

**DEURES D'ESTIU PER ALS ALUMNES QUE HAN FET 1r BATXILLERAT SOCIAL
EL CURS 2020/2021**

Benvolguts pares i alumnes de l'Institut Gorgs,

Els professors del departament de matemàtiques hem elaborat aquest llistat d'exercicis de repàs dels temes treballats durant aquest curs, que considerem que és important que es tinguin ben assolits per no tenir dificultats el curs vinent.

- **Els alumnes que teniu les matemàtiques suspeses** heu de lliurar obligatòriament aquests exercicis resolts el dia de la recuperació de setembre. Si no els presenteu, us quedarà l'assignatura suspesa.
- **TOTS els alumnes fareu un EXAMEN d'aquests deures el segon dia de classe de matemàtiques del curs 21-22.** Cal doncs, resoldre els dubtes que tingueu durant la primera quinzena de setembre.

El llistat d'exercicis està penjat al Classroom i a la pàgina web del centre: <http://agora.xtec.cat/ies-gorgs/>

Hem posat les solucions dels exercicis per tal que els autocorregiu, i en cas de tenir-los malament, els reviseu. Podeu venir a preguntar dubtes a partir de l'1 de setembre. Tots els professors de matemàtiques hi serem per atendre-us.

BONES VACANCES i fins el setembre.

Departament de Matemàtiques

NOMBRES REALS

1. Calcula i dona el resultat en forma de fracció irreductible:

$$\text{a) } \frac{\left(2 - \frac{1}{3}\right)^{-2}}{\frac{1}{5} - 2}$$

$$\text{b) } \left(1 + \frac{1}{2}\right)^{-2} - \left(2 - \frac{2}{4}\right)^{-1} =$$

$$\text{c) } \left(1 + \frac{1}{2}\right)^{-1} - (2)^{-2} \cdot \frac{1}{3} =$$

$$\text{d) } \frac{3^{-1} - \left(\frac{2}{3}\right)^2}{\left(1 - \frac{2}{3}\right)^{-2}} =$$

$$\text{e) } \frac{\left(2 - \frac{5}{2}\right)^{-2}}{(-2)^{-2}} =$$

$$\text{f) } \left(-\frac{3}{2}\right)^2 : \left(-\frac{3}{2}\right)^4 =$$

2. Donats els conjunts $A = \{x \in \mathbb{R} / -1 < x < 7\}$ i $B = \{x \in \mathbb{R} / x \geq 0\}$

a) Escriu els conjunts A i B en forma d'interval.

b) Representa sobre la recta real els conjunts A i B i escriu en forma d'interval el conjunt $A \cap B$ i $A \cup B$

3. Calcula i simplifica :

$$\text{a) } 3\sqrt{8} + \frac{\sqrt{12}}{2} + \sqrt{2} - 5\sqrt[4]{9} =$$

$$\text{b) } \frac{4\sqrt{25} - \sqrt{72} - 8 + 9\sqrt{32}}{18} =$$

$$\text{c) } (3\sqrt{3} - 2)^2 =$$

$$\text{d) } (1 - 5\sqrt{6}) \cdot (2\sqrt{8} - \sqrt{3}) =$$

$$\text{e) } (\sqrt{6} - 2\sqrt{2})^2 =$$

$$\text{f) } 8 - 5\sqrt{3} \cdot (2\sqrt{3} - 1) =$$

4. Racionalitza i simplifica:

$$\text{a) } \frac{4 - \sqrt{8}}{5\sqrt{2}}$$

$$\text{b) } \frac{9 - \sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$$

$$\text{c) } \frac{3\sqrt{2} - \sqrt{5}}{3\sqrt{2} + \sqrt{5}}$$

$$\text{d) } \frac{2\sqrt{6} - 1}{3\sqrt{2} - \sqrt{3}}$$

5. Troba, a partir de la definició, els logaritmes següents:

$$\text{a) } \log_3 243 \quad \text{b) } \log_2 64 \quad \text{c) } \log 1000 \quad \text{d) } \log 0,001 \quad \text{e) } \log_5 \frac{1}{25}$$

$$\text{f) } \ln e^2 \quad \text{g) } \ln \frac{1}{e^3} \quad \text{h) } \log_3 1 \quad \text{i) } \log(-1000) \quad \text{j) } \log_5 1$$

6. Calcula el valor d' x (a partir de la definició del logaritme):

$$\text{a) } \log_x 81 = 4 \quad \text{b) } \log_x 100 = -2 \quad \text{c) } \log_x \frac{1}{8} = 3 \quad \text{d) } \log_9 x = \frac{2}{3}$$

7. Calcula: a) $\log_a \sqrt{a^3} =$ b) $\ln e^5 =$ c) $\log_3 10 =$ d) $\log_a 1 =$

8. Calcula el valor d' x :

$$\text{a) } \log_3 (x-1) = 2 \quad \text{b) } \log_x 8 = 3 \quad \text{c) } \log_2 16 = x$$

$$\text{d) } 3^x = 100 \quad \text{e) } 5^{x^2-1} = 1 \quad \text{f) } 3^{5x} - 9 = 1$$

POLINOMIS I FRACCIONS ALGEBRAIQUES

9. Factoritza els següents polinomis i escriu les seves arrels:

a) $4x^4 - x^2$

b) $x^4 - 2x^2 + 1$

c) $x^4 + x$

d) $2x^2 - x - 3 =$

e) $2t^3 - 18t$

f) $2t^3 - 7t^2 + 4t + 4$

g) $t^3 - \frac{1}{25}t$

h) $5x^5 + 13x^4 + 4x^3 - 4x^2$

i) $t^4 - t^3 - 3t^2 + t + 2$

10. Simplifica les següents fraccions algebraiques:

a) $\frac{x+1}{x^2-1}$

b) $\frac{x^3-x^2+3x-3}{x^2-1}$

c) $\frac{3x^2-6x-9}{2x-6}$

d) $\frac{9x^2-1}{3x^2-4x+1}$

11. Opera i simplifica:

a) $\frac{7}{x} + \frac{x+3}{x^2} =$

b) $\frac{x+1}{x^2-1} - \frac{2}{x-1} =$

c) $\left(\frac{1}{1-x} - 1\right) : \frac{x^2+x^3}{1-x^2} =$

d) $\frac{5x^2-20}{x^3-3x+2} : \frac{10x}{x^2-2x+1} =$

e) $\frac{x}{3x-6} - \frac{x+1}{x-2} =$

f) $\frac{x^2-1}{x^2+x} + \frac{2}{x} - 1 =$

EQUACIONS, INEQUACIONS I SISTEMES

12. Resol les següents equacions:

a) $(2x-1) \cdot (3-2x) = (1-2x)^2$

b) $t^3 + t^2 - 5t - 5 = 0$

c) $4x(x-3)^2(2x-5) = 0$

d) $(2-3x)^2 = 16$

e) $8x^3 + 27 = 0$

f) $y^4 - 81 = 0$

g) $y^4 + 81 = 0$

h) $x^4 + 8x = 0$

i) $75 - 3x^2 = 0$

j) $\frac{3x+1}{5x-1} = \frac{-1}{x-2}$

k) $x + \sqrt{3x+1} = 9$

l) $4x^4 + 3x^2 - 1 = 0$

m) $2\sqrt{2x+3} + 1 = 4x + 3$

n) $-x^2 - 3x = x^2 - 3(x-6)$

13. Resol les equacions:

a) $5 + \log(1-2x) = 6$

b) $2^{x-1} = 10$

c) $\log(x+10) = 2$

d) $\log_2(x-1) - 3 = 1$

14. Classifica els següents sistemes sense resoldre'ls:

a) $\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 15x - 10y = 5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 10x - 2y = 5 \\ -5x + y = 3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 4x - 6y = 2 \\ -6x + 9y = -3 \end{cases}$

15. Resol els següents sistemes (pel mètode que vulguis) i classifica'ls :

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \begin{cases} x - \frac{y+2}{3} = 1 \\ 6 = y - 3(x+1) \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} 5x - 2y = 1 \\ -4x + 3y = -5 \end{cases} & \text{c)} \begin{cases} x + y - z = 3 \\ x - 2y + 3z = -3 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases} \\ \text{d)} \begin{cases} \frac{4}{x-y} = 2 \\ 2(x-1) = 3y - (x-4) \end{cases} & \text{e)} \begin{cases} \frac{x+1}{3} - y = 1 \\ 2(x-5) = 4 + 6y \end{cases} & \text{f)} \begin{cases} \frac{x-5}{x+y} = 4 \\ 2x - \frac{4y+2}{3} = 0 \end{cases} \\ \text{g)} \begin{cases} x + y + z = 2 \\ x - y + z = 6 \\ x - y - z = 0 \end{cases} & \text{h)} \begin{cases} 4x + y = 7 \\ x + 2y = 0 \\ 3x - 5y = 1 \end{cases} \end{array}$$

16. Si sumem 2 unitats al denominador d'una fracció, la nova fracció val una unitat. En canvi, si sumem 3 unitats al numerador de la fracció original, la nova fracció val 2 unitats. Determineu la fracció original.

17. Un antiquari compra dues peces d'art diferents per un total de 2000 €. En una subhasta ha aconseguit vendre una de les peces amb un guany del 60%. Per poder vendre la segona peça, ha hagut de rebaixar el preu de compra de la peça un 10%. Amb la venda de les dues peces ha ingressat 2640€. A quin preu va comprar cada peça?

18. M'he comprat un ordinador i una impressora per 651 €. Inicialment l'ordinador valia el triple que l'impressora, però m'han fet un descompte del 20% en el preu de l'ordinador i un 30% de descompte en el preu de la impressora. Quin era el preu de l'ordinador i de la impressora abans del descompte.

19. Resol les següents inequacions:

$$\text{a)} \frac{3(x-1)}{4} - \frac{2x+3}{8} \leq x \qquad \text{b)} \frac{5x-1}{3} - x + 2 < 1$$

20. Resol els següents sistemes d'inequacions i dóna el resultat en forma d'interval:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \begin{cases} x - 1 - \frac{4x+1}{3} > 1 \\ 3x + 9 \geq x - 11 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} \frac{1}{2} - \frac{x}{3} \geq 0 \\ 2(x-1) > 7 - x \end{cases} & \text{c)} \begin{cases} \frac{x+1}{2} > 3x - 2 \\ 5(x-2) + 4 > x - 6 \\ 8 - 3x < 12 \end{cases} \end{array}$$

21. Resol els següents sistemes d'inequacions lineals i dóna el resultat en forma gràfica:

$$\text{a)} \begin{cases} x + y > 4 \\ x - y \leq -2 \end{cases} \quad \text{b)} \begin{cases} -3x + y < -5 \\ 4x - 2y > 0 \end{cases} \quad \text{c)} \begin{cases} \frac{-2x}{3} + 2y \geq \frac{2}{3} \\ 10x - 2y > 1 \end{cases} \quad \text{d)} \begin{cases} 2x - y \leq 3 \\ 3x + y > -2 \\ y \leq 3 \end{cases}$$

FUNCIONS I FUNCIONS ELEMENTALS

22. Dibuixa tres gràfics, un per cada una de les característiques següents:

- Una funció que tingui domini $\mathbb{R} - \{3\}$. \mathbb{R} és el conjunt dels nombres reals.
- Una corba que no sigui una funció.

23. a) Troba l'equació de la recta que passa pels punts $A=(1,-3)$ i $B=(2,4)$ i

b) Determina'n els punts de tall amb els eixos.

c) La funció que representa, és creixent?

d) Escriu l'equació de la recta que li és paral·lela i passa pel punt $(0,-2)$.

24. De les tres funcions següents $f(x) = -1$, $g(x) = -2x + 3$ i $h(x) = x^2 - 2x$

calcula:

a) La imatge de $x=0$, $x=2$ i $x=-1$

b) L'antiimatge de $x=0$ i $x=-1$

c) El domini i el recorregut

d) Els punts de tall amb els eixos de coordenades

e) El seu gràfic

25. Calcula el domini de les funcions:

a) $f(x) = \frac{x+3}{x^2+x}$

b) $f(x) = \frac{x-2}{18-2x^2}$

c) $f(x) = \sqrt{2-(3x+5)}$

d) $f(x) = \frac{5x-2}{x^2+9}$

e) $f(x) = \frac{x+1}{x^2-x-2}$

f) $f(x) = \begin{cases} 3x-1 & \text{si } x < 1 \\ 2x^2-1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

g) $f(x) = \text{Ln}(1-x)$

h) $f(x) = e^{x-3}$

26. Calcula els punts d'intersecció de la funció $f(x) = \frac{9x^2-1}{x+5}$ amb els eixos.

27. Donades les funcions $f(x)$ i $g(x)$, calcula l'expressió analítica de les funcions

$(g \circ f)(x)$ i $(f \circ g)(x)$.

a) $f(x) = 2x-1$ i $g(x) = x^2+3$

b) $f(x) = \frac{2x}{x-1}$ i $g(x) = \frac{x-2}{x}$

28. Representa gràficament les funcions següents:

a) $f(x) = |2x-3|$

b) $g(x) = |-3x+1|$

c) $h(x) = |x^2+6x+5|$

d) $i(x) = |-x^2+x-2|$

29. Donada la funció: $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 3x & \text{si } x \leq 1 \\ |2x - 6| & \text{si } 1 < x \leq 4 \end{cases}$

- Calcula $f(1)$ i $f(5)$
- Escriu el domini de la funció.
- Calcula $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ i $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$
- Fes la representació gràfica de la funció fent prèviament tots els càlculs necessaris.
- Escriu el recorregut a partir del gràfic que has fet en l'apartat d.

30. Donada la funció: $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 8x - 12 & \text{si } x < -2 \\ |x - 2| & \text{si } 0 \leq x \leq 6 \\ 7 & \text{si } x > 6 \end{cases}$

- Calcula $f(-1)$ i $f(1)$
- Escriu el domini de la funció.
- Fes la representació gràfica de la funció fent prèviament tots els càlculs necessaris.
- Escriu el recorregut a partir del gràfic que has fet en l'apartat d.

31. Donada la funció $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x - 6 & \text{si } -2 \leq x \leq 2 \\ -6 & \text{si } 2 < x < 5 \\ x + 2 & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$

- Calcula les imatges de -3, de 0 i de 5
- Escriu el domini de la funció.
- Fes la representació gràfica de la funció fent prèviament tots els càlculs.
- Escriu el recorregut a partir del gràfic que has fet en l'apartat c.

SOLUCIONS

1) a) $-\frac{1}{5}$ b) $-\frac{2}{9}$ c) $\frac{7}{12}$ d) $-\frac{1}{81}$ e) 16 f) $\frac{4}{9}$

2) a) $A = (-1, 7)$ i $B = [0, +\infty)$

b) $A \cap B = [0, 7)$ $A \cup B = (-1, +\infty)$

3) a) $7\sqrt{2} - 4\sqrt{3}$ b) $\frac{5\sqrt{2} + 2}{3}$ c) $31 - 12\sqrt{3}$

d) $19\sqrt{2} - 41\sqrt{3}$ e) $14 - 8\sqrt{3}$ f) $-22 + 5\sqrt{3}$

4) a) $\frac{2\sqrt{2}-2}{5}$ b) $\frac{3\sqrt{3}-1}{2}$ c) $\frac{23-6\sqrt{10}}{13}$ d) $\frac{11\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{15}$

5) a) 5 b) 6 c) 3 d) -3 e) -2 f) 2 g) -3 h) 0 i) No existeix j) 0

6) a) $x=3$ b) $x=\frac{1}{10}$ c) $x=\frac{1}{2}$ d) $x=3\sqrt[3]{3}$

7) a) $\frac{3}{2}$ b) 5 c) $\frac{1}{\log 3} \approx 2,096$ d) 0

8) a) $x=10$ b) $x=2$ c) $x=4$ d) $x=\frac{2}{\log 3} \approx 4,192$ e) $x=\pm 1$ f) $x=\frac{1}{5\log 3} \approx 0,419$

9) a) $x^2(2x-1)(2x+1)$ Arrels: $x=0$ (doble), $x=1/2$ i $x=-1/2$
 b) $(x-1)^2(x+1)^2$ Arrels: $x=1$ i $x=-1$ les dues dobles
 c) $x(x+1)(x^2-x+1)$ Arrels: $x=0$ i $x=-1$
 d) $(2x-3)(x+1)$ Arrels: $x=3/2$ i $x=-1$
 e) $2t(t+3)(t-3)$ Arrels: $t=0$, $t=-3$ i $t=3$
 f) $(t-2)^2(2t+1)$ Arrels: $t=2$ (doble) i $t=-1/2$
 g) $t(t+1/5)(t-1/5)$ Arrels: $t=0$ $t=-1/5$ i $t=1/5$
 h) $x^2(x+1)(5x-2)(x+2)$ Arrels: $x=0$ (doble), $x=-1$, $x=2/5$ i $x=-2$
 i) $(t+1)^2(t-1)(t-2)$ Arrels: $t=-1$ (doble), $t=1$ i $t=2$

10) a) $\frac{1}{x-1}$ b) $\frac{x^2+3}{x+1}$ c) $\frac{3x+3}{2} = \frac{3}{2}(x+1)$ d) $\frac{3x+1}{x-1}$

11) a) $\frac{8x+3}{x^2}$ b) $\frac{-1}{x-1}$ c) $\frac{1}{x}$ d) $\frac{x-2}{2x}$ e) $\frac{-2x-3}{3x-6}$ f) $\frac{1}{x}$

12) a) $x=\frac{1}{2}$; $x=1$ b) $t=-1$; $t=\sqrt{5}$; $t=-\sqrt{5}$ c) $x=0$; $x=3$; $x=\frac{5}{2}$

d) $x=2$; $x=-\frac{2}{3}$ e) $x=-\frac{3}{2}$ f) $x=3$; $x=-3$ g) No té solució
 h) $x=0$; $x=-2$ i) $x=5$; $x=-5$ j) $x=1$; $x=-1$ k) $x=5$
 l) $x=\frac{1}{2}$; $x=-\frac{1}{2}$ m) $x=\frac{5}{2}$ n) No té solució

13) a) $x=-\frac{9}{2}$ b) $x=\frac{1}{\log 2} + 1 \approx 4,322$ c) $x=90$ d) $x=17$

14) a) Sistema compatible determinat (solució única)
 b) Sistema incompatible (no té solució)
 c) Sistema compatible indeterminat (infinites solucions)

15) a) Sistema incompatible (no té solució)
 b) Sistema compatible determinat. Solució: $x=-1$ $y=-3$
 c) Sistema compatible determinat. Solució: $x=1$ $y=2$ $z=0$
 d) Sistema compatible indeterminat (té infinites solucions). Solució:
 $x=2+y$ i y un nombre real qualsevol
 e) Sistema incompatible (no té solució)
 f) Sistema compatible determinat. Solució: $x=-1/3$ $y=-1$
 g) $x=1$ $y=-2$ $z=3$
 h) No té solució.

16) La fracció original és $7/5$.

17) El preu de compra era 1200 € una peça i 800 € l'altra.

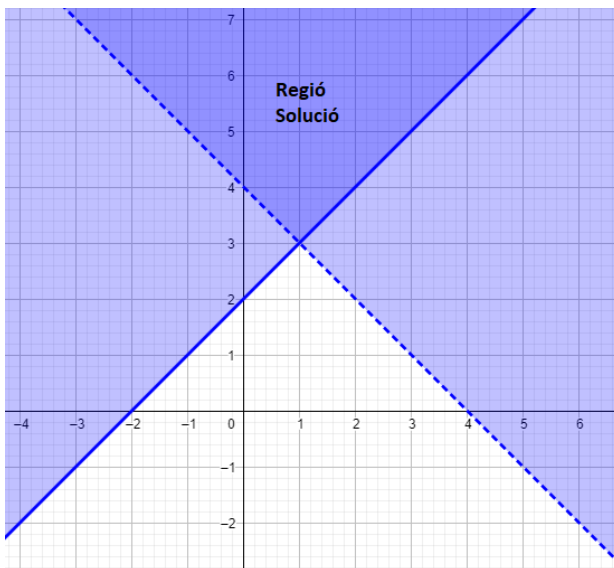
18) El preu original de l'ordinador era de 630 € i el de la impressora 210 €.

19) a) $[-9/4, +\infty)$ b) $(-\infty, -1)$

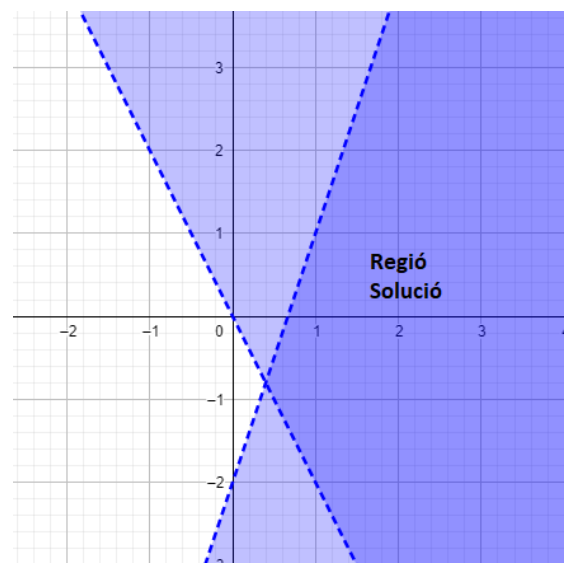
20) a) $[-10, -7)$ b) No té solució c) $(0,1)$

21)

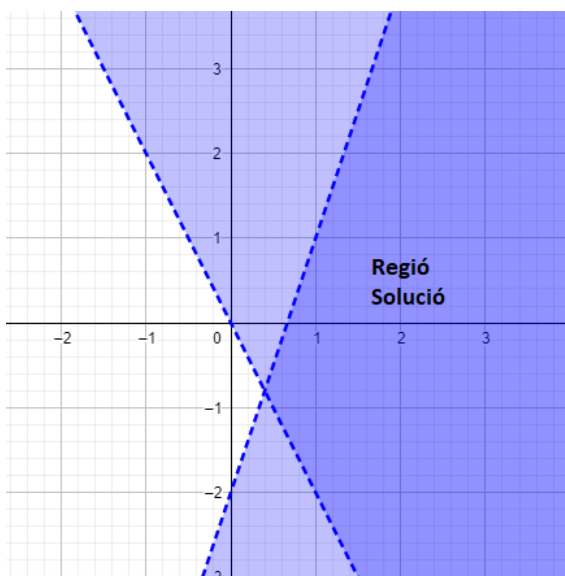
a)



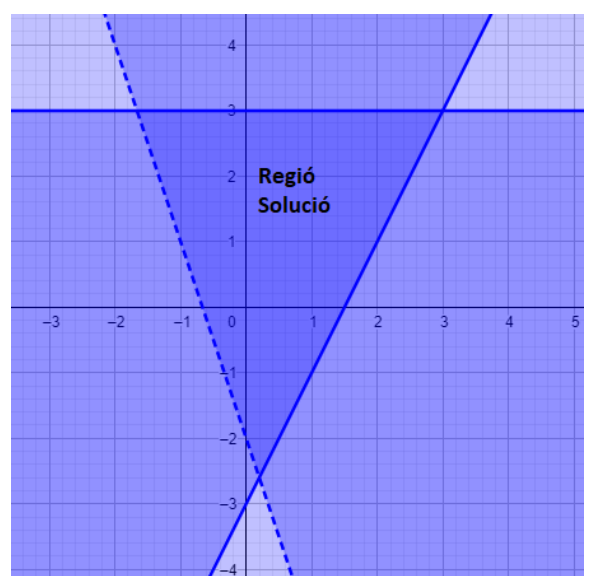
b)



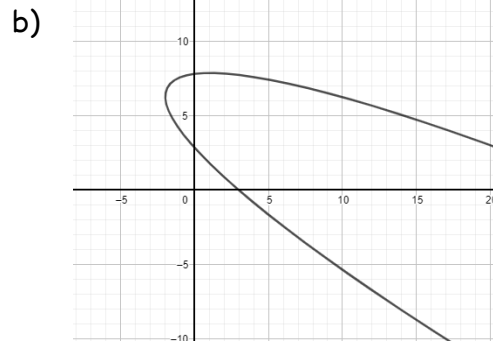
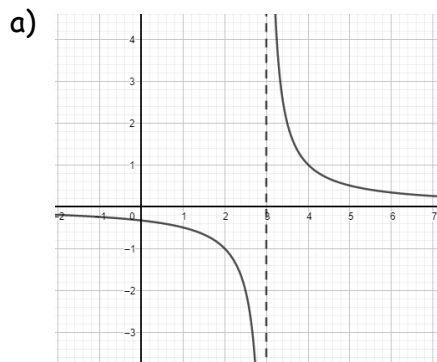
c)



d)



22) Aquí només es posen tres exemples. Hi ha infinits gràfics que compleixen les condicions demanades.



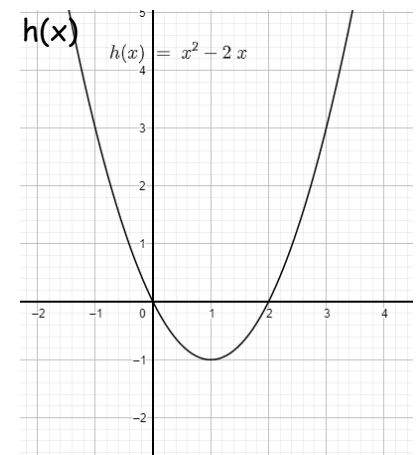
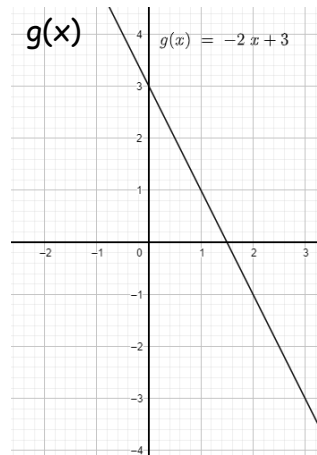
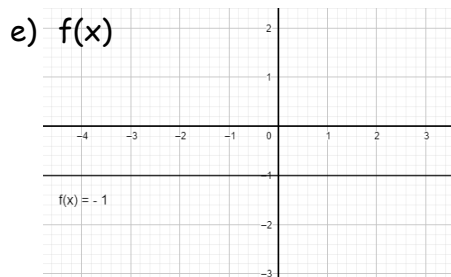
23) a) $y = 7x - 10$ b) $(0, -10)$ i $(10/7, 0)$ c) Sí, ja que té pendent $7 > 0$ d) $y = 7x - 2$

24) a) $f(0) = -1$; $g(0) = 3$; $h(0) = 0$. $f(2) = -1$; $g(2) = -1$; $h(2) = 0$. $f(-1) = -1$; $g(-1) = 5$; $h(-1) = 3$

b) $f^{-1}(0) = \emptyset$; $g^{-1}(0) = 3/2$; $h^{-1}(0) = \{0, 2\}$ $f^{-1}(-1) = \mathbb{R}$; $g^{-1}(-1) = 2$; $h^{-1}(-1) = 1$

c) $D_f = D_g = D_h = \mathbb{R}$ $R_f = \{-1\}$; $R_g = \mathbb{R}$ $R_h = [-1, +\infty)$

d) $f(x)$: eix X: no talla; eix Y: $(0, -1)$; $g(x)$: eix X: $(0, 3)$; eix Y: $(3/2, 0)$; $h(x)$: eix X: $(0, 0)$ i $(2, 0)$; eix Y: $(0, 0)$



25) a) $\mathbb{R} - \{0, -1\}$

b) $\mathbb{R} - \{3, -3\}$

c) $(-\infty, -1]$

d) \mathbb{R}

e) $\mathbb{R} - \{2, -1\}$

f) $\mathbb{R} - \{1\}$

g) $(-\infty, 1]$

h) \mathbb{R}

26) $\cap OX: \left(\frac{1}{3}, 0\right)$ i $\left(\frac{-1}{3}, 0\right)$

$\cap OY: \left(0, \frac{-1}{5}\right)$

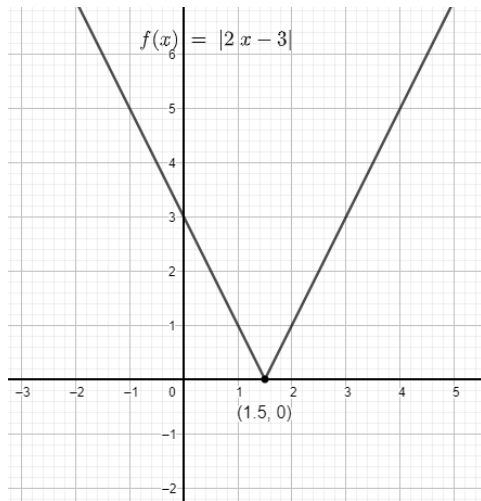
27) a) $(g \circ f)(x) = 4x^2 - 4x + 4$

$(f \circ g)(x) = 2x^2 + 5$

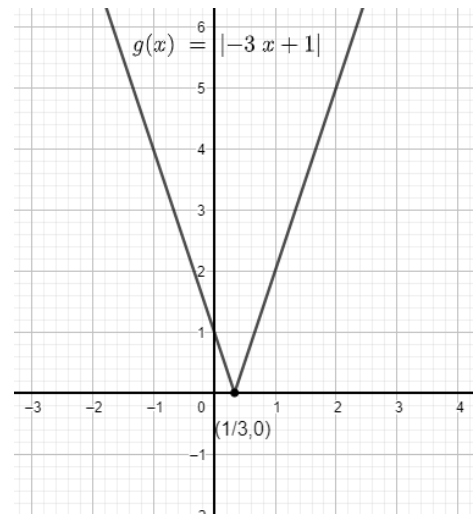
b) $(g \circ f)(x) = 1/x$

$(f \circ g)(x) = -x + 2$

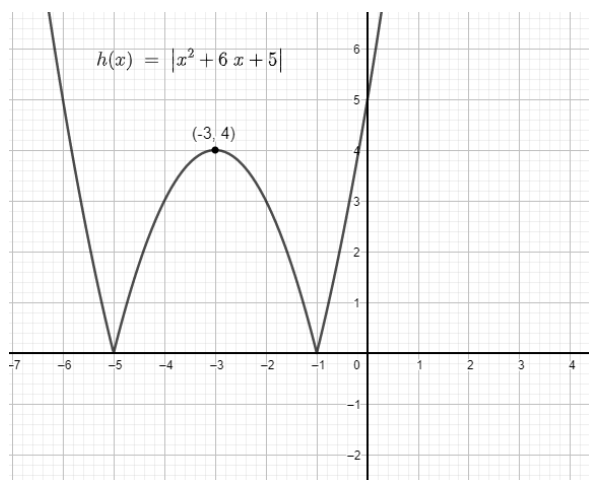
28) a)



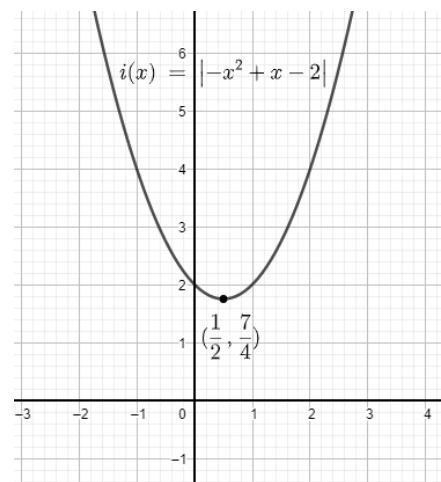
b)



c)



d)



29) a) $f(1) = -4$ $f(5)$ no existeix

b) $\text{Dom } f = (-\infty, 4]$

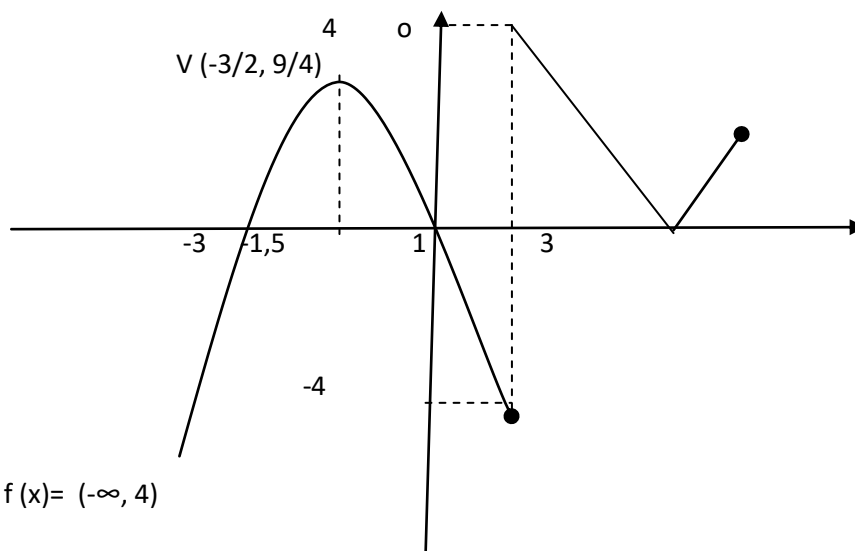
c) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -(-1)^2 - 3 \cdot (-1) = 2$

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \nexists$

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -4$

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = |2 - 6| = |-4| = 4$

d)

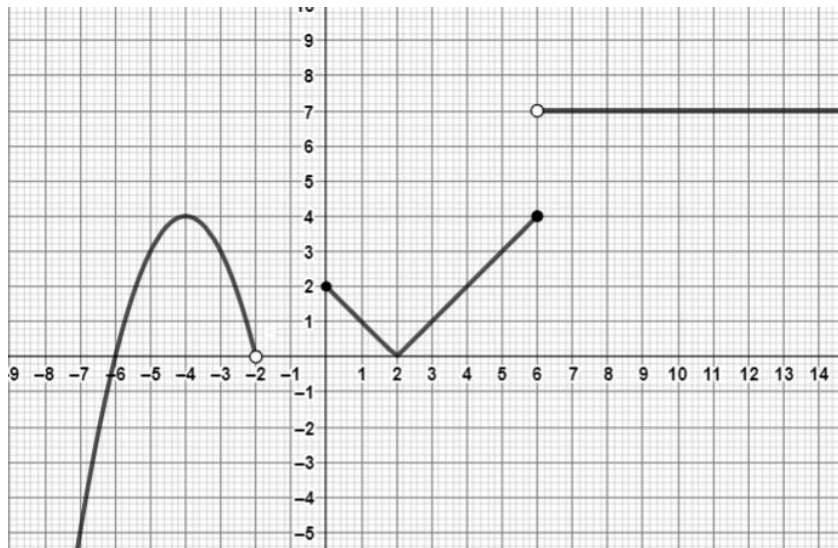


e) $\text{Rec } f(x) = (-\infty, 4)$

30)a) $f(-1)$ no existeix $f(1)=1$

b) $\text{Dom } f(x) = (-\infty, -2) \cup [0, +\infty)$

c)

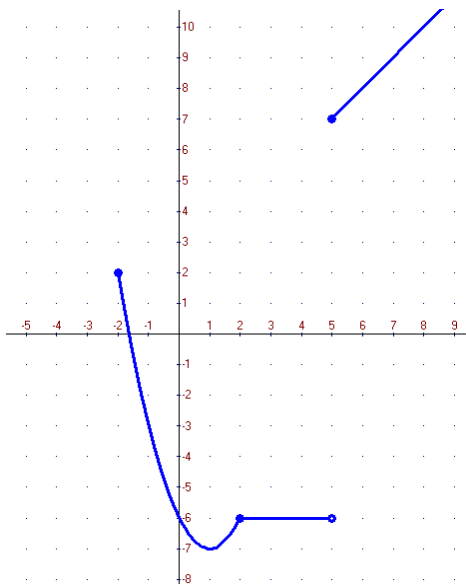


d) $\text{Rec } f(x) = (-\infty, 4] \cup \{7\}$

31)a) $f(-3)$ no existeix $f(0)=-6$ $f(5)=7$

b) $\text{Dom } f(x) = [-2, +\infty)$

c)



d) $\text{Rec } f(x) = [-7, 2] \cup [7, +\infty)$