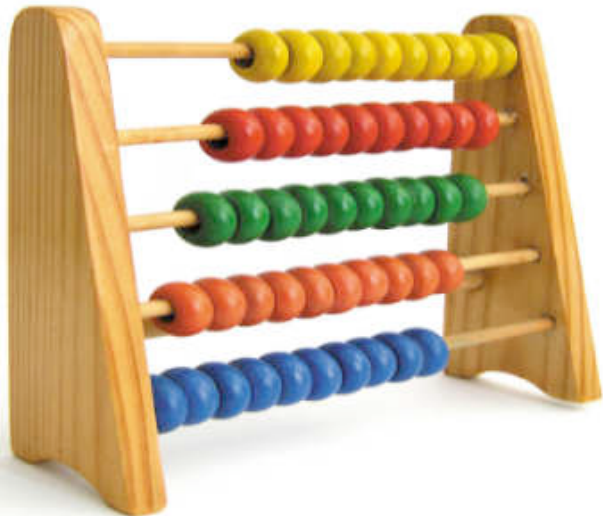


Reflexions sobre el càlcul a Primària (II)



David Barba
Cecilia Calvo
OCT-NOV 2011
CREAMAT

EN LA TROBADA ANTERIOR

- Vam presentar una proposta per treballar el càlcul additiu a Cicle Inicial en que es prioritza el desenvolupament del sentit numèric endarrerint la introducció dels algorismes
- Vam parlar de que vol dir “calcular sense comptar”

Aritmètica: entre les estratègies i els algorismes Càlcul a Cicle Mitjà

9-11-2011



programa

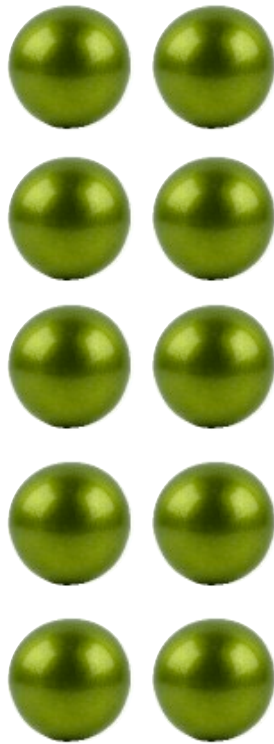
- el treball amb les operacions aritmètiques és independent del treball amb els seus algorismes associats
- podem treballar els algorismes de manera transparent i significativa
- creiem en la importància de treballar amb algorismes a l'escola

el treball amb
les operacions
aritmètiques és
independent
del treball amb
els seus
algorismes
associats



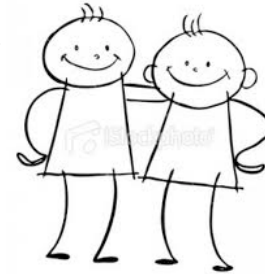
la
multiplicació

Calcular comptant



5 grups de
dos elements

Els compto



Vegades

Cinc vegades 2

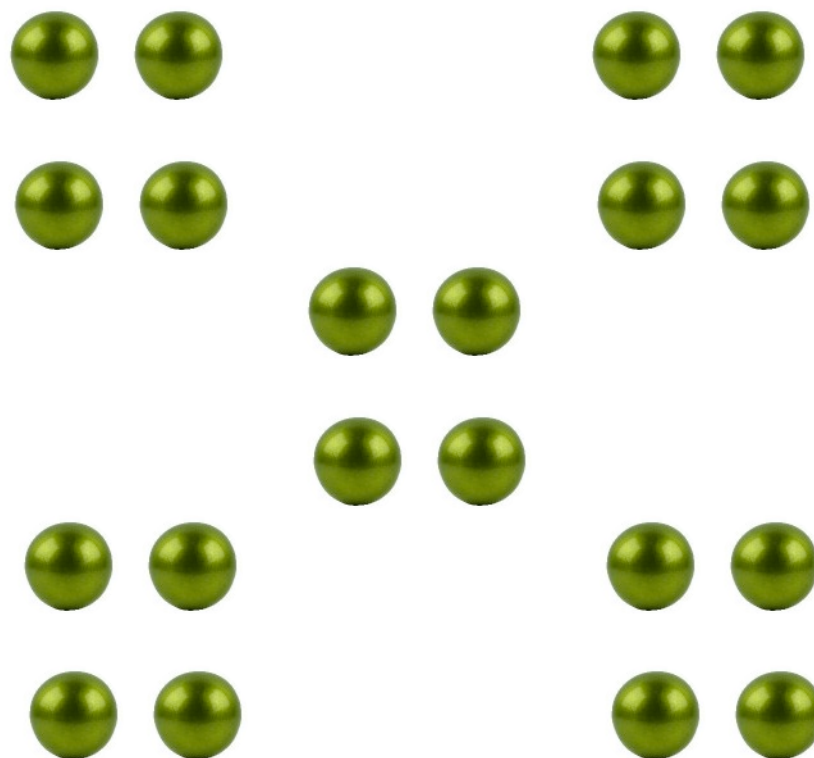
$2+2+2+2+2$

5×2

Cop d'ull o subitising



Cop d'ull



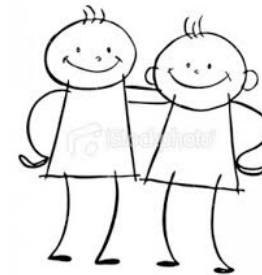
● mat

Les taules: calcular sense comptar

- Quant fan 3×6 ?

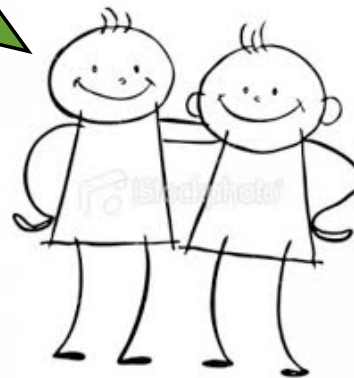
18

18



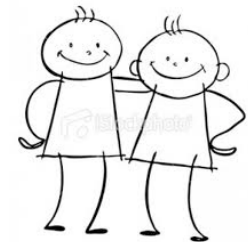
- 4×6 ?

Encara no
hem fet la taula
del 4

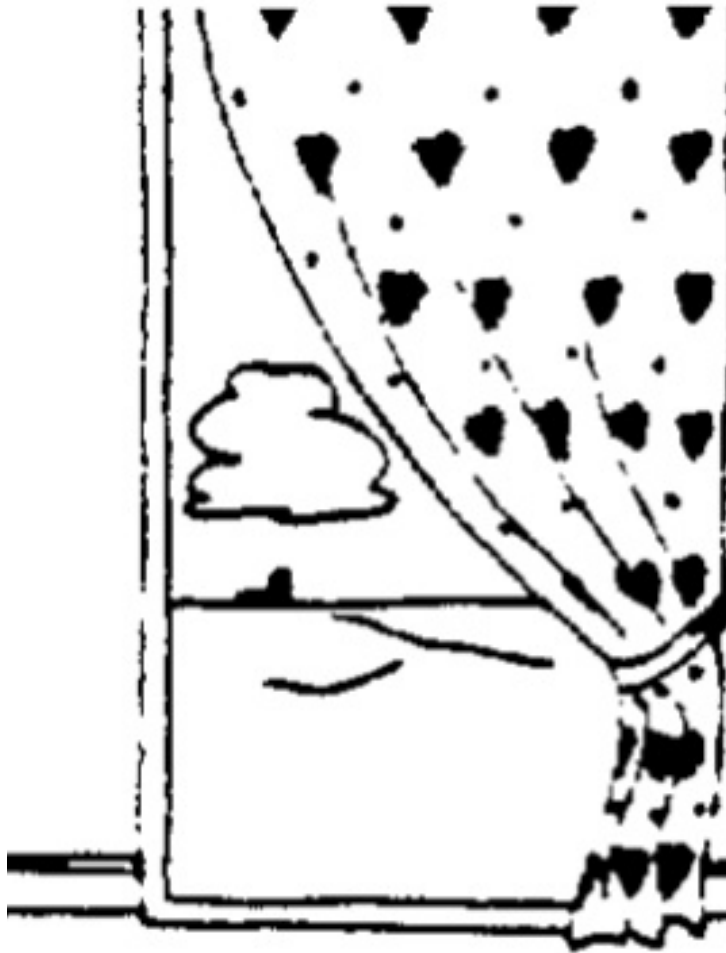


24! Com
que 3×6 fan...

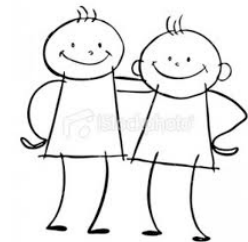
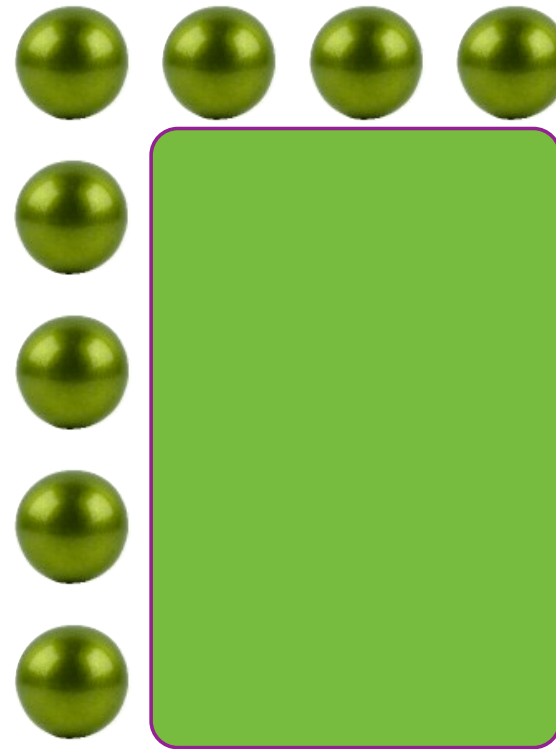
Model rectangular



Model rectangular



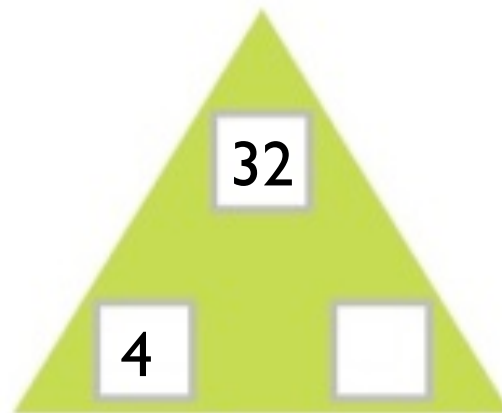
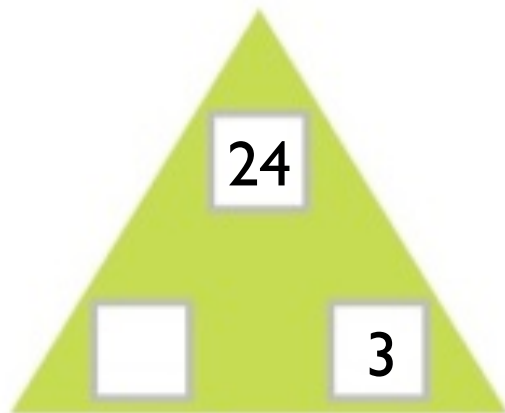
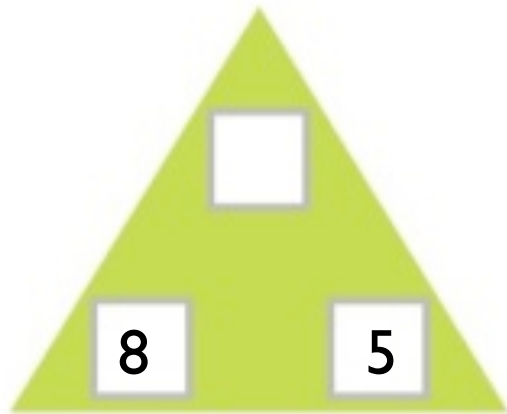
● mat



Les taules: procés



Les taules: encapsulació

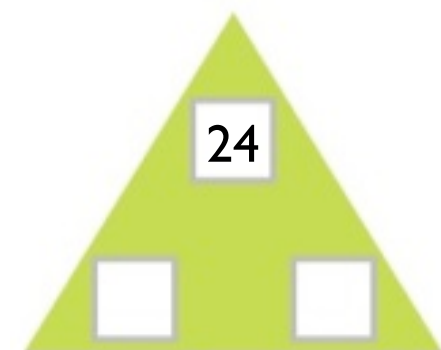


$$8 \times 5 = 40$$

$$5 \times 8 = 40$$

$$40 \div 8 = 5$$

$$40 \div 5 = 8$$



Les taules: memorització

1x1	1x2	1x3	1x4	1x5	1x6	1x7	1x8	1x9	1x10
2x1	2x2	2x3	2x4	2x5	2x6	2x7	2x8	2x9	2x10
3x1	3x2	3x3	3x4	3x5	3x6	3x7	3x8	3x9	3x10
4x1	4x2	4x3	4x4	4x5	4x6	4x7	4x8	4x9	4x10
5x1	5x2	5x3	5x4	5x5	5x6	5x7	5x8	5x9	5x10
6x1	6x2	6x3	6x4	6x5	6x6	6x7	6x8	6x9	6x10
7x1	7x2	7x3	7x4	7x5	7x6	7x7	7x8	7x9	7x10
8x1	8x2	8x3	8x4	8x5	8x6	8x7	8x8	8x9	6x10
9x1	9x2	9x3	9x4	9x5	9x6	9x7	9x8	9x9	9x10
10x1	10x2	10x3	10x4	10x5	10x6	10x7	10x8	10x9	10x10

Les taules: memorització

2x2	2x3	2x4	2x5	2x6	2x7	2x8	2x9	2x10
3x2	3x3	3x4	3x5	3x6	3x7	3x8	3x9	3x10
4x2	4x3	4x4	4x5	4x6	4x7	4x8	4x9	4x10
5x2	5x3	5x4	5x5	5x6	5x7	5x8	5x9	5x10
6x2	6x3	6x4	6x5	6x6	6x7	6x8	6x9	6x10
7x2	7x3	7x4	7x5	7x6	7x7	7x8	7x9	7x10
8x2	8x3	8x4	8x5	8x6	8x7	8x8	8x9	6x10
9x2	9x3	9x4	9x5	9x6	9x7	9x8	9x9	9x10
10x2	10x3	10x4	10x5	10x6	10x7	10x8	10x9	10x10



podem
treballar els
algorismes
de manera
transparent
i significativa

SUMA

SUMA EN COLUMNES

- quantitats i no dígit
- estratègia de descomposició
- disposició vertical

$$222 + 48 + 212$$

$$222 = 200 + 20 + 2$$

$$48 = 40 + 8$$

$$212 = 200 + 10 + 2$$

$$400 + 70 + 14 = 484$$



SUMA

Relació de l'algorisme estàndard amb l'algorisme en columnes

	1	1	1
375	375	375	375
+ 418	+ 418	+ 418	+ 418
13	3	3	793
80	90	90	
700	700	700	
793	793	793	

RESTA

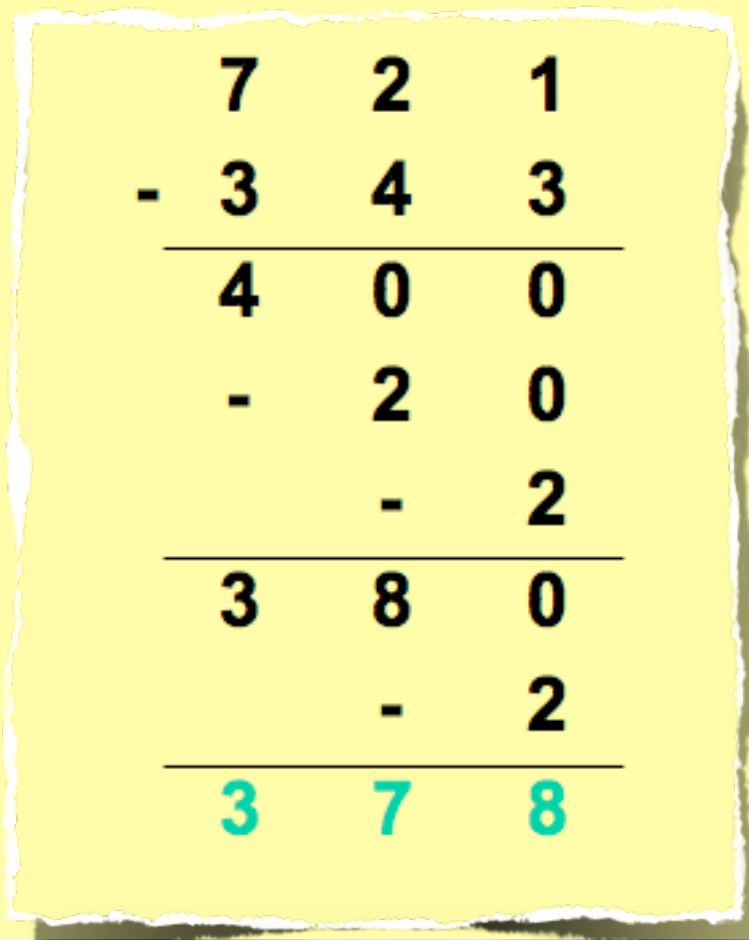
Quin és l'algorisme estàndard de la resta?

The image shows two subtraction problems on a yellow background with a torn paper effect. Each problem involves subtracting 343 from a three-digit number. In the first problem, 721 is crossed out and 61 is written above it, with the result 378 below. In the second problem, 721 is written above 343, with 45 crossed out above the 34 and the result 378 below.

$$\begin{array}{r} \text{6} \text{ 1} \\ \cancel{7} \cancel{2} 1 \\ - 343 \\ \hline 378 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 721 \\ \text{4} \text{ 5} \\ - \cancel{3} \cancel{4} 3 \\ \hline 378 \end{array}$$

RESTA

Hi ha una resta en columnes?



A handwritten subtraction problem on a yellow sticky note with a torn edge. The problem is:

$$\begin{array}{r} 721 \\ - 343 \\ \hline 400 \\ - 202 \\ \hline 380 \\ - 2 \\ \hline 378 \end{array}$$

The final result, 378, is written in red.

RESTA

I si no ens preocupa la transparència...

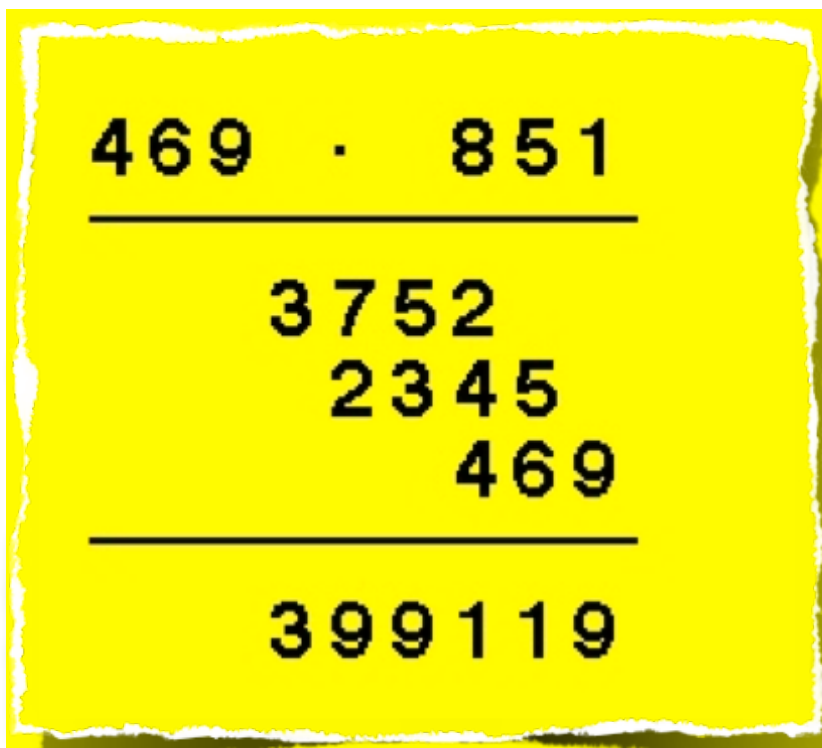
A handwritten arithmetic problem on a yellow sticky note. The problem consists of two operations. The first operation is a subtraction: $999 - 343$, with a horizontal line and the result 656 below it. The second operation is an addition: $656 + 721$, with a horizontal line and the result 1377 below it. The first digit of the result, '1', is circled in red. Two orange curved arrows indicate the carry: one from the circled '1' to the '3' in the tens place, and another from the '7' in the tens place to the '7' in the hundreds place. Below the final result, the digits '3', '7', and '8' are written in red.

$$\begin{array}{r} 999 \\ - 343 \\ \hline 656 \\ + 721 \\ \hline 1377 \end{array}$$

3 7 8

MULTIPLICACIÓ

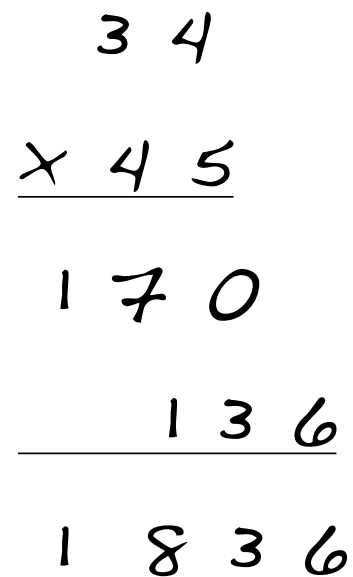
On deixem l'espai?



A handwritten multiplication problem on a yellow sticky note with a torn edge. The problem is $469 \cdot 851$. The calculation shows three partial products: 3752 (from $469 \cdot 1$), 2345 (from $469 \cdot 5$, shifted one place to the left), and 469 (from $469 \cdot 8$, shifted two places to the left). These are summed to give the final result 399119 .

$$\begin{array}{r} 469 \cdot 851 \\ \hline 3752 \\ 2345 \\ 469 \\ \hline 399119 \end{array}$$

<http://home.fonline.de/fo0126//rechnen/rech6.htm>

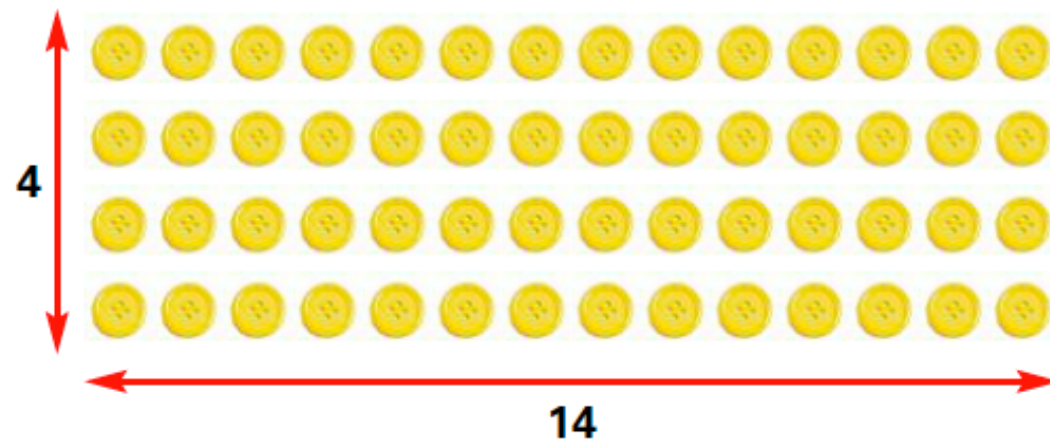


A handwritten multiplication problem on white paper. The problem is 34×45 . The calculation shows two partial products: 170 (from $34 \cdot 5$) and 136 (from $34 \cdot 4$, shifted one place to the left). These are summed to give the final result 1530 .

$$\begin{array}{r} 34 \\ \times 45 \\ \hline 170 \\ 136 \\ \hline 1530 \end{array}$$

MULTIPLICACIÓ

Volem comptar quants botons hi ha:



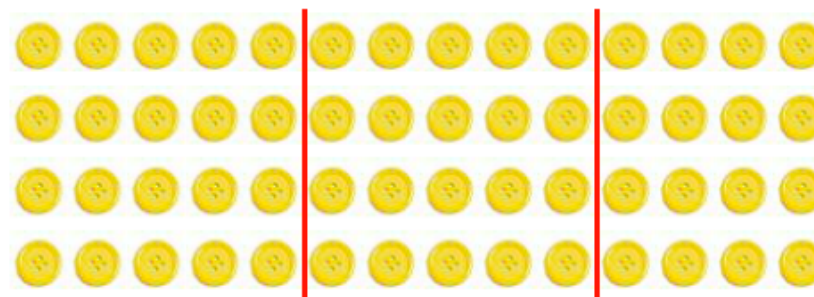
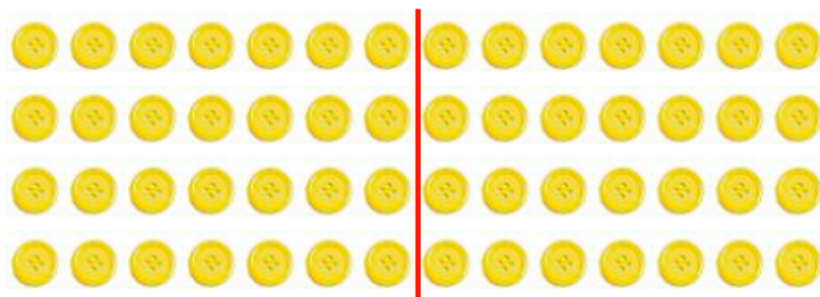
MULTIPLICACIÓ

1. La Marta i l'Schlomo per poder-ho comptar ho fan per parts:

HE FET DUES
MEITATS (DE SET)
I ARA JA HO SÉ
CALCULAR.

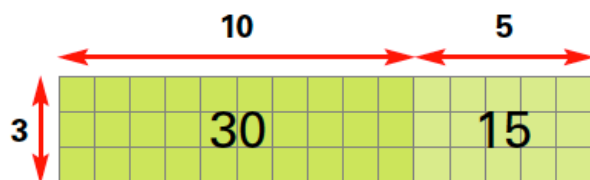
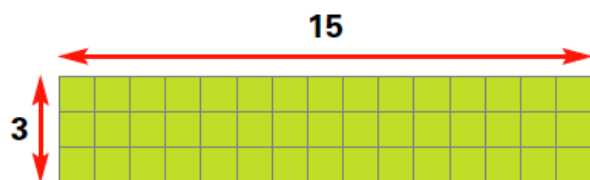


HO HE DIVIDIT
EN PARTS DE 5,
JA QUE LA TAULA
DEL 5 ÉS FÀCIL.



MULTIPLICACIÓ

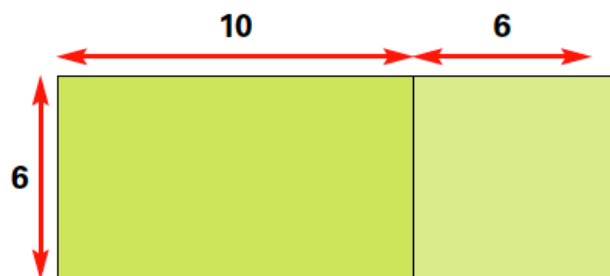
- 4.** Una taula enrajolada mesura 15 rajoles d'amplada i 3 de fondària.
Quantes rajoles hi caben?



PER CALCULAR
 3×15 ÉS MÉS FÀCIL
DESCOMPENDRE
EL 15 EN $10 + 5$.

Total rajoles

- 5.** Quantes rajoles caben en una taula que fa 16 rajoles d'amplada i 6 de fondària?

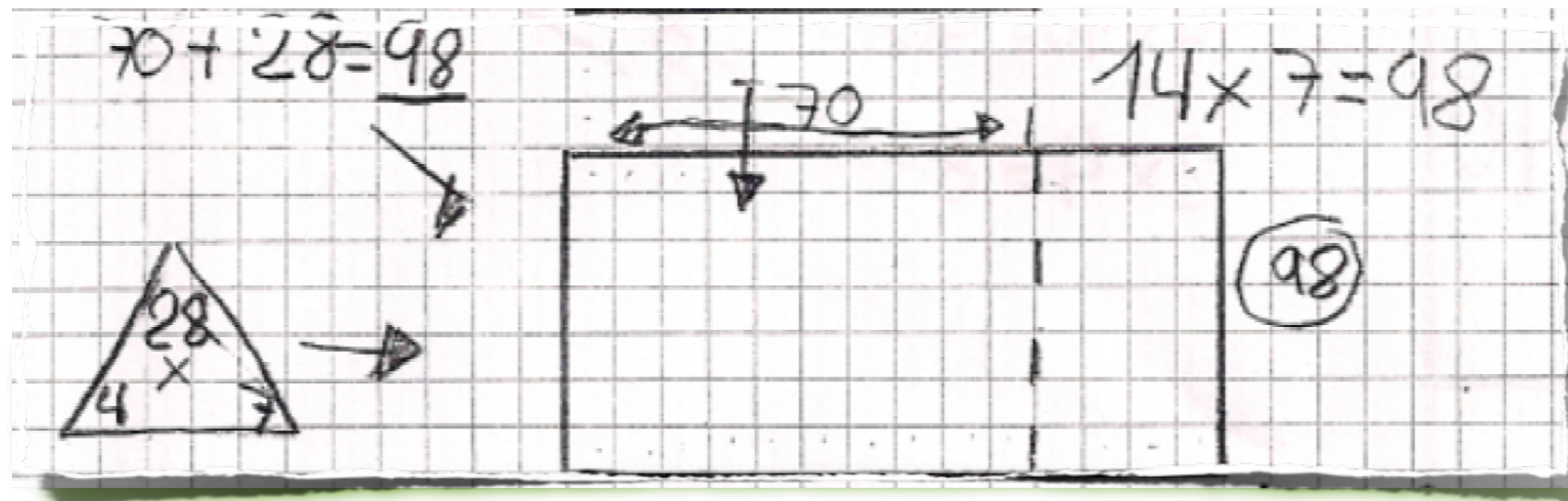


● mat

NO CAL
DIBUIXAR LES
RAJOLES PER PODER
CALCULAR. FIXA'T EN
COM ESCRIC
 6×16 .

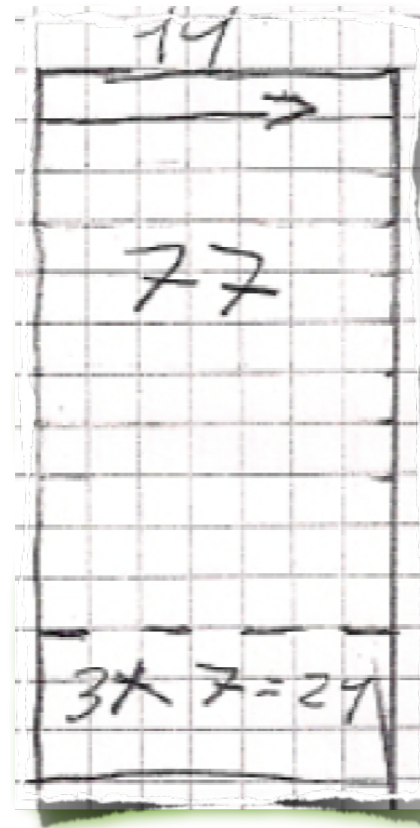


MULTIPLICACIÓ



MULTIPLICACIÓ

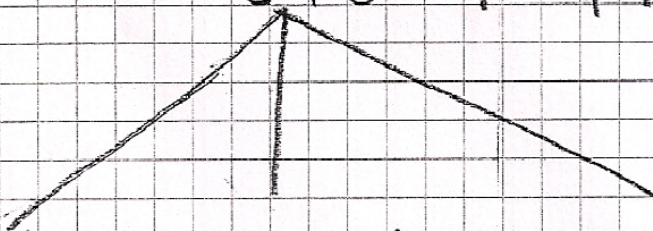
Un altre cop fets derivats: 7×14



MULTIPLICACIÓ

5- $37 \times 7 = 59$

$210 + 49 = 59$



70	70	70	49
----	----	----	----

MULTIPLICACIÓ

Question: 25×21

Multiply the rows by the columns. Fill in the blanks and click 'check'.

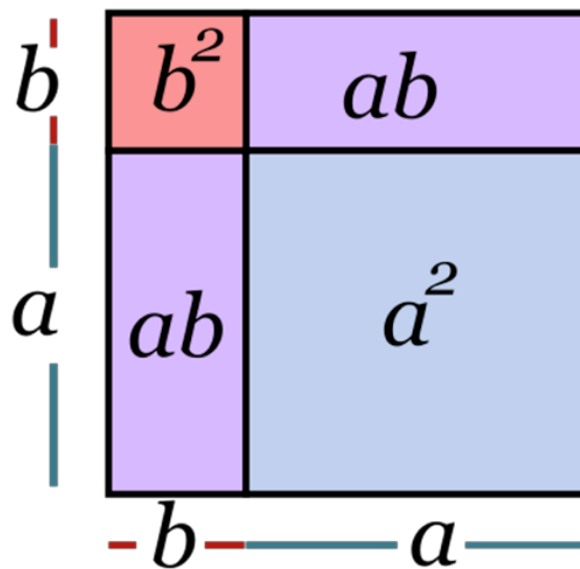
$\times$	20	5
20		
1		

check



www.bbc.co.uk/skillswise/numbers/wholenumbers/multiplication/written/flash1.shtml

MULTIPLICACIÓ



$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= a^2 + b^2 + ab + ab \\ &= a^2 + 2ab + b^2\end{aligned}$$

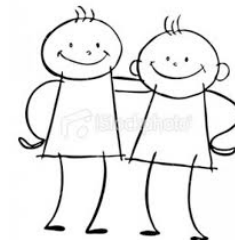
DIVISIÓ

L'algorisme estàndard porta la resta a sota?

$$\begin{array}{r} 531 \\ 51 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \hline 66 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 531 : 8 = 66 \\ 48 \\ \hline 51 \\ 48 \\ \hline 3 \end{array}$$



DIVISIÓ

Handwritten polynomial division on grid paper:

d) $x^4 + x^3 - x^2 - 4x$ $\overline{) x - 8}$

$\ominus x^4 - 8x^3$

$/ 9x^3 - x^2 - 4x$

$\ominus 9x^3 - 72x^2$

$/ 71x^2 - 4x$

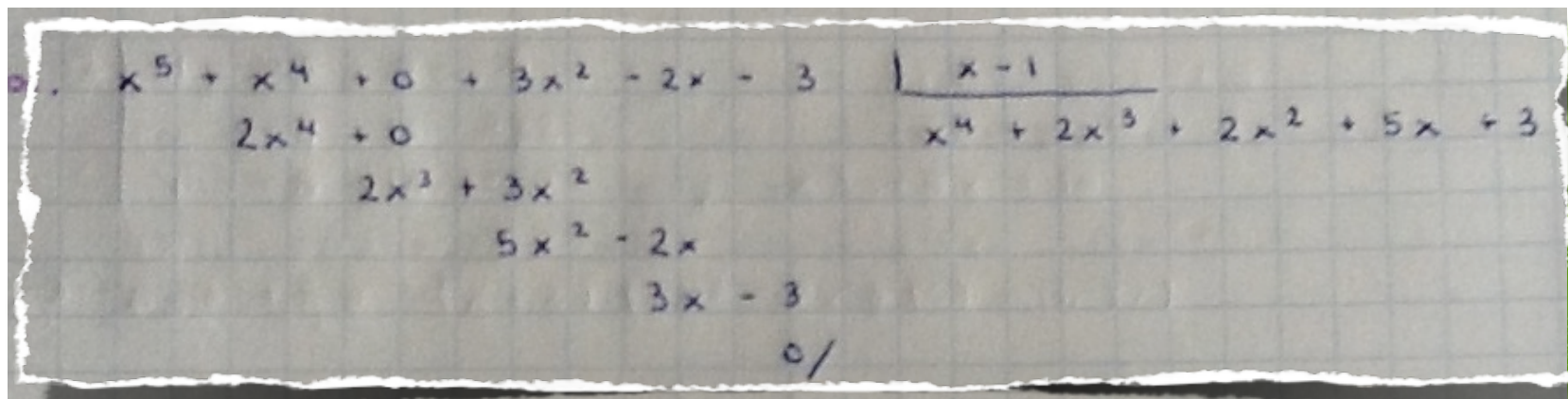
$\ominus 71x^2 - 568x$

$/ 564x$

$\ominus 564x - 4512$

residu : 0

DIVISIÓ



A photograph of a piece of torn grid paper with handwritten polynomial division. The dividend is $x^5 + x^4 + 0x^3 + 3x^2 - 2x - 3$ and the divisor is $x - 1$. The quotient is $x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 5x + 3$ and the remainder is 0.

$$\begin{array}{r} x^5 + x^4 + 0x^3 + 3x^2 - 2x - 3 \quad | \quad x - 1 \\ \underline{2x^4 + 0x^3 + 3x^2 - 2x - 3} \\ 2x^3 + 3x^2 - 2x - 3 \\ \underline{2x^3 + 2x^2 + 2x - 2} \\ 5x^2 - 4x - 1 \\ \underline{5x^2 - 5x - 5} \\ 3x + 4 \\ \underline{3x - 3} \\ 0 \end{array}$$

DIVISIÓ

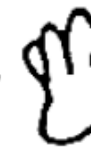
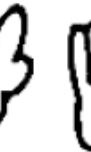
Enregistrant un repartiment

127	Luis	Paco	Hugo
-30	10	10	10
97	30	30	30
-90	2	2	2
7	42		
-6			
1			

DIVISIÓ

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 842} \\
 \underline{- 50} \\
 292 \\
 \underline{- 250} \\
 42 \\
 \underline{- 40} \\
 22 \\
 \underline{- 20} \\
 2
 \end{array}$$



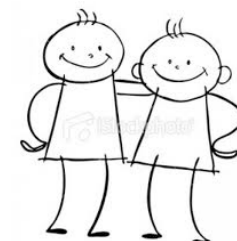
10 10 10 10 10

50 50 50 50 50

8 +8 +8 +8 +8





DIVISIÓ

No importa quins sinó quants

127	Luis	Paco	Hugo
-30	10	10	10
97	30	30	30
-90			
7	2	2	2
-6			
1	42		



127	entre 3
-30	10
97	30
-90	
7	2
-6	
1	42

DIVISIÓ

El repartiment òptim i l'algorisme estàndard

127	entre 3		127	entre 3
-30	10	→	-120	40
97			7	
-90	30		-6	2
7			1	42
-6	2			
1	42			

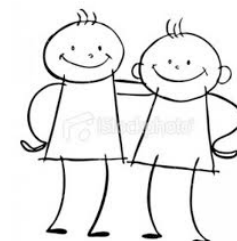
DIVISIÓ

$$\begin{array}{r}
 12 \overline{) 6394} \\
 \underline{1200} \quad 100 \\
 5194 \\
 \underline{1200} \quad 100 \\
 3994 \\
 \underline{1200} \quad 100 \\
 2794 \\
 \underline{1200} \quad 100 \\
 1594 \\
 \underline{1200} \quad 100 \\
 394 \\
 \underline{120} \quad 10 \\
 274 \\
 \underline{120} \quad 10 \\
 154 \\
 \underline{120} \quad 10 \\
 34 \\
 \underline{24} \quad 2 \\
 10 \quad 522
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 12 \overline{) 6394} \quad \square \\
 \underline{2400} \quad 200 \\
 3994 \quad 200 \\
 \underline{2400} \quad 100 \\
 1594 \quad 30 \\
 \underline{1200} \quad 30 \\
 394 \quad 2 \\
 \underline{360} \quad 2 \\
 34 \quad 532 \text{ R } 10 \\
 \underline{24} \\
 10
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 12 \overline{) 6394} \quad 500 \\
 \underline{6000} \quad 40 \\
 394 \\
 \underline{360} \\
 34 \quad 2 \\
 \underline{24} \quad 2 \\
 10 \quad 542
 \end{array}$$

Cadascú al seu ritme de compressió



DIVISIÓ

I si el divisor té dues xifres?

A handwritten long division problem on a yellowed, torn piece of paper. The problem is 4368 divided by 24. The quotient is 182. The steps are as follows:

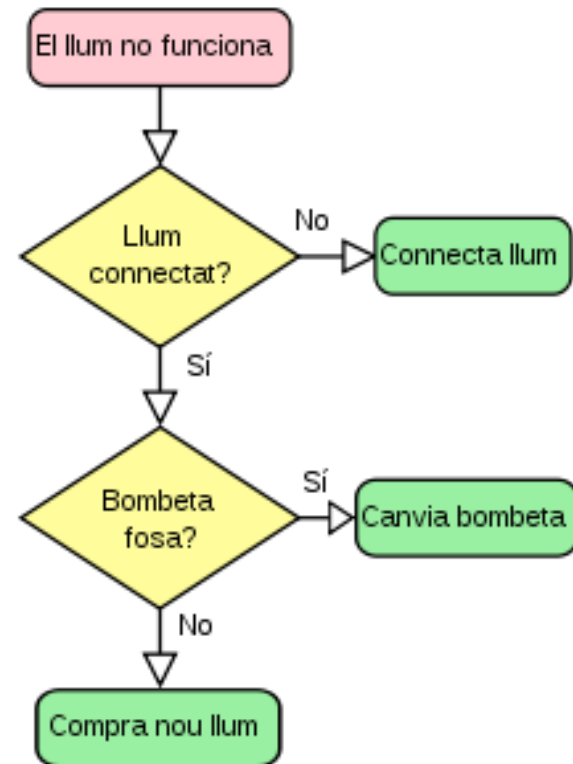
4368	24
- 2400	100
1968	
- 1200	50
768	
- 720	30
48	
- 48	2
0	182



creiem en la
importància
de treballar
amb
algorismes
a l'escola

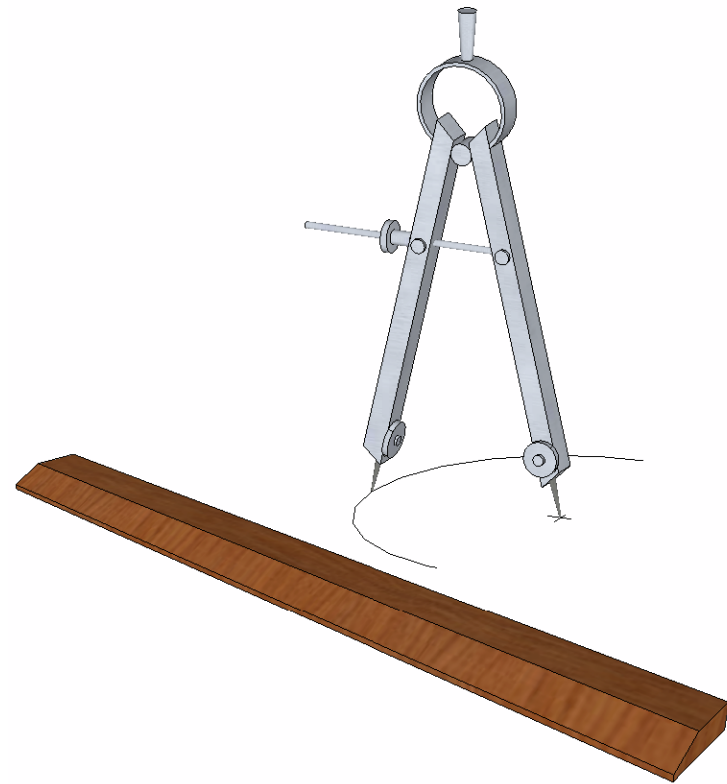
Treballar amb algorismes a l'escola

- Un algorisme és un procediment que es realitza pas a pas per resoldre un problema, de manera: precisa, definida i finita.



Treballar amb algorismes a l'escola

- L'algoritmització és una activitat matemàtica rellevant
 - Apostem per treballar a l'escoles amb els algorismes de les operacions: els estàndard i els altres
 - A més d'aquests algorismes, n'hi ha altres, que també treballem a primària que resulten més adients per reflexionar sobre diferents aspectes de l'algoritmització



Treballar amb algorismes a l'escola

Els algorismes associats a les quatre regles poden ser presentats de manera que

- col·laborin en el desenvolupament d'estratègies d'estimació i càlcul mental
- afavoreixin la comprensió del sistema numèric i de les pròpies operacions
- presentin les matemàtiques com una disciplina transparent, significativa i creativa



Treballar amb algorismes a l'escola

Però no podem oblidar el valor cultural dels algorismes estàndard



Treballar amb algorismes a l'escola

Ni podem oblidar què vol dir “algorismes estàndard”

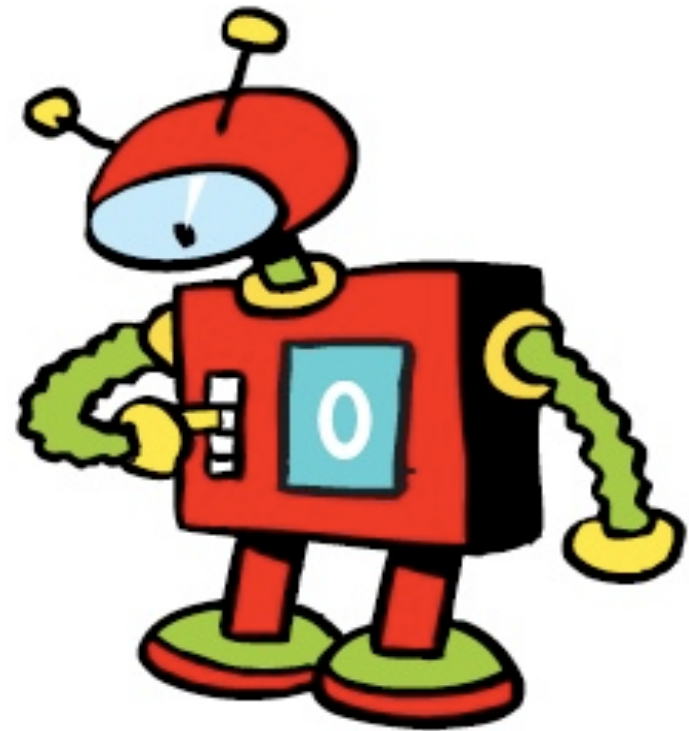


Treballar amb algorismes a l'escola

- No es tracta de proposar problemes presentant l'algorisme que permet trobar la solució (donant un tutorial de resolució).
- Sinó proposar problemes animant als alumnes perquè donin “a un robot” les instruccions que permeten trobar la seva solució.

Exemples:

- arrodoniments
- regla del zero
- conversions en el sistema mètric
- (càlcul de percentatges i àrees)



EN AQUESTA TROBADA

- el treball amb les operacions aritmètiques és independent del treball amb els seus algorismes associats
- podem treballar els algorismes de manera transparent i significativa
- creiem en la importància de treballar amb algorismes a l'escola

EN LA PROPERA TROBADA

- quin treball es pot fer amb les operacions aritmètiques quan conviuen alumnes que dominen els algorismes amb alumnes que encara no els han “après”?
- com adaptem els algorismes coneguts a altres camps numèrics?
- què passa amb els algorismes de càlcul a l'ESO?