de la recta que passa per $(2,2)$ i és paral·lela a la recta que passa pels punts $(-3,-1)$ i $(3,12)$. Representa-la.

4.1.7. Escribe les equacions de dues rectes qualssevol que passin pel punt $(2,-3)$. Dibuixa-les. Resol el sistema format per les dues equacions. Què observes?.

4.1.8. Quina és l'equació de la recta que passa pels punts $(1,-1)$ i $(-2,3)$. Utilitza aquesta equació que has donat per trobar 5 punts alineats amb aquests dos. Fes-ne el gràfic.

4.1.9. Dibuixa el gràfic de les rectes: $y = -3$, $y = 2$, $y = 0$. Quin és el pendent d'aquestes rectes?

4.1.10. Dibuixa el gràfic de les rectes: $x = -3$, $x = 2$, $x = 0$. Quin és el pendent d'aquestes rectes?.

4.2. La Paràbola

4.2.1. Dibuixa les següents paràboles, calculant prèviament els punts de tall amb els eixos, el vèrtex i l'eix de simetria:

a) $y = x^2 - 5x - 14$

d) $y = x^2 - 6x + 16$

b) $y = x^2 + 4x + 9$

e) $y = -x^2 - 8x - 16$

c) $y = 2x^2 - x + 3$

f) $y = -3x^2 + 8x$

5. Probabilitat

- 5.1.** Llancem un dau de vuit cares i anotem el número que obtenim. Escriu:
- Els esdeveniments elementals
 - Els resultats favorables a l'esdeveniment A ="el nombre obtingut és més gran que 5"
 - Els resultats favorables a l'esdeveniment B ="el número obtingut és parell"
 - Els resultats favorables a l'esdeveniment C ="el número obtingut és més gran que 10"
 - Els resultats favorables a l'esdeveniment D ="obtenir un 6 o un 7"
- 5.2.** Una parella vol tenir tres fills. Troba:
- Els resultats possibles si H és nen i D és nena. (Fes un diagrama d'arbre).
 - Els resultats favorables a l'esdeveniment A ="almenys un dels tres fills és nen"
 - Els resultats favorables a l'esdeveniment B ="el fill més gran és nen"
 - Els resultats favorables a l'esdeveniment C ="dos dels fills són nenes"
- 5.3.** Indica la probabilitat de treure el que s'indica d'una baralla de 48 cartes en fer una única extracció:
- Una carta de copes.
 - Una carta més gran que 4
 - Una carta d'espases més gran que 4
 - Una carta que sigui una figura (sota, cavall o rei)
 - Una figura d'espases.
 - El cinc de copes.
- 5.4.** Si escollim a l'atzar un número del 0 al 100, calcula les probabilitats següents:
- El número és múltiple de 5
 - El número és parell
 - El número és primer.
 - El número és divisible per 10
 - El número és un quadrat perfecte.
 - El número és múltiple de 10 ó de 11.
- 5.5.** En llançar dos daus alhora, quina és la probabilitat d'obtenir:
- Suma de resultats igual a 7
 - Suma de punts igual a 11
 - Dos resultats iguals
 - Suma de resultats més gran que dotze
 - Suma de resultats entre 5 i 8
- 5.6.** Llancem un dau i una moneda, indica les probabilitats següents (pots fer un diagrama d'arbre):
- La moneda mostra cara i el dau un número que és múltiple de 3
 - Surt creu i un número parell
- 5.7.** Donats els esdeveniments: $A = \{2,4,5,7,8,10\}$ i $B = \{2,4,6,7,9\}$ d'un experiment aleatori consistent en llançar un dau de 10 cares numerades de l'u al deu i observar-ne el resultat, troba els resultats elementals favorables als esdeveniments:
- a) $A \cup B$ b) $A \cap B$ c) A d) B e) $A \cap B$ f) $A \cup B$
- 5.8.** Tenim dues urnes, una amb 3 boles vermelles, 2 blanques i 5 grogues; i l'altra, amb 4 boles vermelles, 2 blanques i 4 grogues.
- Indica en quina urna és més probable treure una bola vermella.
 - I treure una bola blanca?
 - I treure una bola groga?
- 5.9.** Considerem el joc: "Tenim un sac amb 3 boles vermelles, 2 grogues i 1 blanca". El joc acaba quan traiem la bola blanca. Com a màxim es poden treure tres boles. Escriu les diferents possibilitats ajudant-te d'un diagrama d'arbre.

5.10. Considerem l'experiment aleatori compost que consisteix en llançar una moneda, si surt cara llancem un dau cúbic (6 cares) i si surt creu llancem un dau tetraèdric (4 cares). Calcula la probabilitat que surti un número que sigui múltiple de 2. Fes un diagrama d'arbre situant les probabilitats a cada camí.

6. Estadística

6.1. Els trenta-tres alumnes d'un grup que es van examinar d'estadística van tenir les qualificacions següents:

9	5	6	7	3	6	8	5	7	6
9	7	4	3	6	8	7	6	9	2
5	4	8	6	5	7	6	4	6	5
8	6	10							

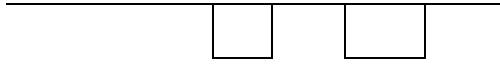
- a) Quina és la **variable** estudiada i de quin **tipus** és?
b) Resumeix les qualificacions en una taula (Utilitza les files que consideris necessàries)

x_i	n_i	N_i	f_i	F_i	%

- c) Quin percentatge d'alumnes va obtenir un 5? Quin va ser el percentatge de suspesos?
d) Quina és la nota mitjana de l'examen? I la més freqüent? (Indica els càlculs i les fórmules que utilitzes)
e) Calcula el coeficient de variació. (Indica els càlculs i les fórmules que utilitzes)
f) Construeix un diagrama de caixes i interpreta'l. (Indica els càlculs i les fórmules que utilitzes)

6.2. Completa la següent taula de freqüències:

Interval	x_i	n_i	N_i	f_i	F_i
$[0, _)$	7,5			0,14	
$[_, _)$					0,3
$[_, _)$		27			
$[_, _)$			126		0,63
$[_, _)$					0,82
$[_, _)$				0,18	



6.3. Troba les tres mesures de centralització estudiades corresponents a les dades de la següent taula de freqüències:

xi	10	20	30	40	50	60	70	80
fi	45	37	86	52	40	44	58	38