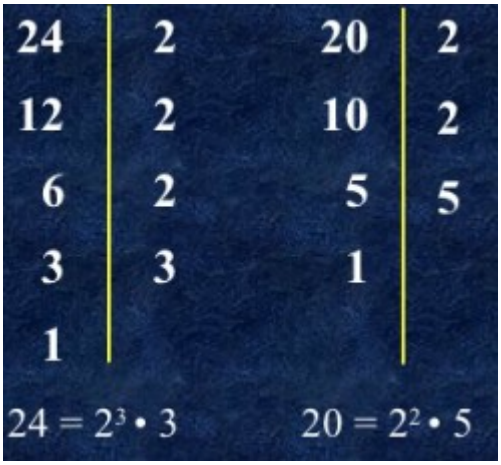
Mínim Comú Múltiple i Màxim Comú Divisor

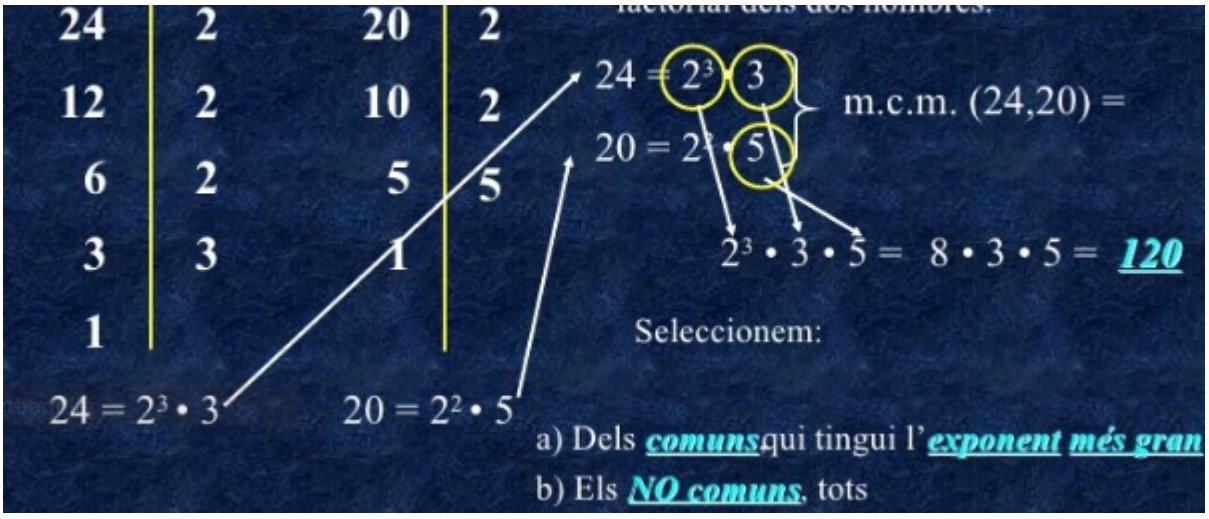
Mínim Comú Múltiple (mcm)

El mínim Comú Múltiple és el número més petit que és múltiple de dos o més nombres. Per exemple, si volem trobar el m.c.m. de 24 i 20 ho farem així:

1) Fem la descomposició factorial dels dos nombres (dividim entre els nombres primers)



2) Comparem els nombres primers que hem obtingut de la descomposició factorial i escollim els comuns i els no comuns, sempre amb l'exponent més gran.

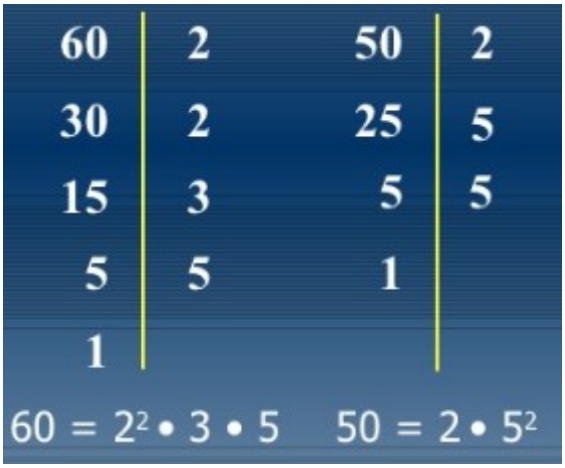


Màxim Comú Divisor (mcd)

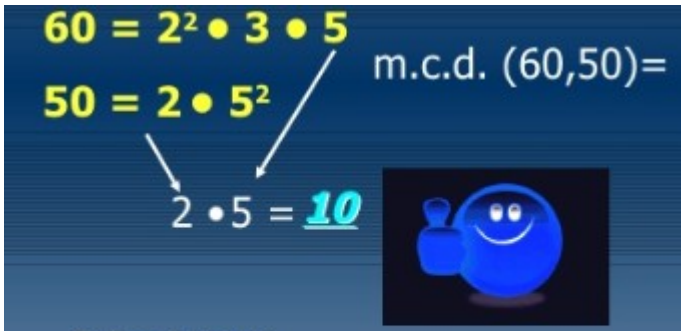
El màxim comú divisor és el nombre més gran pel qual es poden dividir dos o més nombres.

Si volem trobar el mcd de 60 i 50 ho farem així:

1) Fem la descomposició factorial dels dos nombres (dividim entre els nombres primers)



2) Comparem els nombres primers que hem obtingut de la descomposició factorial i escollim NOMÉS els comuns i sempre amb l'exponent més petit.



Però per a què serveixen realment el mcm i el mcd? Quan els podem fer servir? Quins problemes podem resoldre utilitzant el mcm i el mcd? A continuació, us plantegem dos problemes i us expliquem pas a pas com l'hem resolt. Posa-hi atenció!!

L'Andreu i el Pere mengen en la mateixa hamburgueseria però, l'Andreu assisteix cada 20 dies i el Pere cada 38. Quan tornaran a trobar-se?

Si demà comencem a comptar els dies, aleshores:

- Andreu assisteix el dia 20, el dia 40, el dia 60... Aquests dies són els **múltiples** de 20.
- I Pere assisteix el dia 38, el dia 76, el dia 114...Aquests dies són els **múltiples** de 38.

Ambdós coincideixen quan assisteixen el mateix dia, és a dir, quan assisteixen un dia que és **múltiple** de 20 i de 38. A més, el primer dia que coincideixen és el **mínim** dels múltiples comuns.

Per tant, hem de calcular el mínim comú múltiple.

Descomposem els nombres per escriuire'ls com a producte de potències de nombres primers:

$$\begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 38 & 2 \\ 19 & 19 \\ 1 & \end{array}$$

$$20 = 2^2 \cdot 5$$
$$38 = 2 \cdot 19$$

El m.c.m. es calcula multiplicant els factors «comuns i no comuns al major exponent»:

$$m.c.m(20, 38) =$$
$$= 2^2 \cdot 5 \cdot 19 =$$
$$= 4 \cdot 5 \cdot 19 =$$
$$= 380$$

Per tant, tornaran a trobar-se d'aquí a 380 dies.

David té 24 dolços per a repartir i Ferran en té 18. Si ambdós volen regalar els dolços al seus respectius familiars de manera que tots tinguin la mateixa quantitat i que aquesta sigui la més gran possible, quants dolços han de repartir a cada persona? A quants familiars regalarà dolços cadascun d'ells?

El nombre de dolços que han de donar a cada persona ha de dividir les quantitats de dolços (perquè és una partició en parts iguals). És a dir, ha de ser un **divisor comú** de 24 i de 18.

A més, com que la quantitat ha de ser màxima, ha de ser el **major divisor comú**.

Descomposem els nombres:

24	2	18	2
12	2	9	3
6	2	3	3
3	3	1	
1			

$$24 = 2^3 \cdot 3$$
$$18 = 2 \cdot 3^2$$

El M.C.D. es calcula multiplicant els factors «comuns al menor exponent»:

$$M.C.D.(24,18) =$$
$$= 2 \cdot 3 =$$
$$= 6$$

Per tant, cada familiar rebrà 6 dolços.

Com que David té 24 dolços i en donarà 6 a cada familiar, els repartirà entre 4 persones (24/6 = 4). I com que Ferran en té 18, els repartirà entre 3 persones (18/6 = 3).