

Constant o *variable*, el canvi depèn de tu

Relacions i canvi, un bloc fonamental del currículum

Carme Burgués Flamarich

Universitat de Barcelona

nombres

figures

Relacions i canvi

raonament

problemes

Bloc de relacions i canvi

Infantil i Primària

- Patrons
- Equivalència
- Ordre
- Relacions i la seva representació

Secundària

- Patrons.
- Dependència i les seves representacions. Funcions.
- Llenguatge algebraic. Equacions.
- Canvi i taxes de canvi
- Equivalència

patrons

equivalència

**dependència i
funcions**

**R
E
L
A
C
I
O
N
S**

patrons

Per què ens agrada
tant la repetició?...
Es per sensibilitat
artística?
Es per economia?



933 033 033 T
Factoració per a empreses Ràdio Taxi

Radiotaxi033.com
Cobrament amb targeta de crèdit
Sense passar per caixa



Sempre hi ha intents de sortir del patró





Que també son un patró!!!



**Es genètic o som
uns imitadors?**



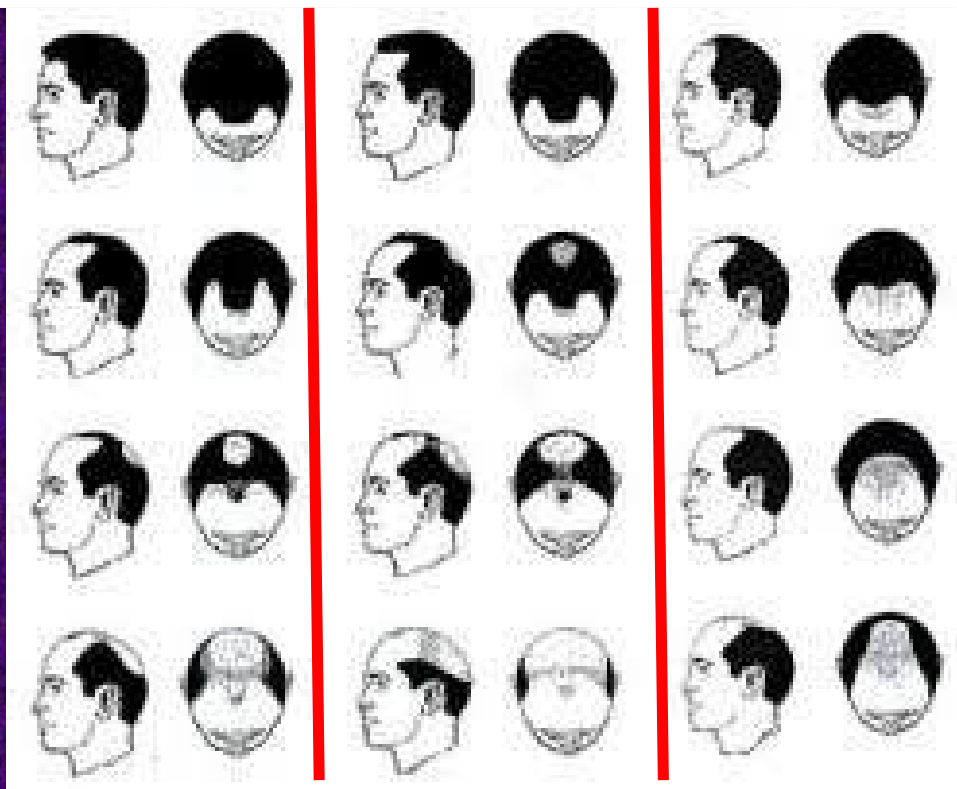
LLEIS DE LA NATURA

**Tendim a la generalització,
molts cops
sense motius justificats...**



Ens demanen el canvi... per millorar?

Rubalcaba copia el color del PP,
Rajoy copia el eslogan del PSOE



Patrón 1

Patrón 2

Patrón 3

Aleshores,
si hi ha patrons per tot arreu,
si ens agraden,
si tendim a generalitzar,
per què no potenciem aquestes
capacitats naturals i
les usem per entendre el món
amb les matemàtiques?

IMPORTÀNCIA DE L'ESTUDI DE PATRONS I RELACIONS EN TOT PERÍODE EDUCATIU

*Així com la biologia es la ciència de la vida i
la física de l'energia i la matèria, les
matemàtiques son la ciència dels patrons.*

(Lynn A. Steen, 1988)

*Els patrons expliquen la extraordinària
utilitat de les matemàtiques. Des de
comprendre la natura fins a predir
conductes es una qüestió d'identificar
patrons. (L.A. Steen, 1998)*

Cal preparar als alumnes per que:

- ❖ Vegin els patrons
- ❖ Els distingeixin uns dels altres
- ❖ Sàpiguen fins on valen
- ❖ Trobin la regla
- ❖ Expressin la regla matemàticament
- ❖ L'expliquin i la justifiquin

I que això es converteixi en
un hàbit mental !

MOLT IMPORTANT!!!!

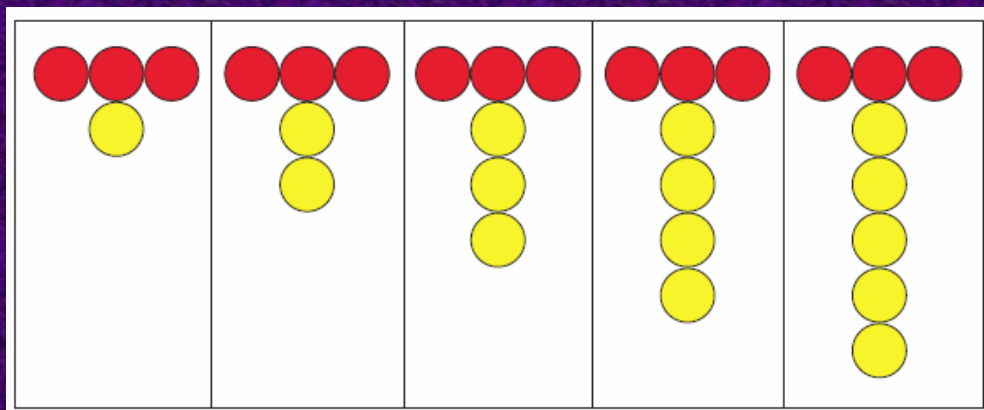
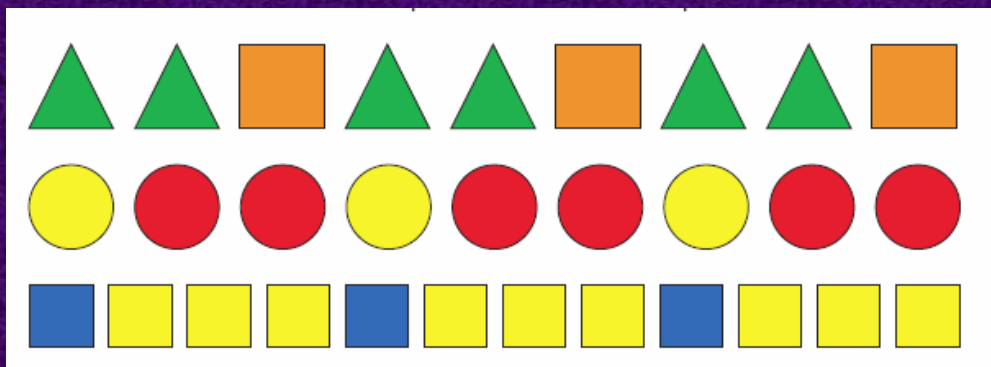
Per poder copsar
patrons i relacions,
a qualsevol edat cal:
reconèixer els
atributs i usar-los
per comparar els
"objectes"



L'estudi dels patrons es
clau per desenvolupar el
pensament algebraic, es
crític per l'abstracció de
la idea de relació i en
particular de funció

Els patrons:
Repetició d'un mòdul o
d'un tipus de canvi
Predicció
Expressió

Visuals Geomètrics Lògics Numèrics
Musicals, ritmics Procedimentals



Unicaja

Els resultats de les taules de multiplicar formen patrons

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100

5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20

4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40

3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30

9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90

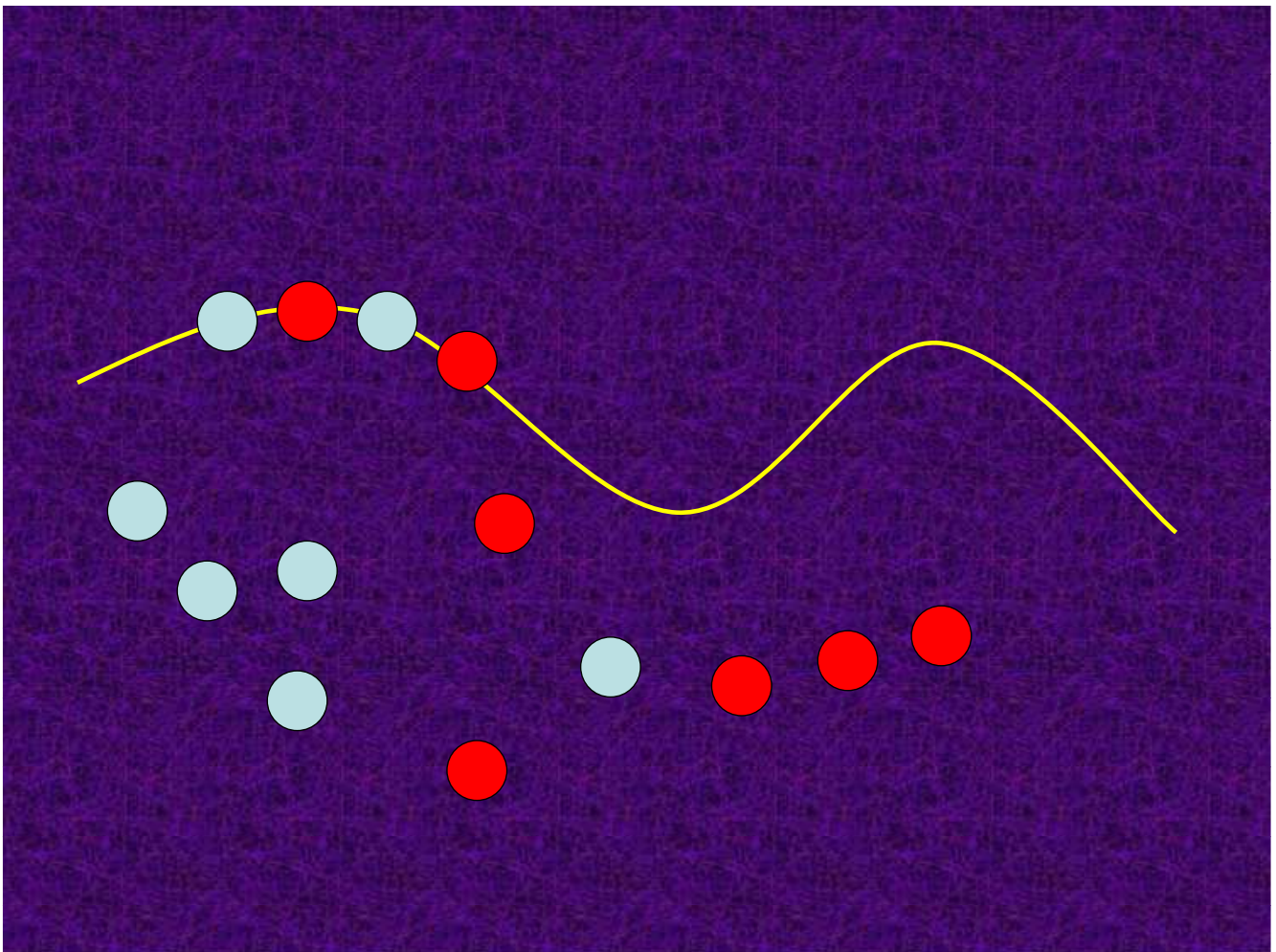
Però cal fer-ho explícit!!!!

Fases del treball amb patrons:

**INVESTIGAR
ANALITZAR
APLICAR**

INVESTIGAR

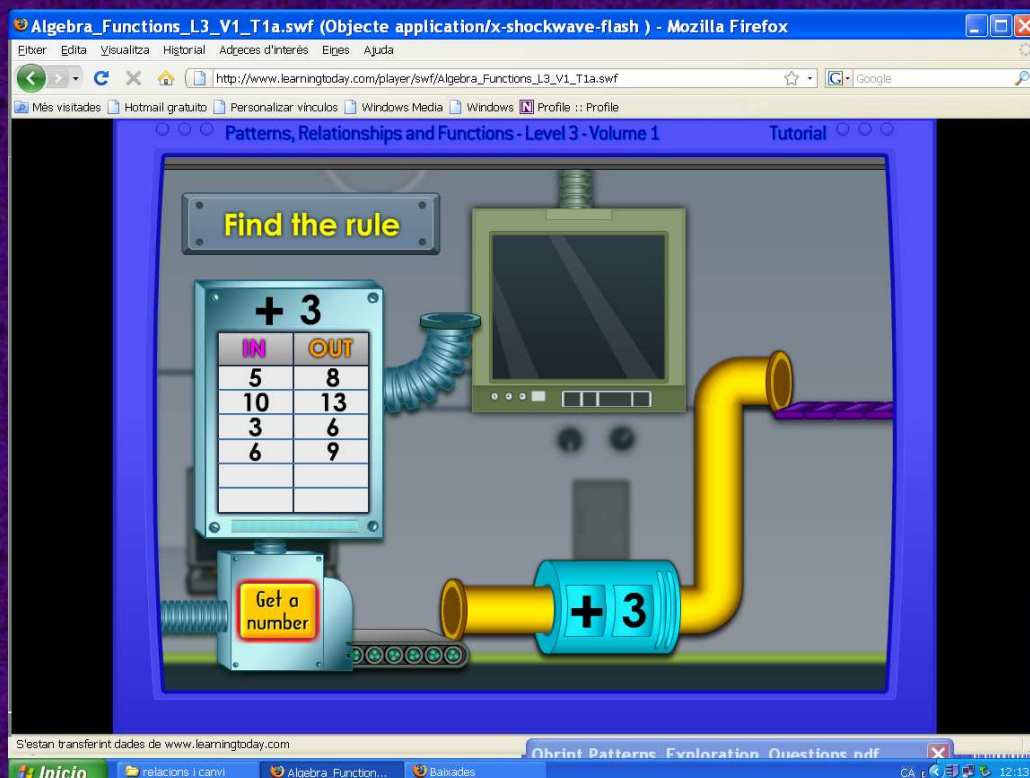
- ADONAR-SE de les semblances
- RECOLLIR DADES I ORGANITZAR-LES
- ASSAJAR, FER HIPÒTESI
- EXPRESSAR RELACIÓ, REGLES
- COMPROVAR



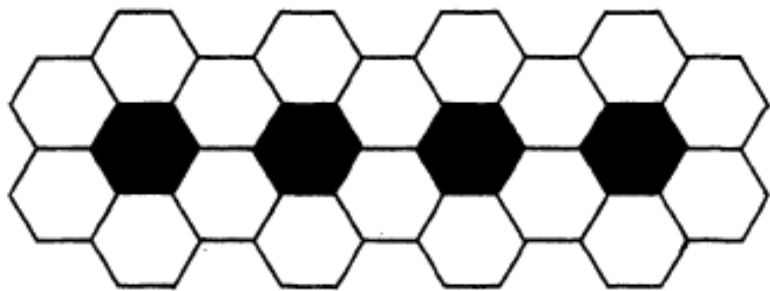
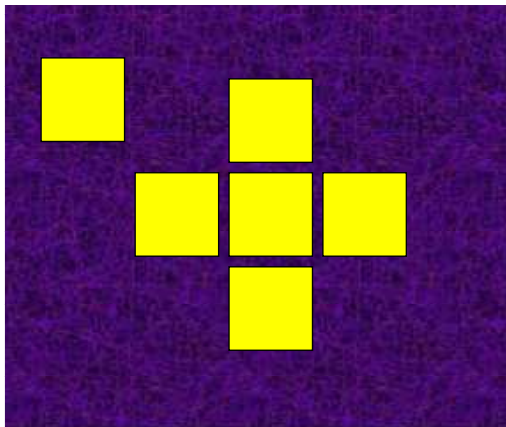
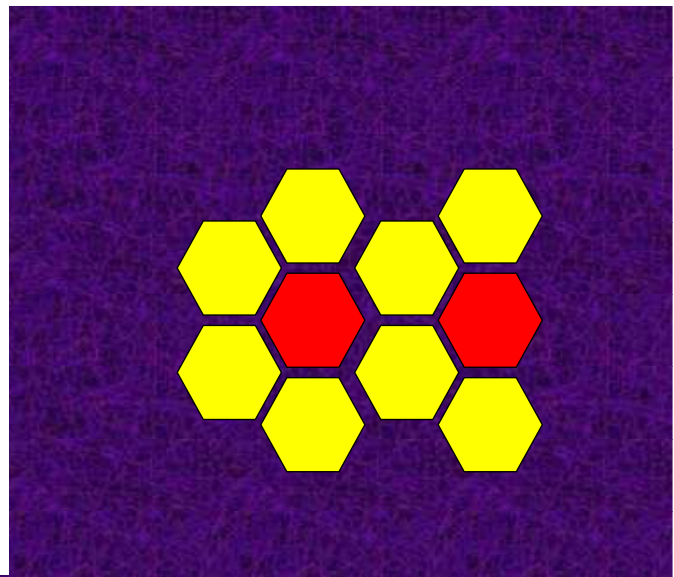
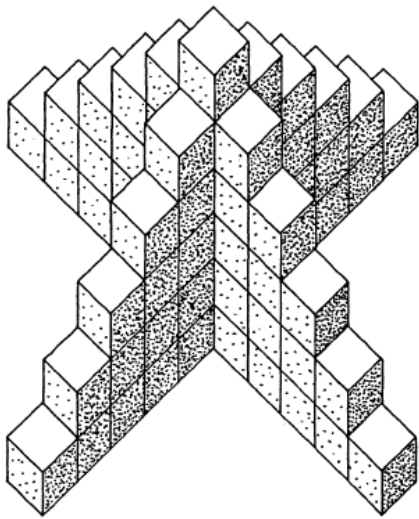
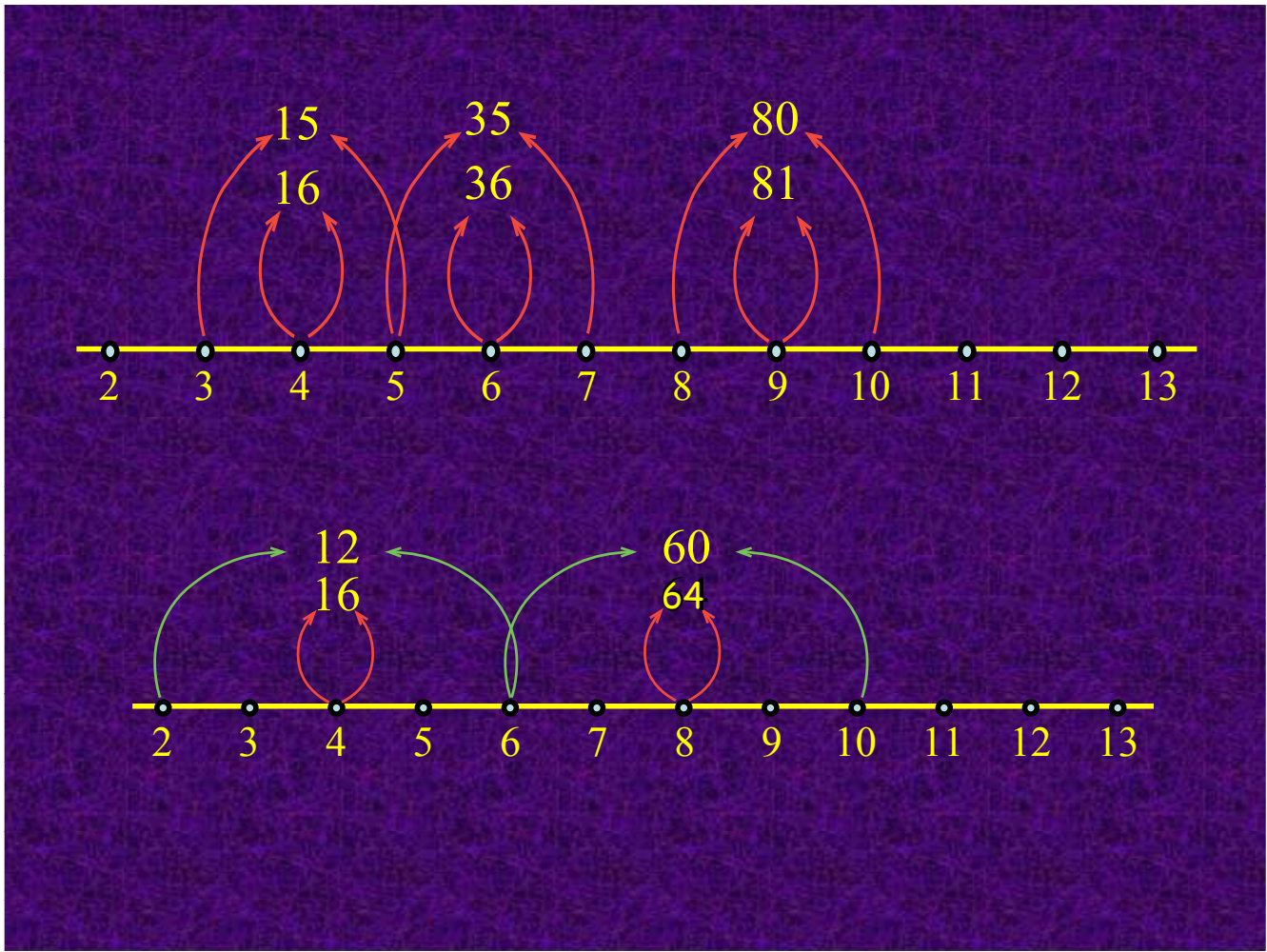
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Quadre del 100, applet

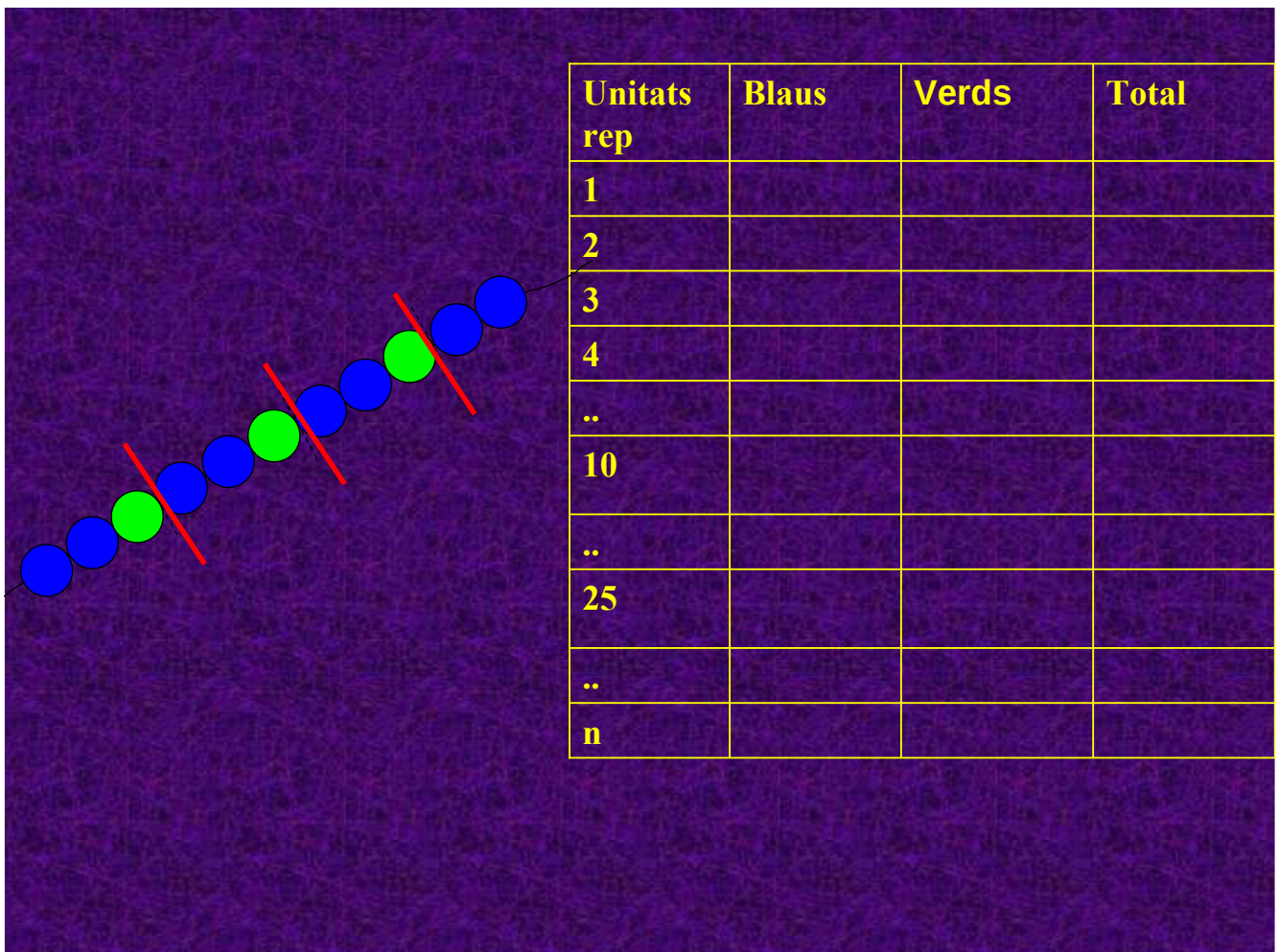


Màquina applet



ANALITZAR

- COMPARAR I RELACIONAR PATRONS
- SIMPLIFICAR, ESQUEMATITZAR
- SIMBOLITZAR
- EXEMPLIFICAR
- INVENTAR, PREDIR NOUS PATRONS



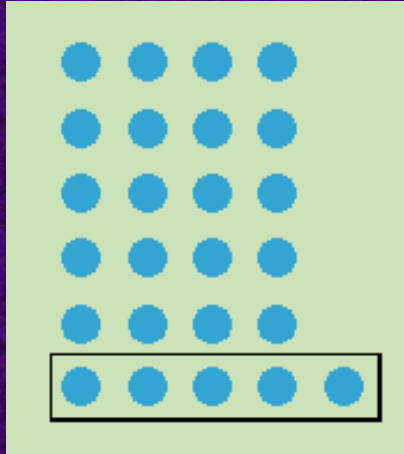
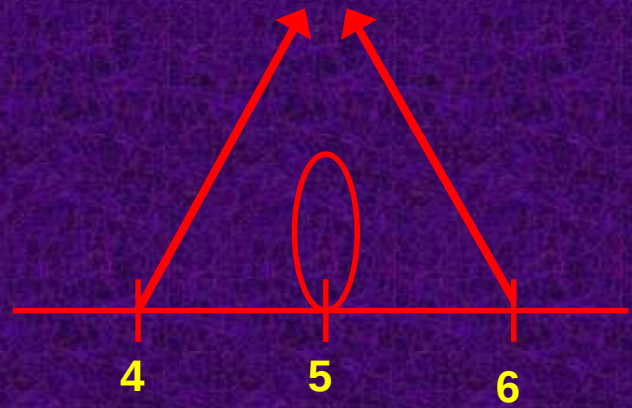
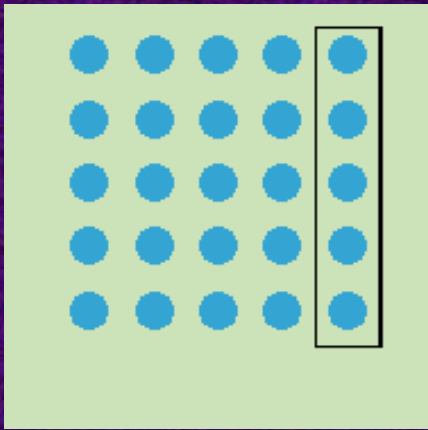
COMPARAR PATRONS



4, 4+4, 4+4+4, 4+4+4+4,

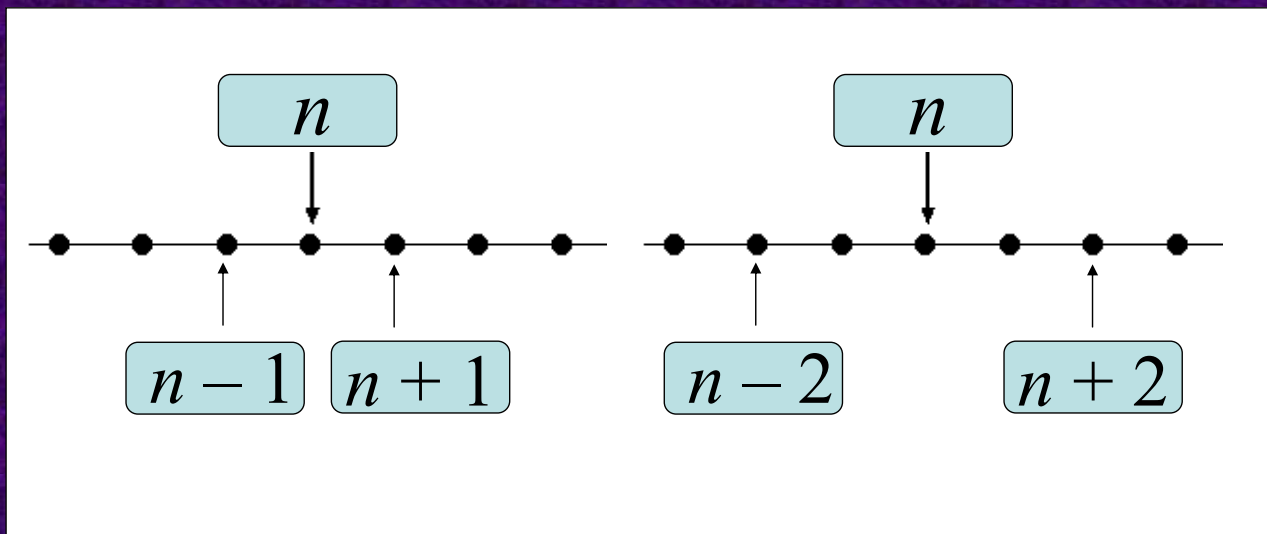
1, 1+2, 1+2+3,

Compara els patrons de creixement



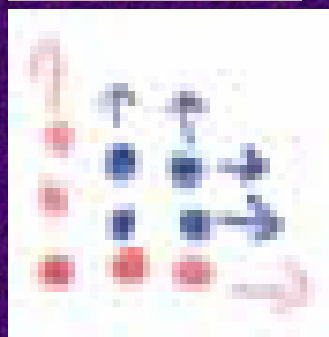
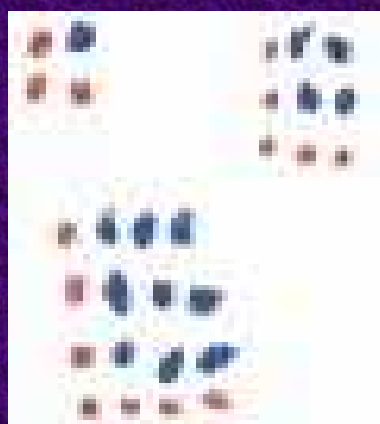
$$4 \times 6 = (5 \times 5) - 1$$

$$(n - 1)(n + 1) = n^2 - 1 \quad (n - 2)(n + 2) = n^2 - 4$$



$$(n - a)(n + a) = n^2 - a^2$$

El problema es com passar de la recurrència a una regla explícita on no calgui saber un terme per determinar el següent?



Pattern	Red	Blue
1	3	1
2	5	4
3	7	9
4	9	16

Regla pel vermell: dos més que l'anterior.

Regla pel blau: emplenar el el quadrat

Fes parelles de números que vagin seguits, suma els números de cada parella. Com son els nombres que obtens al sumar? Hi ha alguna cosa que puguis dir de tots ells?

Etapes

1. Assajar sense ordre

$4+5=9$, $17+18=35$, $10+11=21$, i una colla més

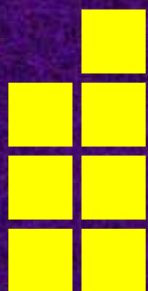
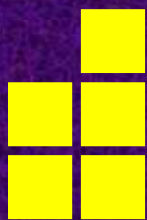
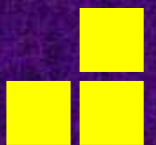
2. Assajar amb ordre fent una llista

$4+5=9$, $5+6=11$, $6+7=13$, $7+8=15$,...

3. Fer una sèrie creixent ordenada

$1+2=3$, $2+3=5$, $3+4=7$, $4+5=9$,.....

4. Preveure el terme següent a partir de l'anterior.



sumes	ordre	Descomp.
$1+2=3$	1r	$1+1+1$
$2+3=5$	2n	$2+2+1$
$3+4=7$	3r	$3+3+1 = 2+2+2+1$
$4+5=9$	4t	$4+4+1 = 2+2+2+2+1$
$5+6=11$	5è	$5+5+1$
.....	...	
$39+40=79$	39è	$39+39+1$
$40+41=81$	40è	$40+40+1$
	n-èssim	$n+n+1 = \underbrace{2+\dots+2}_{n \text{ de } 2} + 1$

Aprofitar la descoberta pel càlcul mental

$55+56 = 2$ cops 55 més 1

Per descompondre nombres en suma

$109 = 1 + 54 + 54 = 54 + 55$

Noves qüestions:

Que passa amb els nombres parells?

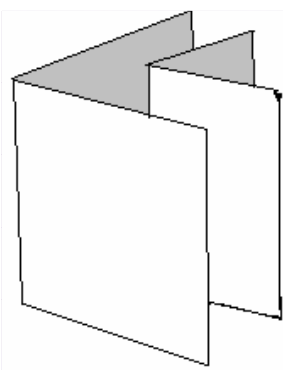
Què passa si sumo tres nombres seguits?

Més endavant:

Per que escriure un parell com a $2n$ i un senar com a $2n+1$, en lloc de n i $n+1$?

APLICAR I EXPLICAR

- Resoldre problemes
- Explicar fenòmens



Experimentar, recollir
en taula.

Conjecturar

Comprovar

Generalitzar,
expressar

Fem llibrets amb fulls doblats per la meitat. Per exemple, en el dibuix s'ha unit dos fulls, que ens dona un llibret de vuit planes.

Seguint aquest model, quantes planes tindria un llibret fet amb 6 fulls doblats? I amb 25?

Escriu una regla general que expliqui com trobar el nombre de planes d'un llibre si saps el nombre de fulls doblats?

Sabries escriure una regla general que ens donés el nombre de fulls que hem de doblegar per tenir un llibret de 40 planes? I en general?

L	M	MI	J	V	S	D
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

Comparem models:

Calendari

Quadre del 100

Quadrats màgics

Agafa 4 nombres del calendari com els del quadrat vermell. Suma les parelles dels nombres de les cantonades. Què passa? Prova-ho amb d'altres quadres. Per que creus que passa?

Què passa si agafes grups de 9 nombres que formin un quadrat de 3x3?

Investiga altres relacions entre els nombres d'un mes del calendari.

Entendre un sistema de numeració

Quines son les regles?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
•	• •	• • •	• • • •	—	— •	— • •	— • • •	— • • • •	— —
11	12	13	14	15	16	17	18	19	
— •	— • •	— • • •	— • • • •	— —	— •	— • •	— • • •	— • • • •	

Extendre les operations

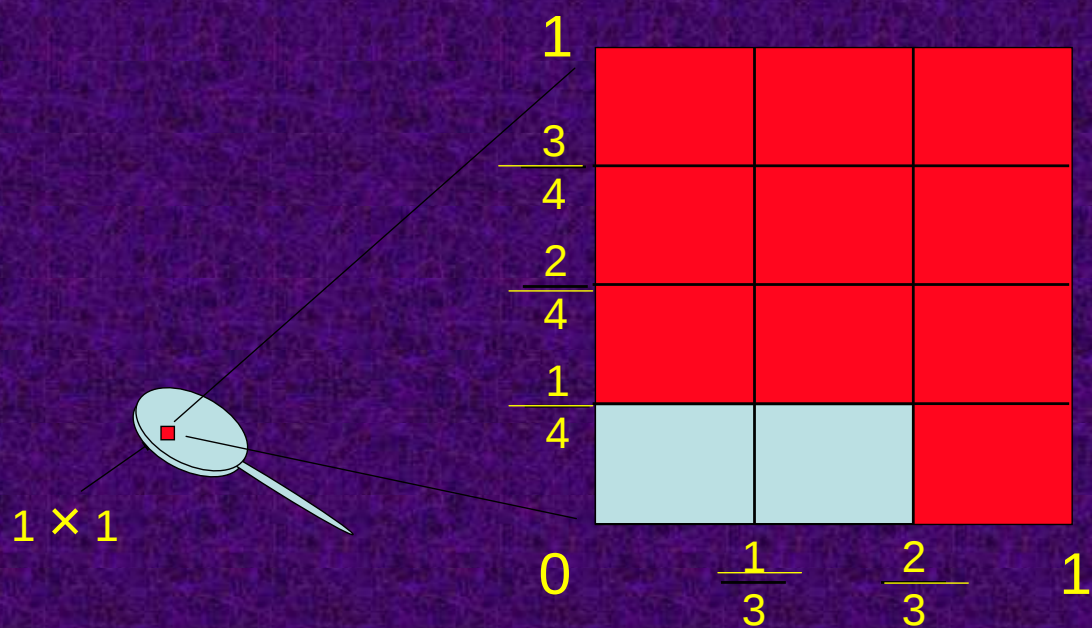


$$\begin{array}{r}
 22 \\
 \times 17 \\
 \hline
 154 \\
 200 \\
 \hline
 374
 \end{array}$$

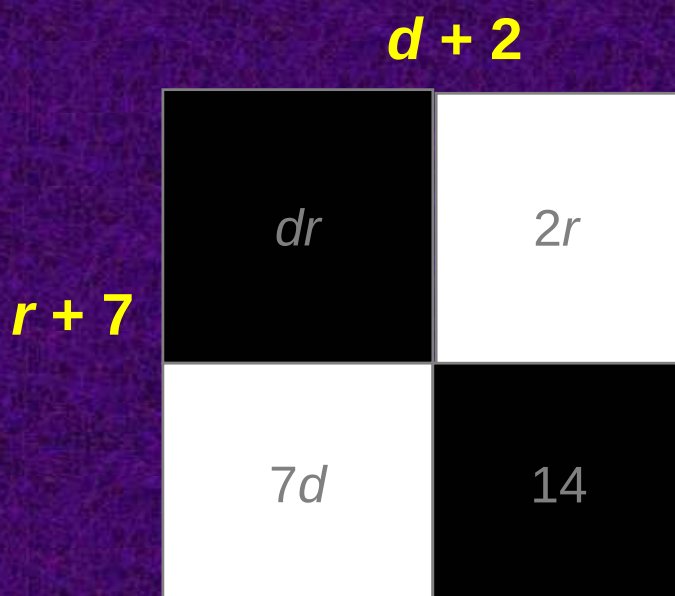


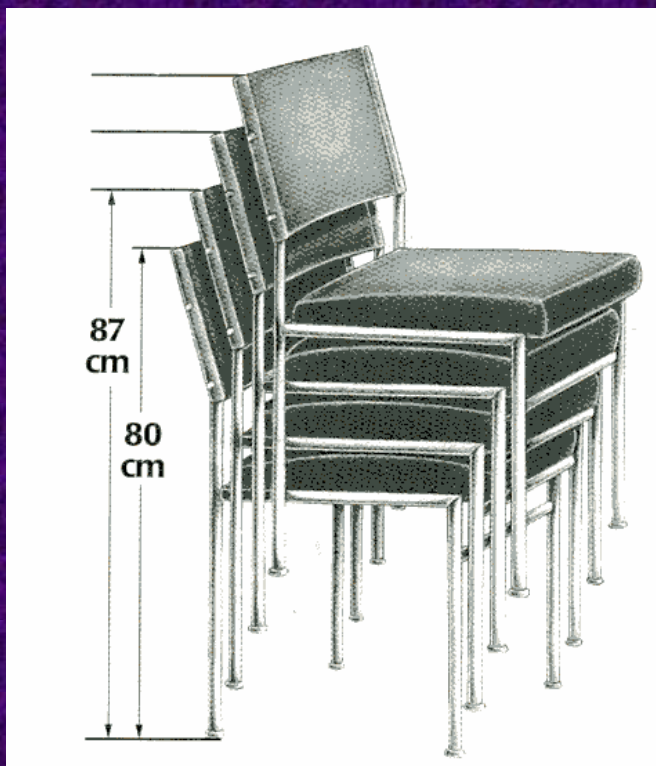
$$\begin{array}{r}
 6\frac{1}{4} \\
 \times 8\frac{2}{3} \\
 \hline
 48 \\
 4 \\
 2 \\
 \frac{1}{6} \\
 \hline
 54\frac{1}{2}
 \end{array}$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{4}$$



$$(d + 2)(r + 7)$$





A quina altura
arribarà la
cadira 25ena?

I qualsevol
cadira?

$$1 \times 1 = 1$$

$$11 \times 11 = 121$$

$$111 \times 111 = 12321$$

$$1111 \times 1111 = 1234321$$

$$11111 \times 11111 = 123454321$$

$$111111 \times 111111 = 12345654321$$

.....

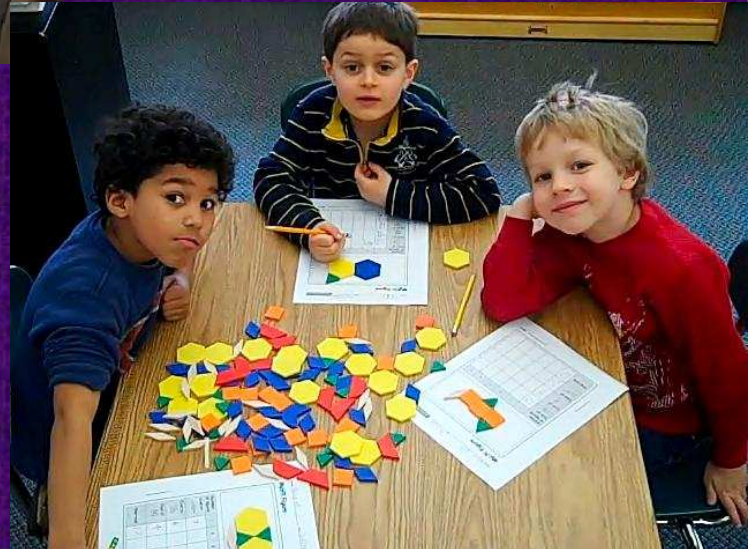
Investigar diversos tipus de mosaics



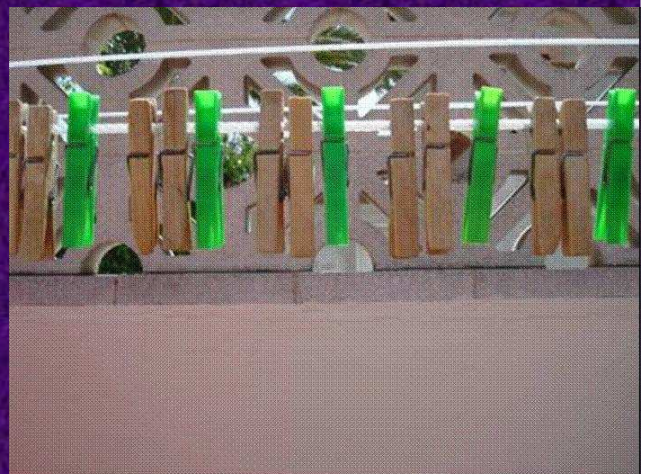
equivalència



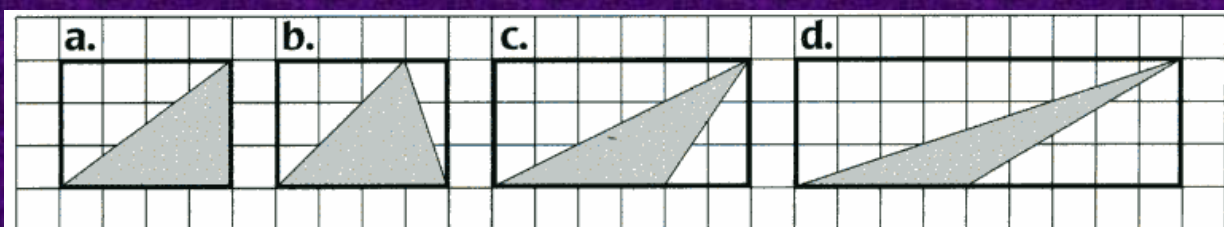
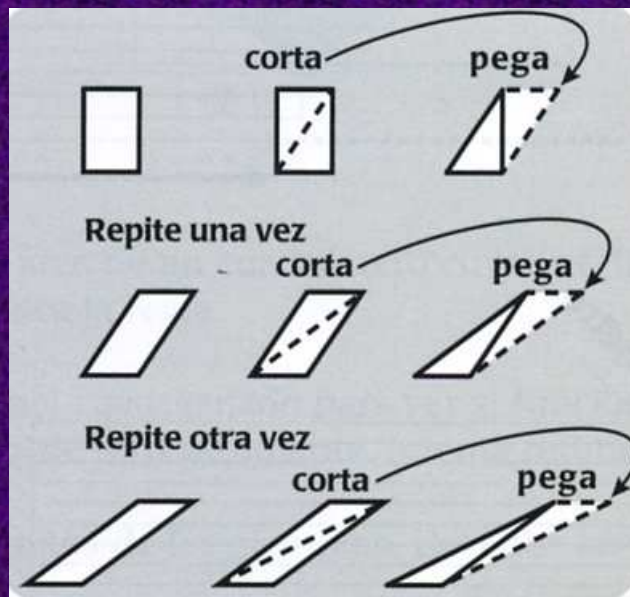
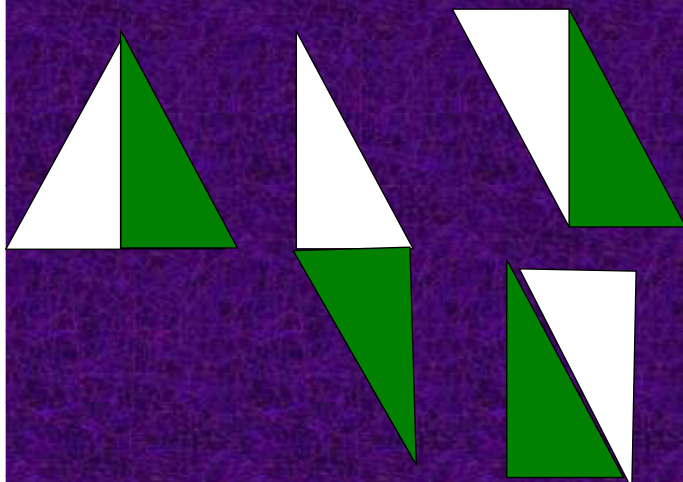
Triar Classificar Partir



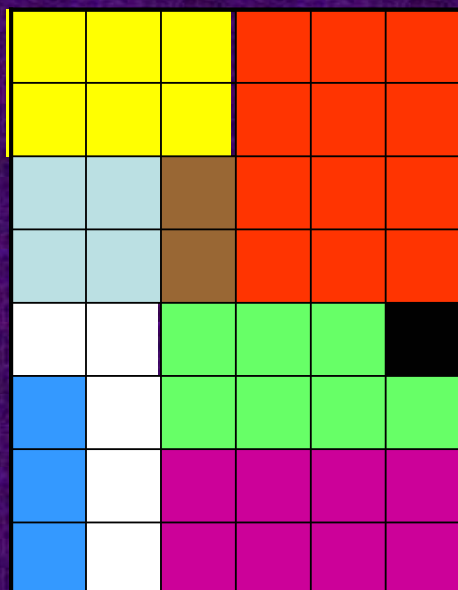
Patrons equivalents



Equivalencia d'arees

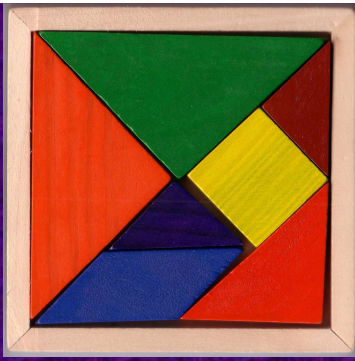


Equivalencia de fraccions



$\frac{1}{2}$									
$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$					

$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$		
$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{5}$			



Classificar per
superfície



**dependència
i funcions**

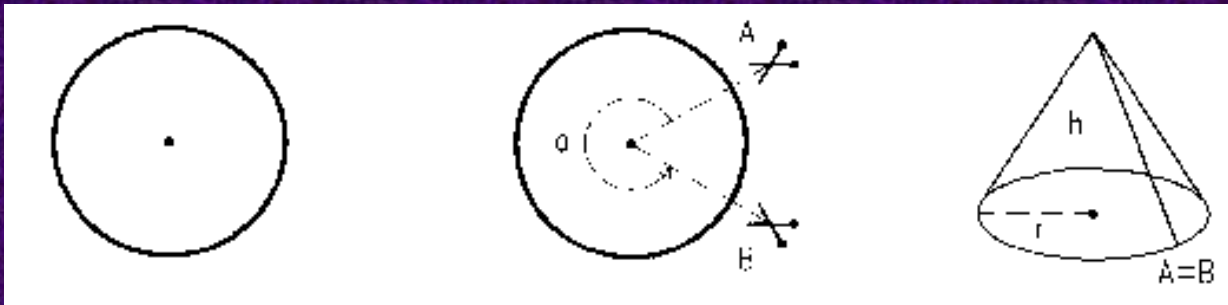
- Hi ha alguna relació entre la talla de barret que necessitem i la nostra altura?
- Què podríem fer per esbrinar-ho?



El taller de cons

Dibuixa en quatre fulls DIN A4 quatre cercles de radi 10 cm i retalla'ls. Retalla sectors circulars d'angles concrets. Amb l'ajut de cinta adhesiva, podràs muntar cons.

Sense mesurar, com diries que es relaciona l'angle α amb l'altura del con muntat? Com es relaciona l'angle α amb el radi de la base del con?



TAULA

**REGLA O
FÒRMULA**

Canvis de
representació

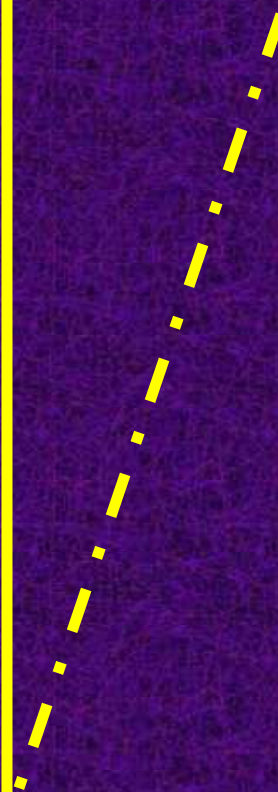
GRÀFICA

**FORMES DE
REPRESENTACIÓ
DE RELACIONS**

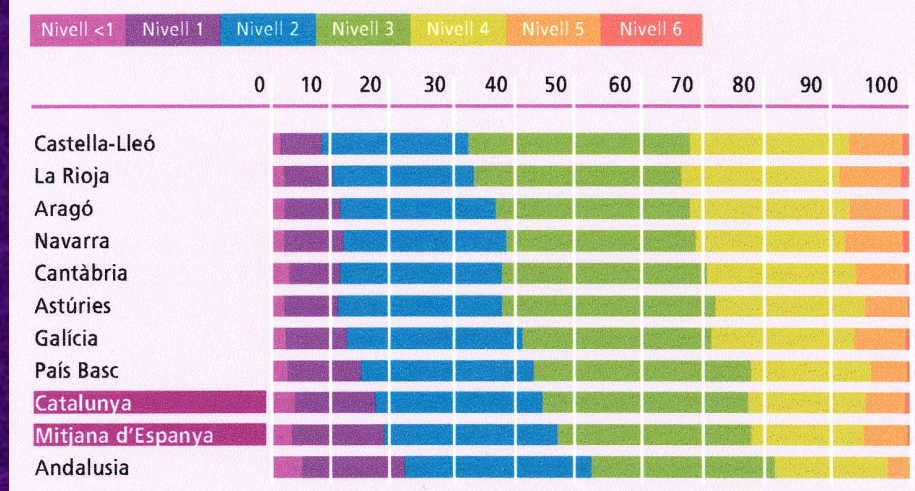


Comença amb 1 moneda

dia	1	2	3	4
monedes	4	7	10	?



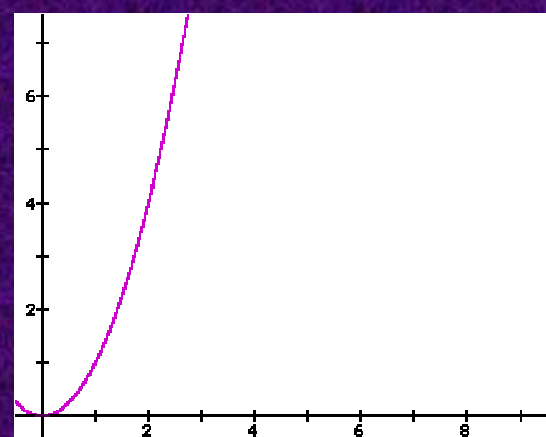
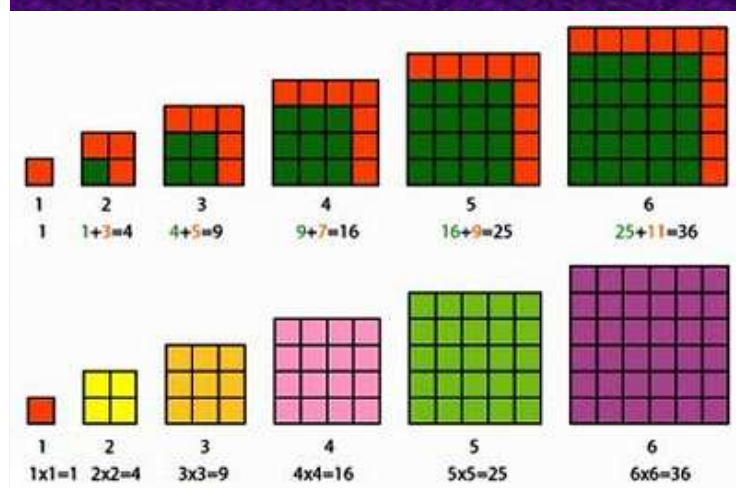
Gràfic 10 ■ Percentatge d'alumnat de les CCAA d'Espanya que hi ha situat en cada nivell de l'escala de competència científica

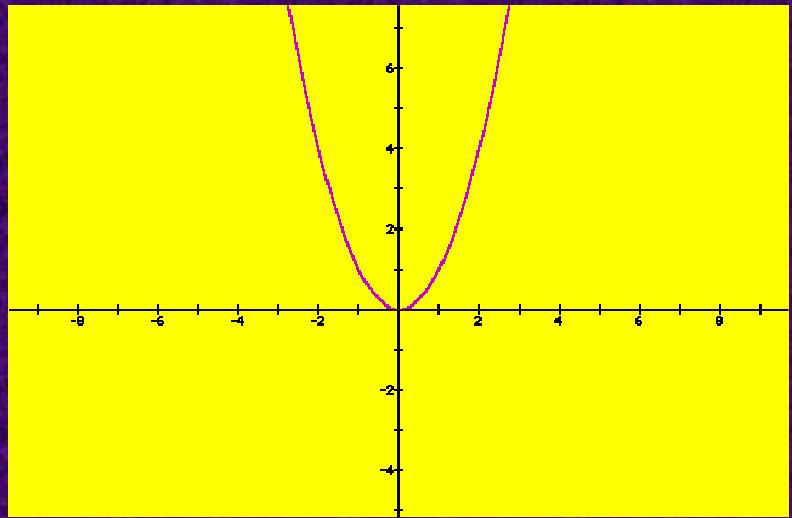
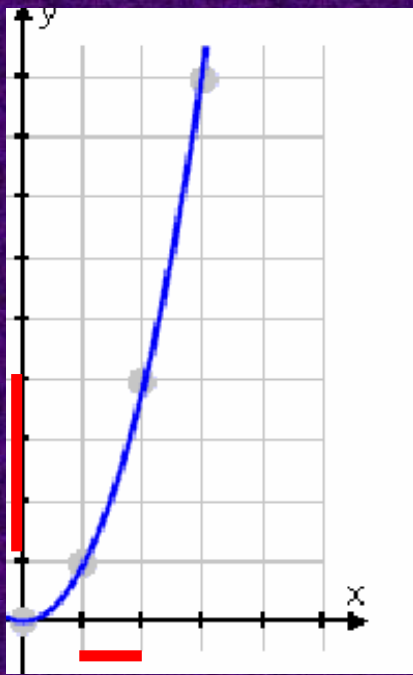


I si no es possible una fórmula?



costat	1	2	3	4	5	6	7	8	9		n
àrea	1	4	9	16	25	36	49	64	81		
Diferència entre una àrea i la següent		3	5	7	9	11	13	15	17		?
El que augmenta la diferència			2	2	2	2	2	2	2		
	1	1+3	1+3+5	1+3+5+7							





EQUACIONS
INEQUACIONS
LLENGUATGE ALGEBRAIC

Extensio de l'aritmètica

20	5	25
30	8	38
50	13	63

$$25 + 38 = 63$$

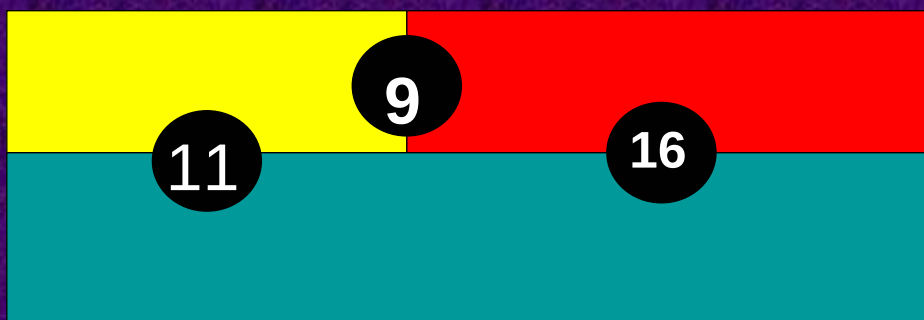
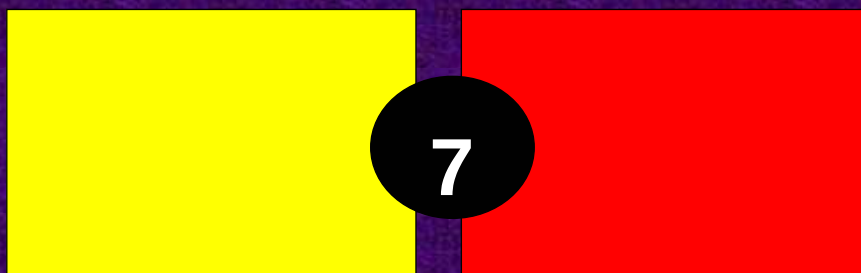
7	3	10
3	1	4
4	2	6

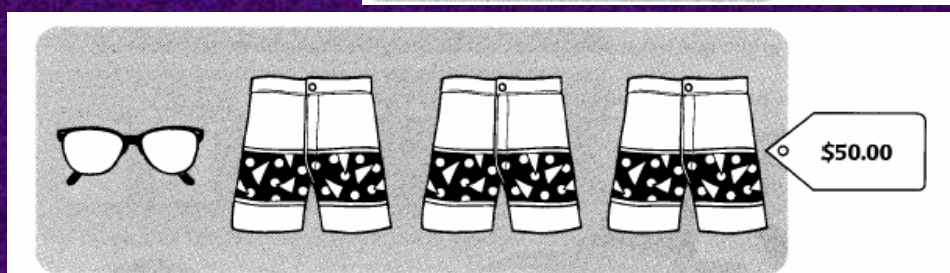
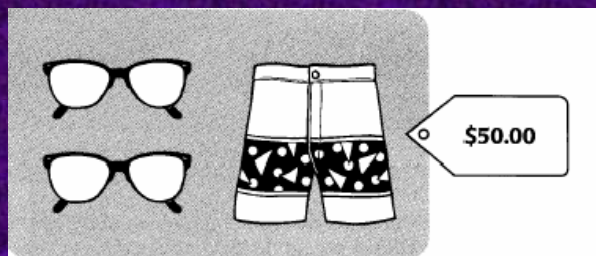
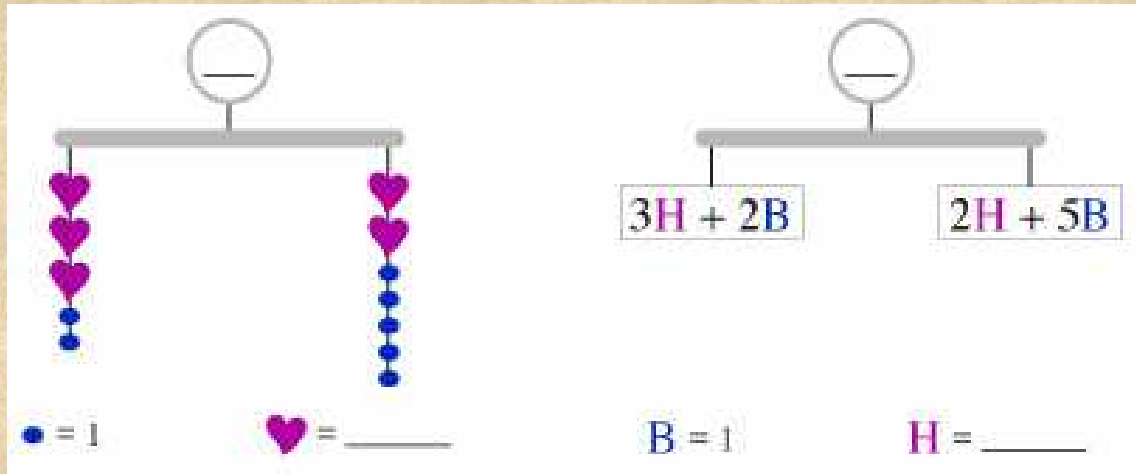
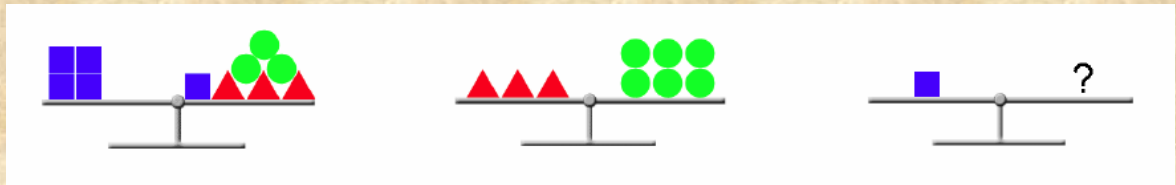
$$\begin{array}{l} 7 + 3 = 10 \\ 3 + 1 = 4 \\ 4 + 2 = 6 \end{array}$$

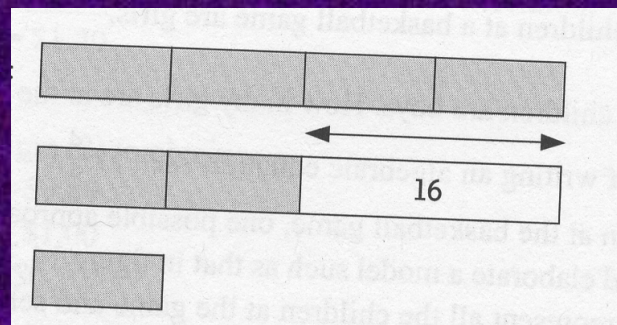
$5x$	$3y$	23
$2x$	$3y$	11
$3x$	0	12

$$\begin{array}{l} 5x + 3y = 23 \\ 2x + 3y = 11 \\ 3x + 0 = 12 \\ x = 4 \end{array}$$

Visualització







A

B

C

Tenim 3 cistells A, B, C.

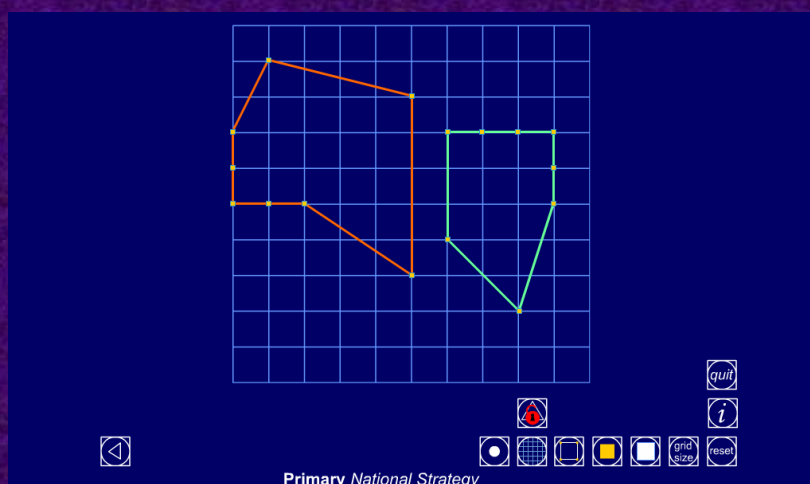
El cistell A conté 4 vegades el nombre de pomes que el cistell C.

El B conté 16 pomes menys que el cistell A.

El C conté la meitat de pomes que el B.

Trobar el nombre de pomes de cada cistell.

Perimetres i àrea applet

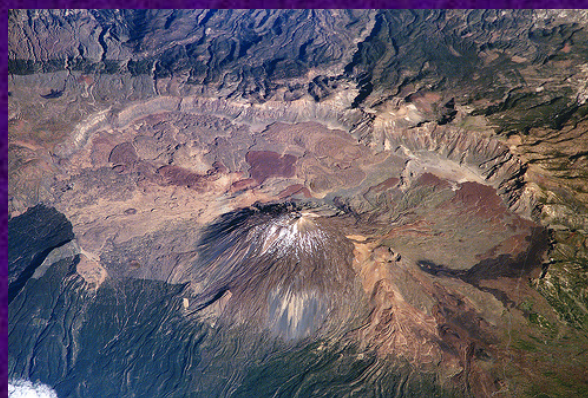
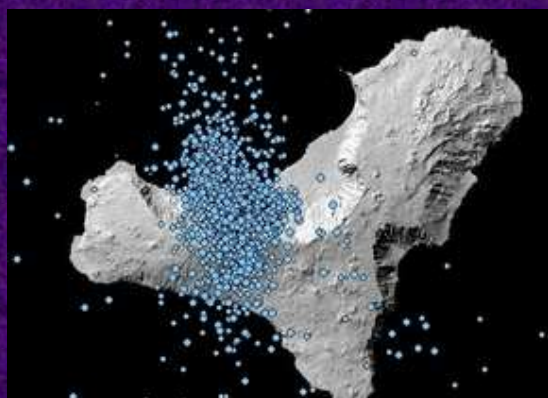


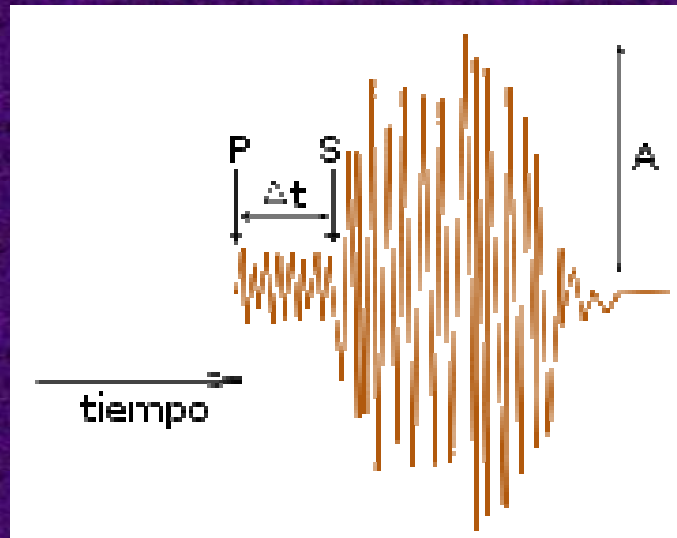
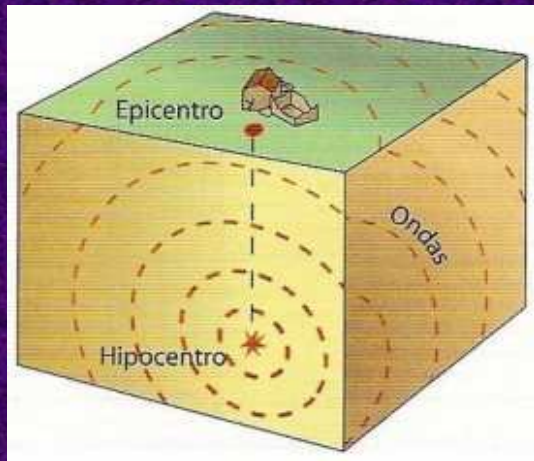


**Terratrèmol 8,9 -
Març 2011 - Japó**

**El Hierro registró 52 seísmos la
pasada madrugada. Uno de ellos, de
magnitud 3,5 grados, pudo ser
sentido por la población**

El Hierro – octubre 2011





La magnitud d'un terratrèmol es l'estimació de l'energia alliberada.(escala Richter)

La intensitat descriu els efectes del terratrèmol en funció del punt d'observació.(escala Mercalli)

potències

$$7^2 = 49$$

$$\underbrace{7 \times 7}_{2} = 49$$

arrels

$$\boxed{?}^2 = 49$$

$$\sqrt{49}$$

logaritmes

$$7^{\boxed{?}} = 49$$

$$\log_7 49$$

$$10^2 = 100 \quad \log_{10} 100 = 2$$

$$10^3 = 1000 \quad \log_{10} 1000 = 3$$

$$10^4 = 10\,000 \quad \log_{10} 10\,000 = 4$$

Exercici: Quin es el logaritme de 1.000.000 ?

Escala de Richter

El sisme de Japó de 9 va despendre una energia de 1000 000 000 unitats i els de El Hierro son de 1000 unitats.

Escala Richter	Energia bomba TNT	Exemples
1,5	950g	Bomba 2a Guerra Mundial
4	6 tones	Bomba atòmica baixa potència
7	199.000 tones	Terratrèmol Haití 2010
8,8 *	210 milions tones	Xile 2010
9 *	240 milions tones	Japó 2011
9,5 *	290 milions tones	Xile Valdivia 1960

Consells

- Materials i situacions diverses
- Discutir i compartir troballes, gràfics, taules,...
- Donar nom al que es fa: patró, depèn, canvia, regla,...
- Manipular i representar per trobar regles explícites.

- Provocar solucions diferents
- Recolzar la simbolització Lligar nombres i figures
- Connectar aviat patrons, taules i gràfics
- Gràfics i fórmules diversos per una mateixa situació

El perquè del títol:

**Constant o variable,
el canvi depèn de tu**

Relacions i canvi, un bloc fonamental del currículum

Pel que fa a la nostra tasca el canvi ha de ser continu, sigui constant o variable.

Ens ha de dur a aprendre cada dia més sobre com aprenen els nostres alumnes i sobre com potenciar les seves possibilitats.

Fem que puguin identificar patrons, analitzar-los i valorar-los.

Fem que puguin decidir.

FINALMENT

Apliquem el que hem après

NO CALEN PARAULES. TENIM CLAR EL PATRÓ !

34 LA VANGUARDIA

TENDÈNCIES

DIVENDRES, 27 MAIG 2011

La batalla per l'idioma a les aules de Catalunya: les rea

Mobilització política i social en defensa de la immersió

Duran es nega a acceptar "cap canvi de model"

MAITE GUTIÉRREZ
Barcelona

S'apropa el novembre, limit per que l'ensenyament introduïxi el castellà com a llengua vehicular a l'escola, segons la interlocutòria del Tribunal Suprem de Justícia de Catalunya (TSJC). Que passarà llavors? "Res, no hi haurà canvis". Tots els grups parlamentaris -a excepció del PP i Ciutadans-, les associacions culturals, de professors, de pares d'alumnes, la patronal de la concertada i els sindicats d'ensenyament han fet front comú en la defensa del català a l'escola i es van negar a assumir que el model d'immersió lingüística actual es modifiqui en el més mínim. Una mobilització política i social que culminarà en la celebració de la Diada.

"No menyspreem el castellà, en garantim l'representació, però no acceptem cap canvi en el model d'immersió lingüística de Catalunya", va afirmar el mate-

Més hores de català

En l'etapa de primària el decret d'honari diu que s'han de dedicar 420 hores durant els sis cursos a llengua i literatura castellana i 420 hores més a llengua i literatura catalanes. Però en realitat es fan més classes de llengua catalana que de castellana, ja que les estructures lingüístiques comunes -el contingut que no es diferencia entre totes dues llengües- també s'imparteixen en català. Pel que fa a l'Educació Secundària Obligatoria, els tres primers cursos castellà i català tenen la mateixa dedicació horària: 315 hores repartides entre els tres anys escolars. A quart curs s'imparteixen 195 hores de castellà i 195 hores de català.



El pas del

de l'Estat
EUA. Jo
nar preci
ment deu
igual que
un Cultural
De ser així, la ciu
lar de l'area, Rigau, hauria d'en
frontar-se a importants malles i
a la inhabilitat de no a la finalid

El Suprem reitera que el castellà ha de ser llengua vehicular a Catalunya

Dues noves sentències tornen a ordenar canvis en matèria lingüística

JOSE MARIA BURNET
Madrid

El Tribunal Suprem (TS) ha tornat a insistir que el castellà s'ha de fer servir com a llengua vehicular al sistema educatiu a Catalunya, encara que sense fixar uns pautes concretes sobre com s'ha d'aplicar aquest principi. En dues resolucions que la Sala Contenciosa acaba de dictar, hi reitera la doctrina en el sentit que els pares que ho desitgen tenen dret a reclamar l'ús del castellà com a llengua vehicular, basant-se en la seva pròpia doctrina i en la sentència que el juny del 2010 va donar a conèixer el Tribunal Constitucional (TC) respecte a l'Estatut de Catalunya.

La decisió del TC no eliminava el sistema d'immersió lingüística vigent a Catalunya, però obria zones fosques sobre la seva aplicació concreta. La sentència ja es va rebre com una font de possibles conflictes segons com s'interpretés. El Suprem, a les resolucions recents sobre aquest tema, ho ha fet en el sentit d'admetre que el castellà ha de ser considerat llengua vehicular al sistema educatiu a Catalunya. Tres seg-

Constitucional va reconèixer que el català "pot ser la llengua vehicular en l'ensenyament" i va matissar que les sentències "són per a casos concrets" i no es



MARC CH

de desembre maig. Casanovesa insisteix en un argument utilitzat pel govern: les lleis del Parlament només les pot jutjar el Constitucional i els casos particulars no són atribuïbles a tot

vigent i amb el "màxim respecte" a les resolucions dictades pel Suprem.

La part dispositiva de les noves sentències del Suprem destaca: "Declarem el dret del recurrent -el pare d'un alumne d'un centre públic de Badalona- que el castellà es faci servir també com a llengua vehicular al sistema educatiu de la Comunitat Autònoma de Catalunya, i en conseqüència i per això la Generalitat haurà d'adoptar les mesures que sigui necessàries per adaptar el seu sistema d'ensenyament a la nova situació creada per la declaració de la sentència 31/2010 del Tribunal Constitucional (la de l'Estatut) que considera també el castellà com a llengua vehicular de l'ensenyament a Catalunya junt amb el català incloent el dret dels pares en l'educació infantil i al primer cicle d'educació

El Suprem es basa en els aspectes que el Constitucional va deixar foscos quan va decidir sobre l'Estatut

primària a rebre l'ensenyament en la llengua petició dels pares". El TS afageix: "De la mateixa manera declarem que el model oficial de preinscripció a l'educació infantil i al primer cicle d'educació primària ha de preguntar quina és la llengua habitual als pares o tutors dels nous inscrits, al centre esco-

GRÀCIES
GRÀCIES
GRÀCIES
GRÀCIES
GRÀCIES
GRÀCIES
GRÀCIES