



Les operacions bàsiques

Tot el que no veus
de la suma, la resta,
la multiplicació
i la divisió



Pròleg

Sabem que les matemàtiques no són només operacions, però **¿què és més important per a l'aprenentatge d'aquesta part fonamental de les matemàtiques?** Entendre què estem fent, fer-ho de pressa o fer-ho bé?

En realitat, la resposta no és excloent: **tots tres objectius són indispensables. Comprendre** és fonamental per a qualsevol aprenentatge. Però també és important **arribar al resultat correcte** i, amb pràctica, **guanyar agilitat** en els càlculs, un aspecte fonamental per desenvolupar la **fluïdesa aritmètica**.

Aquest equilibri es treballa mitjançant la **construcció de coneixements** a través de la conversa i el descobriment guiats; i a través de la **pràctica** que ens permet guanyar fluïdesa en el domini de les operacions.

Dins d'aquest context, el **paper del mestre com a guia és indispensable**. D'una banda, ajuda a **descobrir** les estratègies de manera **clara i transparent**; i, de l'altra, s'assegura que els alumnes **continuen consolidant els continguts**, animant-los a sortir de la seva zona de confort.

Què entenem per fluïdesa?

La fluïdesa és l'habilitat de treballar amb nombres, operacions i procediments més complexos amb agilitat.

No només es tracta de resoldre les operacions ràpidament, sinó també de ser **eficients i flexibles** a l'hora d'escollir la manera més adequada per resoldre una operació, segons el context i els nombres implicats.

Per aquest motiu, a l'aula fomentem la construcció d'un **ventall ampli d'estratègies** que assegurï el desenvolupament d'aquest raonament i flexibilitat. Cadascuna de les estratègies segueixen una **seqüència d'aprenentatge** basada en el **model CRA (concret, representatiu, abstracte)** per tal d'assegurar-ne el domini i la comprensió. Això significa:

1. Partim de la manipulació amb diferents materials (concret).
2. Representem en paper el que fèiem manipulativament (representatiu).
3. Passem a les representacions abstractes, com els algorismes (abstracte).

L'aprenentatge significatiu de les operacions bàsiques

Les matemàtiques (sobretot la part de numeració) són una ciència jeràrquica: cal trepitjar un contingut per poder avançar cap al següent. **Les operacions bàsiques** (suma,

resta, multiplicació, divisió) **són fonamentals** en aquest procés, ja que aplanen el terreny per sembrar-hi altres conceptes més avançats de l'àlgebra i el càlcul.

Més enllà dels algorismes, dominar cada operació bàsica implica entendre'n el significat, saber com es resol i quines estratègies podem utilitzar per aconseguir-ho.

Cada operació és com un iceberg: **el que veiem a la superfície és només una petita part de tota la seva complexitat**. Tot el que es manté sota l'aigua és el que dona suport i sentit en el domini de cada operació.

Així doncs, hem ideat aquest recurs. Un llibret que resumeix de manera visual tot el que amaga l'aprenentatge de cada operació bàsica:

- Què vol dir sumar, restar, multiplicar i dividir.
- Quines accions es proposen per resoldre cada operació.
- Quina seqüència d'aprenentatge, basada en el model CRA, segueix cada estratègia.

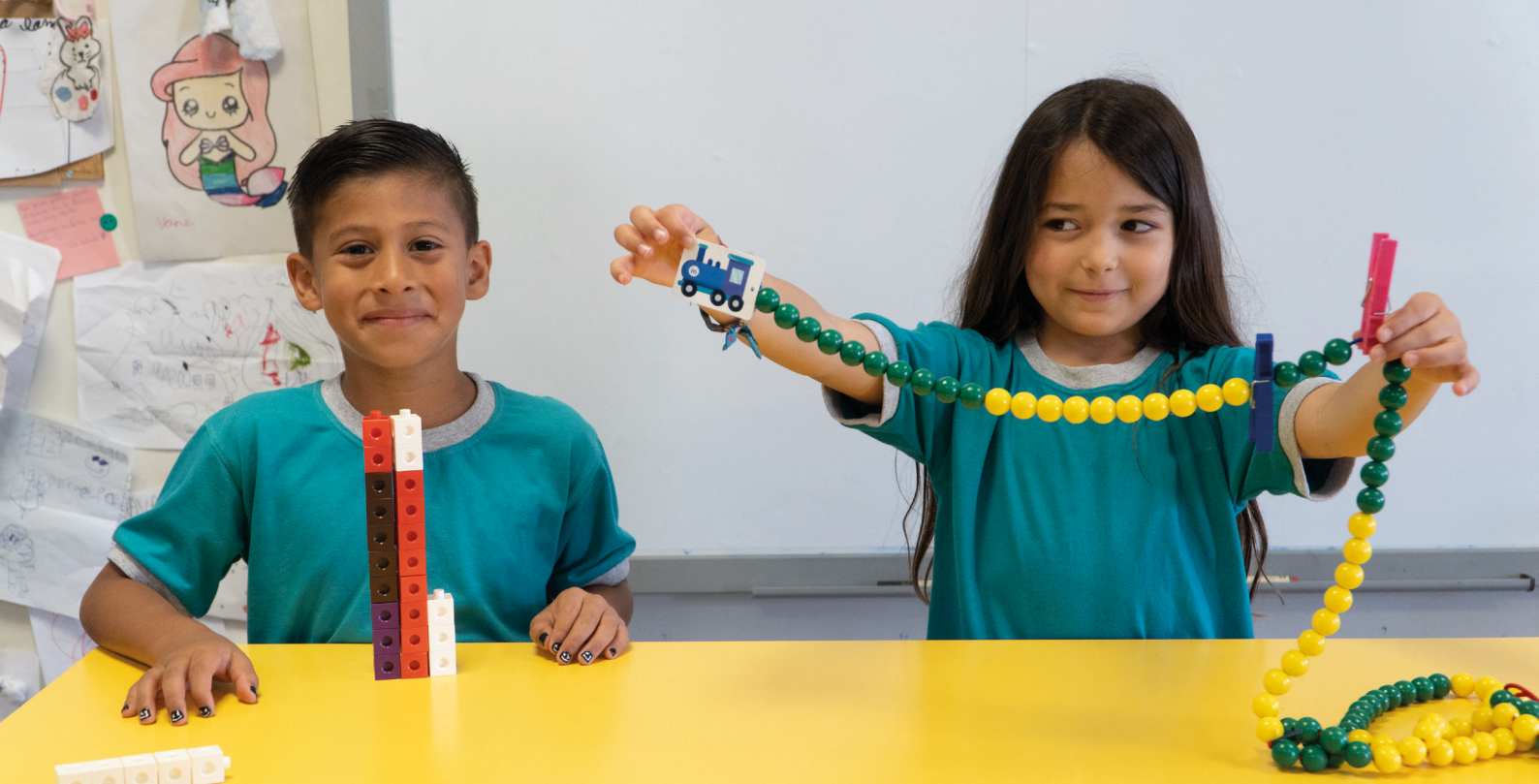
Tenir aquest coneixement ens permetrà ser més **flexibles i eficients**. Tot i això, practicar serà essencial per guanyar rapidesa en els càlculs, un aspecte que treballarem més endavant.

De moment, et convidem a submergir-te en aquest recurs per convertir l'aprenentatge de cada operació en una oportunitat per pensar, entendre i progressar.

Endavant!

Escaneja'm per
saber-ne més





Referències bibliogràfiques

Bruner, J. S. (1966). *Toward a Theory of Instruction*. Cambridge: Harvard University Press.

Carpenter, T. P., et al. (1999). *Las matemáticas que hacen los niños: la enseñanza de las matemáticas desde un enfoque cognitivo*. Traducció de Castro Hernández, C., i Alonso, M. L.

Hmelo-Silver, C. E., Duncan, R. G., i Chinn, C. A. (2007). Scaffolding achievement in problem-based and inquiry learning: A response to Kirschner, Sweller, and Clark (2006). *Educational Psychologist*, 42, 99-107. <https://doi.org/10.1080/00461520701263368>

Tall, D. (1993) Success and failure in mathematics: the flexible meaning of symbols as process and concept. *Mathematics Teaching*, (Vol. 14, p. 6-10). ISSN 0025-5785.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2008). *Children learn mathematics: Learning-teaching trajectory with intermediate attainment targets for calculation with whole numbers in primary school. Dutch design in mathematics education*, V: 1. Utrecht: Freudenthal Institute, Sense Publishers.

Suma i resta

Calvo, C., i Barba, D. (2005). *3x6.mat, Quaderns d'estratègies de càlcul*. Barcelona.

Plunkett, S. (1979). Decomposition and all that rot. *Mathematics in School*, 8(3), 2-5.

Purpura, D. J., Baroody, A. J., Eiland, M. D., i Reid, E. (2016). Fostering first graders' reasoning strategies with basic sums: The value of guided instruction. *Elementary School Journal*, 117(1), 72-100. <https://doi.org/10.1086/687809>

Schneider, M., Merz, S., Stricker, J., De Smedt, B., Torbeyns, J., Verschaffel, L., i Luwel, K. (2018). Associations of number line estimation with mathematical competence: A meta-analysis. *Child Development*, 89, 1467-1484. <https://doi.org/10.1111/cdev.13068>

Torbeyns, J., Verschaffel, L., i Ghesquière, P. (2001). Investigating young children's strategy use and task performance in the domain of simple addition, using the "choice/no choice" method. In M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, p. 273-278).

Multiplacació

Bay-Williams, J., i Kling, G. (2019). *Math fact fluency: 60+ Games Assessment Tools to Support Learning and Retention*. ASCD.

Bay-Williams, J. M., i SanGiovanni, J. J. (2021). *Figuring out fluency: Mathematics teaching and learning, grades K-8: Moving beyond basic facts and memorization* (1a ed.). Corwin.

Calvo, C., i Barba, D. (2005). *3x6.mat, Quaderns d'estratègies de càlcul*. Barcelona.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2002), *Realistic mathematics education as work in progress*, a: FOU-LAI LIN (eds.), *Common Sense in Mathematics Education*.

Divisió

Calvo, C., i Barba, D. (2005). *3x6.mat, Quaderns d'estratègies de càlcul*. Barcelona.

Ifrah, G. (1998). *Historia universal de las cifras: la inteligencia de la humanidad contada por los números y el cálculo* (p. 437, 1311). Madrid: Espasa, D. L.

Sarramona, J., i Pintó, C. (2000). *Identificació de les competències bàsiques en l'ensenyament obligatori*. Barcelona: Consell Superior d'Avaluació del Sistema Educatiu del Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya.

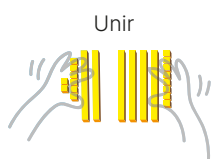
Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2002), *Realistic mathematics education as work in progress*, a: FOU-LAI LIN (eds.), *Common sense in Mathematics*.

La suma

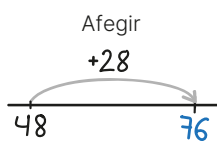
$$48 + 28 =$$



COMPRENDRE CONCEPTUALMENT QUÈ ÉS LA SUMA



Unir



Afegir

+28

Relació suma-resta

$$76 - 28 = 48$$

$$48 + 28 = 76$$

76
28 48

$$76 - 48 = 28$$

$$28 + 48 = 76$$

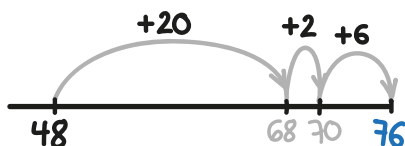
SABER FER L'OPERACIÓ DE MANERA FLUIDA

Automatització de sumes d'un sol dígit

1+1	1+2	1+3	1+4	...
2+1	2+2	2+3	2+4	...
3+1	3+2	3+3	3+4	...
4+1	4+2	4+3	4+4	...
...	...	...	...	...

CÀLCUL EXACTE

Estratègia de salts



$$\begin{array}{r} 48 \\ +28 \\ \hline 60 \\ 16 \\ \hline 76 \end{array}$$

Estratègia de descomposició

Cerca d'equivalències
(Fets coneguts - fets derivats)



$$48 + 28 = ?$$

$$\begin{array}{l} \downarrow +2 \quad \downarrow +2 \quad \downarrow +4 \\ 50 + 30 = 80 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \downarrow -2 \quad \downarrow -2 \quad \downarrow -4 \\ 48 + 28 = 76 \end{array}$$

...

CÀLCUL ESTIMATIU

Estimacions

$$48 + 28 \approx 50 + 30$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$
$$48 + 28 \approx 80$$

$$45 + 25 < 48 + 28 < 50 + 30$$

$$70 < 48 + 28 < 80$$



Què és la suma?

La suma és la primera operació bàsica que s'aprèn a primària. Es tracta d'una operació molt present en el nostre dia a dia i que trobem en moltes situacions quotidianes. Abans de començar a resoldre sumes, és important **comprendre què vol dir sumar**. Per això, els docents proposem diferents situacions i contextos a l'aula que permeten arribar al seu significat.

Algunes situacions se centren a trobar el resultat d'**afegir elements a una quantitat inicial**; i d'altres a trobar el resultat d'**unir diversos grups d'elements**.

Com resollem la suma?

Dominar la suma va més enllà d'aplicar un algoritme. Tot i que a l'algoritme també hi arribaran, a l'aula es construeixen **diferents estratègies** que permeten guanyar criteri i flexibilitat en les operacions.

Aquestes estratègies són:

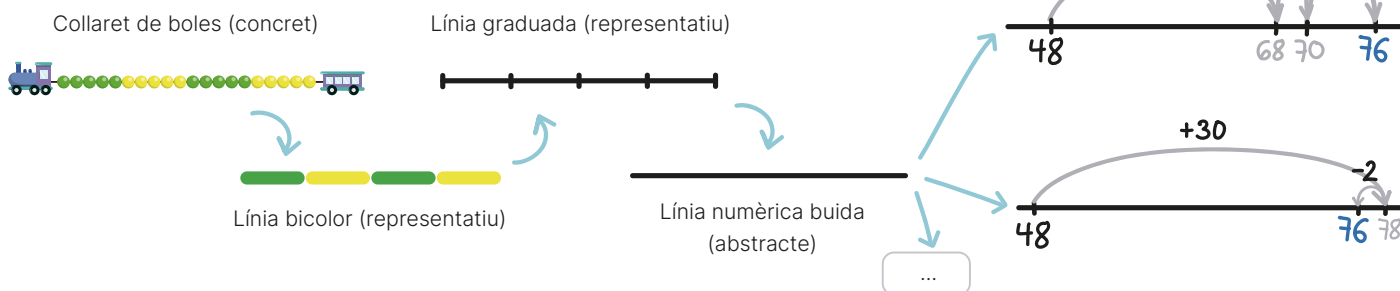
- Salts sobre la línia numèrica.
- Estratègia de descomposició.

Automatització de sumes d'un dígit

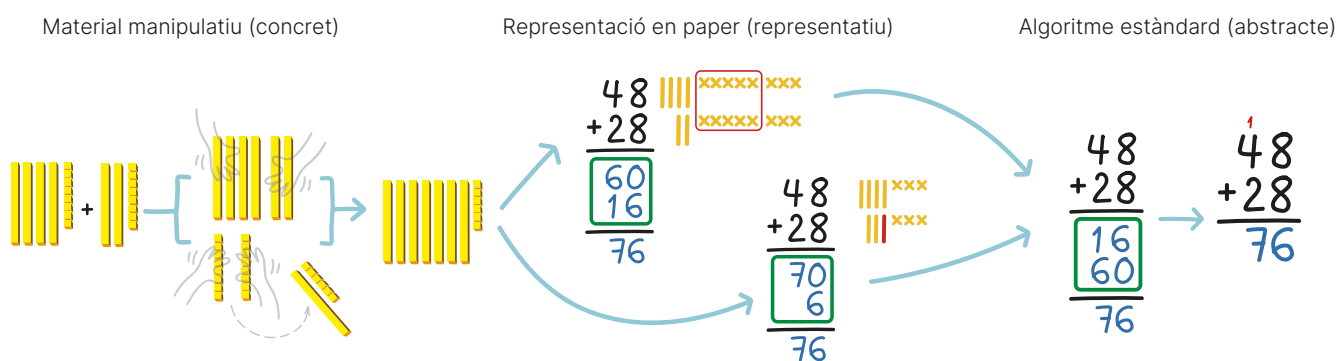
Per poder dominar la resolució de sumes més complexes, **és molt pràctic automatitzar les sumes d'un dígit**. És a dir, saber evocar-ne els resultats en un temps raonable. Això permet que ens alliberem de l'esforç de fer càlculs fàcils i ens centrem en conceptes més avançats.

1+1	1+2	1+3	1+4	...
2+1	2+2	2+3	2+4	...
3+1	3+2	3+3	3+4	...
4+1	4+2	4+3	4+4	...
...	...	...	...	...

Com es construeix l'estratègia de salts?



Com es construeix l'estratègia de descomposició?



Què ens permet l'estratègia de salts:

- Potenciar el càlcul mental de sumes.
- Resoldre sumes de manera molt eficient.
- Deixar enrere el comptatge amb els dits.

Què ens permet l'estratègia de descomposició:

- Potenciar el càlcul escrit de sumes.
- Comprendre la posició i el valor dels nombres.
- Arribar a l'algoritme estàndard de la suma de manera transparent.

Cronologia d'aprenentatge de la suma d'un alumne

Tot i que hi poden haver variacions d'infant a infant, al llarg de 1r de primària es treballa l'estratègia de salts amb l'objectiu d'arribar a la línia numèrica buida a final de curs. L'estratègia de descomposició

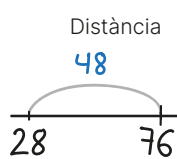
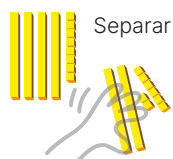
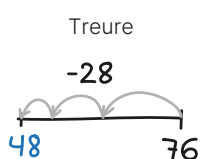
es treballa a 2n de primària, amb l'objectiu de començar a dominar l'algoritme estàndard de la suma a final de curs. A mesura que s'amplia el rang numèric (com ara de 0 a 10 o de 20 a 50), es reprèn el material manipulatiu amb l'objectiu de fer un altre cicle d'abstracció i anar-lo abandonant progressivament.

La resta

$$76 - 28 =$$



COMPRENDRE CONCEPTUALMENT QUÈ ÉS LA RESTA



Relació suma-resta

76	28	48
----	----	----

$$76 - 28 = 48$$

$$76 - 48 = 28$$

$$48 + 28 = 76$$

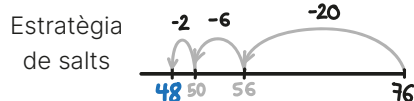
$$28 + 48 = 76$$

SABER FER L'OPERACIÓ DE MANERA FLUIDA

Automatització de restes d'un sol dígit

1-1	1-2	1-3	1-4	...
2-1	2-2	2-3	2-4	...
3-1	3-2	3-3	3-4	...
4-1	4-2	4-3	4-4	...
...	...	...	...	...

CÀLCUL EXACTE



Estratègia de descomposició

$$\begin{array}{r} 76 \\ -28 \\ \hline 40 \\ 8 \\ \hline 48 \end{array}$$

Cerca d'equivalències
(Fets coneguts - fets derivats)

$$\begin{array}{l} 76 - 28 = ? \\ \downarrow +2 \quad \downarrow +2 \\ 78 - 30 = 48 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 76 - 28 = ? \\ \downarrow +2 \quad \downarrow +2 \\ 78 - 28 = 50 \\ \downarrow -2 \quad \downarrow -2 \\ 76 - 28 = 48 \end{array}$$



CÀLCUL ESTIMATIU

Estimacions

$$\begin{array}{l} 76 - 28 \approx 75 - 30 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 76 - 28 \approx 45 \end{array}$$

$$70 - 30 < 76 - 28 < 80 - 20$$

$$40 < 76 - 28 < 60$$



Què és la resta?

Generalment, la resta és vista com l'operació oposada a la suma. És a dir, **treure elements d'una quantitat inicial**.

Però restar també és **separar elements d'un grup**, i **trobar la distància** que hi ha entre dos nombres. Un fet que respon, per exemple, a la pregunta «quina longitud té el salt entre el 28 i el 76?».

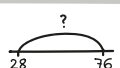
Com resollem una resta?

Existeixen **diferents estratègies** per resoldre restes. Per tal de desenvolupar criteri i **flexibilitat** en els càlculs, cal conèixer i dominar cadascuna d'elles.

Les dues estratègies principals que ens ajuden a resoldre restes són:

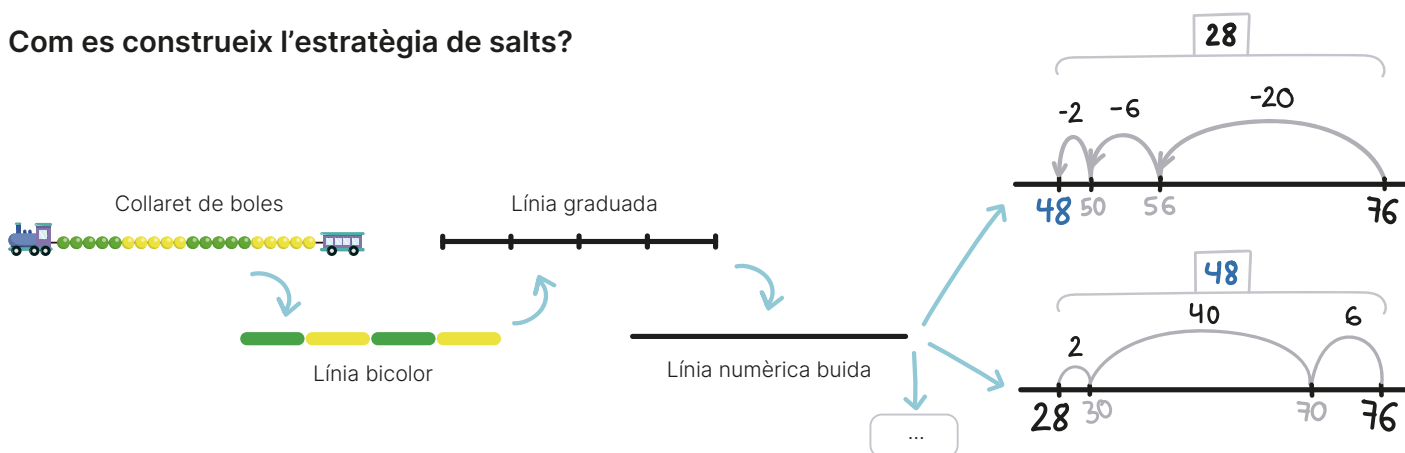
- **Salts sobre la línia numèrica**, amb la qual es pot veure la resta com el fet de treure elements (fer salts enrere) o trobar la distància entre dos nombres.

- **Estratègia de descomposició**, amb la qual es pot veure la resta com el fet de treure o separar elements d'una quantitat inicial.

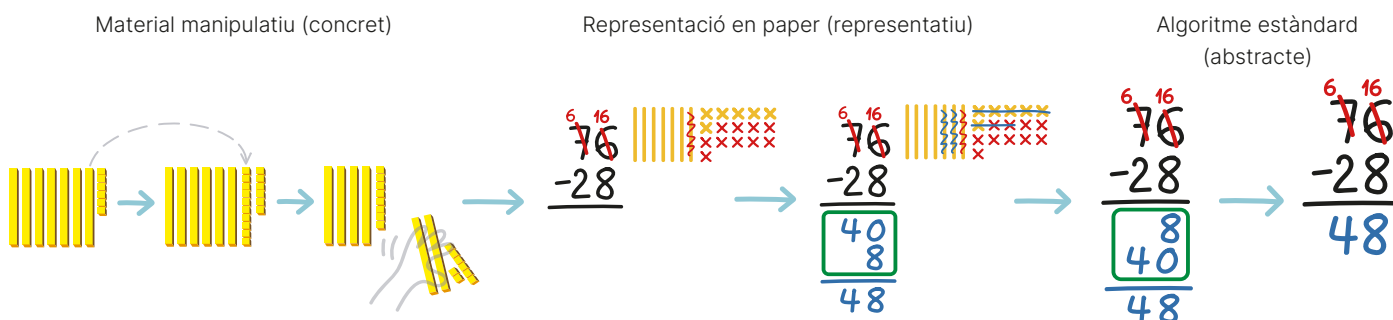
	TREURE O SEPARAR	DISTÀNCIA
SALTS		
DESCOMPOSICIÓ	$\begin{array}{r} 76 \\ - 28 \\ \hline 48 \end{array}$	$\times$

Així doncs, la resta és complexa en dos sentits. D'una banda, es pot veure amb dos significats; i, de l'altra, es pot resoldre a través de dues estratègies principals.

Com es construeix l'estratègia de salts?



Com es construeix l'estratègia de descomposició?



Què ens permet l'estratègia de salts:

- Potenciar el càlcul mental de restes.
- Resoldre restes de manera molt eficient.
- Deixar enrere el comptatge amb els dits.

Què ens permet l'estratègia de descomposició:

- Potenciar el càlcul escrit de restes.
- Comprendre la posició i el valor dels nombres.
- Arribar a l'algoritme estàndard de la resta de manera transparent.

Cronologia d'aprenentatge de la resta d'un alumne

Tot i que hi poden haver variacions d'infant a infant, al llarg de 1r de primària es treballa l'estratègia de salts amb l'objectiu d'arribar a la línia numèrica buida a final de curs. L'estratègia de

descomposició es treballa a 2n de primària, amb l'objectiu de començar a dominar l'algoritme estàndard de la resta a final de curs. A mesura que s'amplia el rang numèric (com ara de 0 a 10 o de 20 a 50), es reprèn el material manipulatiu amb l'objectiu de fer un altre cicle d'abstracció i anar-lo abandonant progressivament.

La multiplicació

$$15 \times 12 =$$



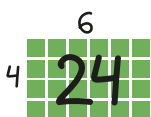
COMPRENDRE CONCEPTUALMENT QUÈ ÉS LA MULTIPLICACIÓ

$$(4 \times 6)$$

Model rectangular

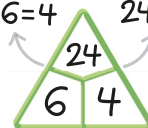
Model de grups

$$\text{●} + \text{●} + \text{●} + \text{●} = 24$$



Relació multiplicació -divisió

$$24 : 6 = 4 \quad 24 : 4 = 6$$



$$6 \times 4 = 24 \quad 4 \times 6 = 24$$

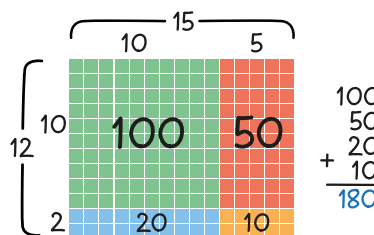
SABER FER L'OPERACIÓ DE MANERA FLUIDA

Automatització de multiplicacions d'un sol dígit (taules de multiplicar)

1x1	1x2	1x3	1x4	...
2x1	2x2	2x3	2x4	...
3x1	3x2	3x3	3x4	...
4x1	4x2	4x3	4x4	...
...	...	...	...	...

CÀLCUL EXACTE

Estratègia de descomposició (model rectangular)



Equivalències (Fets coneguts - fets derivats)

$$15 \times 12 = ? \quad \xrightarrow{\times 2} \quad 30 \times 6 = 180 \quad \xrightarrow{:2} \quad 15 \times 12 = 180$$



CÀLCUL ESTIMATIU

Estimacions

$$15 \times 12 \approx 15 \times 10 \\ 15 \times 12 \approx 150$$

$$15 \times 10 < 15 \times 12 < 20 \times 12 \\ 150 < 15 \times 12 < 240$$



Què és la multiplicació?

La multiplicació és l'operació bàsica que consisteix a sumar repetidament una mateixa quantitat d'elements (suma iterada).

Aquest significat tan estès defineix només una part de l'essència de la multiplicació, ja que multiplicar és també calcular la **quantitat d'elements que hi ha disposats en les files i columnes d'un rectangle**.

Com resollem la multiplicació?

Per tal de resoldre multiplicacions existeixen diferents estratègies i automatitzacions que garanteixen el domini i la flexibilitat en els infants.

Automatització de multiplicacions d'un dígit

Consisteix a **evocar amb rapidesa** els resultats de les multiplicacions d'un dígit (**taules de multiplicar**). Això ens permet centrar-nos en conceptes més avançats o complexos, alliberant-nos de l'esforç de fer càlculs bàsics.

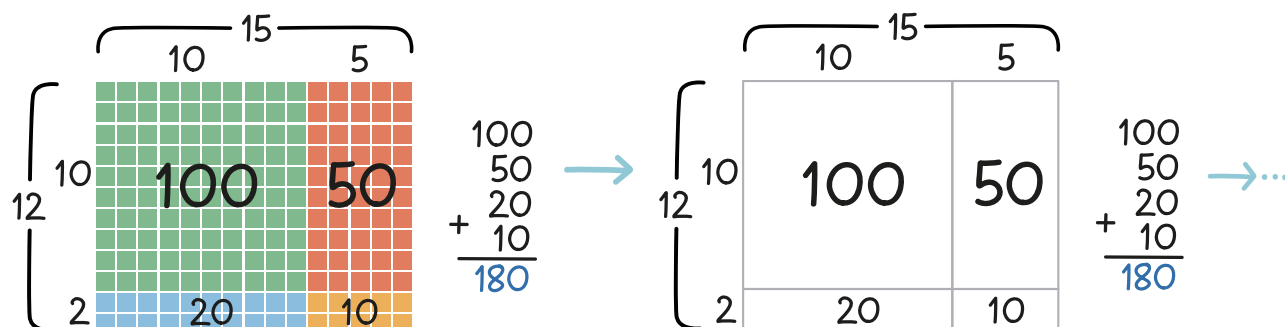
1×1	1×2	1×3	1×4	...
2×1	2×2	2×3	2×4	...
3×1	3×2	3×3	3×4	...
4×1	4×2	4×3	4×4	...
...	...	...	...	...

L'estratègia del model rectangular

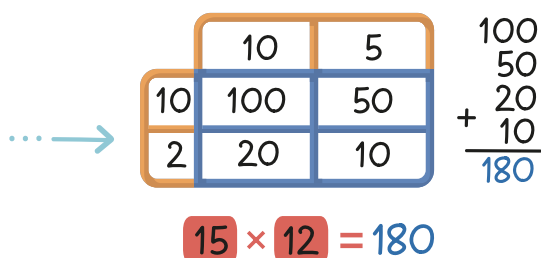
A l'aula construïm **el model rectangular**, una estratègia basada en la **descomposició dels nombres** que permet veure la multiplicació com la quantitat d'elements disposats en un rectangle. I, a més, és una estratègia que ens ajuda a arribar a l'**algoritme estàndard de la multiplicació** d'una manera transparent.

Com es construeix el model rectangular?

Model rectangular (concret)



Esquema multiplicatiu (representatiu)



Algoritme estàndard (abstracte)

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 12 \\ \hline 10 \\ 20 \\ 50 \\ 100 \\ \hline 180 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 12 \\ \hline 30 \\ 150 \\ \hline 180 \end{array}$$

Algoritme estàndard compacte

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 12 \\ \hline 30 \\ 150 \\ \hline 180 \end{array}$$

Cronologia d'aprenentatge de la multiplicació d'un alumne

Tot i que hi poden haver variacions d'infant a infant, al llarg de 3r de primària es construeixen les taules de multiplicar fins a arribar a la seva automatització a final del curs. El model rectangular es

treballa a 4t de primària, amb l'objectiu de començar a dominar l'algoritme estàndard de la multiplicació a final de curs. A mesura que s'augmenta la complexitat de les operacions (com ara multiplicar per dues xifres), es reprenen les representacions concretes per fer un altre cicle d'abstracció i anar-les abandonant progressivament.

La divisió

$$158:3=$$



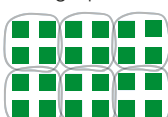
COMPRENDRE CONCEPTUALMENT QUÈ ÉS LA DIVISIÓ

$(24 : 4)$

Repartir entre...



Fer grups de...



Relació
multiplicació
-divisió

$$\begin{array}{ccc} 24:6=4 & & 24:4=6 \\ & \swarrow & \searrow \\ & 24 & \\ & \swarrow & \searrow \\ 6 & & 4 \\ \swarrow & & \searrow \\ 6 \times 4 = 24 & & 4 \times 6 = 24 \end{array}$$

SABER FER L'OPERACIÓ DE MANERA FLUIDA

CÀLCUL
EXACTE

Estratègia per repartiment

$$\begin{array}{r} 158 : 3 \\ - 30 \quad 10 \quad (10 \times 3 = 30) \\ \hline 128 \\ - 60 \quad 20 \quad (20 \times 3 = 60) \\ \hline 68 \\ - 60 \quad 20 \quad (20 \times 3 = 60) \\ \hline 8 \\ - 6 \quad 2 \quad (2 \times 3 = 6) \\ \hline 2 \end{array}$$

$158:3 = 52 \text{ R } 2$

Estratègia de descomposició

$$\begin{array}{l} 158 = 120 + 30 + 8 \\ \begin{array}{l} 120:3=40 \\ 30:3=10 \\ 8:3=2 \text{ R } 2 \end{array} \\ \hline 158:3=40+10+2 \text{ R } 2 \\ 158:3=52 \text{ R } 2 \end{array}$$

Cerca
d'equivalències
(Fets coneguts -
fets derivats)

$$\begin{array}{l} 158:3=? \rightarrow 150:3=50 \\ \quad \quad \quad \downarrow \times 3 \quad \downarrow \times 1 \\ 153:3=51 \\ \quad \quad \quad \downarrow \times 3 \quad \downarrow \times 1 \\ 156:3=52 \\ \quad \quad \quad \downarrow \times 3 \quad \downarrow \times 1 \\ 159:3=53 \end{array} \rightarrow 158:3=52 \text{ R } 2$$

...

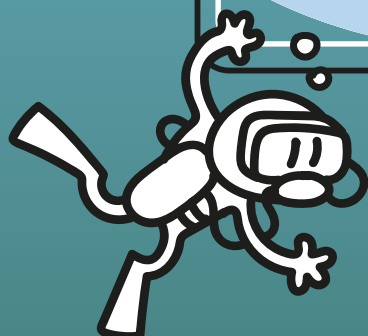


CÀLCUL
ESTIMATIU

Estimacions

$$\begin{array}{l} 158:3 \approx 150:3 \\ \downarrow \quad \quad \downarrow \\ 158:3 \approx 50 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 150:3 < 158:3 < 180:3 \\ 50 < 158:3 < 60 \end{array}$$



Què és la divisió?

Repartir o fer grups, aquesta és la qüestió. La divisió és la quarta operació bàsica que construïm a primària. Amb l'objectiu d'arribar al seu significat, els docents proposem diferents contextos i situacions en què es mostra **què vol dir dividir**.

El sentit més estès de la divisió és el de **repartir de manera equitativa**; però dividir també és **fer paquets iguals**. Per exemple, quants paquets de 4 boles es poden fer amb 24 boles.

Com resollem la divisió?

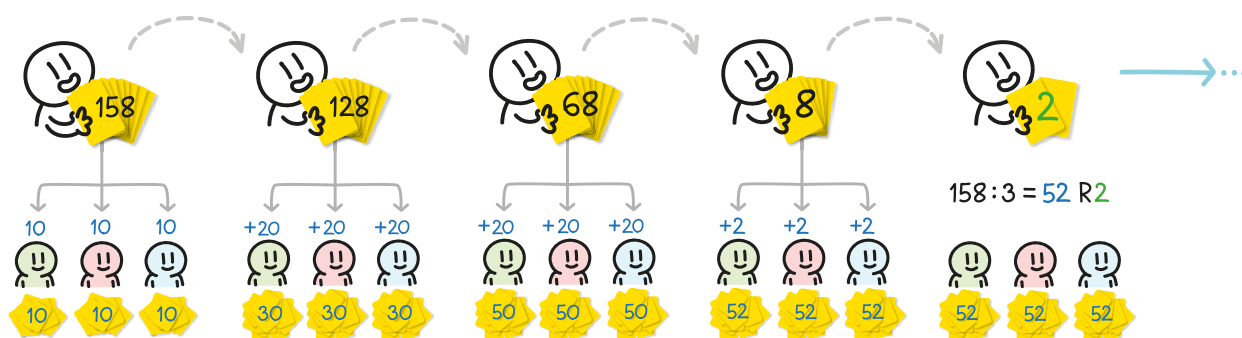
Existeixen diverses maneres de resoldre una divisió. Per això, es construeixen **diferents estratègies** que permeten desenvolupar **criteri i flexibilitat** en els càlculs. Dues de les estratègies que es treballen són:

- **Estratègia de repartiments**, que ens permet veure la divisió com el fet de repartir elements. Té una seqüència d'aprenentatge molt definida basada en el **model CRA**, que parteix dels repartiments de materials i arriba fins a l'algorisme estàndard.

- **Estratègia de descomposició**, que ens és molt útil per resoldre divisions **mentalment**. No té una seqüència d'aprenentatge tan estructurada, però ens assenta les bases per treballar **equivalències**.

Com es construeix l'estratègia de repartiments?

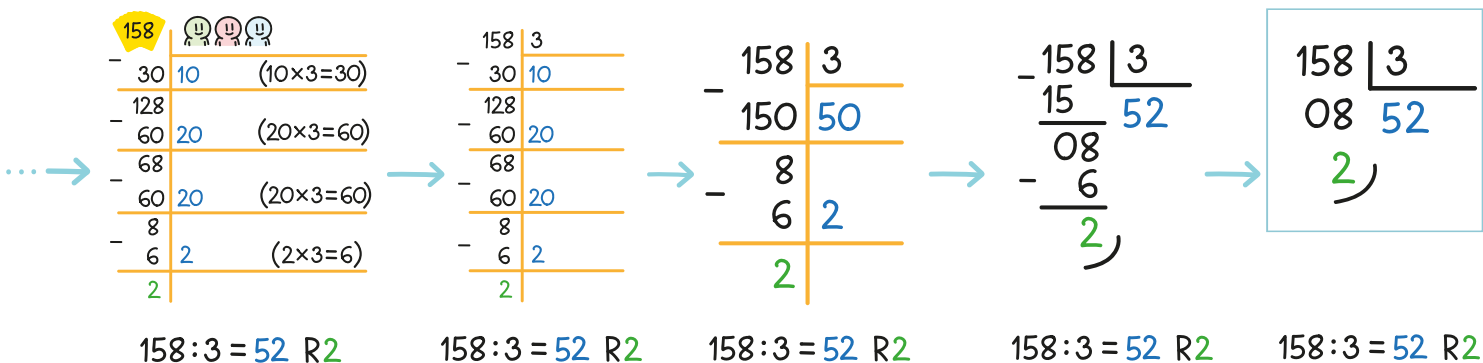
Repartir elements (concret)



Esquema vertical de la divisió (representatiu)

Algorisme estàndard (abstracte)

Algorisme estàndard compacte



Cronologia d'aprenentatge de la divisió d'un alumne a cycle mitjà

Tot i que hi poden haver variacions d'infant a infant, al llarg de 4t de primària es construeixen i consoliden les dues estratègies de

la divisió, fins a començar a dominar l'algorisme estàndard a final del curs. Quan les operacions es tornen més complexes (com ara dividir per dues xifres), es recuperen les representacions concretes per fer un altre cycle d'abstracció i anar-les abandonant progressivament.

Cronologia d'aprenentatge de les estratègies d'un alumne al llarg dels cursos

	SUMA	RESTA	MULTIPLICACIÓ	DIVISIÓ
1r	Comprensió de les primeres sumes amb l'estratègia de salts, des del collaret de boles fins a la línia numèrica buida en el rang 0-100. Inici d'automatització de sumes d'un sol dígit. Ús de la relació suma-resta amb les capsetes additives.	Comprensió de les primeres restes amb l'estratègia de salts, des del collaret de boles fins a la línia numèrica buida en el rang 0-100. Inici d'automatització de restes d'un sol dígit. Ús de la relació suma-resta amb les capsetes additives.		
2n	Comprensió dels salts sobre la línia numèrica amb soltesa. Comprensió de l'estratègia de descomposició fins a l'algoritme estàndard de la suma en el rang 0-100. Automatització de sumes d'un sol dígit.	Comprensió dels salts sobre la línia numèrica amb soltesa. Comprensió de l'estratègia de descomposició fins a l'algoritme estàndard de la resta en el rang 0-100. Automatització de restes d'un sol dígit.	Primeres nocions del pensament multiplicatiu: dobles i meitats.	
3r	Comprensió de sumes amb les dues estratègies en el rang 0-10 000. Fluïdesa amb les estratègies amb nombres de fins a dues xifres.	Comprensió de restes amb les dues estratègies en el rang 0-10 000. Fluïdesa amb les estratègies amb nombres de fins a dues xifres.	Inici d'automatització de les taules de multiplicar. Comprensió del model rectangular fins a l'esquema multiplicatiu.	Ús de la relació multiplicació-divisió amb les capsetes multiplicatives.
4t	Fluïdesa amb sumes de fins a 4 dígits.	Fluïdesa amb restes de fins a 4 dígits.	Comprensió de l'algoritme estàndard de la multiplicació.	Comprensió de l'estratègia de repartiments fins a l'optimització de repartiments, com fèiem amb l'algoritme estàndard, i de l'estratègia de descomposició de la divisió.
5è 6è	Comprensió i fluïdesa de sumes de nombres naturals amb l'estratègia de salts i l'estratègia de descomposició. Comprensió de sumes amb nombres decimals.	Comprensió i fluïdesa de restes de nombres naturals amb l'estratègia de salts i l'estratègia de descomposició. Comprensió de restes amb nombres decimals.	Consolidació de l'algoritme estàndard de la multiplicació en rangs més grans. Fluïdesa multiplicativa amb nombres naturals. Comprensió de la multiplicació amb nombres decimals.	Consolidació de repartiments amb la mínima quantitat de repartiments, com fèiem amb l'algoritme estàndard. Fluïdesa multiplicativa amb nombres naturals. Comprensió de la divisió amb nombres decimals.