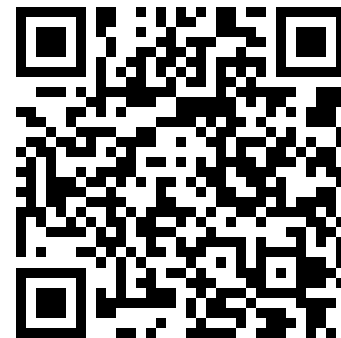
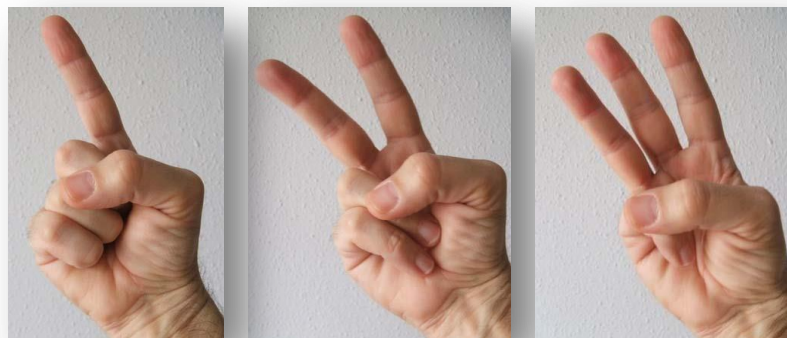


Càlculus

Historia e historias de la numeración



Materials: http://bit.do/19jaem_calculus



Leopold Kronecker
(1823-1891)

“Dios creó los números naturales:
todo lo demás es obra del hombre”





I - ver



Càlculus. Historia e historias de la numeración

Percepción de cantidades

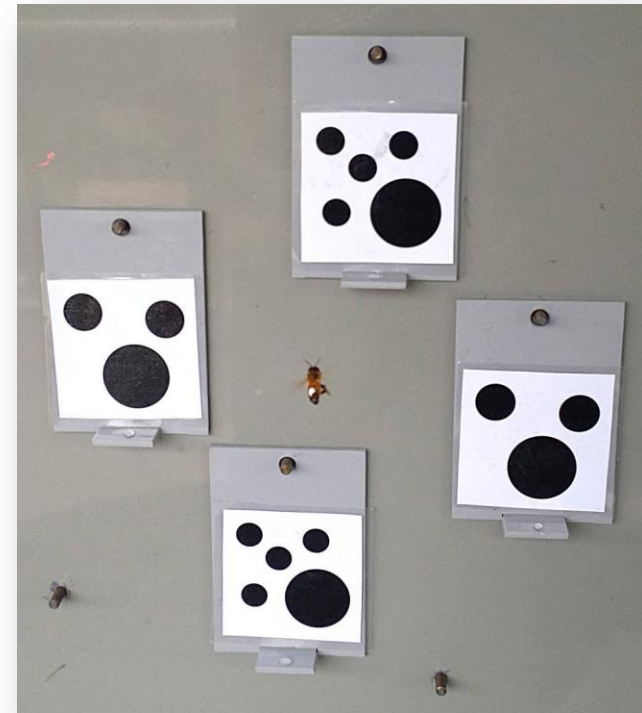


*Avispas
eumenes*



*Cataglyphis
fortis*

Percepción de cantidades



<https://goo.gl/w8RjbB>

Percepción de cantidades

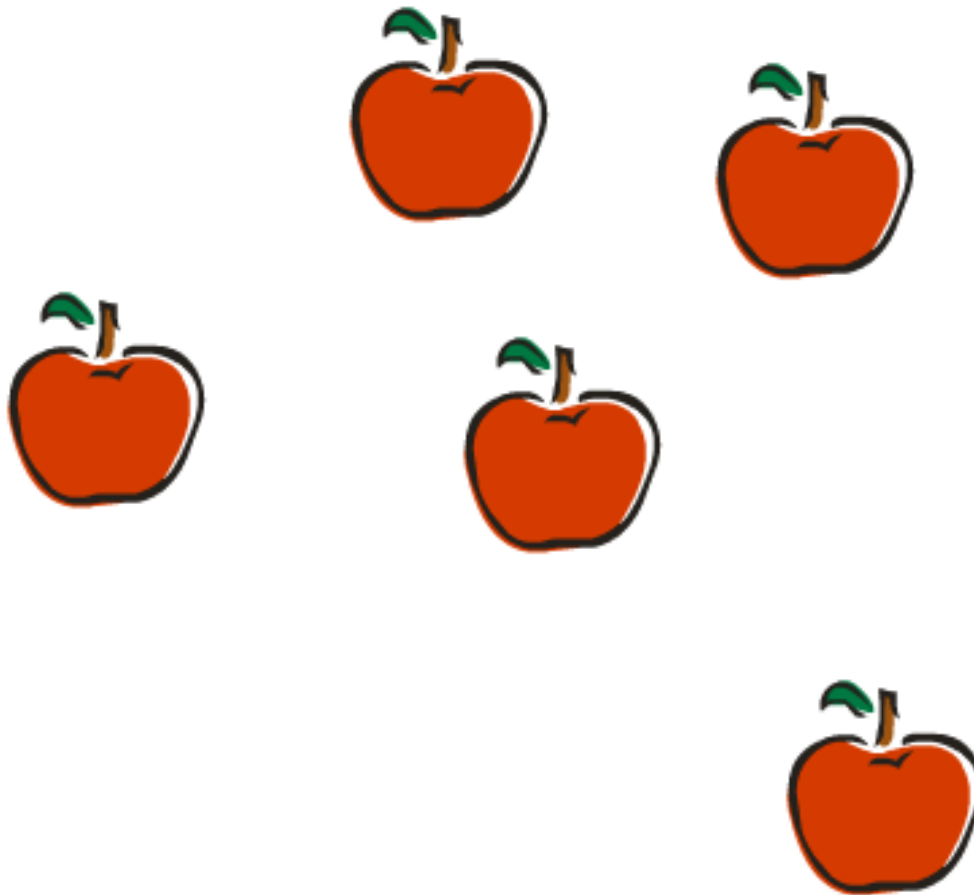
Anota cada vez cuántos animales,
personas... o puntos has visto.

Veremos 6 imágenes.

Cada imagen se verá medio segundo.

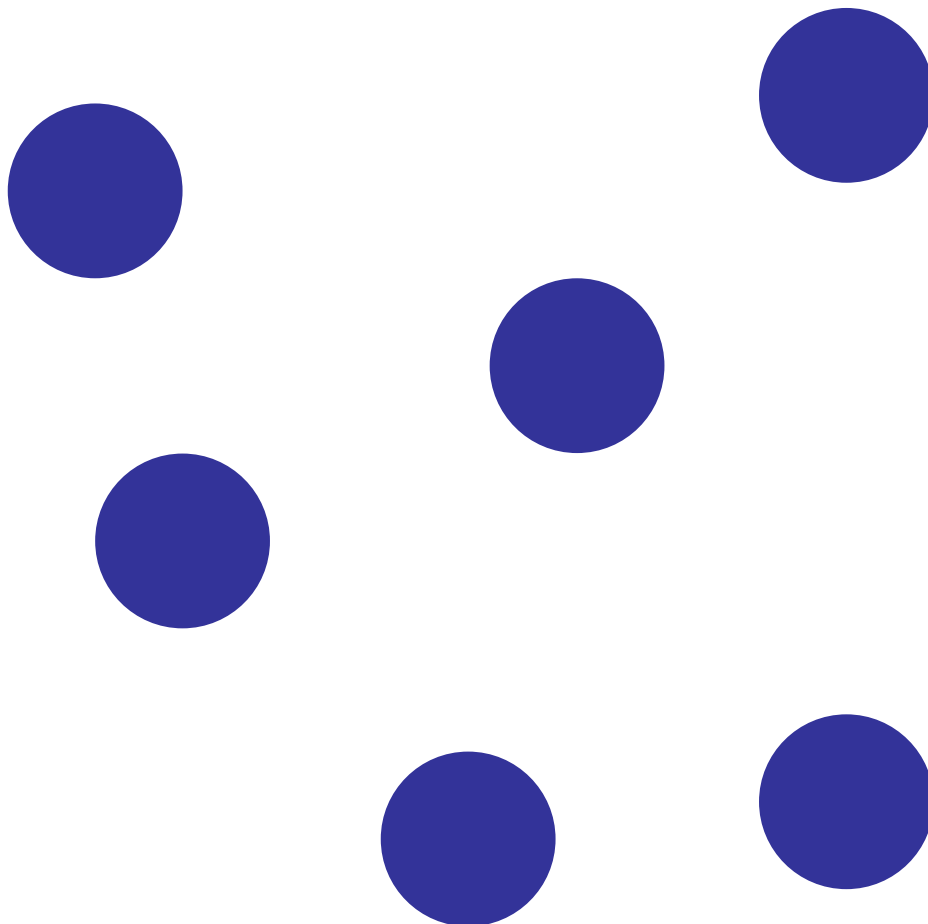


Càlculus. Historia e historias de la numeración



¿Continuamos?

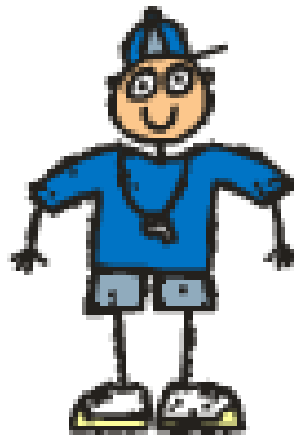
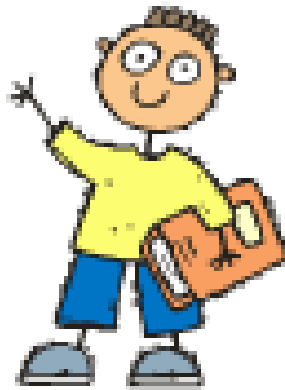




¿Continuamos?



Càlculus. Historia e historias de la numeración



¿Continuamos?

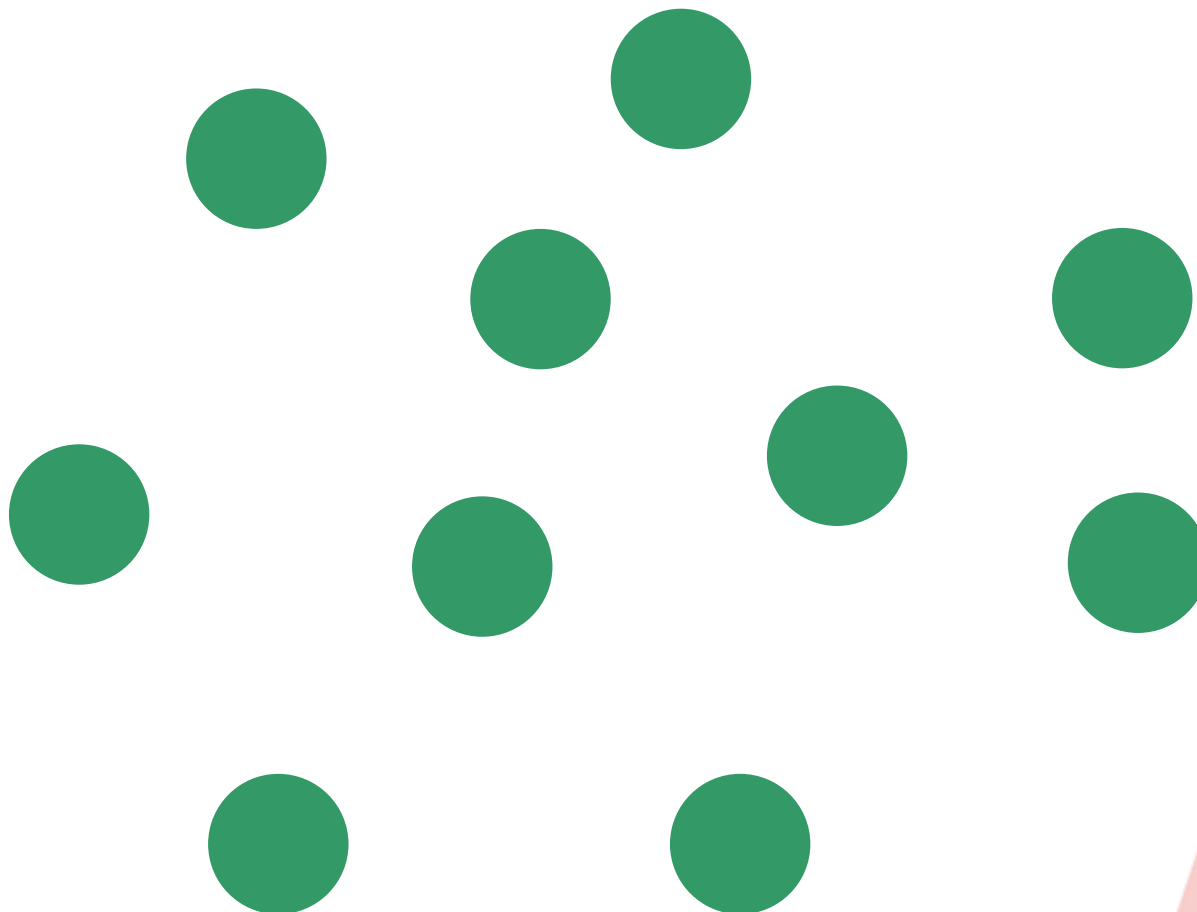


Càlculus. Historia e historias de la numeración



¿Continuamos?





¿Continuamos?



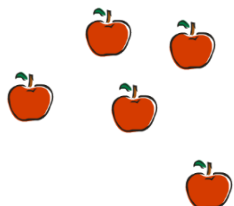
Càlculus. Historia e historias de la numeración



¿Valoramos?



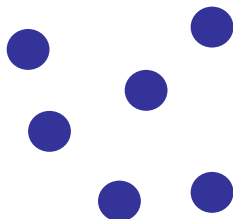
Càlculus. Historia e historias de la numeración



5



7



6



10



3



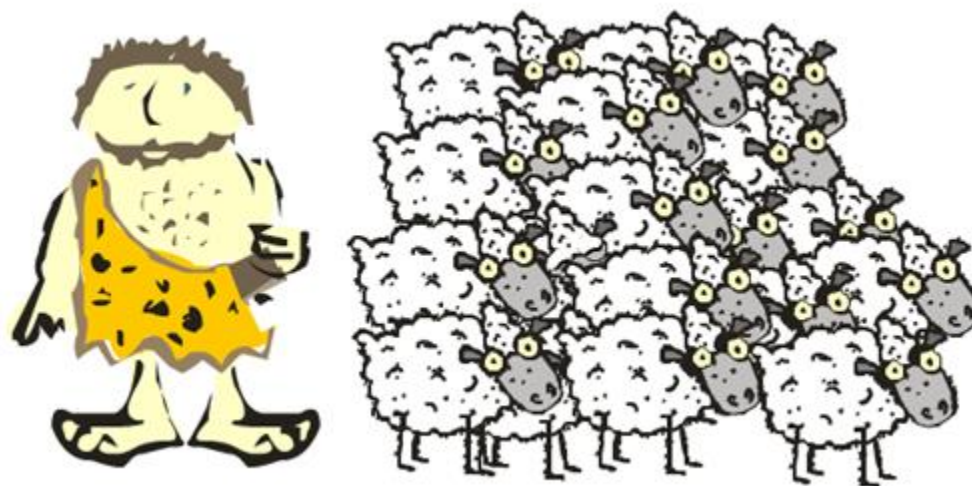
6



II - comparar



¿Igual? ¿Más? ¿Menos?



¿Igual? ¿Más? ¿Menos?

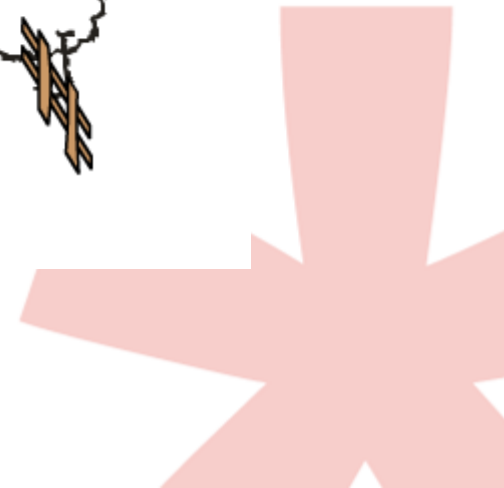


**Poner una piedra en una bolsa
por cada oveja que sale**



¿Igual? ¿Más? ¿Menos?

**Sacar una piedra de la bolsa por
cada oveja que entra**



Càlculus. Historia e historias de la numeración



Càlculus. Historia e historias de la numeración

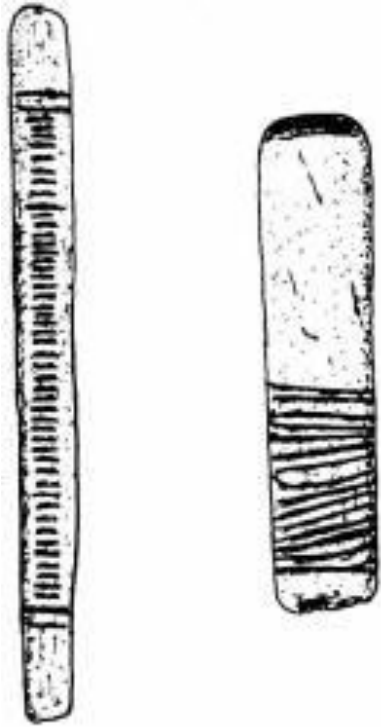


Ivan el Terrible
(Serguéi Eisenstein)

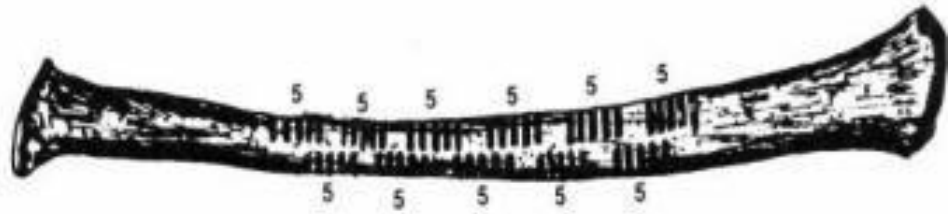


Hisenda anglesa
(fins al 1826)

Càlculus. Historia e historias de la numeración



St. Marcel de Indre (Francia)
-30 000



Dolni Vestonice (Chequia)
-30 000



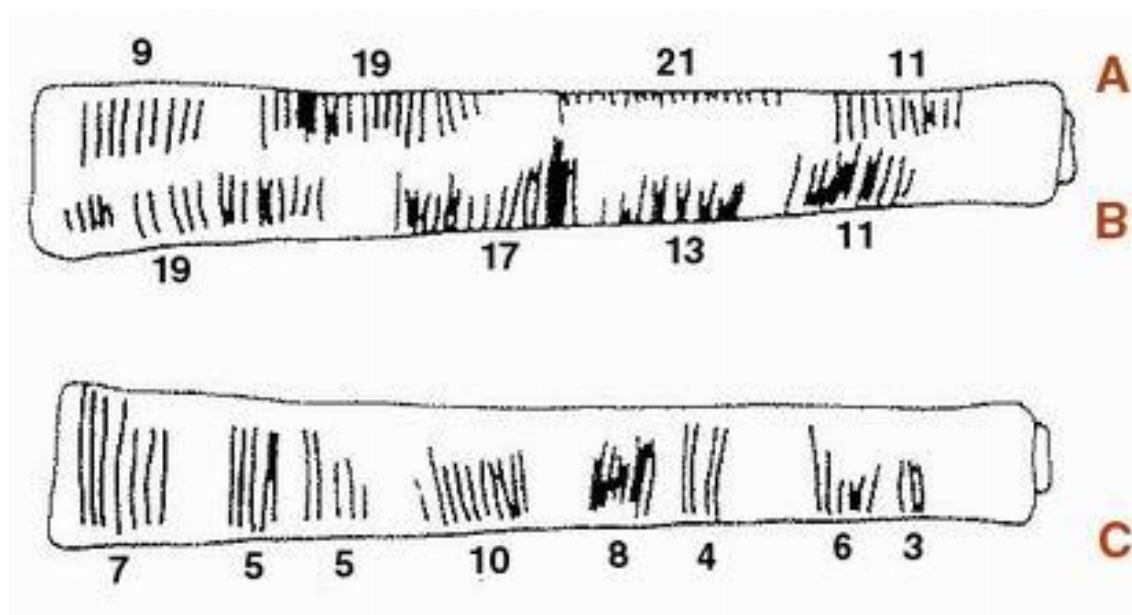
Càlculus. Historia e historias de la numeración



Ishango (República Democrática del Congo)
-25000



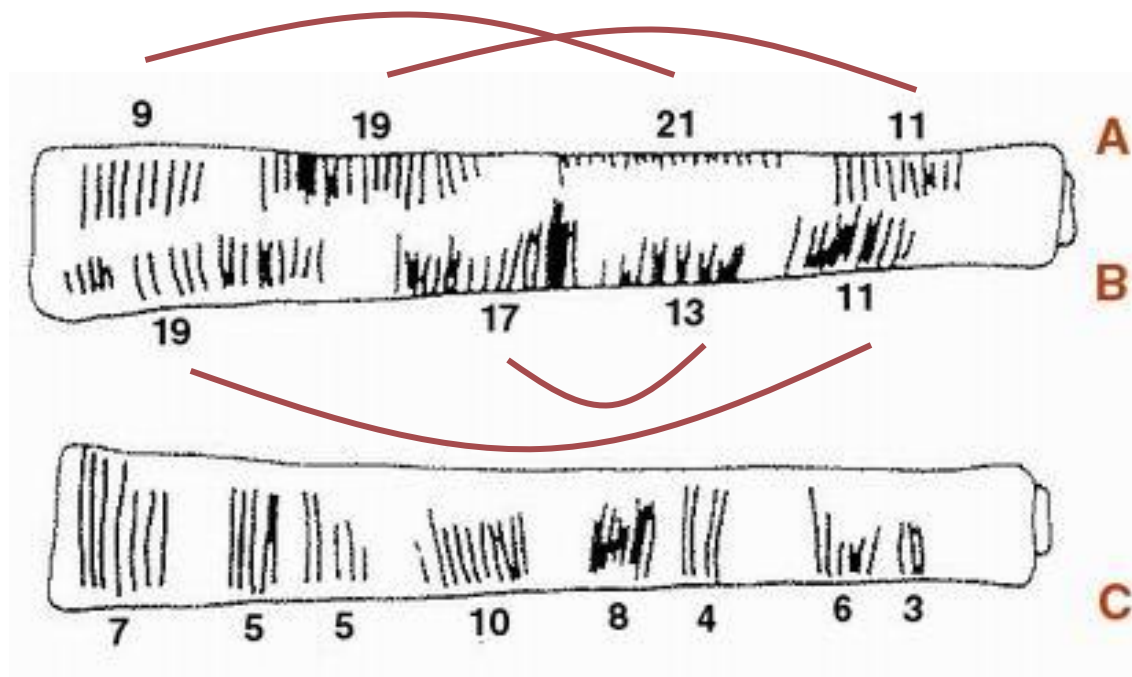
Càlculus. Historia e historias de la numeración



Ishango (República Democrática del Congo)
-25000

Càlculus. Historia e historias de la numeración

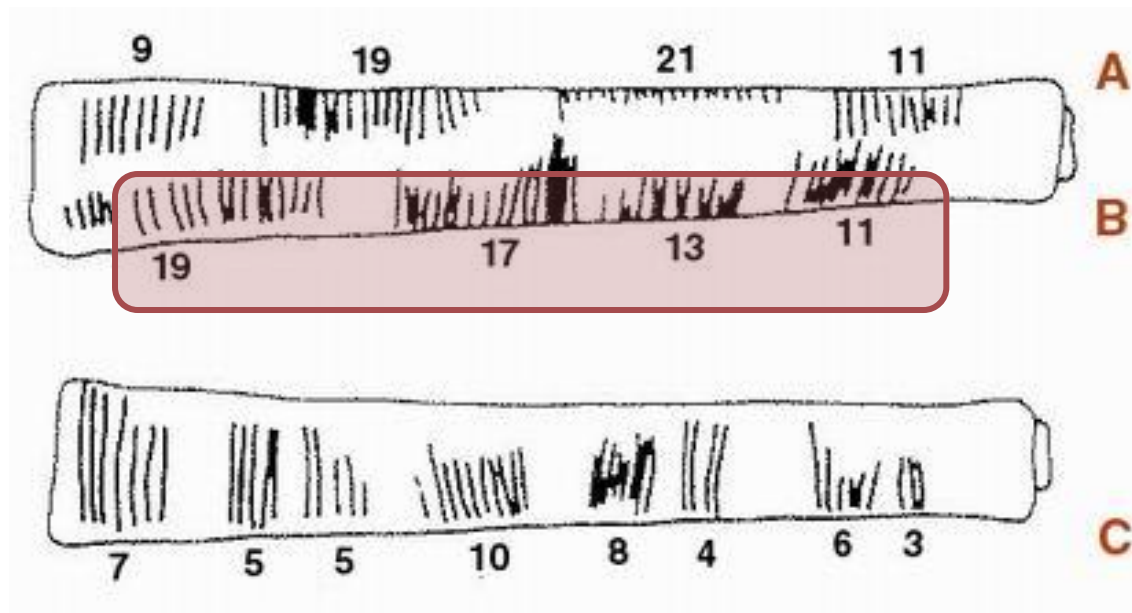
Parejas que suman 30



Ishango (República Democrática del Congo)
-25000

Càlculus. Historia e historias de la numeración

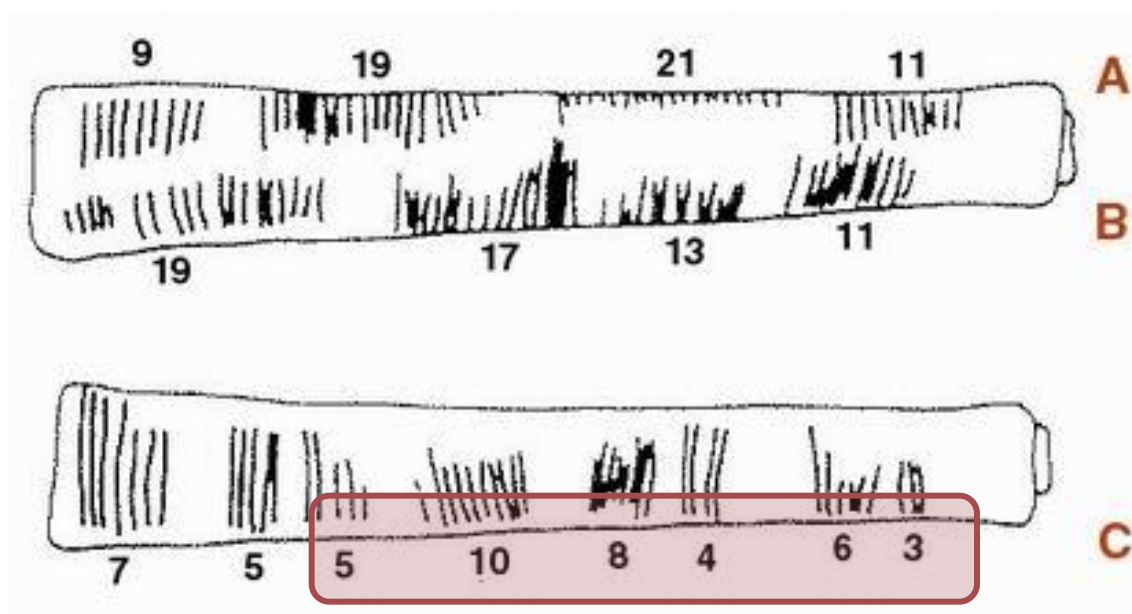
Primos entre 10 y 20



Ishango (República Democrática del Congo)
-25000

Càlculus. Historia e historias de la numeración

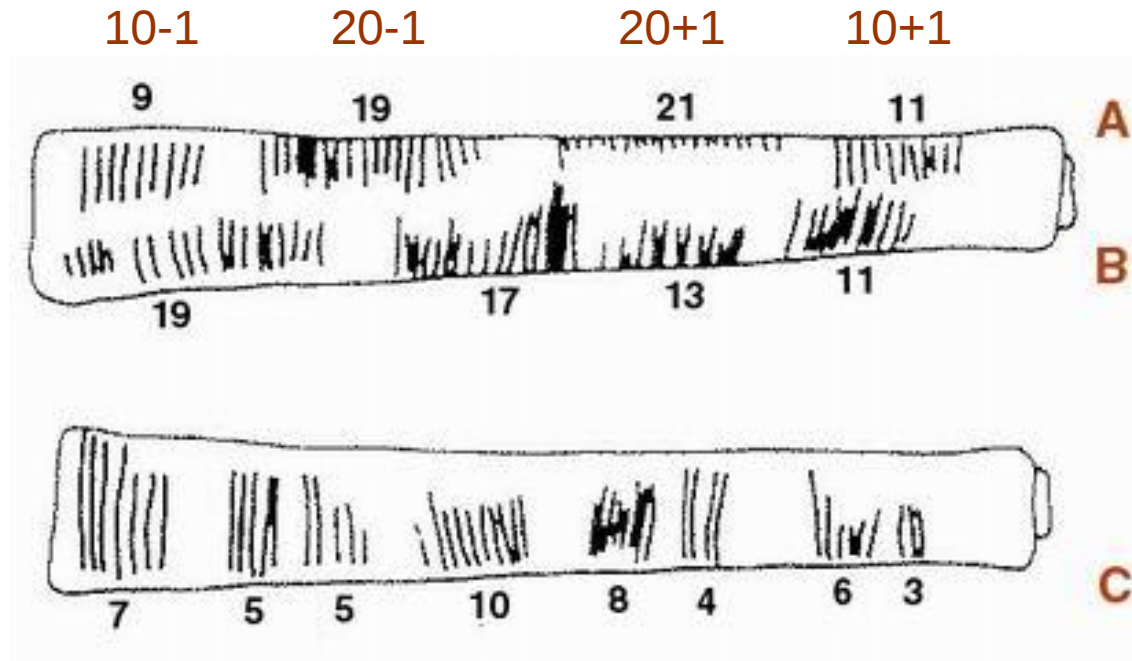
Dobles



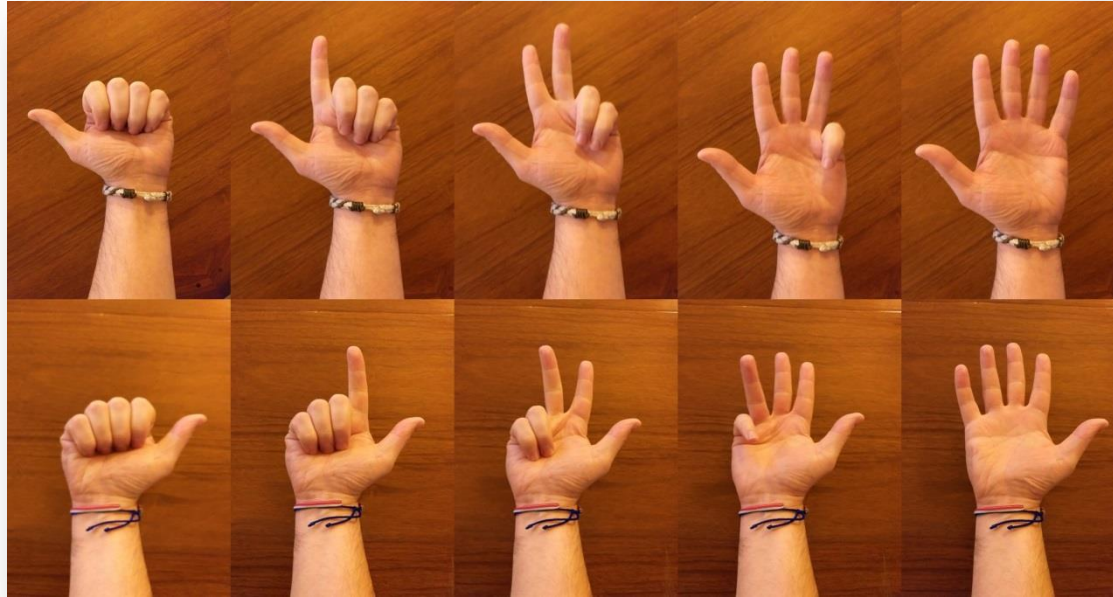
Ishango (República Democrática del Congo)
-25000

Càlculus. Historia e historias de la numeración

Proximidad a la decena



Ishango (República Democrática del Congo)
-25000



III - contar

Càlculus. Historia e historias de la numeración

Ordinales



1º



2ª



3º

Cardinales



1



2



3

Orden



Cantidad



Gesto



Fase *indicativa*



Del gesto a la palabra

Bugilai
(Nueva
Guinea)

gulgimeta kina
dedo del medio

kha'l
el dedo que divide
en partes iguales

Zuñis
(Nuevo
Méjico)

3

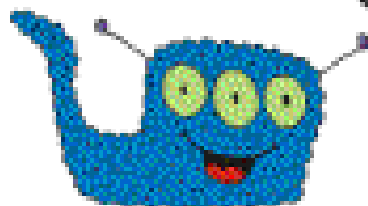


Fase icónica

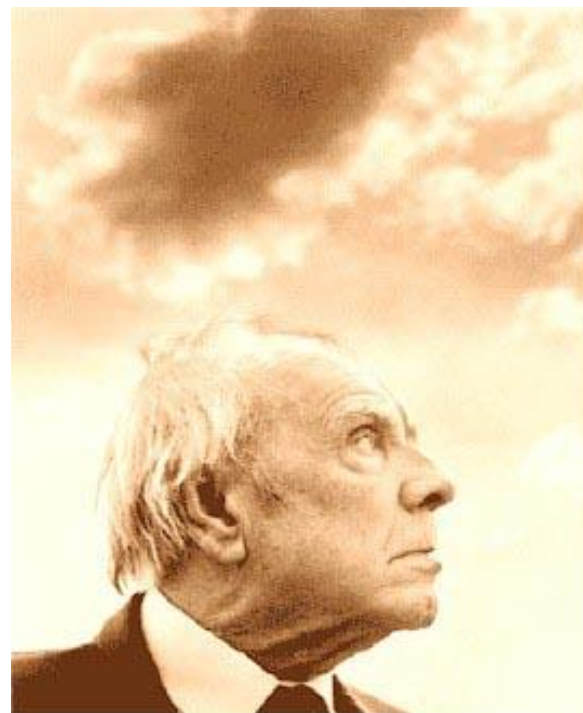


Càlculus. Historia e historias de la numeración

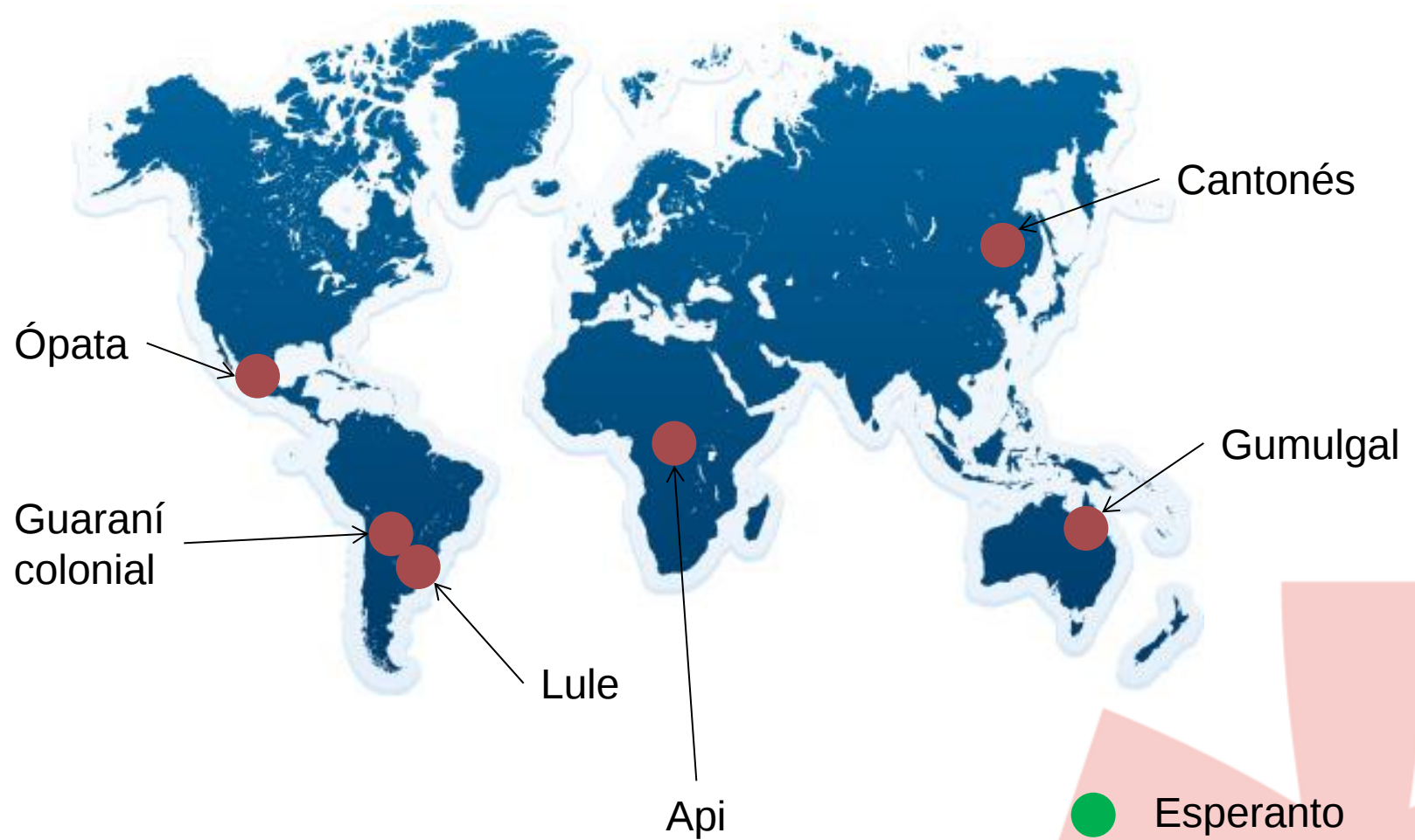
3 045 471



claf, claf, claf, claf,
claf, claf, claf, claf,
claf, claf, claf, claf,
claf, claf, claf, claf,
claf, claf, claf....



Càlculus. Historia e historias de la numeración



Herramientas

- el concepto de base
- unos morfemas mínimos
- las operaciones aritméticas



El orden altera el producto

Mil dos

Dos mil



Cuatrocientos ochenta y un mil dos cientos treinta cuatro

$$(4 \cdot 100 + 80 + 1) \cdot 1000 + 2 \cdot 100 + 30 + 4$$



74

Català	setanta quatre	70+4
Euzkera	hirurogei ta hamalau	$(3 \times 20) + (10 + 4)$
Francés	soixante-quatorze	60+14
Bretón	pevarzek ha tri-ugent	$(4 + 10) \text{ i } (3 \times 20)$
Huli (Papua-Nueva Guinea)	ngui ma, ngui dauni-gonaga deria	$(15 \times 4) + (14 \text{ del } 5\text{è } 15)$
Aymara (Bolivia-Perú)	paqalqu-tunka-pusini	$(7 \times 10) \text{ con } 4$
Nimbria (Nigeria)	gume shide ni bi	$(12 \times 6) \text{ con } 2$

Càlculus. Historia e historias de la numeración

Indios *bakairi* del Brasil

1	2	3	4	¿Base?
<i>tokale</i>	<i>ahage</i>	<i>ahage tokale</i>	<i>ahage ahage</i>	2
uno	dos	dos uno	dos dos	



Lengua *huli* de Nova Guinea

2	6	13	15
<i>kira</i>	<i>waragara</i>	<i>haleria</i>	<i>nguira</i>
dos	seis	trece	quince
21	43	92	¿Base?
<i>nguira-ni waragara</i>	<i>ngui ki, ngui tebone-gonaga haleria</i>	<i>ngui waraga, ngui kane-gonaga kira</i>	15
quince objetos y seis objetos	Quince dos, trece objetos del tercer quince	quince seis, dos objetos del séptimo quince	

Càlculus. Historia e historias de la numeración

Llengua *ndom* de Nova Guinea

1	<i>sas</i>	uno	¿Base?
2	<i>thef</i>	dos	6
3	<i>ithin</i>	tres	
6	<i>mer</i>	seis	
7	<i>mer abo sas</i>	seis y uno	
8	<i>mer abo thef</i>	seis y dos	
14	<i>mer an thef abo thef</i>	dos seises y dos	
18	<i>tondor</i>	dieciocho	
36	<i>nif</i>	treinta y seis	
43	<i>nif abo mer abo sas</i>	treinta y seis y seis y uno	
85	<i>nif thef abo mer an thef abo sas</i>	dos treinta y seis y dos seis y uno	
98	<i>nif thef abo tondor abo mer abo thef</i>	dos treinta y seis y dieciocho y seis y dos	

Càlculus. Historia e historias de la numeración

Lengua *nimbria* de Nigeria

1	<i>da</i>	uno	¿Base?
3	<i>ugu</i>	tres	12
8	<i>tager</i>	ocho	
12	<i>tuni (gume)</i>	doce	
15	<i>tuni mbe ugu</i>	doce y tres	
44	<i>gume ugu ni tager</i>	tres doces y ocho	
99	<i>gume tager ni ugu</i>	ocho doces y tres	

Càlculus. Historia e historias de la numeración

Lengua *wiru* de Oceania

1	<i>ondene</i>	uno	¿Base?
2	<i>takura</i>	dos	4
4	<i>lu-u</i>	cuatro	
5	<i>lu ke ondene</i>	cuatro y uno	
6	<i>lu ke takura</i>	cuatro y dos	
8	<i>lu-u takura</i>	cuatro doses	

Càlculus. Historia e historias de la numeración

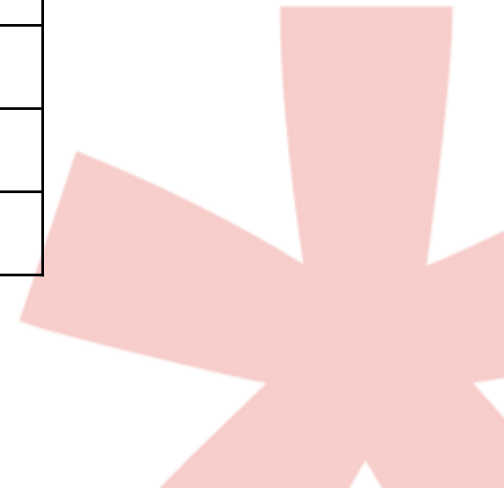
Lengua *nahuatl* de Méjico

1	<i>cē</i>	uno	¿Base?
3	<i>ēyi</i>	tres	5
5	<i>chica o mācuilli</i>	cinco	
6	<i>chicuacē</i>	cinco-uno	
8	<i>chicuēyi</i>	cinco-tres	



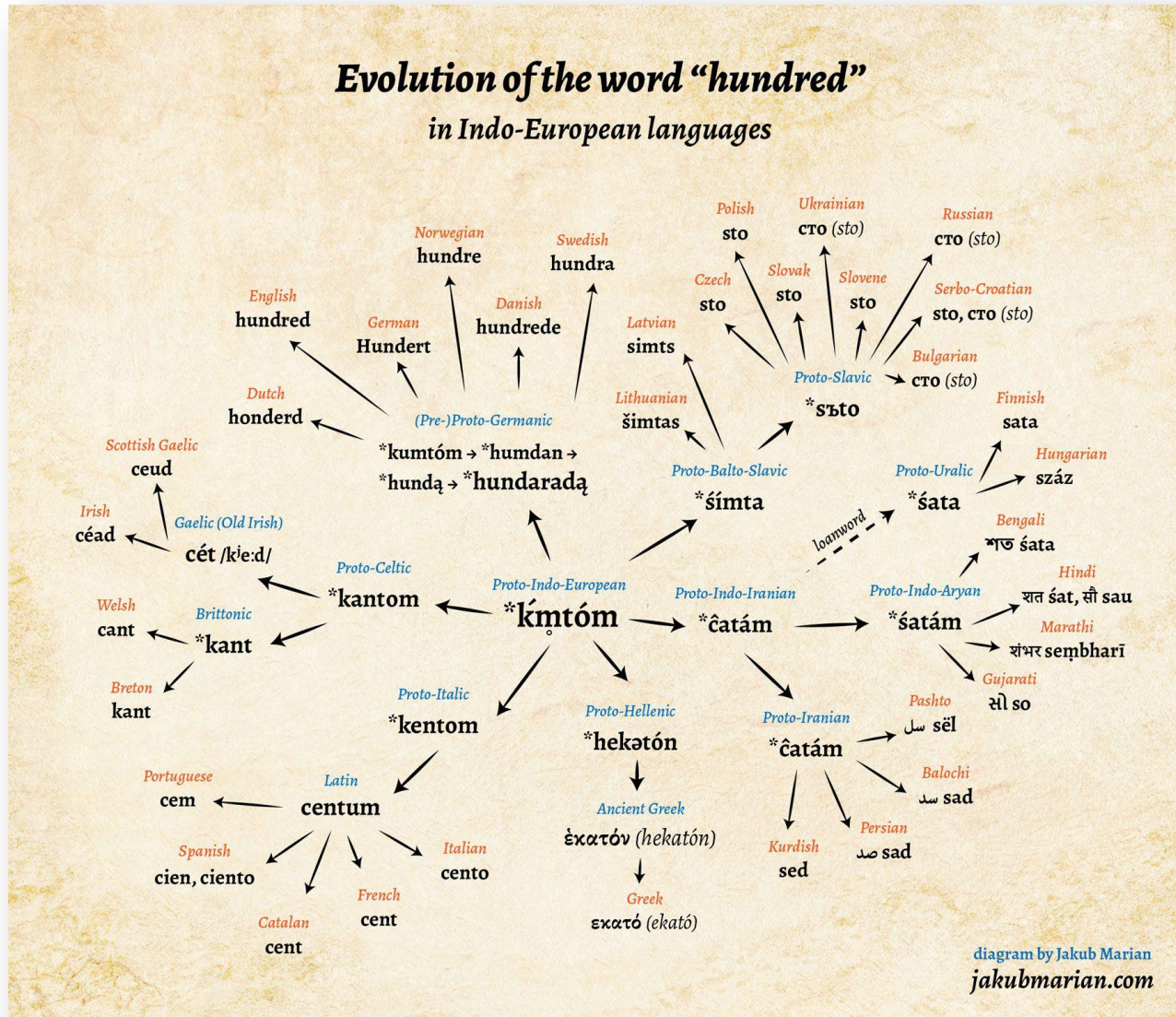
Uno a diez

Protoindoeuropeo	
1	oinos
2	duwo
3	treys
4	kwetwores
5	penkwe
6	sweks
7	septm
8	okto
9	newn
10	dekm



Càlculus. Historia e historias de la numeración

La evolución de “cien” (*kmtóm*) en las lenguas indoeuropeas

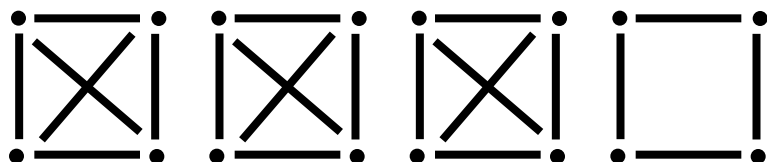




IV - escribir

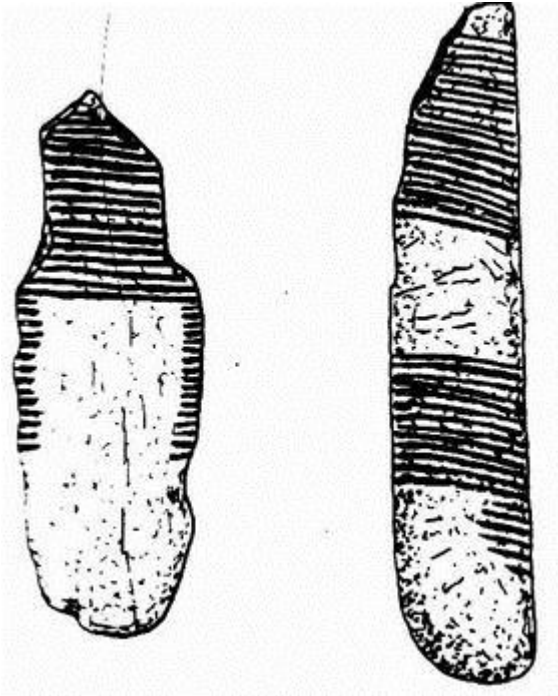


Càlculus. Historia e historias de la numeración

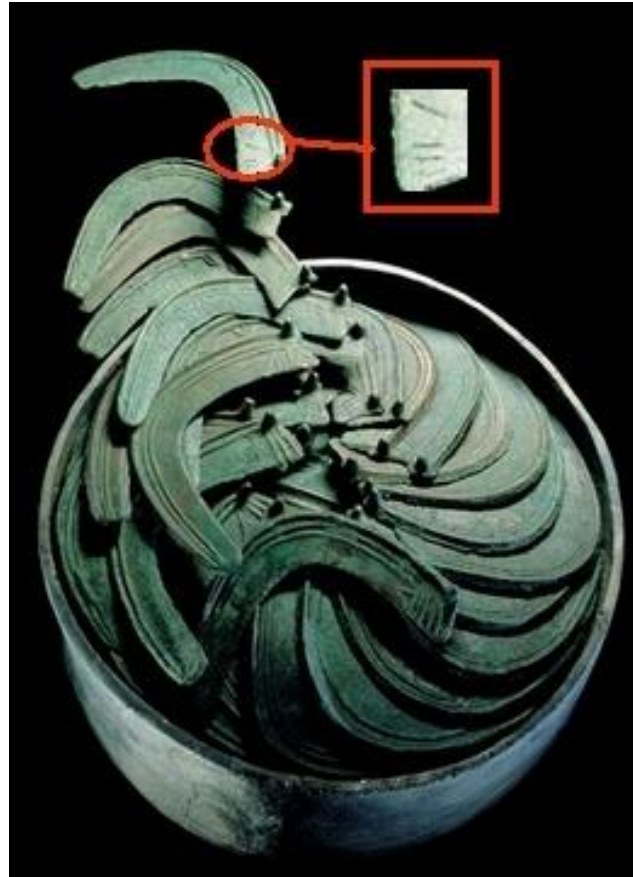


Càlculus. Historia e historias de la numeración

Marcas de marcas



Hace más de 30000 años



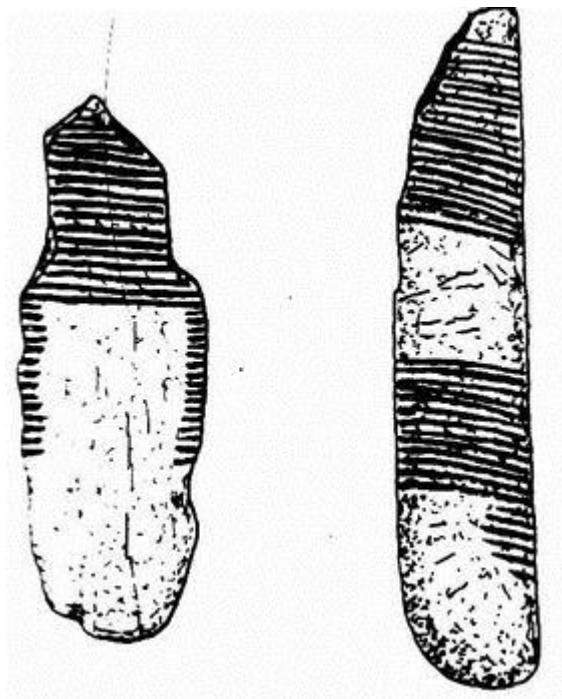
Hace unos 2500 años

/	1
//	2
///	3
////	4

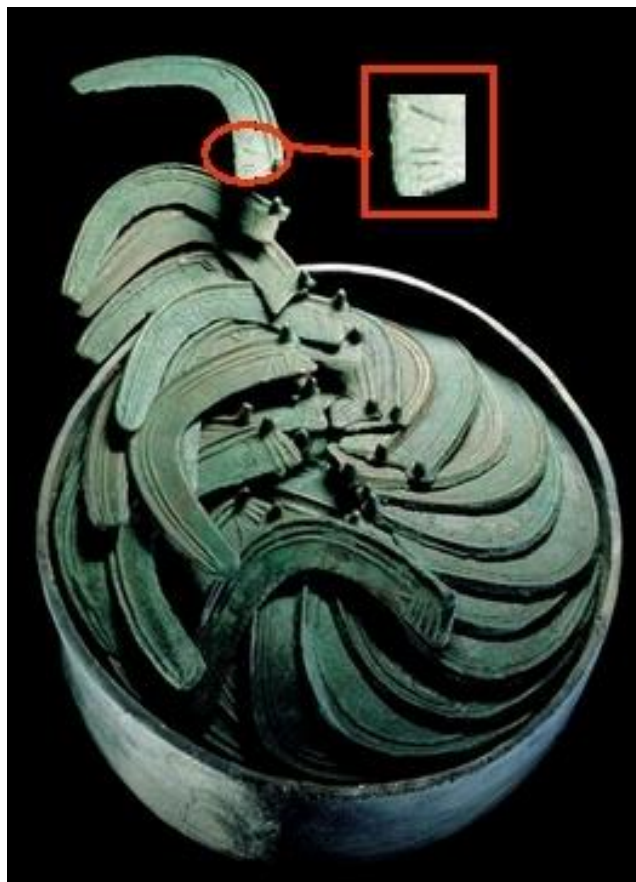
"Cultura de los Campos de urnas" (Frankleben –Alemania)

Càlculus. Historia e historias de la numeración

Marcas de marcas



Hace más de 30000 años



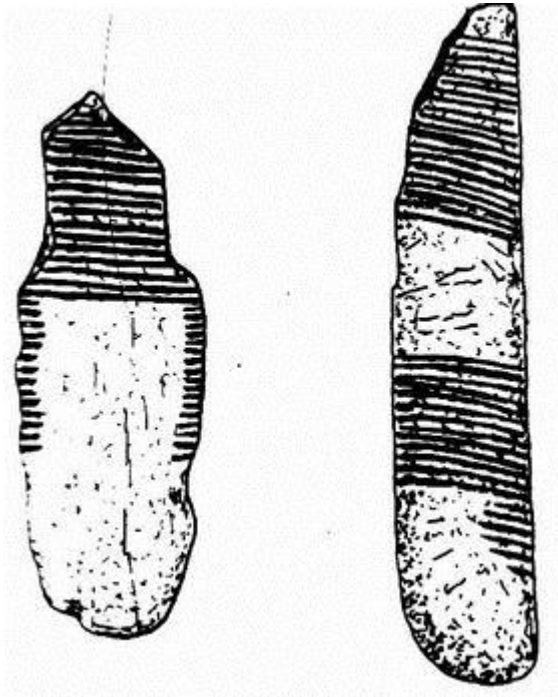
Hace unos 2500 años

/	1
//	2
///	3
////	4
\	5

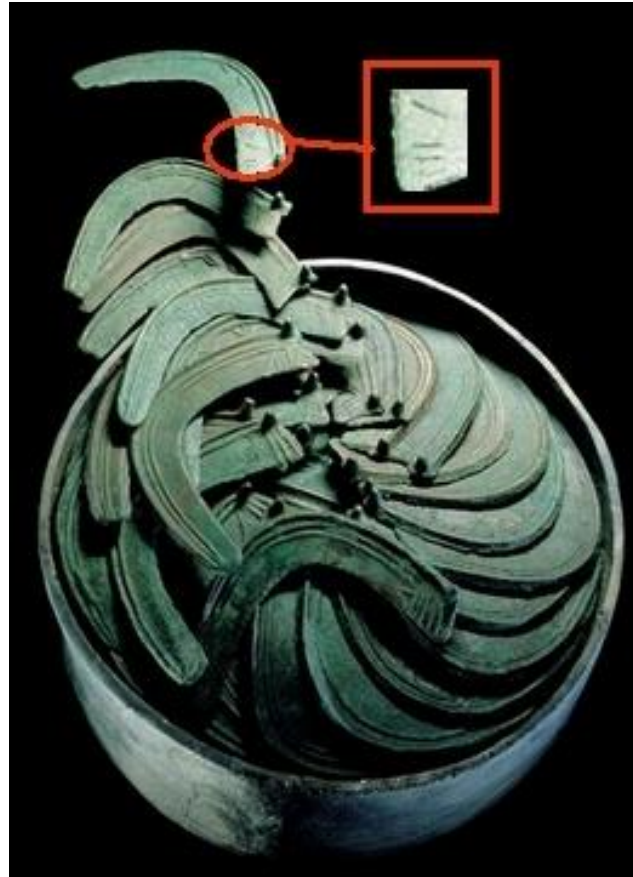
"Cultura de los Campos de urnas" (Frankleben –Alemania)

Càlculus. Historia e historias de la numeración

Marcas de marcas



Hace más de 30000 años

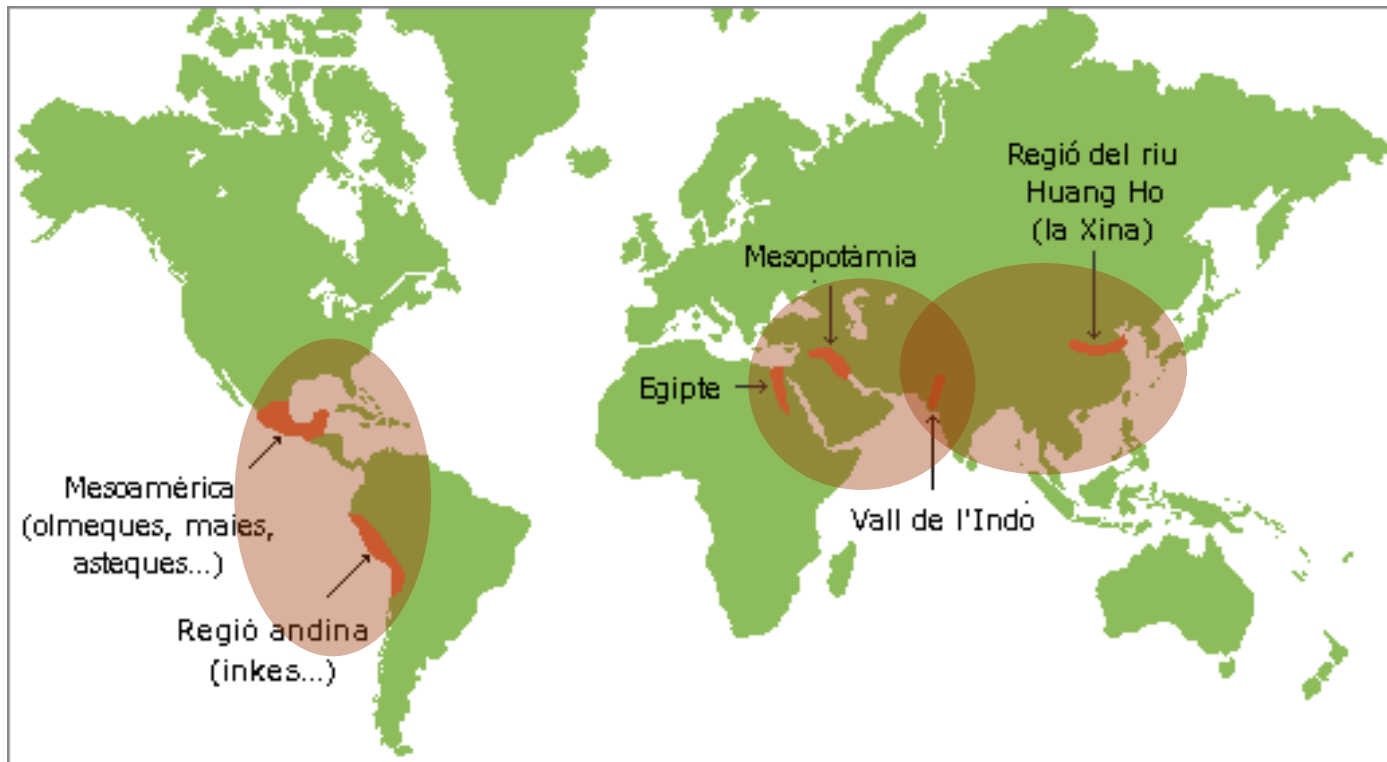


Hace unos 2500 años

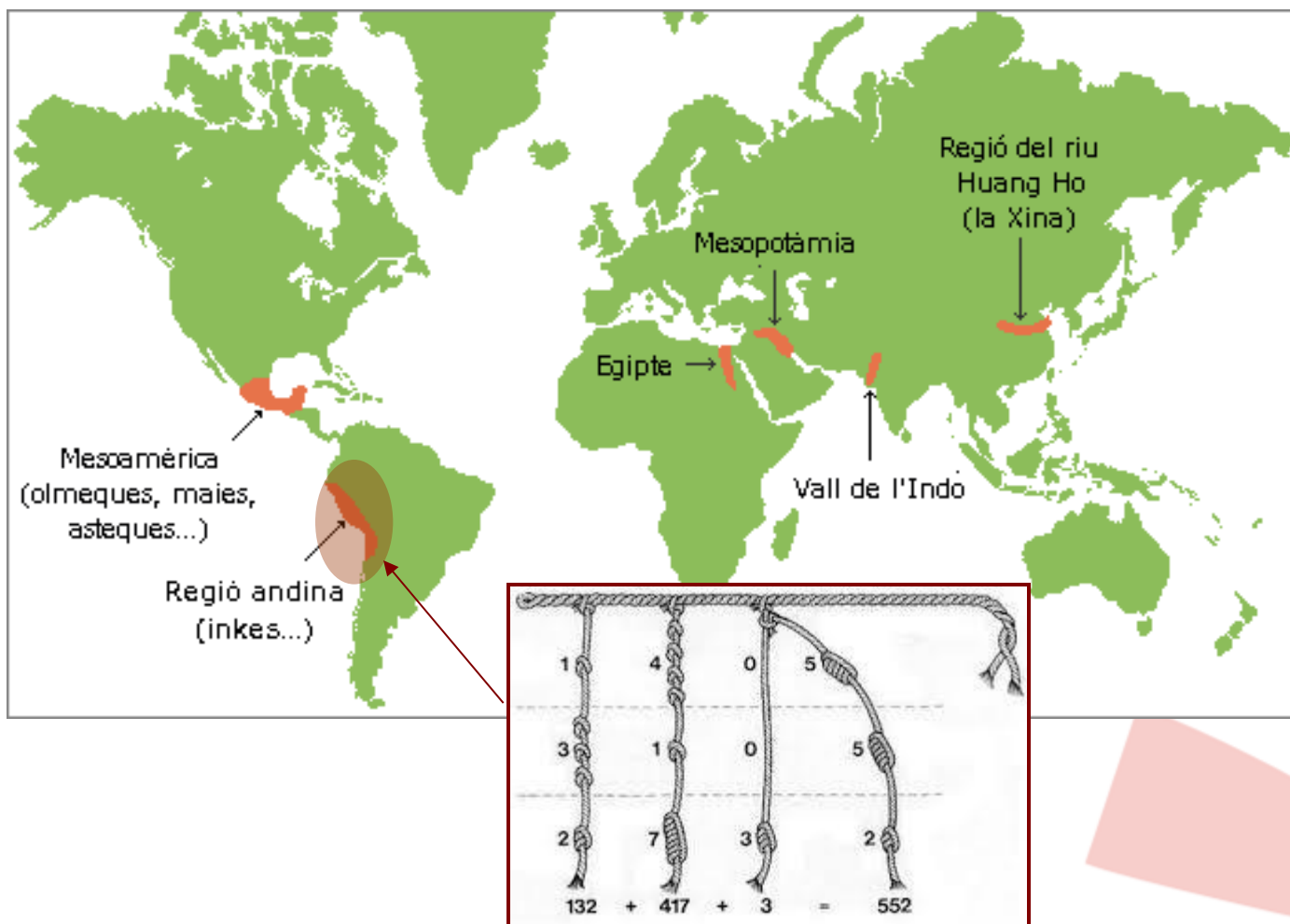
/	1
//	2
///	3
////	4
\	5
/\	6
//\	7
...	...
//// \\\	29

"Cultura de los Campos de urnas" (Frankleben –Alemania)

Civilizaciones

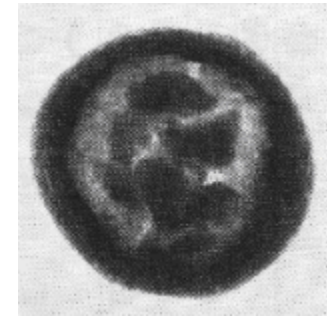
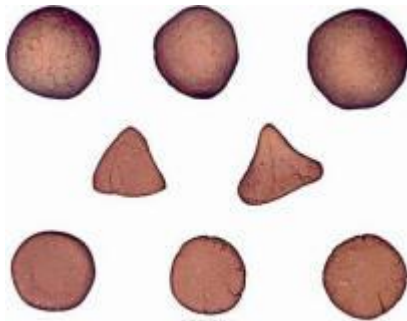


Civilizaciones



Càlculus. Historia e historias de la numeración

Sumer



Hace más de 5000 años



Càlculus. Historia e historias de la numeración

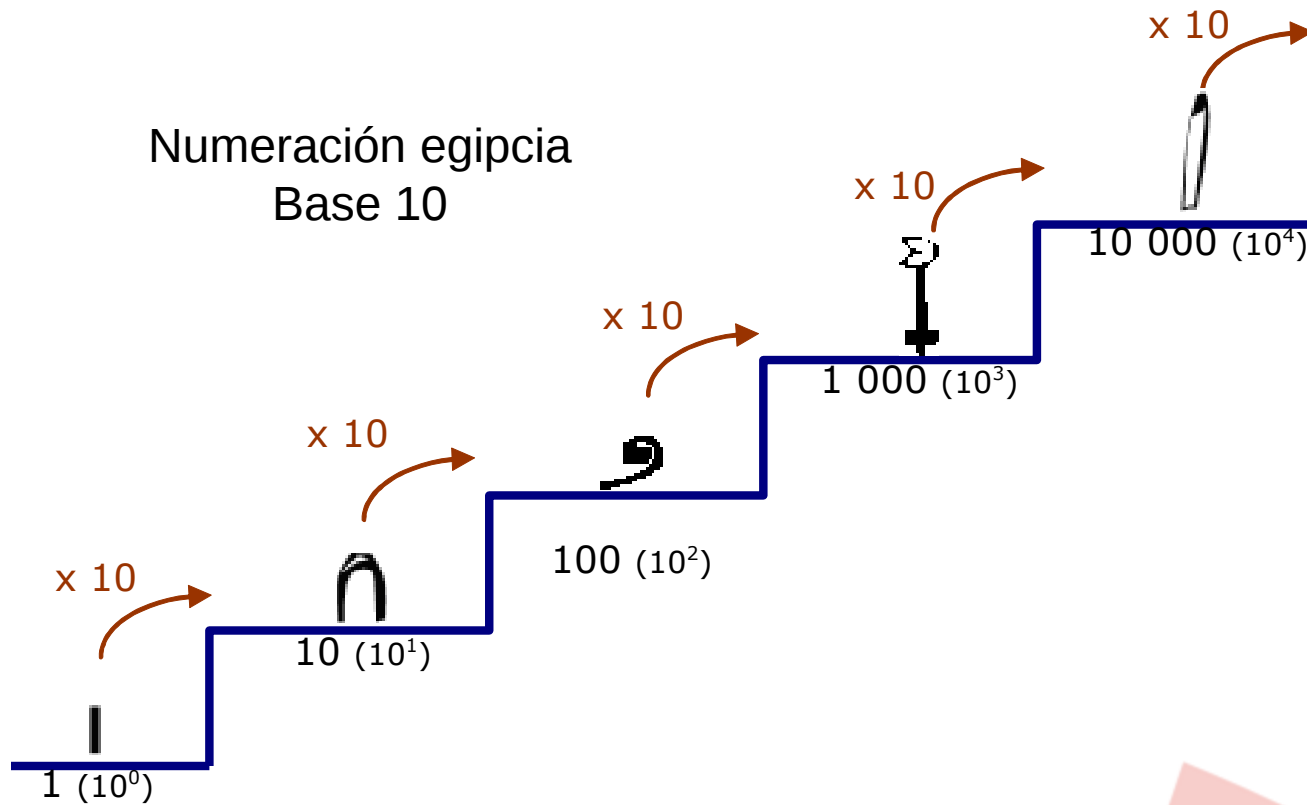


Herramientas

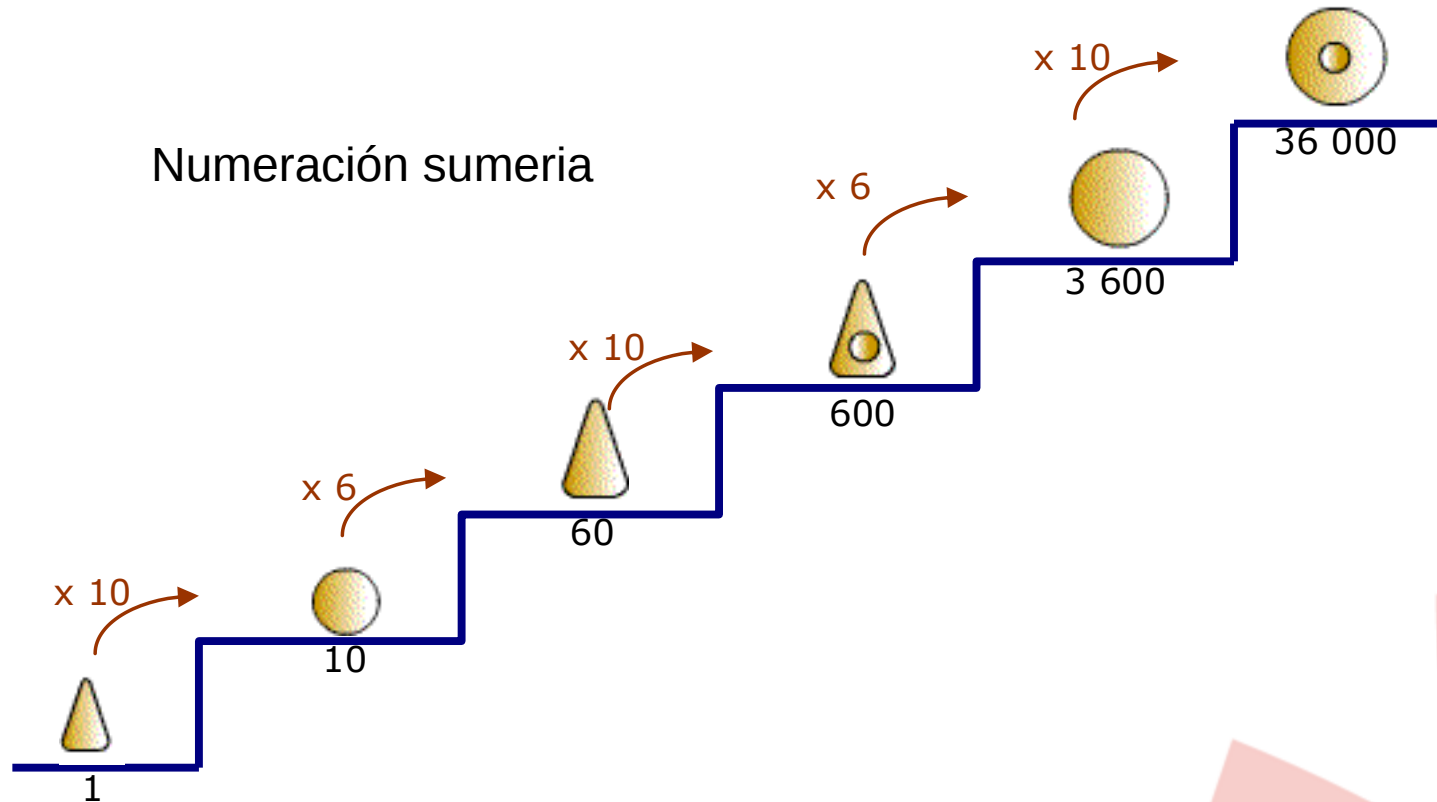
- el concepto de base
- unos **signos** mínimos
- las operaciones aritméticas



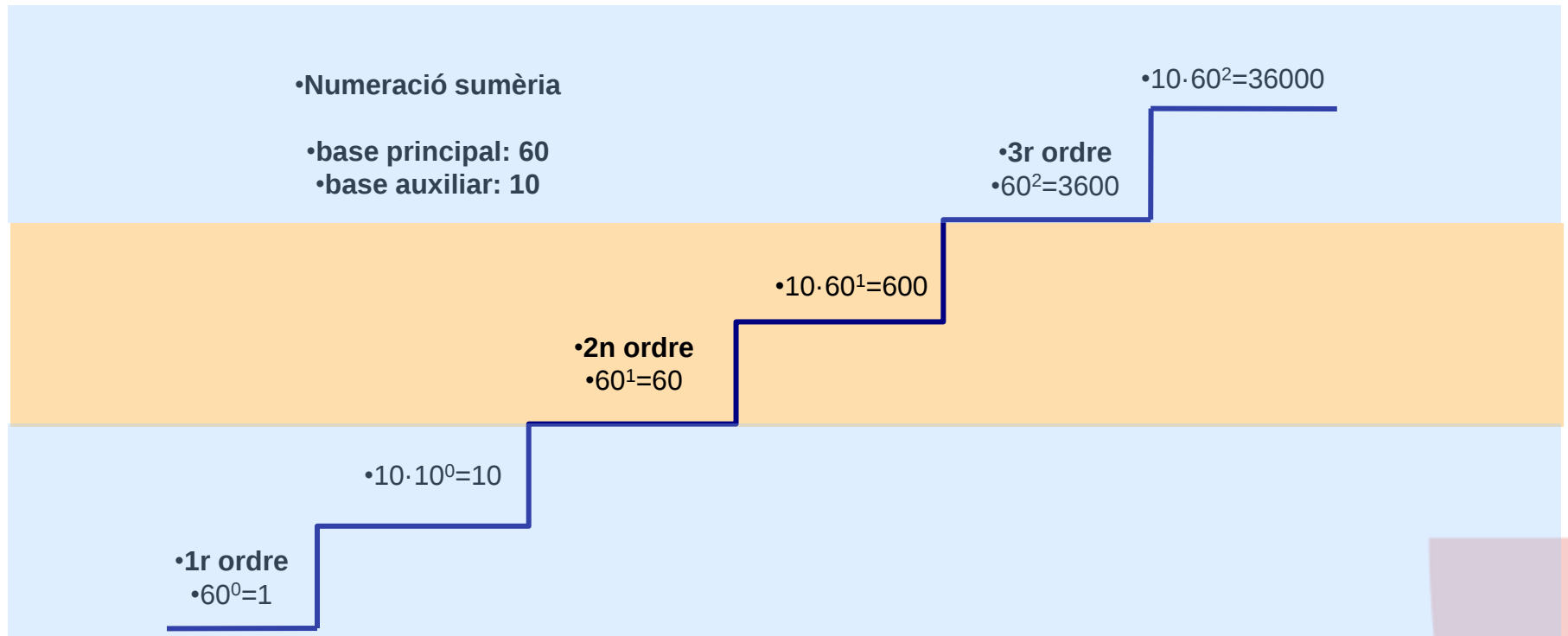
Bases



Bases



Bases



Càlculus. Historia e historias de la numeración

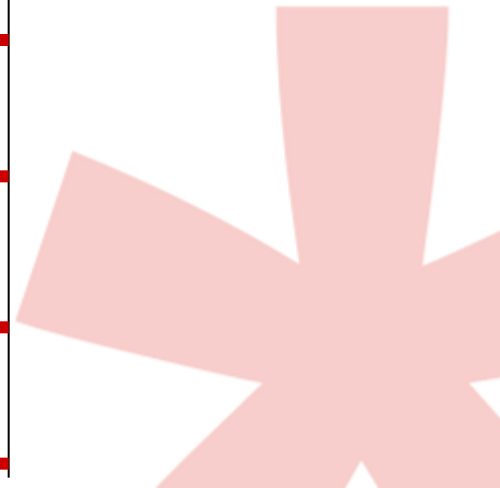
Egipto (3000 a.n.e.)

Cifras				
	1 (10^0)	10 (10^1)	100 (10^2)	1 000 (10^3)
				
	10 000 (10^4)	100 000 (10^5)	1 000 000 (10^6)	

Ejemplo 6437	
Construcción	$1000+1000+1000+1000+1000+1000+100+100+100+100+10+10+10+1+1+1+1+1+1+1+1$

Càlculus. Historia e historias de la numeración

	Numeración cretense
999	
1000	
Cantidad de símbolos	
Longitud	
Idea de tamaño	
Ampliación automática	
Permite calcular	



Càlculus. Historia e historias de la numeración

China

Hace unos 2500 años

一 1 (10 ⁰)	二 2	三 3	四 4	五 5
六 6	七 7	八 8	九 9	十 10 (10 ¹)
百 100 (10 ²)		千 1 000 (10 ³)		萬 10 000 (10 ⁴)

Ejemplo 6437	六 千 四 百 三 十 七 6 1000 4 100 3 10 7
Construcción	$6 \cdot 1000 + 4 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 7$

Càlculus. Historia e historias de la numeración

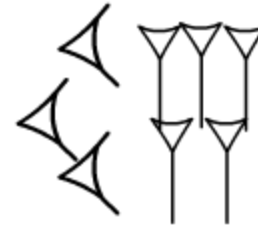
	China clásica
999	九百九十九
1000	一千
Cantidad de símbolos	
Longitud	
Idea de tamaño	
Ampliación automática	
Permite calcular	



Càlculus. Historia e historias de la numeración

Asirios

Hace unos 3800 años



13

23

35

x 3600

x 60

x 1

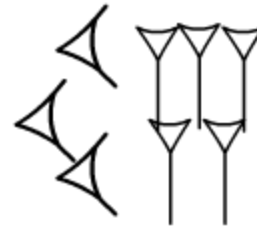
48125



Càlculus. Historia e historias de la numeración

Asirios

Hace unos 3800 años



13 hores

23 minuts

35 segons

x 3600

x 60

x 1

48125

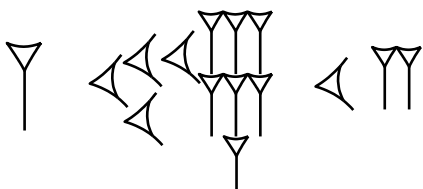


Càlculus. Historia e historias de la numeración

Asirios

Hace unos 3800 años

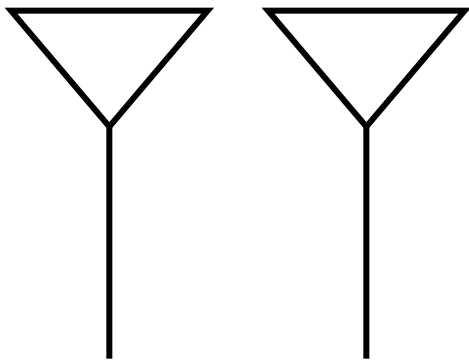
Cifras						
	1 (60 ⁰)	10 (60 ¹)				
Valores de posición	etc  (60 ⁿ)	12,960 000  (60 ⁴)	216 000  (60 ³)	3600  (60 ²)	60  (60 ¹)	1  (60 ⁰)

Ejemplo 6437	 1 ; 47 ; 12
Construcción	$1 \cdot 60^2 + (10+10+10+10+1+1+1+1+1+1+1) \cdot 60^1 + (10+1+1) \cdot 60^0$

Càlculus. Historia e historias de la numeración

Asirios

Hace unos 3800 años



2 (1+1)



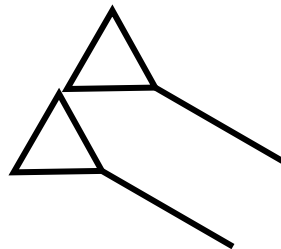
61 (60+1)



3601 (3600+1)



3660 (3600+60)



espacio vacío

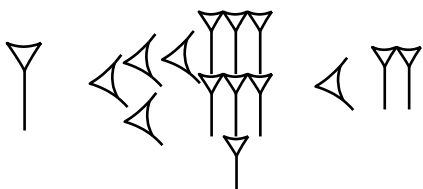
500 a.n.e.

Càlculus. Historia e historias de la numeración

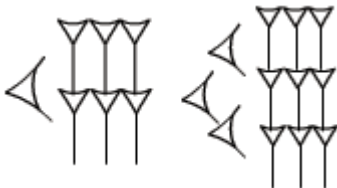
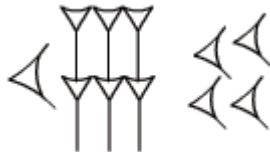
Asirios

Hace unos 3800 años

Cifras						
	1 (60 ⁰)	10 (60 ¹)				
Valores de posición	etc  (60 ⁿ)	12,960 000  (60 ⁴)	216 000  (60 ³)	3600  (60 ²)	60  (60 ¹)	1  (60 ⁰)

Ejemplo 6437	 1 ; 47 ; 12
Construcción	$1 \cdot 60^2 + (10+10+10+10+1+1+1+1+1+1+1) \cdot 60^1 + (10+1+1) \cdot 60^0$

Càlculus. Historia e historias de la numeración

	Asiria
999	
1000	
Cantidad de símbolos	
Longitud	
Idea de tamaño	
Ampliación automática	
Permite calcular	



Càlculus. Historia e historias de la numeración

Bases



3	1000	7	100	8	10	2
𐌸	𐌹	𐌺	𐌽	𐌾	𐌺	𐌺



Càlculus. Historia e historias de la numeración

3	1000	7	100	8	10	2
𐌵	𐌹𐌺𐌾	𐌽	𐌹𐌺	𐌸	𐌹𐌺	𐌺



Càlculus. Historia e historias de la numeración

3


7


8


2




Càlculus. Historia e historias de la numeración

India

Hace unos 1500 años

३२३७



Càlculus. Historia e historias de la numeración

India

Hace unos 1500 años

millares

↑
३ २ ३ ७

3000

$3 \cdot 1000$

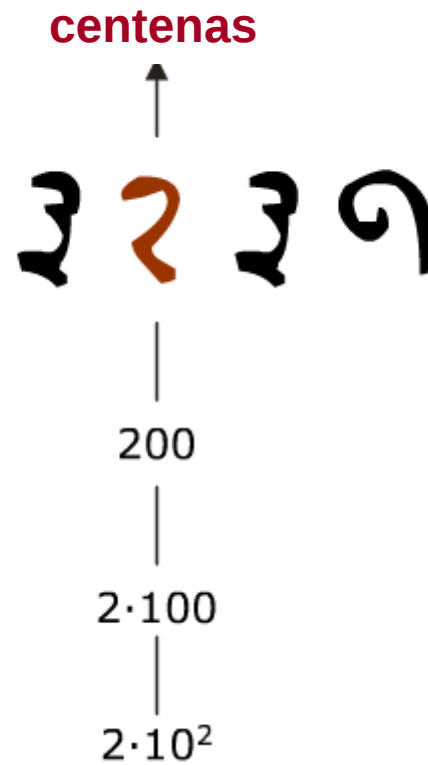
$3 \cdot 10^3$



Càlculus. Historia e historias de la numeración

India

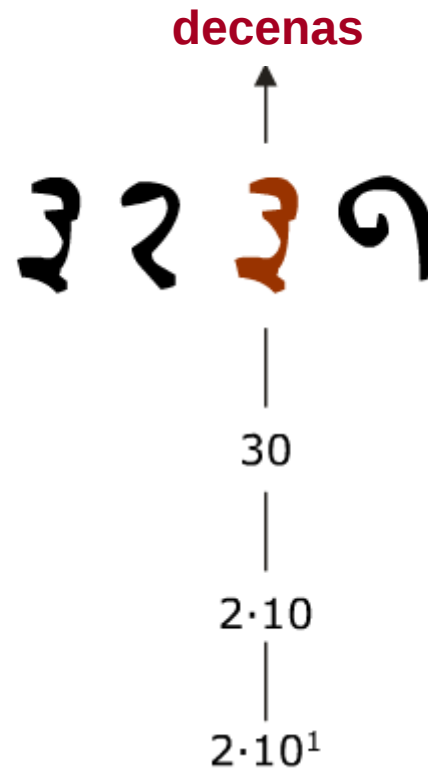
Hace unos 1500 años



Càlculus. Historia e historias de la numeración

India

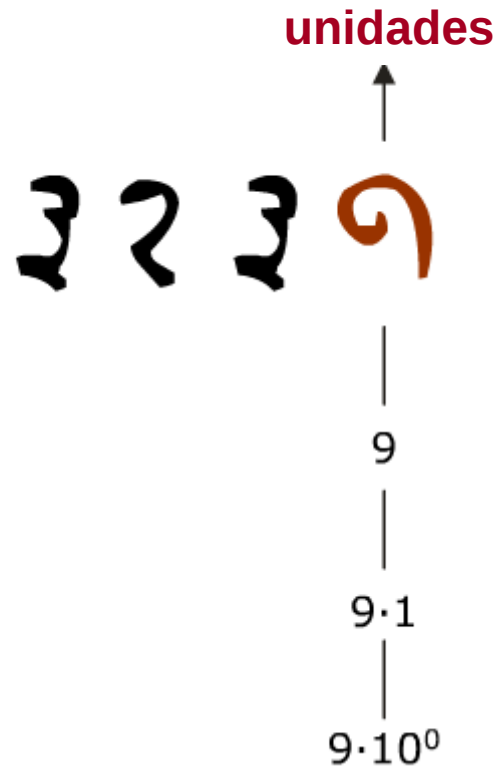
Hace unos 1500 años



Càlculus. Historia e historias de la numeración

India

Hace unos 1500 años



Càlculus. Historia e historias de la numeración

India

Hace unos 1500 años

३२३९

3239



Càlculus. Historia e historias de la numeración

India

Hace unos 1500 años



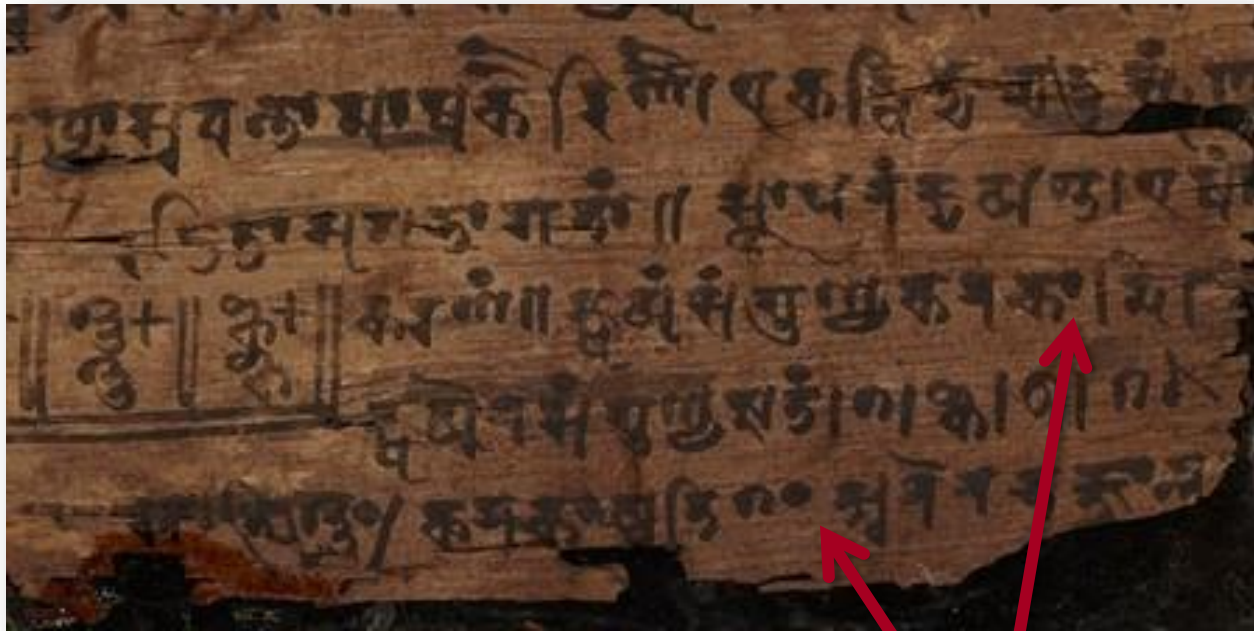
270

Templo en Gwalior

Càlculus. Historia e historias de la numeración

India

Hace unos 1500 años



Manuscrito Bakhshali

ceros

Càlculus. Historia e historias de la numeración

India

Hace unos 1500 años

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Ejemplo
6437

6 4 3 7

Construcción

$$6 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$$

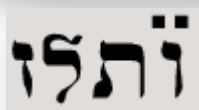
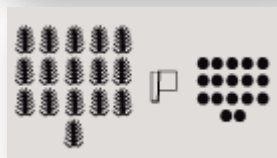
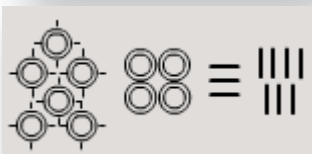
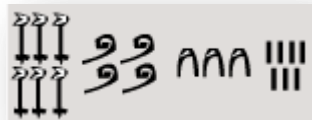
Càlculus. Historia e historias de la numeración

	India
999	९९९
1000	१०००
Cantidad de símbolos	●
Longitud	●
Idea de tamaño	●
Ampliación automática	●
Permite calcular	●

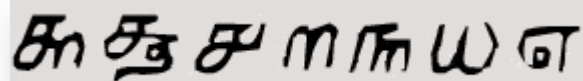


Càlculus. Historia e historias de la numeración

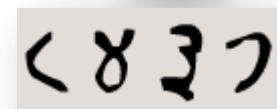
Aditivas



Híbridas



Posicionales

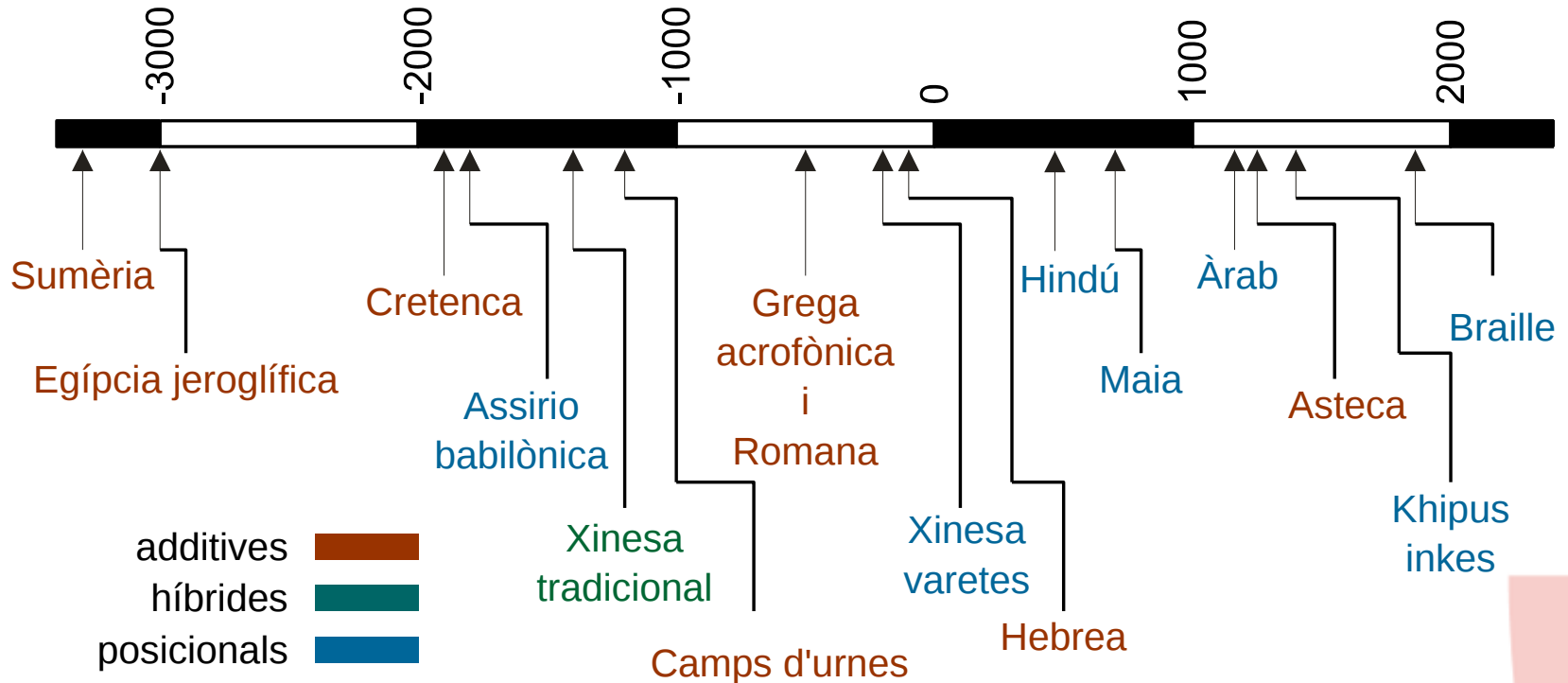


6437



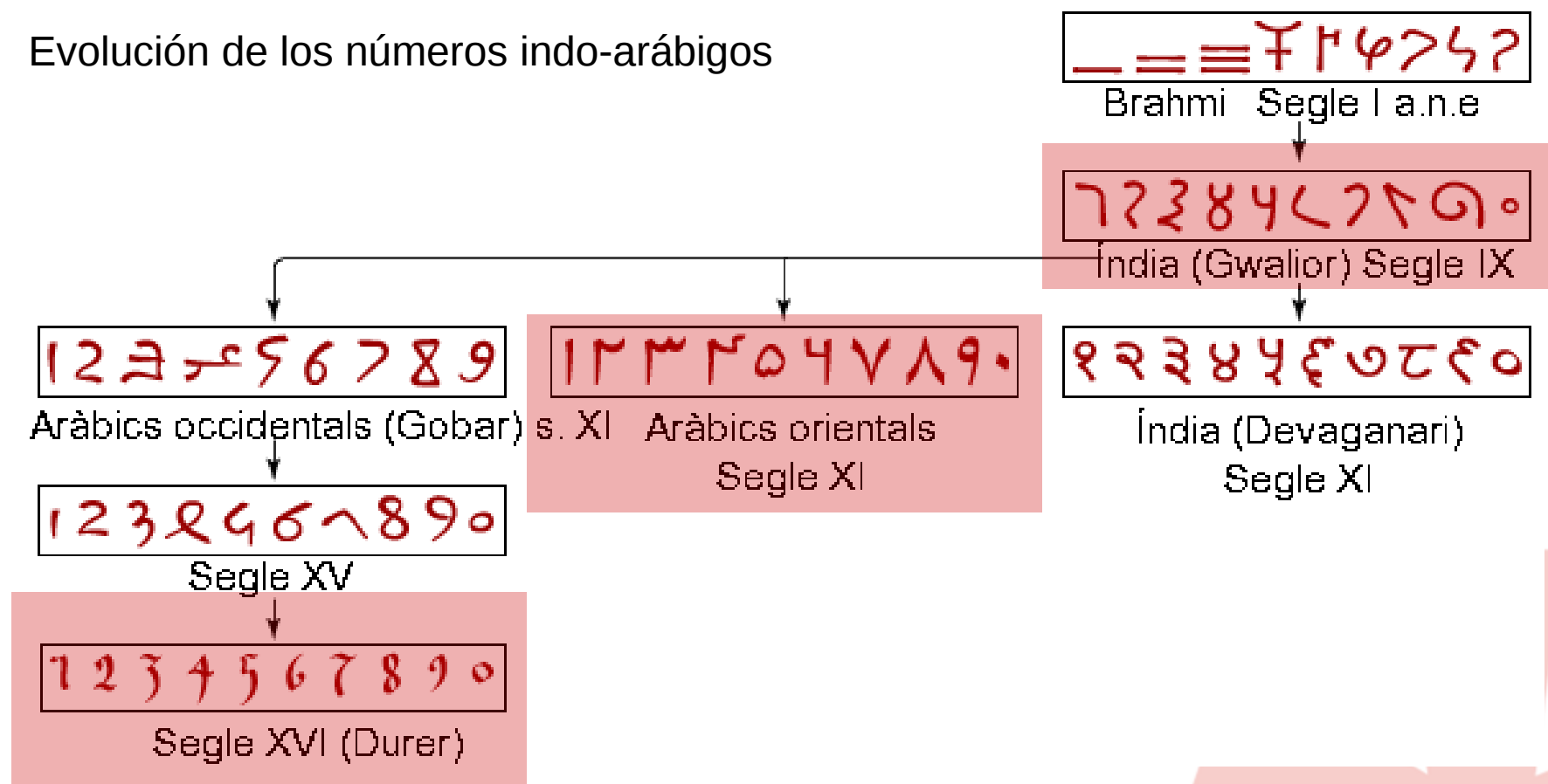
Càlculus. Historia e historias de la numeración

Línea del tiempo

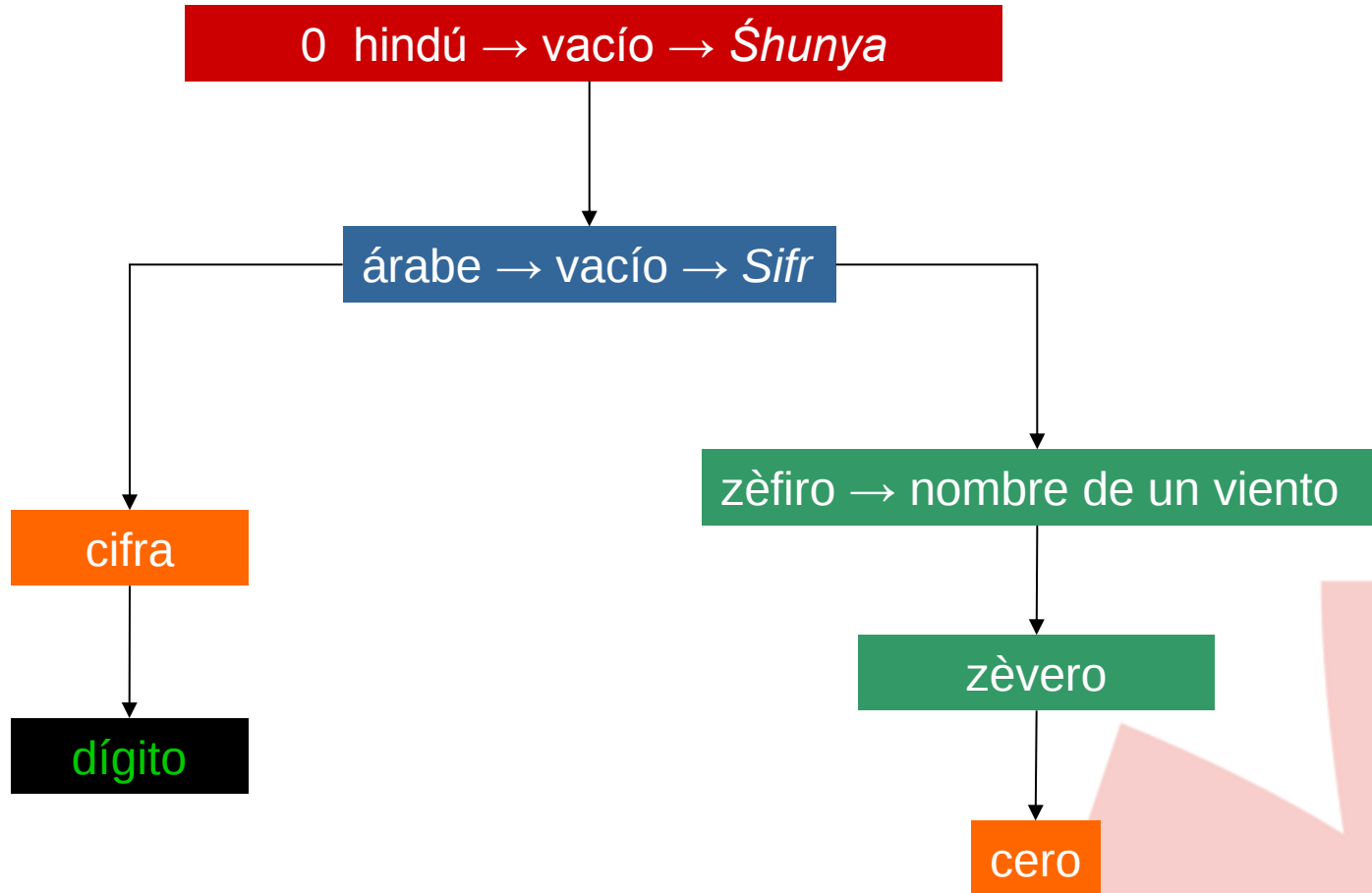


Evolución de las cifras

Evolución de los números indo-arábigos



Biografía de las palabras



3.456,201'72

3.456.201,72

3₁456.201,72

3 456 201,72

3 456 201.72

3'456'201.72



Moitas grazas
Muchas gracias
Moltes gràcies
Eskerrik asko



Web del CESIRE (àmbit matemàtiques)

<https://agora.xtec.cat/cesire/categoria/ambits/matematic/>

Web Càlculus

<http://www.xtec.cat/~jjareno/calculus/>

Materials del taller: http://bit.do/19jaem_calculus

