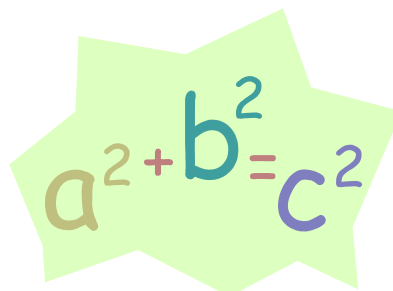


|                                                                                                                          |                                   |                 |               |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------|-----------------|---------------|
|  INSTITUT DE SALES<br>DEP. MATEMÀTIQUES | Nom i cognoms:                    |                 | Qualificació: |
|                                                                                                                          | Data Lliurament:<br>Inici de curs | Quadern d'estiu |               |



# Quadern d'estiu de Matemàtiques 4t d'ESO

En aquest quadern tens un recull d'exercicis, bàsicament de càlcul, que s'han anat treballant durant el curs. Pensa que et convé com a feina d'estiu repassar el que t'ha costat i si més no, practicar per no oblidar el que has après. Pràctica doncs una mica cada dia; l'estiu és molt llarg!.

**Si has suspès al Juny és obligatori que presentis aquesta feina a l'inici del setembre al professor/a de matemàtiques.**

Si has aprovat se't recomana de fer aquesta feina i es tindrà en compte la nota en el 1r trimestre del curs següent.

**Bones vacances**

Departament de Matemàtiques  
Institut de Sales

## 1. ELS NOMBRES

### Càlcul amb Enters i Fraccions

1.1. a)  $-3 + 9[4 - 7(8 - (-7))]$  =      b)  $(3 - 7)6 - 2(-1 + 3)$  =      c)  $5[6 - 3(4 - 2 + 5 - 8) + 2]$  =

1.2. a)  $\frac{2}{3} - \frac{1}{9}\left(\frac{4}{5} - \frac{7}{15}\right)$  =      b)  $\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) : \left(1 - \frac{1}{3}\right)$  =      c)  $7 - 2 : \left(4 - \frac{3}{2}\right)$  =

### Càlcul amb Potències

1.3. a)  $(-2)^3$  =      b)  $(-2)^{-3}$  =      c)  $-3^2$  =      d)  $(-3)^2$  =

1.4. a)  $(-3)^2(-2) - (-1)^5 + (-2)(-3)^3$  =      b)  $6^{\frac{1}{4}}$  =      c)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$  =      d)  $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-\frac{1}{3}}$  =

1.5. Expressa en notació científica les següents magnituds:

- a) El pes d'un gra d'arròs: 0,000027 kg
- b) El nombre de grans d'arròs en un kilogram: 36000 grans
- c) El nombre de molècules que hi ha en un gram d'hidrogen: 301.000.000.000.000.000.000
- d) La distància mitjana de la Terra al Sol: cent cinquanta milions de quilòmetres.

1.6. Calcula el contorn de la Terra (longitud de l'equador) sabent que el radi terrestre és aproximadament  $6,37 \cdot 10^5$  m. Si caminem a un ritme de 1,5 m/s, quants segons trigariem en donar la volta a la Terra suposant que es pogués fer (caminant sempre per l'equador independentment de muntanyes, mars,...).

### Càlcul amb Radicals

1.7. Extreu factors dels radicals següents:  $\sqrt{216}$ ,  $\sqrt{54}$ ,  $\sqrt{300}$ ,  $\sqrt{4032}$ ,  $\sqrt[3]{5400}$

1.8. a)  $\sqrt{45} - 2\sqrt{5} + 3\sqrt{20}$  =      b)  $2\sqrt{32} + 4\sqrt{18} - 5\sqrt{200} + \sqrt{242}$  =

1.9. a)  $(\sqrt{6} - \sqrt{8}) \cdot (1 - \sqrt{2}) - (1 + \sqrt{3})^2$  =      b)  $(\sqrt{2} - \sqrt{5})^2 - (\sqrt{2} + \sqrt{5})^2 - (6 - 4\sqrt{10})$  =

## 2. ÀLGEBRA

### 2.1 Polinomis

Donats els polinomis  $A(x) = -2x^3 + 3x^2 - x + 2$        $B(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$        $C(x) = x^2 - 1$

2.1.1 Calcula:

a)  $A(x) + B(x)$       b)  $A(x) - B(x)$       c)  $A(x) \cdot C(x)$       d)  $[A(x) + B(x)] \cdot C(x)$

2.1.2 Divideix per Ruffini:

a)  $A(x) : (x - 2)$       b)  $B(x) : (x + 3)$       c)  $[A(x) + B(x)] : (x + 1)$

2.1.3 Troba els valors numèrics següents:

a)  $A(2)$       b)  $B(-3)$       c)  $A(-1)$       d)  $B(-1)$       e)  $A(0)$       d)  $B(0)$

2.1.4 Calcula les arrels dels polinomis:  $P(x) = x^2 - x - 2$        $Q(x) = 3x^2 - 2x - 5$        $R(x) = x^3 - 3x + 2$

2.1.4. Indica la factorització dels polinomis anteriors P(x), Q(x) i R(x)

## 2.2. Identitats Notables (Troba l'expressió equivalent)

a)  $(x+1)^2=$

b)  $(2x+5)^2=$

c)  $(1-10x)^2=$

d)  $(-3-x)^2=$

a)  $(x+4)(x-4)=$

b)  $(8+3x)(8-3x)=$

c)  $(x^2+x)(x^2-x)=$

d)  $(-x^2+11)(-x^2-11)=$

a)  $x^2-36=$

b)  $x^2+12x+6=$

c)  $25-30x+9x^2=$

d)  $-x^2-8x-16=$

## 2.2. Equacions de 1r Grau

2.2.1.  $3(x-2)-4(x+5)=10(x+4)$

2.2.2.  $9(2x+3)-4(3x-1)=x+41$

2.2.3.  $x+1-\frac{3x}{2}=2-\frac{x}{2}-\frac{1}{2}$

2.2.4.  $\frac{x+1}{3}-\frac{x-1}{4}=\frac{x}{2}-\frac{x-2}{12}$

2.2.5.  $2(x-5)+7=\frac{4x+1}{2}$

2.2.6.  $\frac{x-2}{5}=\frac{x+3}{10}+7-x$

2.2.7.  $2x-(3+4x)=5\left(x-\frac{3}{5}\right)$

2.2.8.  $\frac{3x+4}{3}-\frac{2x+1}{4}=\frac{x}{2}+\frac{13}{12}$

2.2.9.  $\frac{5(x-2)}{3}-\frac{7(x-3)}{2}=5+\frac{x-1}{2}-(x+4)$

## 2.3. Inequacions de 1r Grau

2.3.1.  $x-3 < 3x-6$

2.3.2.  $x-\frac{1}{4} \geq \left(4-\frac{1}{5}x\right)\frac{2}{3}$

2.3.3.  $\frac{3x-1}{2}-\frac{x+5}{2} \geq x-\left(\frac{x}{2}-1\right)-\frac{1}{10}$

2.3.4.  $\left(\frac{3}{4}+\frac{x}{2}\right)^2 < \left(\frac{2}{5}-x\right)^3$

## 2.4. Sistemes d'equacions de 1r Grau

2.4.1. a)  $\begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = \frac{1}{2} \\ 2y - x = 2 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} 3x + y = 10 \\ 2x + 3y = 9 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} \frac{x}{2y-3} = 9 \\ \frac{x+3}{y} = 6 \end{cases}$

2.4.2. a)  $\begin{cases} 4x - 6y = 30 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} -x = y - 2 \\ 2(x-1) = -y + x \end{cases}$

c)  $\begin{cases} \frac{x+y}{4} + \frac{x-y}{2} = 3 \\ \frac{12x-7y}{13} = 3 \end{cases}$

## 2.5. Equacions de 2n Grau

a)  $x^2 - 3x = 0$

b)  $2x^2 = 72$

c)  $-x^2 - 3x + 4 = 0$

d)  $2x^2 - 5x + 3 = 0$

e)  $(x-1)^2 = 6$

f)  $(2x-1) \cdot (x+2) = 0$

g)  $x^2 - \frac{x}{2} = \frac{1}{3} - \frac{2x}{3}$

$$h) 5(x-1)^2 = (2x+1)(x+1)$$

$$i) (x+6)(x-6) - 8 = 1 - 4x$$

$$j) x(x+3) = 2x$$

$$k) \frac{1}{x+1} = 1 - x$$

$$l) 4x^2 - 24 = 3x^2 + 601$$

$$m) 24x^2 - 7x = 3x\left(5x - \frac{x}{2}\right)$$

$$n) \frac{1}{3}\left(x + \frac{1}{3}\right) = x(1-x)$$

## 2.6. Problemes d'aplicació

**2.6.1.** Quatre gelats grans i 6 de mida petita ens costen 13'60 €, però si comprem 6 gelats grans i 4 petits ens costen 14'90 €. Quin és el preu dels gelats?

**2.6.2.** En un test de 100 qüestions de cultura general, per cada qüestió ben contestada es donen 7 punts, i per cada qüestió no contestada o incorrecta ens en treuen 10. Una persona hi va aconseguir un total de 88 punts. ¿Quantes qüestions va contestar correctament?

**2.6.3.** La suma de la meitat i la setena part d'un número és deu unitats inferior al número. De quin número es tracta?

**2.6.4.** La suma dels quadrats de dos números consecutius és 545. Quins són? Hi ha més d'una solució?

**2.6.5.** Em falten 2 € per comprar-me una carpeta. Si costés dues cinquenes parts del que val, la podria comprar i encara em sobriarien 2'2 €. Quin és el preu de la carpeta?

**2.6.6.** Amb 1.200 € hem comprat un cert nombre de llibres d'igual preu. Si cada llibre costés 10 € més car hauríem comprat 4 llibres menys. Quant costa cada llibre i quants hem comprat?

**2.6.7.** Quines dimensions ha de tenir un rectangle per a que el perímetre sigui 34 m i la superfície 72 m<sup>2</sup>?

**2.6.8.** Els diàmetres de les monedes de 0'5 € i 1 € són respectivament 24 mm i 22'5 mm. Alineant monedes d'ambdós tipus s'aconsegueix una longitud de 1,32 m, amb un valor de 36 €. Quantes monedes hi haurà de cada tipus?

**2.6.9.** Un pare té actualment 5 vegades l'edat de la seva filla. D'aquí a tres anys l'edat del pare serà 4 vegades la de la filla. Quines són les edats actuals?

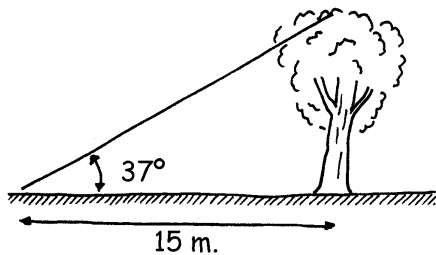
**2.6.10.** Fa 19 anys l'edat d'una persona era el doble de la d'una altra. Dintre d'onze anys l'edat de la segona serà 7/9 la de la primera. Quines edats tenen?

## 3. Trigonometria (Optatiu; segons el que hagi fet a classe)

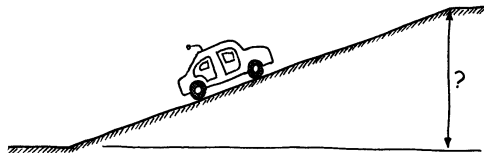
Resolució de triangles. Calcula utilitzant trigonometria l'angle o el costat que es demana en cada gràfic:

**3.2** Un estel que disposa d'una corda de 100 m aixeca el vol. A quina alçada es trobarà si l'angle que forma amb el terra és de 60°?

**3.3** Quina serà l'altura d'un arbre que forma un angle de 37° des de una distància de 15 m?



**3.4** Un cotxe puja per una rampa amb un pendent de  $32^\circ$ . Quants metres pujarà verticalment si ha recorregut 510 m.?



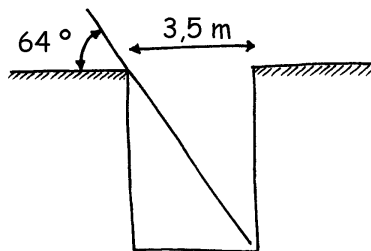
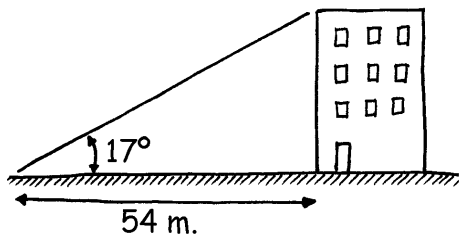
**3.5** Calcula la longitud de l'ombra que projecta un arbre de 3,5 m d'altura quan la inclinació dels raigs solars és de  $38^\circ$ .

**3.6** Amb l'ajuda de la calculadora completa la següent taula:

| $\angle$   | $\sin \angle$ | $\cos \angle$ | $\sin \angle : \cos \angle$ | $\operatorname{tg} \angle$ |
|------------|---------------|---------------|-----------------------------|----------------------------|
| $30^\circ$ |               |               |                             |                            |
| $50^\circ$ |               |               |                             |                            |
| $85^\circ$ |               |               |                             |                            |

- a) Hi ha alguna cosa dels resultats que et cridi l'atenció?  
b) Per què això que has vist val per a tots els angles?.

**3.7** Quina serà l'altura d'un edifici si veiem el seu extrem superior amb un angle de  $17^\circ$  des d'una distància de 54 m?



**3.8** Calcula la profunditat del pou de la figura:

**3.9** Un estel que disposa d'una corda de 80 m aixeca el vol. A quina alçada es trobarà si l'angle que forma amb el terra és de  $50^\circ$ ?

**3.10** Amb l'ajuda de la calculadora completa la següent taula:

| $\angle$   | $\sin \angle$ | $\cos \angle$ | $(\sin \angle)^2$ | $(\cos \angle)^2$ | $(\sin \angle)^2 + (\cos \angle)^2$ |
|------------|---------------|---------------|-------------------|-------------------|-------------------------------------|
| $30^\circ$ |               |               |                   |                   |                                     |
| $50^\circ$ |               |               |                   |                   |                                     |
| $85^\circ$ |               |               |                   |                   |                                     |

- a) Hi ha alguna cosa dels resultats que et cridi l'atenció?  
b) Per què això que has vist val per a tots els angles?.

## 4. Funcions

### 4.1. La Recta

- 4.1.1.** Escribe las ecuaciones de las siguientes rectas y represéntalas gráficamente:
- pendiente 2 y ordenada a l'origen 4
  - pendiente  $-1$  y ordenada a l'origen 3
  - pendiente  $2/5$  y ordenada a l'origen  $-2$
- 4.1.2.** Escribe la fórmula o ecuación de cuatro funciones que tengan por gráficas rectas que pasen por el punto  $(3,-1)$ . Dibuja-les sobre unos mismos ejes.
- 4.1.3.** Escribe la ecuación de la recta que pasa por los puntos  $(1,1)$  y  $(4,-2)$  y dibújala.
- 4.1.4.** Encuentra la ecuación de la recta que pasa por el punto  $(-1,6)$  y tiene pendiente  $-1/2$ . Representa-la.
- 4.1.5.** Escribe las ecuaciones de 5 rectas paralelas con pendiente  $-5$  y dibújalas en unos mismos ejes.
- 4.1.6.** Encuentra la ecuación de la recta que pasa por  $(2,2)$  y es paralela a la recta que pasa por los puntos  $(-3,-1)$  y  $(3,12)$ . Representa-la.
- 4.1.7.** Escribe las ecuaciones de dos rectas cualesquiera que pasen por el punto  $(2,-3)$ . Dibuja-les. Resuelve el sistema formado por las dos ecuaciones. ¿Qué observas?
- 4.1.8.** ¿Cuál es la ecuación de la recta que pasa por los puntos  $(1,-1)$  y  $(-2,3)$ . Utiliza esta ecuación que has encontrado para encontrar 5 puntos alineados con estos dos. Haz-ne el gráfico.
- 4.1.9.** Dibuja el gráfico de las rectas:  $y = -3$ ,  $y = 2$ ,  $y = 0$ . ¿Cuál es la pendiente de estas rectas?
- 4.1.10.** Dibuja el gráfico de las rectas:  $x = -3$ ,  $x = 2$ ,  $x = 0$ . ¿Cuál es la pendiente de estas rectas?

## 4.2. La Parábola

**4.2.1.** Para cada una de las parábolas siguientes di si tiene máximo o mínimo, si es más abierta o más cerrada que la parábola  $y = x^2$  y escribe la ecuación de su eje de simetría y las coordenadas del vértice:

- |                                  |                   |                         |
|----------------------------------|-------------------|-------------------------|
| a) $y = 2x^2 - 5$                | b) $y = -(x-1)^2$ | c) $y = \frac{1}{2}x^2$ |
| d) $y = (x+1)^2 - 1$             |                   |                         |
| e) $y = -\frac{1}{3}(x-2)^2 + 3$ | f) $y = 4(x+3)^2$ | g)                      |
| $y = -(x-2)^2 - 1$               |                   |                         |

**4.2.2.** Dibuja las siguientes parábolas, calculando previamente los puntos de corte con los ejes, el vértice y el eje de simetría:

- |                        |                         |
|------------------------|-------------------------|
| a) $y = x^2 - 5x - 14$ | d) $y = x^2 - 6x + 16$  |
| b) $y = x^2 + 4x + 9$  | e) $y = -x^2 - 8x - 16$ |
| c) $y = 2x^2 - x + 3$  | f) $y = -3x^2 + 8x$     |

## 5. Probabilidad

**5.1.** Lanzamos un dado de seis caras y anotamos el número que obtenemos. Escribe:

- Los sucesos elementales
- Los resultados favorables al suceso  $A = \text{"el número obtenido es mayor que 5"}$
- Los resultados favorables al suceso  $B = \text{"el número obtenido es par"}$
- Los resultados favorables al suceso  $C = \text{"el número obtenido es mayor que 10"}$
- Los resultados favorables al suceso  $D = \text{"obtener un 6 o un 7"}$

**5.2.** Una pareja quiere tener tres hijos. Encuentra:

- Los resultados posibles si H es niño y D es niña. (Haz un diagrama de árbol).

- b) Els resultats favorables a l'esdeveniment  $A = \text{"almenys un dels tres fills és nen"}$
- c) Els resultats favorables a l'esdeveniment  $B = \text{"el fill més gran és nen"}$
- d) Els resultats favorables a l'esdeveniment  $C = \text{"dos dels fills són nenes"}$

5.3. Indica la probabilitat de treure el que s'indica d'una baralla de 48 cartes en fer una única extracció:

- a) Una carta de copes.
- b) Una carta més gran que 4
- c) Una carta d'espases més gran que 4
- d) Una carta que sigui una figura (sota, cavall o rei)
- e) Una figura d'espases.
- f) El cinc de copes.

5.4. Si escollim a l'atzar un número del 0 al 100, calcula les probabilitats següents:

- a) El número és múltiple de 5
- b) El número és parell
- c) El número és primer.
- d) El número és divisible per 10
- e) El número és un quadrat perfecte.
- f) El número és múltiple de 10 ó de 11.

5.5. En llançar dos daus alhora, quina és la probabilitat d'obtenir:

- a) Suma de resultats igual a 7
- b) Suma de punts igual a 11
- c) Dos resultats iguals
- d) Suma de resultats més gran que dotze
- e) Suma de resultats entre 5 i 8

5.6. Llancem un dau i una moneda, indica les probabilitats següents (pots fer un diagrama d'arbre):

- a) La moneda mostra cara i el dau un número que és múltiple de 3
- b) Surt creu i un número parell

5.7. Donats els esdeveniments:  $A = \{2,4,5,7,8,10\}$  i  $B = \{2,4,6,7,9\}$  d'un experiment aleatori consistent en llançar un dau de 10 cares numerades de l'u al deu i observar-ne el resultat, troba els resultats elementals favorables als esdeveniments:

- a)  $A \cup B$
- b)  $A \cap B$
- c)  $A$
- d)  $B$
- e)  $A \cap B$
- f)  $A \cup B$

5.8. Tenim dues urnes, una amb 3 boles vermelles, 2 blanques i 5 grogues; i l'altra, amb 4 boles vermelles, 2 blanques i 4 grogues.

- a) Indica en quina urna és més probable treure una bola vermella.
- b) I treure una bola blanca?
- c) I treure una bola groga?

5.9. Considerem el joc: "Tenim un sac amb 3 boles vermelles, 2 grogues i 1 blanca". El joc acaba quan traiem la bola blanca. Com a màxim es poden treure tres boles. Escribe les diferents possibilitats ajudant-te d'un diagrama d'arbre.

5.10. Considerem l'experiment aleatori compost que consisteix en llançar una moneda, si surt cara llancem un dau cúbic (6 cares) i si surt creu llancem un dau tetraèdric (4 cares). Calcula la probabilitat que surti un número que sigui múltiple de 2. Fes un diagrama d'arbre situant les probabilitats a cada camí.

## 6. Estadística

6.1. Els trenta-tres alumnes d'un grup que es van examinar d'estadística van tenir les qualificacions següents:

|   |   |    |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|----|---|---|---|---|---|---|---|
| 9 | 5 | 6  | 7 | 3 | 6 | 8 | 5 | 7 | 6 |
| 9 | 7 | 4  | 3 | 6 | 8 | 7 | 6 | 9 | 2 |
| 5 | 4 | 8  | 6 | 5 | 7 | 6 | 4 | 6 | 5 |
| 8 | 6 | 10 |   |   |   |   |   |   |   |

- a) Quina és la **variable** estudiada i de quin **tipus** és?
- b) Resumeix les qualificacions en una taula (Utilitza les files que consideris necessàries)

| $x_i$ | $f_i$ | $F_i$ | $h_i$ | $H_i$ | % |
|-------|-------|-------|-------|-------|---|
|       |       |       |       |       |   |
|       |       |       |       |       |   |
|       |       |       |       |       |   |
|       |       |       |       |       |   |
|       |       |       |       |       |   |
|       |       |       |       |       |   |
|       |       |       |       |       |   |
|       |       |       |       |       |   |
|       |       |       |       |       |   |
|       |       |       |       |       |   |
|       |       |       |       |       |   |
|       |       |       |       |       |   |
|       |       |       |       |       |   |

- c) Quin percentatge d'alumnes va obtenir un 5? Quin va ser el percentatge de suspesos?  
d) Quina és la nota mitjana de l'examen? I la més freqüent? (Indica els càlculs i les fórmules que utilitzes)  
e) Calcula el coeficient de variació. (Indica els càlculs i les fórmules que utilitzes)  
f) Construeix un diagrama de caixes i interpreta'l. (Indica els càlculs i les fórmules que utilitzes)

**6.2.** Completa la següent taula de freqüències:

| Interval  | xi  | fi | Fi  | hi   | Hi   |
|-----------|-----|----|-----|------|------|
| [0, __)   | 7,5 |    |     | 0,14 |      |
| [ __, __) |     |    |     |      | 0,3  |
| [ __, __) |     | 27 |     |      |      |
| [ __, __) |     |    | 126 |      | 0,63 |
| [ __, __) |     |    |     |      | 0,82 |
| [ __, __) |     |    |     | 0,18 |      |
|           |     |    |     |      |      |

**6.3.** Troba les tres mesures de centralització estudiades corresponents a les dades de la següent taula de freqüències:

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| xi | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 |
| fi | 45 | 37 | 86 | 52 | 40 | 44 | 58 | 38 |