



EXERCICIS DE MATEMÀTIQUES
PELS ALUMNES DE QUART

Els exercicis proposats a continuació són els que us recomanem fer els professors de matemàtiques de 4t d'ESO pels alumnes que heu aprovat la matèria.

Són exercicis de radicals, Ruffini i trigonometria.

Si els resoleu i ho lliureu al professor que tingueu a 1r de Batxillerat us ho comptarà favorablement.

NOM:

Data de lliurament: Setembre de 2015

**RADICALS****PROPIETATS**

- $\sqrt[n]{b} = a$ si $a^n = b$. n és l'índex de l'arrel i b és el radicand.
- $\sqrt[2n]{-b}$ si l'índex és parell i el radicand és negatiu l'arrel no existeix.
- $\sqrt[2n]{b} = \pm a$ si l'índex és parell i el radicand és positiu l'arrel té dues solucions, la positiva i la negativa.
- $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$
- $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$
- $\sqrt[n]{a^m} = a^q \cdot \sqrt[n]{a^r}$ on $m = n \cdot q + r$
- $x\sqrt{a} + y\sqrt{a} = (x + y)\sqrt{a}$
- $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$
- $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$
- $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 \neq a + b$

1. Quines igualtats són certes i quines falses?, justifica la resposta.

- $\sqrt{16} + \sqrt{9} = \sqrt{25}$
- $\sqrt{8} \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{6}$
- $(\sqrt{16} + \sqrt{9})^2 = 16 + 9 = 25$

2. Digues si són certes les següents igualtats i corregeix-les si cal.

- $\sqrt{49} = \pm 7$
- $\sqrt[4]{16} = \pm 2$
- $\sqrt[3]{-27} = 3$
- $\sqrt[3]{125} = \pm 5$
- $\sqrt{-25} = -5$
- $\sqrt[5]{-32} = -2$



3. Extreu fora del radical:

- a) $\sqrt[3]{32}$
- b) $\sqrt{108}$
- c) $\sqrt[3]{128}$
- d) $\sqrt{25}$
- e) $\sqrt[6]{64}$
- f) $\sqrt[4]{81}$
- g) $\sqrt{500}$
- h) $\sqrt{180}$
- i) $\sqrt[4]{625}$

4. Efectua les següents operacions:

- a) $\sqrt[4]{3^3} \cdot \sqrt[4]{3^2}$
- b) $\sqrt[3]{6} \cdot \sqrt{5}$
- c) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{2}$
- d) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{8}$
- e) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{5}$
- f) $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{32}$
- g) $(2 \cdot \sqrt{2})^2$
- h) $(3 \cdot \sqrt{5})^2$
- i) $3 \cdot \sqrt{7^2}$
- j) $2\sqrt{125} - 3\sqrt{500} + \sqrt{5}$

k) $2\sqrt{6} - 3\sqrt{216} + \frac{1}{2}\sqrt{24}$

l) $\sqrt{80} + 5\sqrt{45} - 2\sqrt{245} - \sqrt{20}$

m) $-\sqrt{8} + 3\sqrt{2} - \sqrt{18} + \sqrt{32}$

n) $\sqrt{20} + 5\sqrt{3} - 3\sqrt{5} + 2\sqrt{75}$



o) $4\sqrt{4} - 2\sqrt{9} + 3\sqrt{25} - 5\sqrt{49}$

p) $\sqrt[3]{54} + 2 \cdot \sqrt[3]{16}$

q) $\sqrt{\frac{20}{9}} - \sqrt{\frac{5}{16}} - 3\sqrt{125}$

r) $\sqrt{\frac{20}{9}} + \frac{5}{3}\sqrt{\frac{45}{4}} - \sqrt{\frac{80}{49}}$

s) $(1 + 3\sqrt{5})^2$

t) $(\sqrt{5} - \sqrt{3})^2$

u) $(\sqrt{2} - \sqrt{6}) \cdot (\sqrt{2} + \sqrt{6})$

**RACIONALITZACIÓ**

L'objectiu és eliminar les arrels del denominador.

- $\frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2^2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$
- $\frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{1 \cdot \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot 3} = \frac{\sqrt{3}}{6}$
- $\frac{7}{\sqrt[5]{5^2}} = \frac{7 \cdot \sqrt[5]{5^3}}{\sqrt[5]{5^2} \cdot \sqrt[5]{5^3}} = \frac{7\sqrt[5]{5^3}}{\sqrt[5]{5^5}} = \frac{7\sqrt[5]{5^3}}{5}$
- $\frac{2}{5-\sqrt{2}} = \frac{2 \cdot (5+\sqrt{2})}{(5-\sqrt{2}) \cdot (5+\sqrt{2})} = \frac{2 \cdot (5+\sqrt{2})}{5^2 - \sqrt{2}^2} = \frac{2 \cdot (5+\sqrt{2})}{25-2} = \frac{2 \cdot (5+\sqrt{2})}{23} = \frac{10+2\sqrt{2}}{23}$
- $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} \cdot (\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3}+\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{3^2} + \sqrt{6}}{\sqrt{3^2} - \sqrt{2}^2} = \frac{3+\sqrt{6}}{3-2} = \frac{3+\sqrt{6}}{1} = 3+\sqrt{6}$

5. Racionalitza:

a) $\frac{4}{\sqrt{2}}$

b) $\frac{4}{\sqrt[4]{8}}$

c) $\frac{3}{2\sqrt{3}}$

d) $\frac{23}{7-\sqrt{3}}$

e) $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$

f) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$

g) $\frac{5}{2\sqrt{5}}$

h) $\frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{3^2}}$



i) $\frac{1}{1-\sqrt{2}}$

j) $\frac{\sqrt{5}+3}{\sqrt{5}-3}$

k) $\frac{10}{\sqrt{5}}$

l) $\frac{11}{\sqrt[4]{3}}$

m) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}-3\sqrt{3}}$

n) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

o) $\frac{2}{3-\sqrt{2}}$

p) $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$

q) $\frac{6\cdot\sqrt{5}}{\sqrt[4]{3}}$

**REGLA DE RUFFINI**

S'utilitza per dividir dos polinomis on el divisor és del tipus $x \pm a$.

Exemple:

$$(x^4 - 3x^2 + 2x - 5) \div (x - 3)$$

	1	0	-3	2	-5
3	3	9	18	60	
	1	3	6	20	55

El quocient de la divisió és $Q(x) = x^3 + 3x^2 + 6x + 20$ i el residu és 55.

RECORDA que un polinomi és divisible entre un altre si el residu és 0.

1. Aplicant la regla de Ruffini divideix $P(x) = 2x^5 - 5x^3 + 6$ per $x - 1$.

2. Troba a per tal que el residu de la divisió: $(x^3 + ax^2 + 2x - 1) \div (x - 3)$ sigui 68.

3. Troba el valor de a per tal que $P(x) = x^3 - x^2 + a$ sigui divisible per $x + 2$.



4. Fes la divisió per la regla de Ruffini indicant el quocient i el residu de les divisions:

a) $(x^3 - x^2 - 7x + 3) \div (x - 3)$

b) $(3x^4 + 2x^3 + 3x + 1) \div (x + 1)$

c) $(4x^5 + 2x^3 + x^2 - x - 5) \div (x - 3)$

d) $(-2x^3 + 6x^2 + 8x + 3) \div (x + 1)$

5. Sense fer la divisió, troba el residu de dividir $P(x) = x^5 - 3x^4 + 6x^2 - 8x + 7$ per $x - 2$.

6. Troba el residu de la divisió $(x^7 - 2x^6 + x^5 + 5x^4 - x^3 + 7x^2 + x - 1) \div (x - 1)$.

7. Esbrina quina de les divisions és exacta sense fer-les:

a) $(x^3 - x + 1) \div (x - 2)$

b) $(x^5 + x^4 - 2) \div (x - 1)$



8. Troba m perquè el residu de la divisió $(x^3 + mx^2 + 6x - 4) \div (x + 2)$ sigui 0 .
9. Troba el valor de a perquè en dividir $P(x) = ax^3 - x^2 + 1$ per $x - 2$ el residu sigui 13 .
10. Troba k perquè $P(x) = -x^4 + 5x^3 - kx + 8$ sigui divisible per $x + 1$.
11. Troba k perquè $P(x) = x^3 - 5x^2 + 6x + k$ sigui divisible per $x - 3$.
12. Troba k perquè en dividir $P(x) = -3x^4 + 5x^3 - kx + 4$ per $x + 3$ doni 1 de residu.



TRIGONOMETRIA

RESOLUCIÓ DE PROBLEMES MITJANÇANT TRIANGLES RECTANGLES

Moltes figures es poden descompondre en suma de triangles rectangles. Aleshores, aplicant el teorema de Pitàgores i les definicions de les raons trigonomètriques es poden resoldre molts problemes.

1. Calcula l'angle d'elevació d'una carretera que té un pendent del 12%, és a dir, per cada 100 metres en pla horitzontal puja 12 m d'altura.

2. Una escala de bombers està situada sobre una casa on s'ha calat foc. Si l'escala té 7 m de llarg i arriba a una altura de 6 m:
 - a) A quina distància de la paret està col·locada la base de l'escala?

 - b) Quin angle forma l'escala amb el terra?



3. Una torre projecta una ombra de 22 m i l'angle que forma el terra amb la recta que uneix l'extrem de l'ombra amb la punta més alta de la torre és de 25° . Calcula l'altura de la torre.

4. Troba l'àrea d'un pentàgon de costat 12 cm.

5. Troba l'altura d'un arbre que projecta una ombra de 7 m, sabent que la inclinació dels raigs del sol en aquell moment és de 45° .



6. En Pau fa volar un estel. El fil és de 10 m i l'angle d'elevació és de 75° .
Esbrina a quina altura s'ha enlairat l'estel.

7. La Mireia fa 1'65 m d'alçària i projecta una ombra de 1'8 m. Quina altura té un arbre que projecta una ombra de 15 m?

8. L'àrea d'un triangle rectangle és de 396 m^2 i un dels catets fa 22 m.
Calcula el valor de l'altre catet, i el valor dels angles.



9. Des de la base d'una muntanya mesurem l'angle d'elevació i la distància a la part més alta, i obtenim 33° i 1200 m. Calcula l'altura de la muntanya.

10. Troba l'àrea d'un octàgon regular de 10 cm de costat.

11. L'angle d'observació d'una muntanyeta des de la plana és de 25° ; si ens hi apropem 50 m per la plana, l'angle és de 45° . Troba l'altura de la muntanya.



12. Un cos que pesa 50 kg llisca per un pla inclinat que forma 30° amb l'horitzontal. Expressa el valor de les forces en que es descompon el pes.

13. Tenim un rombe les diagonals del qual fan 15 cm i 6 cm. Calcula'n els angles.

14. Des del mirador d'un far s'observa un vaixell amb un angle d'observació de 62° . Si ens trobem a una altura de 45 m, a quina distància és el vaixell?



15. Una escultura de 3 m d'altura és situada sobre un prisma de pedra. Des d'un punt de l'horitzontal que passa per la base del prisma es pren la mida dels angles d'observació a l'extrem superior del prisma i de l'estàtua que són 32° i 47° , respectivament. Troba l'altura del prisma i la distància horitzontal des del punt d'observació al prisma.
16. Per trobar l'alçada d'una torre s'observa el seu punt més alt des d'un punt A: la inclinació de la visual és de 12° . Si ens acostem 100 m al peu de la torre i repetim l'observació, la inclinació de la visual és de 36° . Troba l'alçada de la torre.
17. Des d'un costat del riu veig un arbre sota un angle de 35° amb l'horitzontal del riu. Si m'apropo 15 m, veig el mateix arbre sota un angle de 40° amb l'horitzontal del riu. Calcula l'amplada del riu.