

Propostes per ajudar a desenvolupar els contin- guts clau de matemàti- ques

Cicle Superior d'Educació Primària

cesire*
àmbit matemàtic|creamat



Generalitat de Catalunya
Departament d'Ensenyament

Octubre 2013



Propostes per ajudar a desenvolupar els continguts clau de matemàtiques del Cicle Superior d'Educació Primària

1.- Resolució de problemes

En aquesta etapa cal que l'alumnat pugui anar més enllà de la resolució d'un problema. Es tracta d'aprofundir en aquest procés i ser capaç de reconèixer situacions matemàtiques de l'entorn i traduir-les a llenguatge matemàtic, de fer-se preguntes, cercar maneres de resoldre-les i de comprovar resultats; i també d'explicar i raonar el que han fet.

1.1.- Identificar matemàtiques en situacions quotidianes

Per a una bona educació matemàtica cal que es prengui consciència que les matemàtiques són arreu i es puguin identificar en situacions quotidianes.

Com?

Ajudant a veure l'entorn amb mirada matemàtica

- Anant més enllà del que fa referència als nombres i el càlcul i ressaltant que hi ha matemàtiques en les formes, els patrons, les relacions espai-temps, el tractament de dades, la representació de l'espai, els jocs d'atzar i d'estratègia, la màgia, l'organització d'horaris...
- Traduint aquestes situacions a llenguatge matemàtic i ajudant-se de la matemàtica coneguda per comprendre-les millor.

1.2.- Fer-se preguntes, cercar maneres de respondre-les i comprovar el resultat

Acostumem a pensar que els problemes són preguntes que fa algú altre. Cal que cadascú s'acostumi a "veure" problemes, a fer-se preguntes i a fer que aquestes preguntes siguin un motor d'aprenentatge.

Com?

Aprofitant les preguntes que sorgeixen espontàniament

És habitual fer-se preguntes davant d'un fet o una situació determinada, i l'alumnat acostuma a fer-se'n.

Cal mostrar interès per aquestes situacions i aprofitar les preguntes, sovint fetes per algú de forma individual o bé partir d'observacions o afirmacions fetes de manera espontània, per convertir la cerca d'una resposta en tasca de grup. Actuar d'aquesta manera és una forma de transmetre el missatge que fer-se preguntes és bo i, el que és més important, és una forma d'aprendre.

Les preguntes espontànies, d'altra banda, connecten molt millor amb els interessos de l'alumnat.



Induint a fer-se preguntes per anar més enllà

Davant d'algunes afirmacions que poden sorgir, per exemple, en el moment que s'acaba de trobar una solució, o bé de constatar una regularitat, induir a preguntar-se "I això passarà sempre?" O bé "i això es pot fer en tots els casos?" els anirà portant a aprofundir una mica més en les respostes trobades.

Per exemple després de calcular l'àrea d'un polígon dividint-lo en triangles es pot induir a fer-se altres preguntes: "tots els polígons es poden dividir en triangles?", "hi ha una quantitat mínima?", "de què depèn?", "la podem endevinar?"...

Després de veure que jugant un joc hi ha algú que sempre guanya es pot induir a preguntar-se "Hi ha alguna forma de jugar que garanteixi que es guanyarà?". Per exemple, en un joc per a dos jugadors en que es posen 21 fitxes a la taula i cada jugador pot retirar 1, 2 o 3 alternativament i guanya qui deixa la taula neta. Es podrà observar que deixant 4 al contrari ja s'ha guanyat segur i que, per assegurar deixar-li 4 abans li has de deixar 8, 12, 16...

O bé, senzillament, en acabat de resoldre una qüestió es pot preguntar: "Hi ha una manera més ràpida de resoldre-ho?"

A partir de models i d'invitacions a fer-se preguntes, fer-se'n, s'anirà incorporant a una determinada manera d'actuar.

1.3.- Explicar i raonar el procés i el resultat

En matemàtiques cal poder explicar, justificar, argumentar el que es diu, les solucions que es donen, els processos que s'han seguit. Cal incorporar aquesta manera de procedir a tot l'aprenentatge matemàtic.

Com?

Explicant el que s'ha fet i pensat

Parlar del que s'ha fet obliga a posar-hi ordre, per tant a recordar la seqüència. Això sol ja té un gran valor. Molt sovint es té poca consciència del procés que s'ha seguit per arribar a una determinada solució o bé a una conclusió i ser-ne conscient ajuda.

Explicar també comporta posar la pròpia visió a la consideració dels altres. Per fer-ho cal estar-ne convençut, però l'efecte que fa sobre els que escolten sovint dona pistes d'on hi ha alguna cosa que no acaba de quallar.

En una explicació hi ha generalment un retorn, és a dir comentaris, preguntes, altres interpretacions, altres exemples que enriqueixen el que un mateix sabia quan ha començat a explicar.



Justificant o argumentant el que s'ha fet i pensat

Cal també oferir exemples i circumstàncies que han portat a fer les coses d'una manera i no d'una altra. Justificar, ajuda a un mateix a fer-se conscient del procés seguit i és un primer pas en el sentit d'obligar-se a donar raons.

Argumentar va una mica més enllà de justificar i implica clarament donar raons per les que s'han pres determinades opcions i per què no se'n poden prendre altres o la que s'ha triat ens sembla millor.

2.- El càlcul amb nombres naturals

El coneixement i domini de les operacions amb nombres naturals és una tasca que s'inicia a educació infantil i es treballa durant tota l'etapa. A cicle superior cal que es faci un bon tancament d'aquest tema, que es concreta en els següents apartats.

2.1.- Conèixer diversos significats de les operacions així com les relacions entre operacions

Proposant situacions-problema que contemplin les diverses aplicacions de les operacions tot valorant que s'usin operacions i estratègies diverses per resoldre-les. Durant el cicle cal buscar que treballin amb els diferents significats de cada operació i siguin conscients de les semblances i les connexions entre ells.

Com?

Tenint present els significats més bàsics de les operacions

Treballar amb situacions que, amb l'objectiu que reconeguin diversos significats de cada operació, portin a preguntar-se :

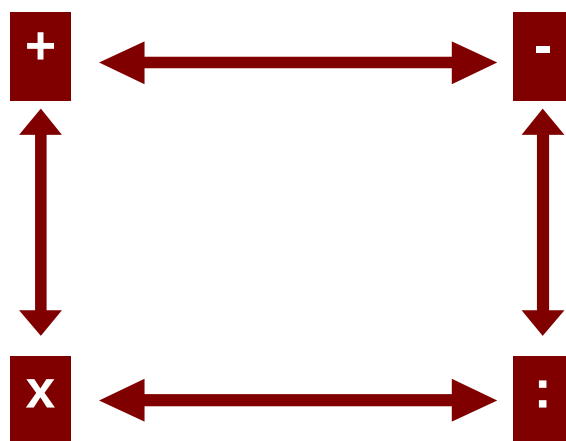
- En el cas de la suma :
 - o Quants n'hi ha si els ajuntem.
 - o Quants en tens si te'n donen.
- En el de la resta:
 - o Quants te'n queden si te'n prenen.
 - o Quants te'n falten per tenir-ne.
- En el de la multiplicació:
 - o Quants n'hi ha si tenim un nombre de grups iguals.
 - o Quants n'hi ha si tenim un nombre de coses d'un determinat valor
- En el cas de la divisió:
 - o Si reparteixo una quantitat en grups iguals, de quant serà cada grup.
 - o Si tinc una quantitat i vull fer grups iguals d'una determinada mida quants en sortiran.

Mostrant flexibilitat en l'ús de les operacions

Fomentant que vegin que una mateixa situació pot ser entesa de maneres diferents i aquest fet pot portar a l'ús d'una o altre operació, o bé a la combinació de més d'una per resoldre-la.

Així per exemple, per pensar quantes capses de mitja dotzena d'ous calen per encapsar 120 ous, es pot dividir 120 entre 6, però també és possible adonar-se que 12×10 és 120 per tant 120 ous són 10 dotzenes. Per passar de dotzenes a mitges dotzenes es pot trobar la meitat o bé simplement imaginar que per a cada dotzena necessitem dues capses de sis ous, per tant doblem el nombre de dotzenes i així sabem que necessitarem 20 capses.

Conèixer i fer servir totes les connexions entre operacions sovint facilita l'obtenció de resultats de manera ràpida i amb més comprensió que amb l'aplicació mecànica de l'algorisme.



El que és fonamental és que en parlin, que expliquin i justifiquin com ho han resolt i si pot ser que ho facin en grup. Així se'n fan més conscients i agafen seguretat en les pròpies estratègies i alhora, al compartir-les, es beneficien de les que expliquen els altres i van ampliant el seu repertori.

En aquest cicle la presa de consciència del que es fa és tant o més important que fer-ho.

2.2.- Estimar el resultat tenint en compte els nombres i el context

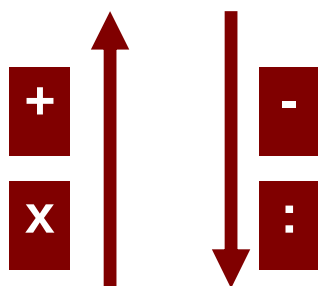
Cal que les operacions aritmètiques siguin fetes des de la comprensió. Actualment la utilitat d'un càlcul purament mecànic és molt reduïda. Convé que es tingui present, en tot moment, quina operació s'està realitzant i els efectes que té sobre els nombres, així com el context de la operació.

Com?

Fent una estimació del resultat prèvia a l'inici de la operació

Per estimar el resultat d'una operació cal tenir una idea de l'efecte que té sobre els nombres. En el cas dels nombres naturals:

- La suma sempre porta a un resultat més gran que els sumands.
- La resta sempre porta a un resultat més petit que el minuend.
- La multiplicació sempre fa créixer els nombres i sovint amb un creixement superior al de la suma.
- La divisió sempre dóna un resultat més petit que el dividend.



Utilitzant tècniques per fer els nombres més manejables

Arrodonir és una de les tècniques que ajuden a fer-se una idea ràpida del resultat de la operació. És un resultat aproximat, però permet iniciar-la tenint una percepció de quin és el resultat raonable.

També ho és fixar-se en les unitats d'ordre més grans per ajudar-se a imaginar el resultat.

Així si cal sumar $348 + 564$ poden fixar-se en el 300 i el 500 i veure que el resultat serà aproximadament 800... i rectificar a 900 perquè 60 i 40 faran una desena nova.

$$\left. \begin{array}{l} 300 + 500 = 800 \\ 60 + 40 = 100 \end{array} \right\} \Rightarrow 348 + 564 \approx 800 + 100 = 900$$

Si es tracta de multiplicar 112×23 és bo pensar que 100×20 fan 2.000 i el resultat serà, doncs, més gran que 2 000.

$$\begin{array}{l} 112 \times 23 \approx 100 \times 20 = 2000 \\ 112 \times 23 > 2000 \end{array}$$

Tenint en compte el context

El context ajuda molt a la comprensió del problema i a guiar la cerca del resultat. Sovint tenir una imatge de què representen els nombres amb els que s'està operant ajuda a trobar formes de calcular i d'interpretar els resultats.

És el cas de la situació exposada en l'apartat anterior en el que es calculava el nombre de caps de mitja dotzena d'ous necessàries per encabir 120 ous, com ho seria també comptar les sabates o bé els guants que calen per un nombre determinat de persones, pel fet de poder imaginar els parells, o els mesos o les setmanes que han passat entre dos fets, on es pot pensar en setmanes de 7 dies o mesos d'aproximadament 30.

Fer una aturada, en el moment que s'ha obtingut un resultat, per interpretar-ne el significat resulta imprescindible. Es tracta de contrastar el resultat de l'operació i el plantejament per valorar si és o no raonable des del punt de vista numèric i d'interpretar el resultat en relació al context, en el cas que n'hi hagi. Així, si hem restat 98 de 1245 el resultat ha de ser aproximadament 1145 perquè 98 és gairebé 100 i portarà a passar de 1245 a 1145. Sovint, si s'ha adquirit ja el costum de fer una estimació prèvia, es tracta únicament de contrastar el resultat amb l'estimació.

D'altra banda, cal assegurar que s'interpreten correctament els diversos elements del resultat. Per exemple, en el cas de la divisió no exacta, és important fer la lectura del quocient i del residu i tenir clar que si hem dividit 133 entre 14 i el resultat és 9 i el residu 7, això significa que es poden fer 9 grups iguals i quedaran 7 unitats per repartir.

$$\begin{array}{r|l} 133 & 14 \\ \hline 126 & 9 \\ \hline 7 & \end{array}$$

El context en que es doni el problema pot ajudar a donar-hi significat:

- si el que es repartia eren euros es podrà pensar en donar una moneda de 50 cèntims a cadascú i tindrem un repartiment exacte.
- si, en canvi, es feien grups de persones, caldrà donar una solució diferent, potser fer 14 grups de 9 i un de 7 o bé 7 grups de 9 i 7 grups de 10...
- si encapsàvem 133 objectes en caps de 14 és clar que necessitaríem 10 caps encara que una no quedi totalment plena.

2.3.- Utilitzar estratègies diverses per calcular

La majoria de vegades, quan cal resoldre situacions de càlcul en la vida diària, no s'utilitzen les operacions escrites ni la calculadora. El més freqüent, fora de l'àmbit escolar, és utilitzar estratègies informals.

Aquestes estratègies es basen en resultats parcials que es guarden a la memòria i en combinacions d'operacions que s'han anat descobrint i incorporant. Són molt útils per



trobar resultats de forma ràpida i amb plena consciència de com s'hi ha arribat. Cal que els hi donem també un espai en l'aprenentatge

Com?

Fomentant que es facin explícites les estratègies usades i valorant-les

Es freqüent constatar que part de l'alumnat utilitza estratègies informals per trobar resultats però no ho diu perquè interpreta que fer-ho és una transgressió. Creuen que, a l'escola, cal fer servir sempre el càlcul formal. De l'actitud del professorat davant d'aquestes situacions en depèn que aquestes estratègies aflorin i es puguin incorporar a l'aprenentatge.

Aprofitar el moment en que algú ha trobat un resultat de forma sorprenentment ràpida per fomentar que expliqui com hi ha arribat i s'iniciï un diàleg, un intercanvi d'opinions que ajudi a promoure el gust per explicar i comprendre les estratègies dels altres. Si es valora l'ús d'estratègies informals i s'accepten i promouen com a formes genuïnes i personals de trobar resultats, es generalitzaran.

Ensenyant algunes estratègies

A banda de les estratègies elaborades pel propi alumnat se'n poden "ensenyar" algunes d'especialment útils.

El text que hi ha a continuació forma part d'un material de formació elaborat per [l'itinerari de càlcul de la Formació Interna de Centres](#) i s'ha seleccionat perquè presenta una relació força completa d'estratègies de càlcul.

La majoria de vegades que cal resoldre situacions de càlcul en la vida diària no utilitzem els algorismes estàndard apresos a l'escola. Ni tan sols es fa servir la calculadora, perquè sovint no se'n té una a prop. Quan volem fer un càlcul, després de decidir si el volem exacte o aproximat i, en aquest cas, en quin grau d'aproximació, solem aplicar estratègies més informals. Aquestes estratègies poden ser també apreses o construïdes per nosaltres. En la majoria de casos les apliquem mentalment, però també ens podem ajudar del paper i el llapis per anotar resultats parcials o per fer algun pas més complicat per escrit.

$$\begin{array}{r} 578 \times 99 \\ 57800 \\ - 578 \\ \hline 57222 \end{array}$$

Treballant els nombres i el càlcul de forma *significativa* s'ajuda a construir una "maleta personal" de coneixements que ens pot ser molt útil per elaborar noves estratègies o combinar-ne unes amb altres. Aquesta "maleta" pot estar feta de *resultats* que la nostra memòria incorpora per ser utilitzats de forma ràpida o per *estratègies concretes de càlcul*. Vegem-ne dos exemples:

- Recordar que $7+8$ són 15 ens pot ajudar a resoldre més ràpidament $47+38$ fent $(40+30)+15$
- Saber que multiplicar 4 és equivalent a fer dos dobles consecutius ens pot ajudar a trobar que per dividir per 4 podem fer dues meitats consecutives.

Quan més plena sigui aquesta "maleta" més àgil i eficient serà l'ús i elaboració d'aquestes estratègies informals.

Encara que algunes estratègies informals tenen elements de més d'un grup, un intent d'ordenar-les pot ser el següent.

- Les basades en el coneixement de les característiques i el funcionament dels nombres.
- Les basades en el coneixement de les propietats de les operacions i les seves relacions.

Vegem-ne algunes:

- **Arrodonir nombres.** Canviar un nombre pel més proper acabat en 0 per facilitar l'operació. Es fa servir en càlcul aproximat.
- **Iniciar els càlculs per l'esquerra,** per les unitats d'ordre més gran. Aquesta estratègia ajuda, a més, a conservar i controlar mentalment la magnitud dels nombres amb què s'està operant.
- **Descompondre nombres** en unitats d'ordre: en la combinació necessària per completar una desena, en factors...
- **Dobles i meitats.** Fer el doble i/o la meitat d'un nombre o combinacions basades en aquest concepte.
- **Usar les connexions entre operacions.** Abordar una resta com si fos una suma, una multiplicació com a suma repetida, una divisió com una multiplicació, una divisió com una resta reiterada... per facilitar l'obtenció del resultat.
- **Intercanviar els termes en el cas de suma i multiplicació** a partir del coneixement de la propietat commutativa.
- **Descompondre una operació en operacions més petites** a partir del coneixement de les propietats associativa i distributiva.
- **Compensar.** Modificar els nombres d'una operació per facilitar-la i compensar a continuació la modificació feta per no alterar el resultat.

Per altra banda, un bon sistema de representació dels nombres i les operacions, concretes en models (recta numèrica, quadre dels nombres, materials multibase, àbacs...) ens proporciona imatges mentals de moviment, espai, distribució, etc. que ens ajudaran a la construcció d'estratègies personals de càlcul. Per exemple:

- **Visualitzar desplaçaments.** Imaginar les operacions com a desplaçaments sobre la recta numèrica. O bé imaginar algunes operacions com a moviments sobre el quadre dels nombres del 0 al 100.
- **Visualitzar les unitats d'ordre** en la forma que les presenten els àbacs, el material multibase, o les representacions planes com per exemple veure la multiplicació com l'àrea d'un rectangle.

Aquesta relació no pretén ser exhaustiva, la diversitat de formes que prenen aquestes estratègies ho faria impossible, creiem però, que hi ha les més rellevants.

Respectant l'ús personal de les estratègies

L'ús i la tria d'estratègies depèn de la forma de pensar i de les habilitats de cadascú. Per a uns són més clares les basades en la visualització, altres s'hi fixen més en les característiques dels nombres, n'hi ha que tenen preferència per les que tenen una base espacial...

Fer-les explícites ajuda a ampliar el repertori i és la única manera que té el o la mestra per conèixer-les.

És important ser molt respectuós amb la tria i fins i tot la combinació que en faci cadascú en cada moment. Si els porta a un resultat correcte l'estratègia emprada és bona, i si l'expliquen tenen més possibilitats de fer-les més eficients.

2.4. - Usar els algorismes de manera fluida i comprensiva

Els algorismes, que en altres moments havien estat l'eina imprescindible per al càlcul han perdut el paper central que tenien en aquest aprenentatge. Malgrat això, al final de l'etapa primària, cal que els coneguin i els puguin utilitzar de manera fluida.

Com?

Reprement, si cal, el procés d'aprenentatge per guanyar comprensió

És possible que part de l'alumnat hagi fet un aprenentatge únicament mecànic dels algorismes i que a cicle superior no en tingui un domini prou complet. En aquests casos és millor reprendre l'aprenentatge intentant ajudar-los a fer-lo de manera més comprensiva.

El text que hi ha a continuació forma part d'un material de formació elaborat per [l'itinerari de càlcul de la Formació Interna de Centres](#), s'ha seleccionat perquè exposa com es pot ajudar a la comprensió dels algorismes.

Els **algorismes de càlcul** són un conjunt ordenat de passes que condueixen a l'obtenció del resultat.

La forma de fer i d'organitzar aquestes passes no és única. Això explica que d'uns països a uns altres trobem diferències en la forma d'escriure'ls o de realitzar les passes. De fet, són una construcció cultural que s'ha anat fent lentament al llarg de la història.

En aquesta evolució els algorismes han anat tenint un procés de depuració, de compressió de passes, de síntesi, que han fet que el seu aprenentatge sigui més difícil. Aquest és un dels problemes que ens trobem a les escoles a l'hora d'ensenyar-los.

Una possibilitat de construir aquest aprenentatge és reproduir en part aquest camí de compressió, començant per plantejar la realització de les operacions de forma més oberta i anar sintetitzant passes, poc a poc i a mesura que s'entenen les anteriors, i anar formalitzant l'algorisme estàndard. D'aquesta manera, a més, possibilitem millorar la comprensió, cada vegada, sobre què fem i per què ho fem.

Després d'un temps en què aprendre els algorismes i fer-los servir sense fer errades era l'objectiu principal de l'escola, en aquest moment en què ens podem servir d'altres eines més ràpides i segures per obtenir resultats, l'aprenentatge dels algorismes pot tenir un sentit diferent.

Les propostes que presentem a continuació estan inspirades en algunes de les que es presenten al cicle de conferències Reflexions sobre el càlcul a primària a càrrec de David Barba i Cecília Calvo. En aquest cicle es van fer tres conferències, una dedicada a cada cicle de l'educació primària. Podeu trobar els enregistraments i les presentacions de les conferències al web del creamat (<http://goo.gl/3fc21>).

Suma

Podríem plantejar la suma anotant els resultats per unitats d'ordre i començant per la unitat d'ordre superior, que és la que dona de manera més ràpida un control del resultat. Iniciar la suma per les unitats només té l'avantatge de no haver d'esborrar cap nombre per fer una unitat d'ordre nova. Tan aviat com s'entengui i es pugui fer el procés mentalment s'anirà passant a la forma clàssica.

$$\begin{array}{r} 325 \\ + 494 \\ \hline 700 \\ 110 \\ 9 \\ \hline 819 \end{array}$$

Resta

La resta portant-ne és un dels algorismes més difícils d'aprendre. Podem plantejar, però, una notació estesa que resulta més comprensiva i que podrà evolucionar cap a la més sintètica. A mesura que la comprensió acompanyi podrem arribar a la que tots coneixem però entenent millor què es fa i per què.

$$\begin{array}{r} 43 = 40 + 3 = 30 + 13 \\ - 18 = 10 + 8 = 10 + 8 \\ \hline 20 + 5 = 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 43 = 30 + 13 \\ - 18 = 10 + 8 \\ \hline 20 + 5 = 25 \end{array}$$

Multiplicació

La multiplicació també cal que evolucioni per ajudar a comprendre que multiplicar per dues xifres representa multiplicar cada una de les xifres d'un factor per cada una de les de l'altre. En aquest cas multiplicar 25×32 representa multiplicar 30×20 i 30×5 i a continuació multiplicar 2×20 i 2×5 . De nou ens adonem que començar per la unitat d'ordre més alta ajuda al control del resultat, per això hi optem encara que l'algorisme comença per la més petita per evitar haver d'esborrar.

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 32 \\ \hline 600 \\ 150 \\ 40 \\ 10 \\ \hline 800 \end{array}$$

Divisió

La divisió cal entendre-la com a restes successives. Podem passar d'una fase de tempteig i de màxim desplegament, com la que es mostra al següent en que dividim $45:3$...

45	3		
-12	4	4	4
33			
-30	10	10	10
3	1	1	1
-3			
0	15		

... a una altra en el qual en tempteig ja és més encaminat i la notació no tan explícita..

89	7
-70	10×7
19	2×7
-14	
<u>r.5</u>	12

... fins al manteniment de la multiplicació en paral·lel i la resta indicada per donar suport a la comprensió mentre calgui.

789	15	
-300	20	$15 \times 20 = 300$
489	20	
-300	10	$15 \times 10 = 150$
189	2	$15 \times 2 = 30$
-150	52	
39		
-30		
<u>r.9</u>		

645	31	
-620	20	$31 \times 20 = 620$
<u>r.25</u>		

3.- Els nombres naturals: comprendre l'estructura del sistema de numeració decimal

El coneixement i domini dels nombres naturals és un altre tema que s'inicia a educació infantil, es treballa durant tota l'etapa i cal que se'n pugui fer un tancament a cicle superior. Aquest és un tema de gran importància donat que, moltes vegades, la manca de domini del càlcul té l'arrel en la falta de comprensió i de fluïdesa amb els nombres.

No es tracta només d'anar construint nombres cada vegada més grans, com s'ha fet en els cicles anteriors. Ara cal assegurar que coneixen com funciona el sistema de



numeració decimal i compreguin que els nombres creixen sempre seguint la mateixa estructura. Cal també que reconeguin regularitats i propietats dels nombres i, de manera especial, l'estructura factorial.

Com?

Comparant i ordenant nombres

Ordenar nombres implica reconèixer la quantitat que representen. En aquest nivell, cal que puguin explicar com els han ordenat, que mostrin com saben que un és més gran que l'altre, que puguin pensar un nombre "més gran que...", un "més petit que...", un que estaria "entre tal nombre i tal altre...", per assegurar que interpreten els nombres de forma correcta.

Amb propostes com aquestes es busca, a més, que construeixin un relat en el que mostrin el coneixement que tenen de l'estructura dels nombres. Així per exemple poden dir que 108 324 és més gran que 108 124 perquè té més centenes, o bé que 3000000 és més gran que 298 796 perquè té una xifra més, etc.

Observant regularitats i fent conjectures

Detectar els patrons que segueixen determinades sèries numèriques i fer conjectures sobre com continuaran porta a projectar el coneixement que tenen de la sèrie numèrica.

Així, si veuen 90, 180, 270, i continuen 360, 450 amb certa fluïdesa mostren un domini de la numeració que els permet, en primer lloc, adonar-se que el patró que segueix consisteix en sumar 90 al nombre anterior, a més d'aplicar alguna estratègia per fer-ho, probablement la de veure que sumar 90 és com sumar 100 i treure'n 10. Són especialment interessants les sèries que porten al canvi d'unitats d'ordre i mostren un creixement ràpid com ara 100, 200, ... o bé 150, 300, 450, ... perquè ajuden a fer créixer els nombres amb rapidesa i a intuir que l'estructura coneguda s'anirà repetint fins a l'infinit.

També són interessants les sèries de múltiples d'un nombre que serveixen de base a la reflexió sobre múltiples i divisors.

4, 8, 16, 20, 24, ...
3, 6, 9, 12, 15, 18, ...
11, 22, 33, 44, ...

Coneixent els múltiples i divisors dels nombres entre 2 i 9

Podem elaborar taules dels múltiples dels primers nombres. Es pot fer servir, per exemple, la graella dels nombres entre 0 i 100 per marcar múltiples, fixant-se en les regularitats i deduint maneres de reconèixer-los. També fer que s'adonin de les coincidències entre taules. Per exemple entre la del 2, la del 4 i la del 8 o bé entre la del 3, la del 6 i la del 9... o de la falta de coincidència de la del 5 amb les taules esmentades fins ara.

Taula del 3

0	3	6	9	12	15	18	21	24	27
---	---	---	---	----	----	----	----	----	----

0	6	12	18	24	30	36	42	48	54
---	---	----	----	----	----	----	----	----	----

Taula del 6



També resulta útil fer tires, una de cada nombre, on s'hi escriguin només els múltiples en horitzontal o en vertical com ara els múltiples de 3.

Múltiples del 3

3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	...
---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----

Aquesta representació ajuda a veure l'estructura factorial. Es veu que $15 = 3 \times 5$ per què en la tira dels múltiples del 3, el 15 està en cinquè lloc.

Comprendre aquesta estructura i tenir recursos per fer-la servir és necessari per comprendre temes com l'equivalència en les fraccions o per estimar quocients i residus de les divisions.

Així, si cal dividir 44 entre 3 podem saber que no donarà un resultat exacte perquè 44 no és múltiple de 3, el múltiple més proper és 42 i, per tant, quedarà un residu de 2.

4.- Les fraccions

A cicle mitjà s'han treballat diversos significats de les fraccions a partir de contextos i representacions: part d'una unitat, d'una col·lecció, punt sobre la recta... En aquest cicle és important comparar fraccions i sumar-ne i restar-ne.

Algunes de les dificultats que part de l'alumnat té amb les fraccions rau en la manca de visió de la fracció com un sol nombre que s'expressa mitjançant la relació entre altres dos (el numerador i el denominador). Pot ser que part de l'alumnat percebi aquests dos nombres separats, sense relació entre ells i, per això, els tracti també de forma separada. D'aquí que sovint s'acabin ordenant fraccions només mirant el numerador o el denominador o que les sumin addicionant numeradors per un costat i denominadors per l'altre. Cal tenir en compte aquestes idees sempre que es treballi amb fraccions i fomentar, en aquest cas, una visió de la fracció com a expressió d'un sol nombre, en el que el denominador ens indica, en certa manera, una unitat de mesura. Observarem així, per exemple, que de la mateixa manera que no podem comparar o sumar directament una quantitat expressada en metres i una altra expressada en centímetres, tampoc ho podem fer directament amb una quantitat expressada en quarts i una altra en terços.

4.1.- Comparar fraccions

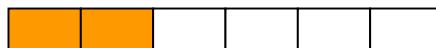
Els nombres expressen quantitats que es poden comparar i ordenar. Les fraccions, com a nombres que són, també s'han de poder comparar i reconèixer si indiquen la mateixa quantitat o bé un és més gran que l'altre. Si els nombres no es poden comparar és que no es coneixen prou bé i en el cas dels fraccionaris es molt freqüent trobar dificultats per fer-ho. Cal fonamentar bé la comparació i ordenació de fraccions perquè es facin correctament i amb sentit.

Com?

Atribuïnt valor a la relació numerador denominador

S'ha d'ajudar a comprendre que com més gran és el denominador més petita és la part. Per tant, si dues fraccions tenen el mateix numerador, la que té el denominador més petit és la que indica una quantitat més gran.

Amb representacions com aquesta es pot veure fàcilment que $\frac{2}{6}$ és més gran que $\frac{2}{8}$.



De la mateixa manera, cal ajudar a veure que $\frac{4}{4}$ i $\frac{5}{5}$ indiquen la mateixa quantitat

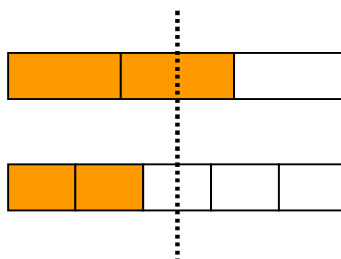
malgrat que la percepció sovint porti a pensar el contrari. Ambdues fraccions representen la unitat.

Trobant punts de referència

La meitat és un bon punt de referència per ajudar a valorar fraccions. Pensar si una determinada fracció representa una quantitat més gran, o bé més petita, que la meitat

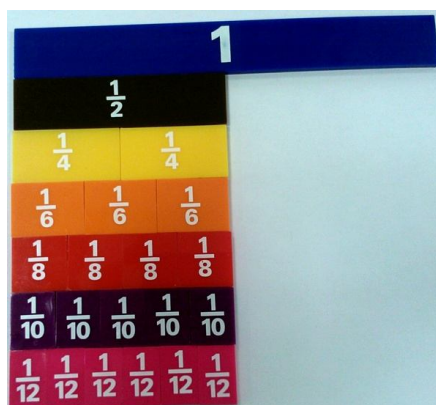
ajuda en molts casos, com ara en el de comparar $\frac{2}{3}$ i $\frac{2}{5}$ ja que fa evident que si te-

nim la unitat partida en 3 parts i n'agafem 2, el que obtenim és més de la meitat, en canvi si la tenim partida en 5 parts i n'agafem 2 n'obtenim menys.



Reconeixent l'equivalència entre fraccions

- Amb materials manipulables o amb representacions gràfiques, es pot ajudar fàcilment a veure que $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{5}{10}$ i $\frac{6}{12}$ representen la mateixa part.



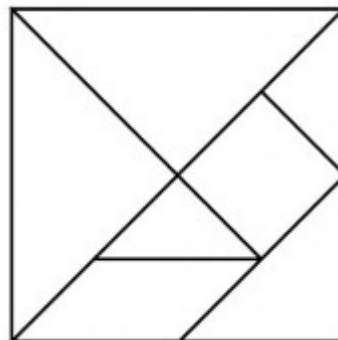
També, en un cas com l'anterior, unes senzilles tires de paper doblades poden ser una bona ajuda.

- Relacionant la representació gràfica amb la multiplicació.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

$$\frac{1}{3} = \frac{4}{12} = \frac{7}{21} \quad \frac{5}{6} = \frac{20}{24} = \frac{25}{30}$$

- Plantejant activitats com la que trobareu a l'ARC "EL tangram i les fraccions" (<http://apliense.xtec.cat/arc/node/29643>) per donar un context a aquest aprenentatge.



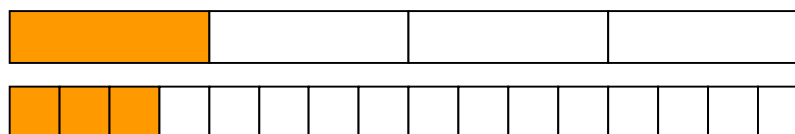
4.2.- Sumar i restar fraccions

A cicle mitja s'ha treballat amb la suma i resta de fraccions d'igual denominador. Ara cal comprendre, amb nombres fàcilment imaginables, quin és el procediment en el cas de fraccions amb denominadors diferents.

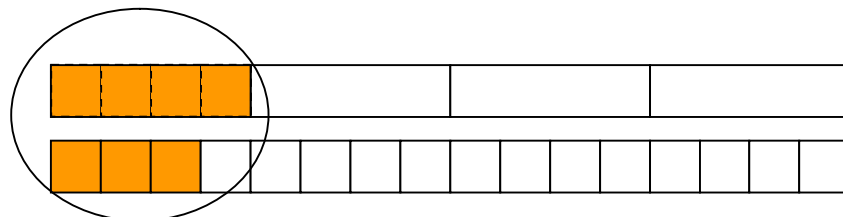
Com?

Representant casos en que els denominadors són múltiples

Si cal sumar per exemple $\frac{1}{4}$ i $\frac{3}{16}$



És fàcil veure que $\frac{1}{4}$ són $\frac{4}{16}$

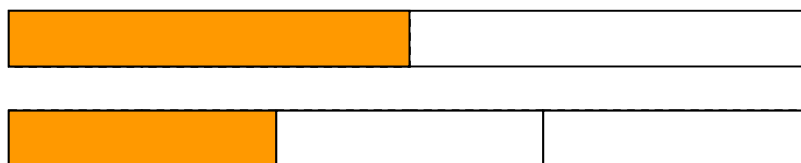


I només cal re escriure la suma de manera que les dues fraccions ja tinguin el mateix denominador, que és un tipus de suma que ja sabem fer.

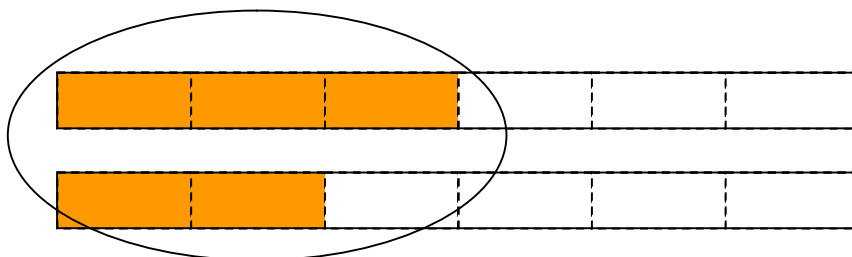
$$\frac{4}{16} + \frac{3}{16} = \frac{7}{16}$$

Representant casos en que els denominadors no són múltiples

Si cal sumar, per exemple $\frac{1}{2}$ i $\frac{2}{3}$ veiem que no és fàcil fer-ho com abans perquè dos i tres no són múltiples.



Caldrà fer una doble actuació: dividir $\frac{1}{2}$ en tres parts i a continuació dividir $\frac{2}{3}$ en dues parts.

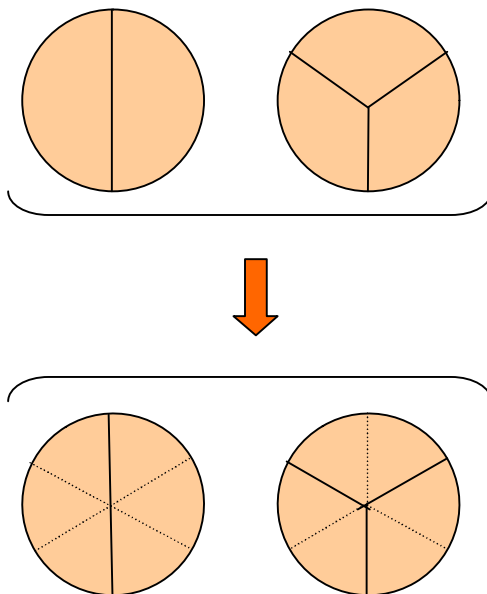


Només cal re escriure la suma $\frac{3}{6} + \frac{2}{6}$. Les dues fraccions tenen el mateix denominador i per tant ja sabem com fer-la.

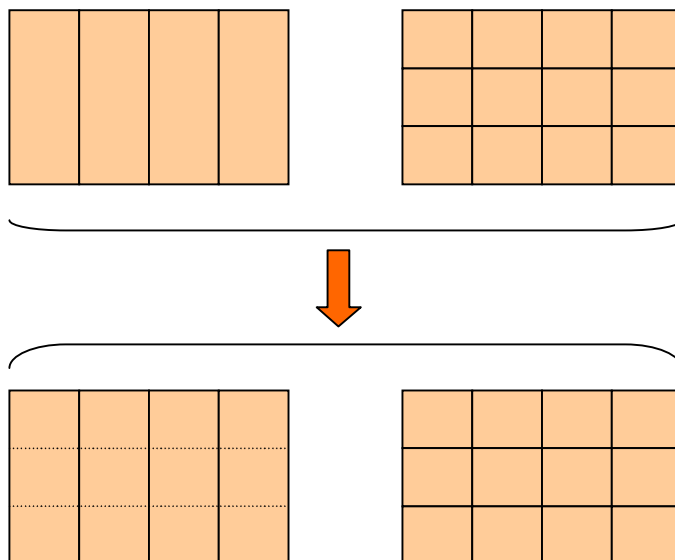
Després de treballar amb aquestes representacions serà molt més fàcil comprendre que, per sumar fraccions amb denominadors no equivalents, una de les formes d'arribar a un denominador comú és multiplicar els dos denominadors. La representació els permetrà donar significat a aquest mètode.

Donant context a aquest aprenentatge

Podem plantejar, per exemple, situacions de repartiment (de pizzes, de pastissos...). Si tenim dues pizzes, una partida per la meitat i l'altra amb tres parts, i volem tenir parts de la mateixa mida per repartir-la millor caldrà tallar cadascuna de les dues mitges parts de la primera pizza en tres trossos i cadascuna de les tres parts de l'altra per la meitat. Tindrem llavors les dues pizzes partides en 6 parts.



Si, en canvi, tenim una coca rectangular tallada en 4 trossos i una altre en 12 només caldrà que partim la primera de manera que també en tingui 12. Per saber en quants trossos cal dividir cadascuna de les parts de la primera s'ha de trobar el número que multiplicat per 4 dóna 12.



Sovint aquests aprenentatges es fan molt àrids si no hi ha algun context que els doni significat. En aquest cas, una vegada ho han vist representat i han imaginat un context, és molt més fàcil proposar sumes i restes.

5.- Els decimals

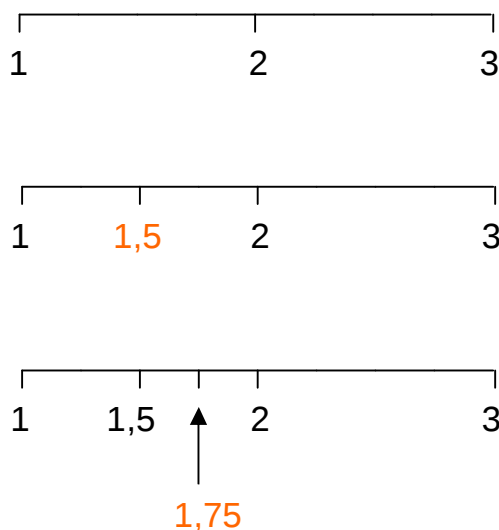
5.1.- Comprendre la naturalesa del nombre decimal

Els nombres decimals, a l'igual que les fraccions, ens ajuden a expressar la mesura de trossos d'una unitat. En aquest sentit podem dir que fraccions i decimals ens permeten representar un mateix tipus de nombres, els racionals, de dues formes diferents. Però la forma d'expressió dels decimals és una extensió de la dels nombres naturals: un sistema numèric posicional en base deu. Això fa que tinguin algunes semblances amb aquests, essencialment en l'escriptura i en la forma d'operar. Per tant, caldrà tenir presents i treballar les semblances i diferències entre naturals i decimals, per una banda, i entre decimals i fraccions, per l'altra.

Com?

Representant-los sobre la recta

Els nombres naturals representen quantitats discretes: entre un nombre natural i el següent no hi ha cap altre nombre natural. Quan parlem de nombres decimals, en canvi, ens referim a uns nombres pensats per indicar quantitats contínues, és a dir en el cas dels nombres decimals, entre 1 i 2 hi ha 1,5, entre 1,5 i 2 hi ha 1,75 i 1,76 hi ha 1,755 ... etc.



Representar-ho sobre la recta ajuda a comprendre-ho.

Comparant-los amb les fraccions

Fraccions i decimals comparteixen la funció de representar quantitats més petites que la unitat. La diferència és que els decimals sempre indiquen parts de 10 o de múltiples de 10 i les fraccions no necessàriament.

Convé que reconguin que expressions com:

$$\frac{1}{2} = 0,5 \quad \frac{1}{4} = 0,25 \quad \frac{3}{4} = 0,75 \quad \frac{1}{10} = 0,1 \quad \frac{1}{3} = 0,33...$$

Són maneres diferents d'indicar una mateixa quantitat.

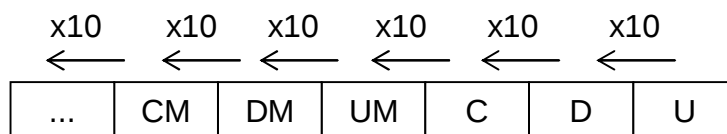
5.2.- Nombres naturals i decimals, comparteixen estructura.

Per aprendre els nombres decimals és molt útil tenir els naturals com a referència. Ens basarem sovint en la comparació entre els dos tipus de nombres per aprofitar les semblances i advertir de les diferències.

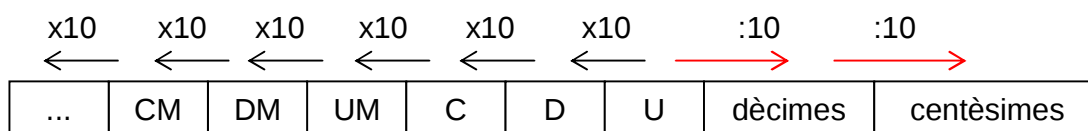
Com?

Recordant la organització dels naturals

Els naturals indiquen el seu valor a través de la posició i els decimal també. Prenent la unitat com a referència i en direcció dreta - esquerra, cada posició representa el valor de l'anterior multiplicat per 10: desena, centena, unitat de miler...

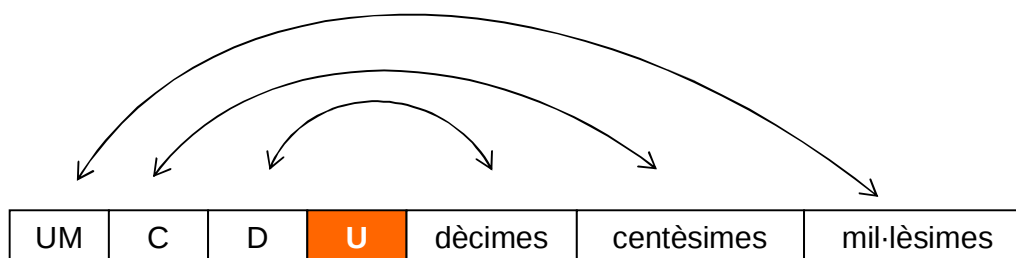


En els nombres decimals, prenent la unitat com a referència i en direcció esquerra – dreta, cada posició representa el valor de l'anterior dividit per 10: dècima, centèsima, mil·lèsima...



Tenint en compte algunes diferències

La semblança entre els nombres naturals i els decimals, que representa una gran ajuda per comprendre'ls, també és la responsable de la gran majoria de confusions que es fan en la seva interpretació. Conèixer aquestes confusions ens ha de servir per plantejar un aprenentatge on no es confii en excés en aquesta semblança i es treballin de manera explícita les diferències.



L'estructura simètrica amb les unitats com eix de simetria, genera algunes d'aquestes dificultats.

En primer lloc pel nom. La semblança en la denominació de les unitats d'ordre que ocupen llocs simètrics:

desena - dècima

centena - centèsima,

miler - mil·lèsima



pot portar a pensar que si la desena és la unitat d'ordre més petita en els naturals, la dècima serà la més petita en els decimals. Fruit d'aquesta interpretació es pot creure erròniament que la mil·lèsima és més gran que la centèsima i aquesta que la dècima. També pel nombre de xifres. Per expressar mil·lèsimes calen més xifres que per expressar centèsimes o bé dècimes, tot i que les mil·lèsimes són més petites. En el cas dels naturals, com més xifres, més gran és el nombre i si no es treballa a fons aquesta diferència sovint davant dels nombres 0,8 ; 0,25 ; 0,134 dedueixen erròniament que el més gran és el 0,134 perquè té més xifres que la resta.

I, finalment, pel paper que juguen els zeros. Saben que el zero serveix per indicar la posició de les unitats d'ordre buides. En el cas dels nombres naturals com el 104, el 0 indica que no hi ha desenes i els zeros a l'esquerra no tindrien cap valor. Si al 104 s'hi afegeixen dos zeros a l'esquerra 00104 s'està dient que no hi ha UM ni DM i això no fa variar el valor que continua essent 104. En canvi, si s'escriuen zeros a la dreta si que modifiquen el valor, tornant al 104 veiem que 10400 és un nombre més gran que 104. Quan es tracta de nombres decimals passa a la inversa. Els zeros a la dreta no modifiquen la quantitat, així 0,104 indica 104 mil·lèsimes, igual que 0,10400. Mentre que 0,00104 és un nombre més petit perquè els zeros indiquen que no hi ha dècimes ni centèsimes i desplaça l'1 de les dècimes a les mil·lèsimes.

5.3 Comparar i ordenar nombres decimals

Tal com hem comentat al parlar dels fraccionaris, els nombres expressen quantitats, per tant, s'han de poder comparar dos nombres i saber si indiquen la mateixa quantitat o bé un és més gran que l'altre. Si no es pot fer això, és que no es coneixen prou bé i en el cas dels decimals les dificultats que sorgeixen són ben conegudes. A partir de les dificultats que sorgeixin en la comparació es podran anar treballant els aspectes assenyalats com a principals dificultats.

Com?

Tenint en compte la situació dels nombres i especialment dels zeros

- Adonar-se de quan els zeros no tenen valor:

0,15 0,150 0,1500

Són, de fet, el mateix nombre perquè coincideixen les dècimes i les centèsimes i la resta de nombres són zeros a la dreta.

De la mateixa manera que si es tracta d'ordenar els següents nombres:

0,1020 0,1002 0,102 0,0102 0,10200

Tenim tres nombres iguals ($0,1020 = 0,102 = 0,10200$) perquè coincideixen dècimes, centèsimes i mil·lèsimes i els zeros que estan a la dreta no tenen cap valor. En canvi 0,0102 és el més petit perquè té 0 dècimes i la resta en tenen una. El 0,1002 és el segon perquè té 0 mil·lèsimes i els altres en tenen dues.

- Superant l'efecte de l'aparença del nombre.

Així, si al comparar 0,13 i 0,079 diuen que 0,079 és més gran, és per l'efecte que té la comparació entre els nombres naturals 13 i 79 i no han tingut en compte el lloc que ocupen. En aquests casos és important que comparin unitat per unitat i que, si cal, es complementi el primer nombre amb un zero per facilitar la comparació.

$$0,130 > 0,079$$



Argumentant la ordenació feta

Proposant per exemple les següents parelles de nombres.

0,2	0,3	4,03	4,004	0,05	0,3
2,4	2,25	2,123	2,5	3,5	3,555
0,5	0,50	6,425	6,3	10,3	10,234
0,3	0,03	13,21	13,212	0,052	0,0052

I demanant que valorin si són iguals i si creuen que no ho són les ordenin tot explicant per què. Argumentant la decisió presa reforçaran els raonaments que han fet i, en el cas que n'hi hagi d'erronis, es podran reconduir.

5.4.- Sumar i restar decimals

La suma i la resta de nombres decimals segueix els mateixos procediments que en el cas dels naturals.

Com?

Afegint, si cal, zeros per facilitar-ho

No hi ha diferències en la realització de sumes i restes amb nombres decimals i naturals, sumant centèsimes es poden fer dècimes i sumant dècimes unitats. Exactament igual que passa amb les unitats d'ordre dels naturals.

En casos com per exemple:

$$\begin{array}{r} 0,52 \\ + 1,686 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2,544 \\ + 1,32 \\ \hline \end{array}$$

Es pot afegir un 0 per fer la operació de forma més comprensiva.

$$\begin{array}{r} 0,520 \\ + 1,686 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2,544 \\ + 1,320 \\ \hline \end{array}$$

6.- Figures geomètriques i situació a l'espai

Després de treballar les figures geomètriques i la situació a l'espai durant tota l'etapa cal assegurar-ne un bon domini.

6.1.- Identificar figures geomètriques a partir dels elements que les caracteritzen

Una vegada treballats els elements que caracteritzen les figures geomètriques, bàsicament:

- costats/arestes
 - línies i superfícies: rectes i corbes
 - relacions entre línies: obertes i tancades, paral·lelisme i perpendicularitat
- angles: rectes, aguts, obtusos, còncaus i convexes

Cal que puguin identificar les figures segons aquestes característiques

Com?

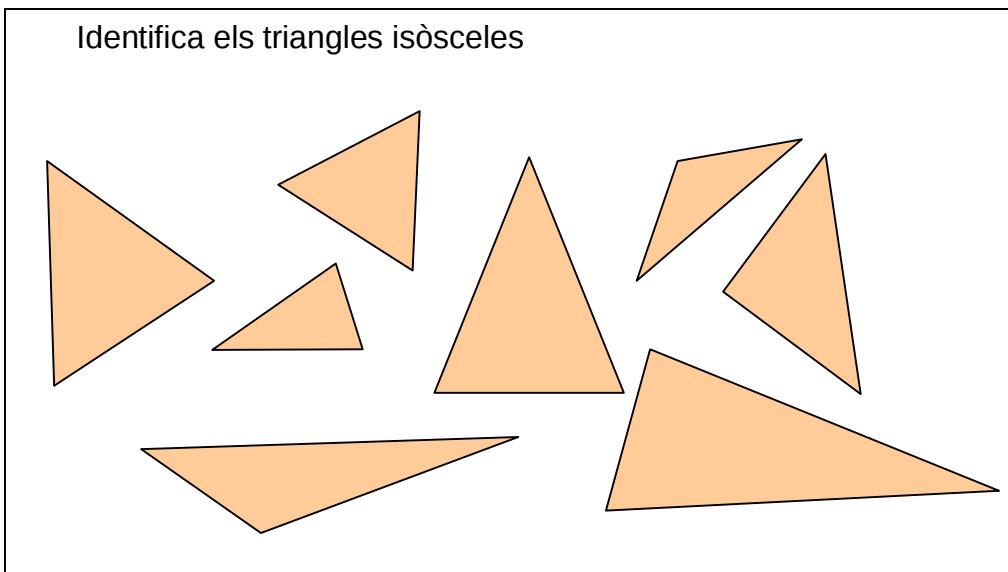
Reconeixent els elements de les figures

Mostrant grups de figures i demanant que identifiquin les que tenen angles rectes o bé les que tenen costats paral·lels, les que tenen els costats de la mateixa mida...

Classificant figures

Mostrant grups de figures i demanant que agrupin per exemple les que són quadrilàters, o bé les que són rectangles... portant-los a considerar en cadascuna de les figures del grup si reuneixen les característiques que els defineixen.

Identifica els triangles isòsceles



6.2.- Reconèixer representacions diverses de figures geomètriques

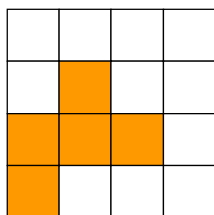
És habitual veure representacions de figures geomètriques en mapes, catàlegs, murals... presentats des de diversos punts de vista, formant part d'un conjunt o bé com a resultat d'una transformació geomètrica. Cal que es puguin identificar les figures també en aquestes situacions i no només en les presentacions esquemàtiques que s'usen per a l'aprenentatge.

Per reconèixer aquestes representacions, cal tenir habilitat en imaginar canvis, fer-se preguntes com ara “com la veuries si la gires?” o bé “vista de costat, quina forma tindria?”. La possibilitat d'imaginar canvis mentalment, del que en diem *visualitzar*, es desenvolupa a partir de manipular figures. Si es presenten dificultats en aquest sentit, recórrer al material ajuda molt a superar-les.

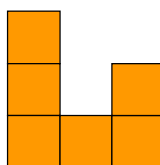
Com?

Presentant diversos punts de vista

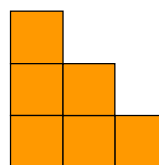
Cal ajudar a distingir vistes zenitals, frontals i de la base d'una figura geomètrica o d'una composició.



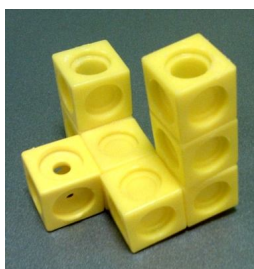
Zenital



Frontal

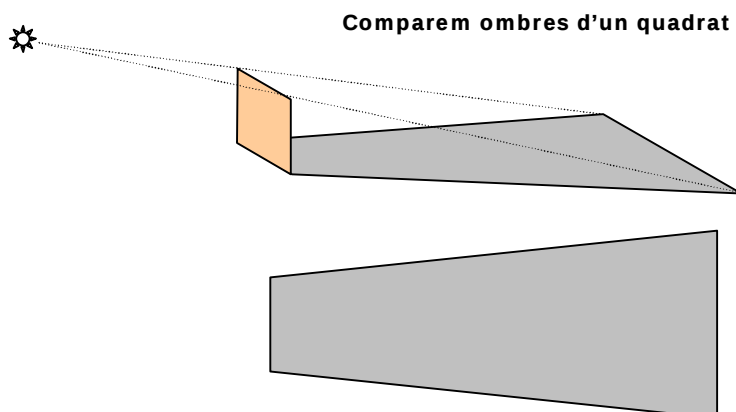


Lateral



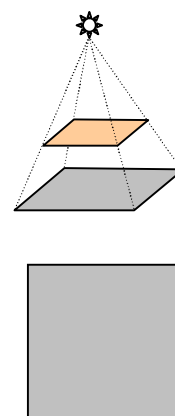
Després d'aplicar algunes transformacions

Mostrar figures a les que s'hagi aplicat girs, rotacions, desplaçaments, simetries, projeccions, talls... i buscar que identifiquin la figura original. En aquest cas és important també veure què es manté i què varia després d'aplicar una transformació. Per exemple, si ha canviat l'àrea o el perímetre, com...



Comparem ombres d'un quadrat

L'ombra només conserva la forma de quadrilàter i el paral·lelisme de dos costats.
El perímetre i l'àrea també han canviat



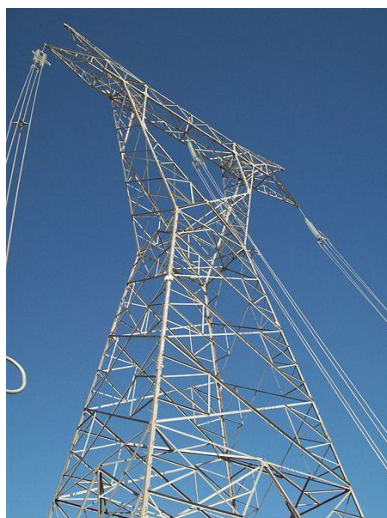
L'ombra conserva la forma quadrada amb un perímetre i àrea diferents

Formant part d'un conjunt

Buscar que identifiquin per exemple un quadrat com a cara d'un cub o bé un cercle com a base d'un con, però també un rectangle en la façana d'un edifici o bé un triangle en una construcció metàl·lica.



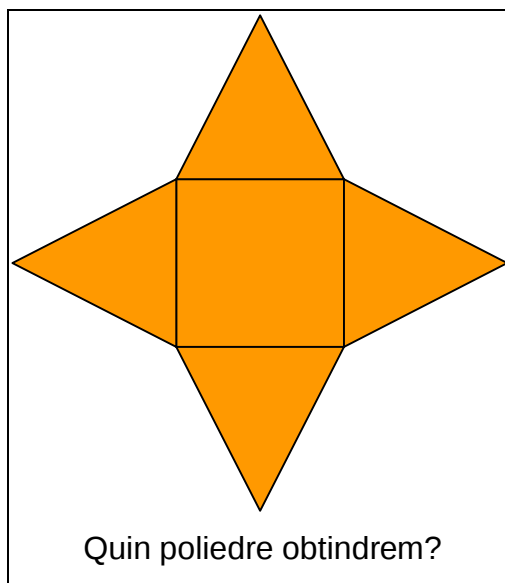
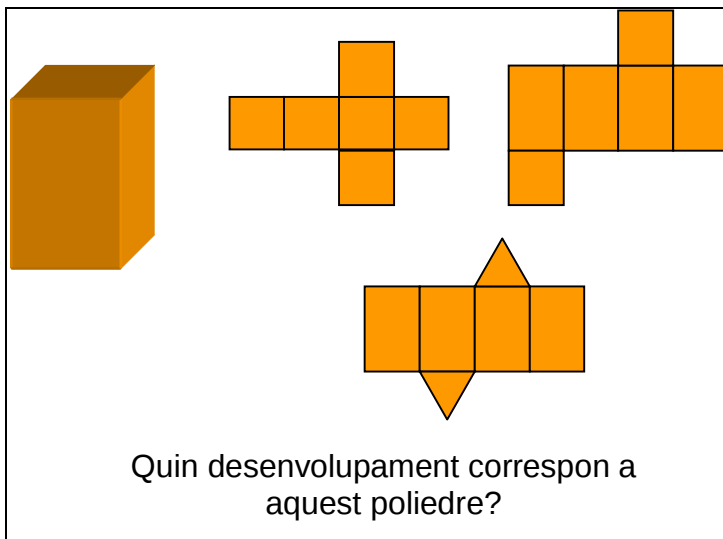
referència imatge:
Google maps
<http://goo.gl/WzQ0cn>



Referència imatge:
http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Lo_mejor_de_Tecn%C3%B3polis.JPG

Identificant el desplegament pla d'un cos geomètric

Demanar quin desplegament pla tindrà un determinat cos geomètric. O bé triar, d'entre una sèrie de desenvolupaments plans, quin és el que correspon a un cos geomètric concret.



6.3.- Reconèixer i mesurar les magnituds: longitud, superfície i volum

Reconèixer i diferenciar clarament longitud, superfície i volum és important i són magnituds que sovint es confonen.

Com?

Identificant el perímetre i mesurant-lo

Cal assegurar que es diferencia perímetre d'àrea i que, per tant, s'identifica correctament com a perímetre la longitud del contorn de la figura i com a àrea la mesura de la superfície que delimita un determinat perímetre.

Treballar aquestes dues magnituds relacionant-les, ajuda clarament a diferenciar-les. Així per exemple podem usar un cordill nuat que representi el perímetre; pel fet d'estar nuat és molt evident que no varia la seva longitud i ens pot servir per delimitar superfícies molt diverses. És important que s'adonin que amb el mateix perímetre es poden delimitar superfícies amb diferents àrees.



ARC: Quadrats i rectangles
<http://apliense.xtec.cat/arc/node/29111>

Identificant el volum i mesurant-lo en alguns casos

El volum és una magnitud difícil d'identificar. Cal que vegin que es tracta de l'espai tancat que hi ha a l'interior d'un cos de tres dimensions. Omplir aquest espai amb aigua, sorra o bé objectes de dimensions petites ajuda a formar-se la idea de volum. En aquesta mateixa línia omplir un prisma de base rectangular amb cubs d'un centímetre de costat contribueix a veure com es pot mesurar el volum.



6.4.- Interpretar un plànol

Interpretar un plànol i usar-lo per situar-se, localitzar elements i dissenyar itineraris és cada dia més necessari. Cal garantir que estan familiaritzats amb aquestes representacions de l'espai que els han de ser útils en la vida quotidiana.

Com?

Localitzant elements en un plànol

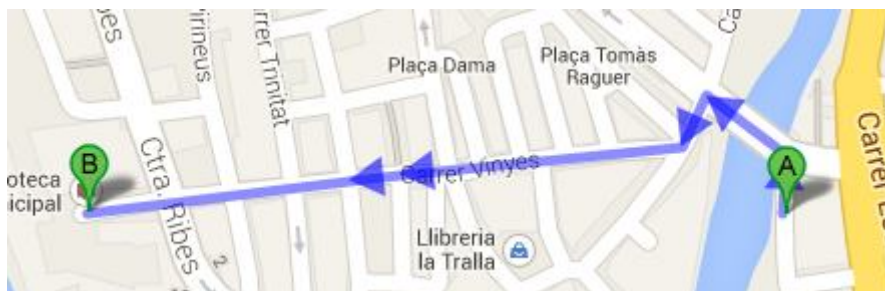
Cal que davant d'un plànol puguin reconèixer elements coneguts: edificis, places, rius...

I que es puguin situar prenent aquests elements com a punts de referència.



Imaginant / visualitzant itineraris

Dissenyar un itinerari damunt d'una plànol tenint en compte el context i les necessitats, per exemple si es fa a peu o bé en cotxe. Per tant, si cal tenir en compte les direccions dels carrers o no, si es busca l'itinerari més curt o bé el que passa per un lloc determinat, etc.



7.- Mesura del temps

La mesura del temps té unes característiques molt específiques. Cal, en primer lloc, diferenciar el *temps cíclic* (relacionat amb l'organització del calendari, de les estacions...) del que mesurem amb el rellotge ja que són dues estructures diferents i s'ha de garantir que se'n pot fer un ús fluid. Hi ha moltes situacions de vida quotidiana que impliquen aquesta mesura. A l'escola es treballa en els primers cursos i després es tendeix a pensar que ja s'aprèn de forma espontània.

Com?

Coneixent els paràmetres/ valors del temps cíclic

Els dies de la setmana, els mesos de l'any, les estacions... organitzen el temps de manera cíclica, és a dir es van repetint sempre igual. És important assegurar que es tenen clars aquests paràmetres:

- una setmana té 7 dies, tot i que sovint es diu "d'aquí a 15 dies" per indicar d'aquí a dues setmanes
- un mes pot tenir 30 o 31 dies i el febrer 28 o 29 i que per tant si es compten mesos es pot fer un càlcul aproximat sobre 30
- Un any té 52 setmanes i 12 mesos

El calendari ofereix moltes possibilitats de treball riques en treball numèric i que fan present aquestes mesures i ajuden a usar-les amb fluïdesa.

*Per què sovint una mateixa data, un any després cau en el dia següent de la setmana?
De què depèn que no sigui així?*

Octubre 2013							Octubre 2014						
L	M	Me	J	V	S	D	L	M	Me	J	V	S	D
	1	2	3	4	5	6			1	2	3	4	5
7	8	9	10	11	12	13	6	7	8	9	10	11	12
14	15	16	17	18	19	20	13	14	15	16	17	18	19
21	22	23	24	25	26	27	20	21	22	23	24	25	26
28	29	30	31				27	28	29	30	31		

Comprenen el sistema sexagesimal en que s'organitza la mesura del temps

Les hores es descomponen en 60 minuts i els minuts en 60 segons. Es tracta d'un sistema de numeració diferent al decimal i cal que en prenguin consciència tant per interpretar-lo com per fer operacions escrites, reestructurant-les si cal-

$$\begin{array}{r} 8 \text{ hores} \quad 35 \text{ minuts} \quad 15 \text{ segons} \\ + 5 \text{ hores} \quad 45 \text{ minuts} \quad 50 \text{ segons} \\ \hline 14 \text{ hores} \quad 80 \text{ minuts} \quad 65 \text{ segons} \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 8 \text{ hores} \quad 35 \text{ minuts} \quad 15 \text{ segons} \\ + 5 \text{ hores} \quad 45 \text{ minuts} \quad 50 \text{ segons} \\ \hline 14 \text{ hores} \quad 21 \text{ minuts} \quad 5 \text{ segons} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \text{ hores} \quad 23 \text{ minuts} \quad 32 \text{ segons} \\ - 3 \text{ hores} \quad 53 \text{ minuts} \quad 40 \text{ segons} \\ \hline \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 6 \text{ hores} \quad 82 \text{ minuts} \quad 92 \text{ segons} \\ - 3 \text{ hores} \quad 53 \text{ minuts} \quad 40 \text{ segons} \\ \hline 3 \text{ hores} \quad 29 \text{ minuts} \quad 52 \text{ segons} \end{array}$$



Sabent que no es canvia de segons a minuts quan hi ha 10 segons sinó quan n'hi ha 60 i el mateix passa per passar de minuts a hores.

On molt sovint es produeixen errors és en la interpretació de resultats de sumes de temps fetes amb la calculadora. La calculadora es regeix pel sistema decimal i cal que sigui l'usuari el que faci la traducció del resultat que dona al sistema sexagesimal. Així per exemple, si volem saber quantes hores són 5 vegades 45 minuts multipliquem 45×5 i ens dona com a resultat 225 minuts.

Com que volem saber quantes hores són dividim 225 minuts per 60 i la calculadora que treballa amb sistema decimal ens respon 3,75

75 és $\frac{3}{4}$ de 100
 $\frac{3}{4}$ de 60 són 45

Cal poder interpretar que 5 vegades 45 minuts són 3h 45 m, és a dir 3 hores i tres quarts.

8.- Estadística i probabilitat

Alguns aspectes d'estadística i probabilitat haurien de ser ben familiars al final de l'etapa. Assenyalem els que són clau

8.1.- Formular i reconèixer preguntes que es puguin resoldre recollint i organitzant dades

Com?

Diferenciant tipus de preguntes.

Dins l'àmbit matemàtic, hi ha preguntes que porten a calcular, a mesurar, a explorar o experimentar... altres, en canvi només es poden respondre a partir d'una observació sistemàtica amb recollida i tractament de dades. És important que diferenciïn els dos tipus de pregunta.

Convé, a més, que pugin fer una primera valoració dels resultats reconeixent què és possible, què impossible i què és més o menys probable que passi, i que aquesta probabilitat, en alguns casos, es pot mesurar.

8.2.- Realitzar la recollida, tractament i interpretació de dades adient per respondre una pregunta

Com?

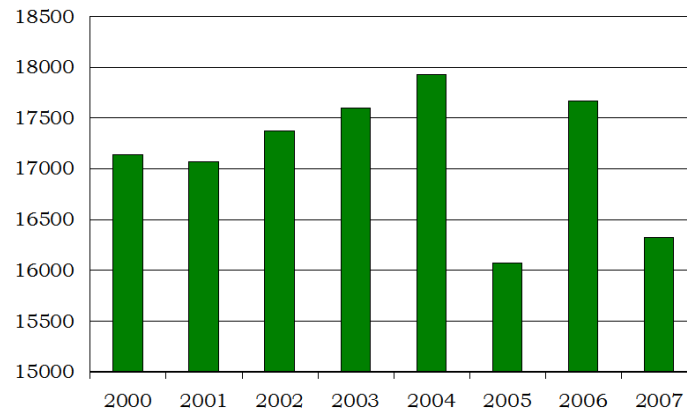
Organitzant la recollida de dades

Recollir dades, i fer recomptes exhaustius. En el cas de la probabilitat recollir les dades a partir de l'experimentació.



Representant les dades en gràfics

Usar diverses representacions gràfiques (de barres, sectorials...) i decidir quina pot ser més adient en una situació concreta.



Interpretant els resultats

- Fer una lectura dels resultats contextualitzada.
- Comparar dades recollides en contextos semblants i comprendre l'àmbit en que té validesa.
- Treure, a partir de les dades, més informació del context.
- Saber quins paràmetres poden ser més útils segons la pregunta: freqüència, mitjana, mediana... i usar els més adients.