

# UNITAT 7: ESTADÍSTICA

## *Continguts:*

1. Conceptes: Població, mostra, variable
2. Taules de freqüències: freq. absoluta i relativa
3. Probabilitat: Llei de Laplace
4. Representació de dades: diagrama de barres, histograma, polígon de freqüències, diagrama de sectors.
5. Termes mitjans: Mitjana, mediana, mode
6. Mesures de dispersió: rang, desviació mitjana i desviació típica.
7. Distribucions: linial, curvilínia, normal, asimètrica, bimodal
8. Correlació
9. **Probabilitat**

## *1. Conceptes*

**Població:** Totalitat de persones, coses o animals que són objecte d'estudi.

**Mostra:** Part de la població que prenem per fer l'estudi.

**Variable:** Allò que estudiem.

## *2. Taules de freqüència*

La taula de freqüència ens serveix per detallar de manera resumida les dades de què disposem.

### **Freqüència absoluta ( $n_i$ )**

Anomenem freqüència absoluta el nombre de vegades que es repeteix un cert valor per la variable estudiada. Per exemple, si estudiem les edats dels alumnes d'una classe i tenim la següent distribució d'edats:

25 24 22 24 25 23 25 24 25 26 23 23 26 23 24 21 20 23 25 26 25 25 26 23 25 24 21 20 25 26 24



| Edats dels alumnes | $n_i$ |
|--------------------|-------|
| 20                 |       |
| 21                 |       |
| 22                 |       |
| 23                 |       |
| 24                 |       |
| 25                 |       |
| 26                 |       |

### Freqüència relativa ( $f_i$ )

Tot i que la freqüència absoluta ens dona prou informació, la freqüència relativa és un paràmetre molt més útil. La freqüència relativa és el quocient entre la freqüència absoluta i el valor total de la població ( $N$ ).

Per exemple, en el cas anterior, la taula de freqüències quedaria de la següent manera:



| Edats dels alumnes | $n_i$ | $f_i$ | Percentatge |
|--------------------|-------|-------|-------------|
| 20                 |       |       |             |
| 21                 |       |       |             |
| 22                 |       |       |             |
| 23                 |       |       |             |
| 24                 |       |       |             |
| 25                 |       |       |             |
| 26                 |       |       |             |
|                    | $N =$ |       |             |



## Taules de freqüència absoluta i relativa (I).

1. El nombre de fills de totes les famílies dels alumnes d'una aula és:

2, 2, 1, 3, 3, 1, 1, 4, 3, 2, 2, 2, 1, 5, 2, 3, 4, 2, 1, 3, 4, 2, 3, 1, 1

a) Indica quina variable s'estudia i de quin tipus és.

b) Quin és el nombre d'individus de la mostra?

c) Fes una taula on hi surti la freqüència absoluta, la absoluta acumulada i la relativa.

2. En llançar 50 vegades dos daus i sumar els punts, hem obtingut els resultats següents:

4,3,8,12,6,2,7,9,11,5,3,7,12,10,9,4,6,8,11,10,2,6,10,12,3,5,7,7,11,6,11,5,4,2,9,12,10,3,2,5,7,4,3,5,6,9,11,8,6 i 6.

Determina la població i la variable estadística.

Construeix la taula de distribució de freqüències corresponent.

Construeix un diagrama de barres que reflecteixi els resultats obtinguts.

3. S'ha preguntat als alumnes d'una classe quants llibres han llegit durant l'estiu. La resposta és: 1, 2, 0, 3, 0, 2, 1, 3, 2, 1, 3, 0, 0, 0, 2, 1, 1, 1, 0, 0

a) Indica quina variable s'estudia i de quin tipus és.

b) Quin és el nombre d'individus de la mostra?

c) Fes una taula on hi surti la freqüència absoluta, la absoluta acumulada i la relativa.

4. Hem preguntat a un grup d'alumnes quins esports habitualment practicaven i ens han contestat: natació, natació, bàsquet, futbol, futbol, atletisme, aeròbic, natació, natació, jazz, bàsquet, futbol, futbol, judo, handbol, aeròbic, ciclisme, karate, waterpolo, futbol.

a) Indica quina variable s'estudia i de quin tipus és.

b) Quin és el nombre d'individus de la mostra?

c) Fes una taula on hi surti la freqüència absoluta i la relativa. (Ara no has de calcular la freqüència acumulada)

5. Als 20 alumnes de classe, el professor els ha preguntat el nombre de germans que tenen. Els resultats són aquests:

2,1,0,1,1,3,2,2,4,3,1,1,1,0,2,1,2,3,5

Fes-ne la taula de dades, el recompte i les columnes de freqüències absolutes i relatives.

Fes-ne un diagrama de barres que representi la informació obtinguda.

6. El nombre de fills de totes les famílies dels alumnes d'una aula és:

2, 2, 1, 3, 3, 1, 1, 4, 3, 2, 2, 2, 1, 5, 2, 3, 4, 2, 1, 3, 4, 2, 3, 1, 1

Quin és el nombre d'individus de la mostra?

b) Fes una taula on hi surti la freqüència absoluta, la absoluta acumulada i la relativa.

7. S'ha preguntat als alumnes d'una classe quants llibres han llegit durant l'estiu. La resposta és: 1,

2, 0, 3, 0, 2, 1, 3, 2, 1, 3, 0, 0, 0, 2, 1, 1, 1, 0, 0

b) Quin és el nombre d'individus de la mostra?

c) Fes una taula on hi surti la freqüència absoluta, la absoluta acumulada i la relativa.

8. Hem preguntat a un grup d'alumnes quins esports habitualment practicaven i ens han contestat: natació, natació, bàsquet, futbol, futbol, atletisme, aeròbic, natació, natació, jazz, bàsquet, futbol, futbol, judo, handbol, aeròbic, ciclisme, karate, waterpolo, futbol.

b) Quin és el nombre d'individus de la mostra?

Fes una taula on hi surti la freqüència absoluta i la relativa. (Ara no has de calcular la freqüència acumulada)

Fes un diagrama de sectors que representi la informació recollida.

9. El número de les sabates esportives que utilitzen a la classe d'Educació física els 25 alumnes és: 37, 40, 39, 38, 40, 40, 38, 41, 41, 39, 39, 42, 40, 40, 41, 42, 42, 43, 38, 43, 37, 41, 39, 41, 40.

Fes una taula amb les freqüències absolutes i els tants per cent (%).

10. Les notes d'una classe de matemàtiques han estat les següents:

6,4,6,7,5,2,7,6,5,2,6,1,5,8,7,6,4,9,5,5,1,6,9,8,4

Extret de <http://www.toomates.net/>



### 3. Probabilitat

L'estudi de la probabilitat constitueix una àmplia àrea del coneixement, i és per aquest motiu que no en parlarem en aquest moment, amb tot, si que val la pena parlar de la llei fonamental que regeix l'estudi de la probabilitat.

#### La llei de Laplace

La llei de Laplace estableix que la probabilitat que esdevingui un determinat esdeveniment és el quocient entre els casos favorables i els casos possibles:

$$p(A) = \frac{(\text{Casos favorables})}{(\text{Casos possibles})}$$



Per exemple: Si tirem un dau, quina és la probabilitat que surti un 5?  $p(5) =$

Si pensem en termes estadístics, de dividir casos favorables entre casos possibles en diem freqüència relativa.





## 4. Representació de dades

Extret de [www.webpersonal.net/avl3119/estad/est02.htm](http://www.webpersonal.net/avl3119/estad/est02.htm)

### Histograma

Un histograma és una sèrie de rectangles representatius de les freqüències de classe d'una distribució, construïts d'acord amb els criteris següents:

- Les bases inferiors dels rectangles es situen l'una a continuació de l'altra sobre l'eix de les X.
- Els punts mitjans de les bases corresponen a les marques de classe.
- Les superfícies dels rectangles són proporcionals a les freqüències de les classes corresponents.

Si, com és habitual, els intervals de classe són constants, les alçades dels rectangles també són proporcionals a les freqüències de classe corresponents.

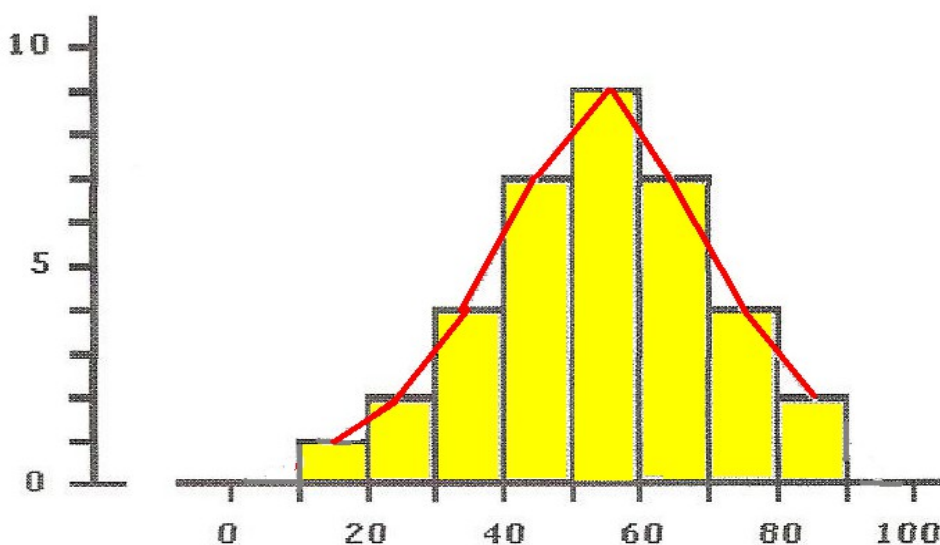


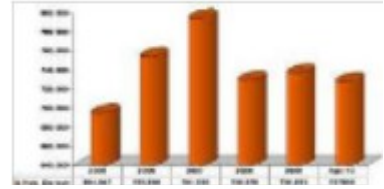
### Polígon de freqüències

Un polígon de freqüències és una representació gràfica obtinguda unint els punts mitjans de les successives bases superiors de les barres d'un histograma. Aquests punts, doncs, indiquen alhora les marques de classe i les freqüències de classe. Els punts mitjans de les barres primera i darrera s'uneixen a les interseccions de les marques de classe immediatament inferior i superior, respectivament, amb l'eix de les X (freqüència 0).

Es demostra fàcilment que l'àrea delimitada pel polígon de freqüències coincideix amb l'àrea delimitada per l'histograma.

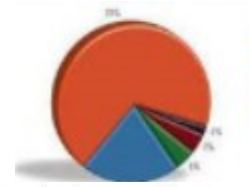
La figura següent mostra l'histograma corresponent al mateix exemple anterior (rectangles gros) i el polígon de freqüències (línia vermella).





## Diagrama de barres.

Un diagrama de barres és una representació gràfica semblant a l'histograma, que es fa servir per a les variables qualitatives. A diferència de l'histograma, les barres s'hi solen representar sense establir contacte l'una amb l'altra.



## Diagrama de sectors

Els diagrames de sectors serveixen per comparar les freqüències respecte de la totalitat, o entre elles.



### 5. Termes mitjans: Mitjana, mediana, mode

#### Mitjana ( $\bar{X}$ )

És la suma de les dades dividit pel nombre total de dades:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i = \frac{1}{n} (a_1 + \dots + a_n)$$

#### Mediana (Me)

Si disposem totes les dades per ordre, la mediana ocupa la posició central

Exemple 1: 1      2      5      8      12      Me = 5

Exemple 2:

| Edats | $n_i$ | $N_i$ |
|-------|-------|-------|
| 19    | 5     | 5     |
| 20    | 10    | 15    |
| 21    | 7     | 22    |
| 22    | 3     | 25    |

Si les disposem de forma ordenada, la dada 13 és la que ocupa la posició central. La dada 13 correspon a 20 anys, així doncs, **Me = 20**

Exemple 3:

2      8      12      15      16      18

Les dades que ocupen la posició central són el 12 i el 15.

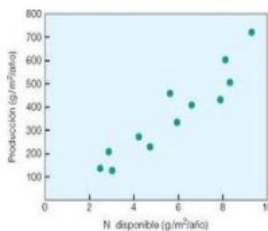
$$Me = \frac{12 + 15}{2}$$



### El mode (Mo)

És la dada amb la freqüència absoluta més alta.

Exemple: En l'exemple de les edats, l'edat més repetida és 20, per tant  $Mo = 20$



## 6. Mesures de dispersió: rang, desviació mitjana i desviació típica.

Les mesures de dispersió ens ajuden a interpretar com estan repartides les dades.

### Rang (R)

Rang o recorregut. És la diferència entre els valors extrems que pren la variable.

Exemple:      1      3      5      8      12       $R = 12 - 1 = 11$

### Desviació mitjana (DM)

És la mitjana de les diferències entre les dades i la mitjana en valor absolut

$$D_m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|$$

**Exemple:**

| Talles de Sabata | $n_i$ |
|------------------|-------|
| 42               | 1     |
| 41               | 2     |
| 40               | 6     |
| 39               | 2     |

$$\bar{X} = \frac{42 \cdot 1 + 41 \cdot 2 + 40 \cdot 6 + 39 \cdot 2}{11} = 40.18$$

$$DM = \frac{(42 - 40.18) \cdot 1 + (41 - 40.18) \cdot 2 + (40.18 - 40) \cdot 6 + (40.18 - 39) \cdot 2}{11} = 0.63$$

**Desviació típica (S o DT)**

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}$$

**Exemple:** 1 2 2 5 5

$$\bar{x} = \frac{1+2+2+5+5}{5} = 3$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2} = \sqrt{\frac{1}{5-1} \cdot [(1-3)^2 + (2-3)^2 + (2-3)^2 + (5-3)^2 + (5-3)^2]} = 1.87$$





**Exercicis:**

Omple una taula com la següent per a cadascuna de les següents sèries de dades:

| x  | n | N | f | F | n·x | x - $\bar{x}$ | n·(x - $\bar{x}$ ) | (x - $\bar{x}$ ) <sup>2</sup> | n(x - $\bar{x}$ ) <sup>2</sup> |
|----|---|---|---|---|-----|---------------|--------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| 1  |   |   |   |   |     |               |                    |                               |                                |
| 2  |   |   |   |   |     |               |                    |                               |                                |
| 3  |   |   |   |   |     |               |                    |                               |                                |
| 4  |   |   |   |   |     |               |                    |                               |                                |
| 5  |   |   |   |   |     |               |                    |                               |                                |
| 6  |   |   |   |   |     |               |                    |                               |                                |
| 7  |   |   |   |   |     |               |                    |                               |                                |
| 8  |   |   |   |   |     |               |                    |                               |                                |
| 9  |   |   |   |   |     |               |                    |                               |                                |
| 10 |   |   |   |   |     |               |                    |                               |                                |
|    |   |   |   |   |     |               |                    |                               |                                |

$\bar{x}$  =

Me =

Mo =

R =

DM =

DT =

1)

|    |   |    |   |    |
|----|---|----|---|----|
| 8  | 9 | 4  | 2 | 10 |
| 5  | 7 | 7  | 7 | 9  |
| 5  | 4 | 10 | 7 | 4  |
| 2  | 7 | 8  | 7 | 7  |
| 10 | 3 | 1  | 6 | 4  |

2)

|   |   |   |   |    |
|---|---|---|---|----|
| 7 | 2 | 6 | 7 | 10 |
| 8 | 4 | 3 | 2 | 9  |
| 4 | 3 | 6 | 9 | 8  |
| 3 | 8 | 4 | 6 | 8  |
| 5 | 9 | 9 | 5 | 8  |



### Soluciones:

1)

| x  | n  | N  | f    | F    | n·x | $x - \bar{x}$ | $n(x - \bar{x})$ | $(x - \bar{x})^2$ | $n(x - \bar{x})^2$ |
|----|----|----|------|------|-----|---------------|------------------|-------------------|--------------------|
| 1  | 1  | 1  | 0,04 | 0,04 | 1   | 5,12          | 5,12             | 26,21             | 26,21              |
| 2  | 2  | 3  | 0,08 | 0,12 | 4   | 4,12          | 8,24             | 16,97             | 33,95              |
| 3  | 1  | 4  | 0,04 | 0,16 | 3   | 3,12          | 3,12             | 9,73              | 9,73               |
| 4  | 4  | 8  | 0,16 | 0,32 | 16  | 2,12          | 8,48             | 4,49              | 17,98              |
| 5  | 2  | 10 | 0,08 | 0,4  | 10  | 1,12          | 2,24             | 1,25              | 2,51               |
| 6  | 1  | 11 | 0,04 | 0,44 | 6   | 0,12          | 0,12             | 0,01              | 0,01               |
| 7  | 7  | 18 | 0,28 | 0,72 | 49  | 0,88          | 6,16             | 0,77              | 5,42               |
| 8  | 2  | 20 | 0,08 | 0,8  | 16  | 1,88          | 3,76             | 3,53              | 7,07               |
| 9  | 2  | 22 | 0,08 | 0,88 | 18  | 2,88          | 5,76             | 8,29              | 16,59              |
| 10 | 3  | 25 | 0,12 | 1    | 30  | 3,88          | 11,64            | 15,05             | 45,16              |
|    | 25 |    |      |      | 153 |               | 54,64            |                   | 164,64             |

|                 |          |        |
|-----------------|----------|--------|
| $\bar{x}$ = 6,1 | Me = 7,0 | Mo = 7 |
|-----------------|----------|--------|

|       |           |           |
|-------|-----------|-----------|
| R = 9 | DM = 2,19 | DT = 2,62 |
|-------|-----------|-----------|

2)

| x  | n  | N  | f    | F    | n·x | $x - \bar{x}$ | $n(x - \bar{x})$ | $(x - \bar{x})^2$ | $n(x - \bar{x})^2$ |
|----|----|----|------|------|-----|---------------|------------------|-------------------|--------------------|
| 1  | 0  | 0  | 0    | 0    | 0   | 5,12          | 0                | 26,21             | 0                  |
| 2  | 2  | 2  | 0,08 | 0,08 | 4   | 4,12          | 8,24             | 16,97             | 33,95              |
| 3  | 3  | 5  | 0,12 | 0,2  | 9   | 3,12          | 9,36             | 9,73              | 29,2               |
| 4  | 3  | 8  | 0,12 | 0,32 | 12  | 2,12          | 6,36             | 4,49              | 13,48              |
| 5  | 2  | 10 | 0,08 | 0,4  | 10  | 1,12          | 2,24             | 1,25              | 2,51               |
| 6  | 3  | 13 | 0,12 | 0,52 | 18  | 0,12          | 0,36             | 0,01              | 0,04               |
| 7  | 2  | 15 | 0,08 | 0,6  | 14  | 0,88          | 1,76             | 0,77              | 1,55               |
| 8  | 5  | 20 | 0,2  | 0,8  | 40  | 1,88          | 9,4              | 3,53              | 17,67              |
| 9  | 4  | 24 | 0,16 | 0,96 | 36  | 2,88          | 11,52            | 8,29              | 33,18              |
| 10 | 1  | 25 | 0,04 | 1    | 10  | 3,88          | 3,88             | 15,05             | 15,05              |
|    | 25 |    |      |      | 153 |               | 53,12            |                   | 146,64             |

|                 |          |        |
|-----------------|----------|--------|
| $\bar{x}$ = 6,1 | Me = 6,0 | Mo = 8 |
|-----------------|----------|--------|

|       |           |           |
|-------|-----------|-----------|
| R = 8 | DM = 2,12 | DT = 2,47 |
|-------|-----------|-----------|

3)

| Classe    | Marca | n  | N  | f    | F    | n·x  | x     | $\bar{x}$ | $n(x - \bar{x})$ | $(x - \bar{x})^2$ | $n(x - \bar{x})^2$ |
|-----------|-------|----|----|------|------|------|-------|-----------|------------------|-------------------|--------------------|
| 145 - 149 | 147   | 2  | 2  | 0,1  | 0,1  | 294  | 21,75 | 43,5      | 473,06           | 946,13            |                    |
| 150 - 154 | 152   | 3  | 5  | 0,15 | 0,25 | 456  | 16,75 | 50,25     | 280,56           | 841,69            |                    |
| 155 - 159 | 157   | 1  | 6  | 0,05 | 0,3  | 157  | 11,75 | 11,75     | 138,06           | 138,06            |                    |
| 160 - 164 | 162   | 2  | 8  | 0,1  | 0,4  | 324  | 6,75  | 13,5      | 45,56            | 91,13             |                    |
| 165 - 169 | 167   | 1  | 9  | 0,05 | 0,45 | 167  | 1,75  | 1,75      | 3,06             | 3,06              |                    |
| 170 - 174 | 172   | 5  | 14 | 0,25 | 0,7  | 860  | 3,25  | 16,25     | 10,56            | 52,81             |                    |
| 175 - 179 | 177   | 0  | 14 | 0    | 0,7  | 0    | 8,25  | 0         | 68,06            | 0                 |                    |
| 180 - 184 | 182   | 3  | 17 | 0,15 | 0,85 | 546  | 13,25 | 39,75     | 175,56           | 526,69            |                    |
| 185 - 189 | 187   | 1  | 18 | 0,05 | 0,9  | 187  | 18,25 | 18,25     | 333,06           | 333,06            |                    |
| 190 - 194 | 192   | 2  | 20 | 0,1  | 1    | 384  | 23,25 | 46,5      | 540,56           | 1081,13           |                    |
|           |       | 20 |    |      |      | 3375 |       | 241,5     |                  | 4013,75           |                    |

$\bar{x} = 168,8$       Me = 172,0      Mo = 172

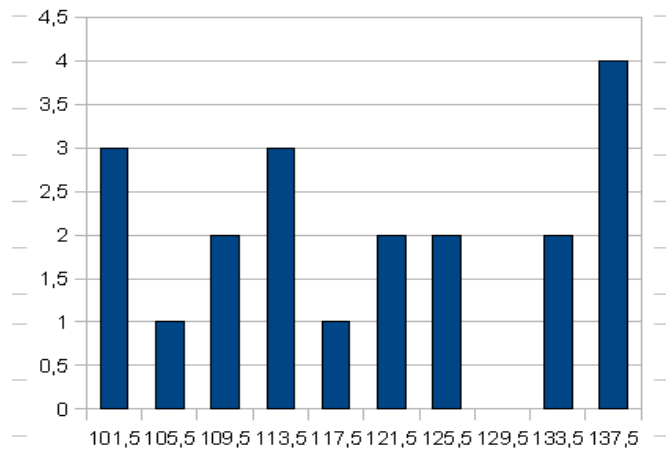
R = 48      DM = 12,08      DT = 14,53

4)

| Classe    | Marca | n  | N  | f    | F    | n·x   | x    | $\bar{x}$ | $n(x - \bar{x})$ | $(x - \bar{x})^2$ | $n(x - \bar{x})^2$ |
|-----------|-------|----|----|------|------|-------|------|-----------|------------------|-------------------|--------------------|
| 100 - 103 | 101,5 | 3  | 3  | 0,15 | 0,15 | 304,5 | 18,4 | 55,2      | 338,56           | 1015,68           |                    |
| 104 - 107 | 105,5 | 1  | 4  | 0,05 | 0,2  | 105,5 | 14,4 | 14,4      | 207,36           | 207,36            |                    |
| 108 - 111 | 109,5 | 2  | 6  | 0,1  | 0,3  | 219   | 10,4 | 20,8      | 108,16           | 216,32            |                    |
| 112 - 115 | 113,5 | 3  | 9  | 0,15 | 0,45 | 340,5 | 6,4  | 19,2      | 40,96            | 122,88            |                    |
| 116 - 119 | 117,5 | 1  | 10 | 0,05 | 0,5  | 117,5 | 2,4  | 2,4       | 5,76             | 5,76              |                    |
| 120 - 123 | 121,5 | 2  | 12 | 0,1  | 0,6  | 243   | 1,6  | 3,2       | 2,56             | 5,12              |                    |
| 124 - 127 | 125,5 | 2  | 14 | 0,1  | 0,7  | 251   | 5,6  | 11,2      | 31,36            | 62,72             |                    |
| 128 - 131 | 129,5 | 0  | 14 | 0    | 0,7  | 0     | 9,6  | 0         | 92,16            | 0                 |                    |
| 132 - 135 | 133,5 | 2  | 16 | 0,1  | 0,8  | 267   | 13,6 | 27,2      | 184,96           | 369,92            |                    |
| 136 - 139 | 137,5 | 4  | 20 | 0,2  | 1    | 550   | 17,6 | 70,4      | 309,76           | 1239,04           |                    |
|           |       | 20 |    |      |      | 2398  |      | 224       |                  | 3244,8            |                    |

$\bar{x} = 119,9$       Me = 119,5      Mo = 137,5

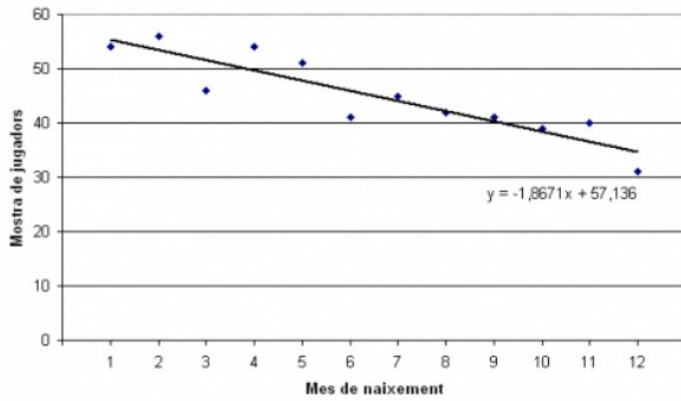
R = 38      DM = 11,2      DT = 13,07



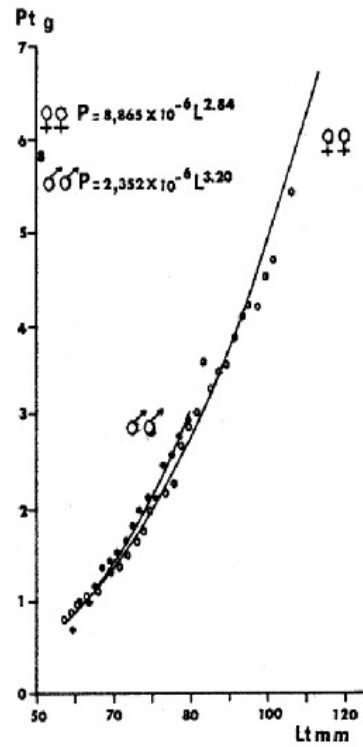


# 7. Distribucions

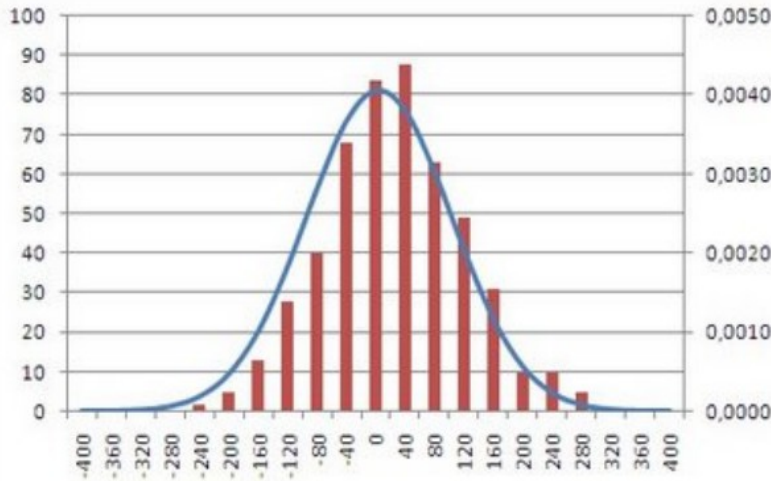
**Lineal**



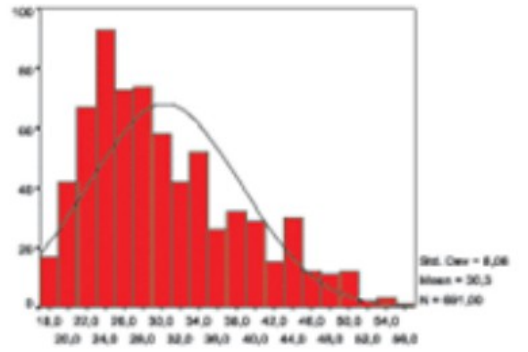
**Curvilínia**



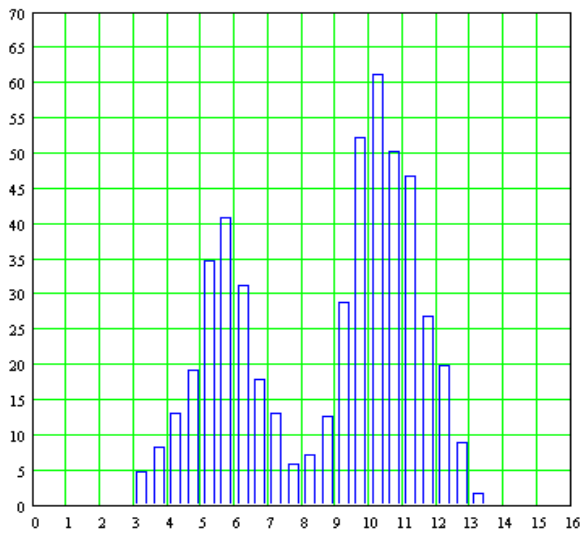
**Normal**



**Assimètrica**



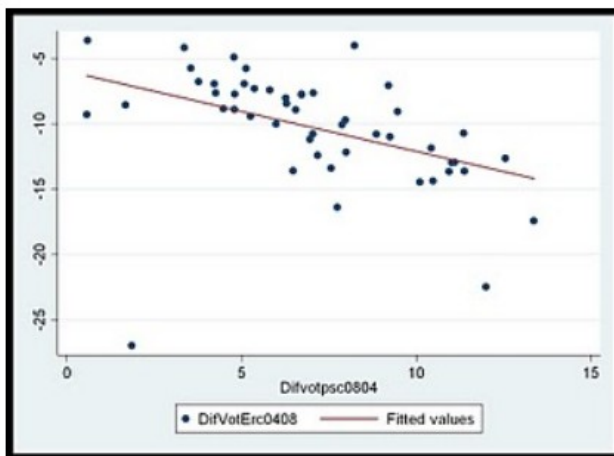
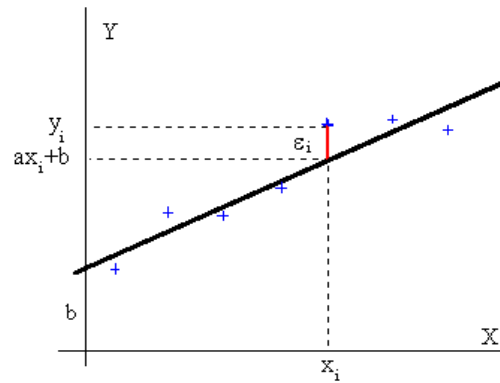
**Bimodal**



## 8. Correlació

Correlació lineal  
forta positiva

$$r = 0,9$$

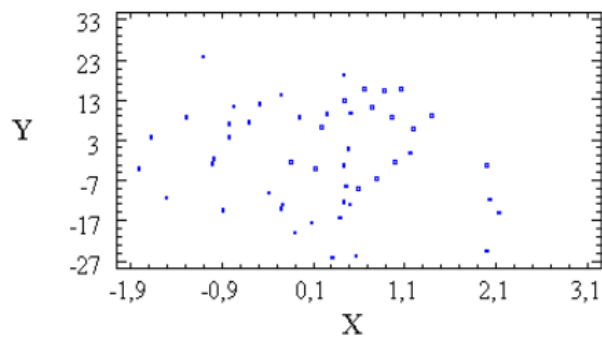


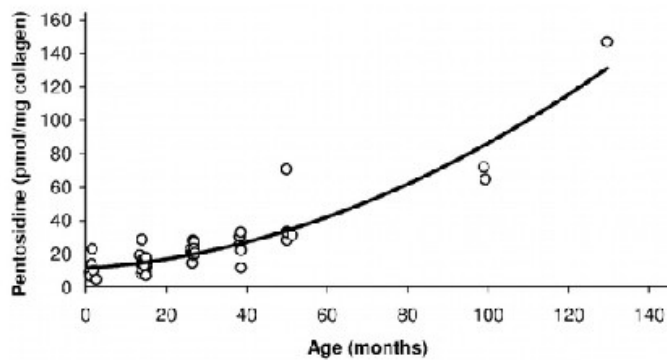
Correlació lineal  
dèbil negativa

$$r = -0,6$$

Núvol de punts  
no correlacionats

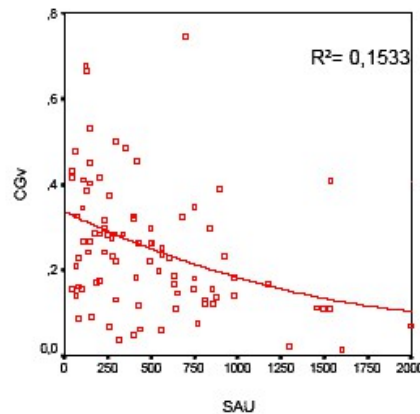
$$r = 0$$





Correlació curvilínia  
força positiva

Correlació curvilínia  
dèbil negativa



CGV= Carga ganadera debida al vacuno (unidades por ha).

SAU= Superficie Agraria Útil.

## 9. Probabilitat

Quan es tracta de resoldre problemes basats en experiències aleatòries, i ens preguntem per la probabilitat que pugui ocórrer un determinat succés, llavors necessitem fórmules matemàtiques que ens permetin obtenir aquests resultats. La fórmula que es pot considerar fonamental per al càlcul de probabilitats és una contribució del matemàtic Laplace com hem comentat abans, i expressa la probabilitat associada a un succés d'un experiment aleatori, en el cas que tots els successos corresponents tinguin la mateixa probabilitat de succeir. Es pot expressar així:

$$P = \frac{\text{nombre casos favorables}}{\text{nombre casos possibles}}$$

el numerador expressa el nombre total de casos favorables perquè pugui ocórrer el succés que estem considerant. El denominador expressa el nombre total de casos possibles de l'experiment aleatori en qüestió. (extret de la Viquipèdia)

## Espai mostral

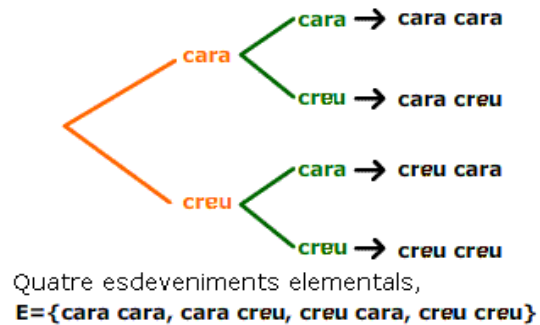
L'espai mostral és el conjunt format per tots els resultat possibles d'un experiment aleatori. Es designa habitualment per la lletra E.

Per exemple en l'experiment aleatori de tirar un dau:  $E = \{1,2,3,4,5,6\}$

## Diagrames d'arbre

Si es tira un dau dues vegades, quin serà l'espai mostral? I si s'extrauen boles d'una urna? En aquests casos els diagrames d'arbre ens ajuden a determinar els esdeveniments elementals.

En l'exemple reflectim els esdeveniments elementals que resulten en llançar dues vegades una moneda.



## Intersecció d'esdeveniments

La intersecció de dos esdeveniments és la part comuna a ambdós, equival a la conjunció "i", és a dir, si A és l'esdeveniment "treure parell" en tirar el dau, i B, "treure un múltiple de 3",

$$A = \{2, 4, 6\}$$

$$B = \{3, 6\},$$

l'esdeveniment intersecció,  $A \cap B$ , es verifica quan es donen A i B, els dos a la vegada.

$$A \cap B = \{6\}$$

Recorda,  $A \cap B$  significa A "i" B

## Unió d'esdeveniments

La unió d'esdeveniments equival a la disjunció "o", és a dir, si A és l'esdeveniment "treure parell" en tirar el dau i B és l'esdeveniment "treure un múltiple de 3",

$$A = \{2, 4, 6\}$$

$$B = \{3, 6\}$$

l'esdeveniment unió,  $A \cup B$ , es verifica quan es dona A o B

$$A \cup B = \{2, 3, 4, 6\}$$

Recorda,  $A \cup B$  significa A "o" B

Observa que en aquest exemple A té 3 elements, B, 2, i  $A \cup B$  consta de 4 elements.

Per tant:  $P(A) = 3/6 = 0,5$

$$P(B) = 2/6 = 0,33$$

$$P(A \cup B) = 4/6 = 0,67$$

$$P(A \cap B) = 1/6 = 0,17$$

Podem observar que:  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$   
 $= 0,5 + 0,33 - 0,17 = 0,67$



**Esdeveniment segur:** És aquell que té una probabilitat 1 de succeir.

Exemple: Treure un número inferior a 7 en el llançament d'un dau

**Esdeveniment impossible:** És aquell que té una probabilitat 0 de succeir.

Exemple: Treure un 7 en el llançament d'un dau.

**Esdeveniment contrari:**

Exemple: A = treure un número parell en el llançament d'un dau.

L'esdeveniment contrari d'A és:  $\bar{A}$  = treure un número senar en el llançament d'un dau.

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$



## Activitats

1.- Quina és la probabilitat que surti cara quan es llança una moneda?

2.- En una urna hi ha 10 boles numerades de l'1 al 10. Treim una bola i considerem els següents esdeveniments:

A= treure un múltiple de 3

B= Treure un múltiple de 5

C= Treure un nombre parell

D= Treure un nombre  $< 11$

E= Treure un nombre  $> 10$

F= Treure un nombre que no sigui múltiple de 3

Indica:

a) L'esdeveniment segur i l'esdeveniment impossible.

b) Dos esdeveniments contraris.

c) Dos esdeveniments compatibles.

e) Determina aquestes probabilitats:

$$P(A), P(B), P(C), P(E), P(F), P(A \cup B), P(B \cup C), P(A \cup F)$$

3.- En l'experiment de treure una carta d'un joc de cartes es consideren els següents esdeveniments: A= Treure un cavall, B= Treure oros, C= Treure un as, D= Treure una figura. Quins esdeveniments són compatibles? Quins són incompatibles? Quins són contraris? Quins elements hi ha a  $A \cup B$ ? I a  $A \cap B$ ?

4.- Quina és la probabilitat d'obtenir un 1 quan es llança un dau?

5.- Tenim 20 calcetins blancs i 2 negres dins una caixa. N'extraiem un. Quina és la probabilitat que sigui blanc? I que sigui negre?

6.- Quina és la probabilitat de treure una espasa en treure una carta d'una baralla espanyola? I la d'obtenir un rei d'espases?

7.- Quina és la probabilitat de treure un nombre parell en llançar un dau?

8.- En llançar dos daus, quins són els esdeveniments elementals?

9.- Llançam 2 daus. Quina és la probabilitat de treure dos uns?

10.- Triem 2 cartes d'una baralla espanyola. Quina és la probabilitat d'obtenir dos bastos?

11.- Llançam un dau, que sabem que està trucat, i les probabilitats de cada un dels possibles resultats són:

$$P(1)= 0,26 \quad P(2)= 0,20 \quad P(3)= 0,13$$

$$P(4)=0,15 \quad P(5)=0,10 \quad P(6)=0,16$$

- Quina és la probabilitat de treure un múltiple de 3?
- Quina és la probabilitat d'obtenir un nombre parell? I un senar?
- Quina és la probabilitat que, en llançar-lo 2 vegades, la suma de les puntuacions sigui 12? I que la suma sigui 3?

12.- Una família té 4 fills. Quina és la probabilitat que tots siguin nins? I que cap sigui nin? I que hi hagi 2 nines?

13.- En una classe hi ha 17 nins i 23 nines. De qualssevol d'ells, calcula la probabilitat de:

- Que siguin dos nins
- Que siguin dues nines
- Que un sigui nin i l'altra nina.

14.- Llançam 10 monedes en l'aire. Quina és la probabilitat que a totes hagi sortit cara?

15.- En llançar 10 vegades una moneda, què és més probable, obtenir 10 cares o obtenir les 5 primeres cara i les altres creu?

16.- D'una baralla de 40 cartes n'extreim 5 d'una en una, tornant-la a la baralla cada vegada aleatòriament.

- Quina és la probabilitat que les 5 siguin oros?
- Quina és la probabilitat que hi hagi els 4 as?

17.- Un fabricant de bombetes ha comprovat que una de cada mil unitats fabricades resulta ser defectuosa.

- Quina és la probabilitat que en agafar 2 bombetes, les 2 siguin defectuoses?
- Quina és la probabilitat que només una sigui defectuosa?
- Quina és la probabilitat que cap sigui defectuosa?
- Si n'agafam 5, quina és la probabilitat que totes siguin defectuoses?

18.- Llançam 3 daus i sumam les puntuacions obtingudes. Calcula la probabilitat de :

- Que la suma sigui 3
- Que la suma sigui 4
- Que la suma sigui 18
- Que la suma sigui 17

19.- En una urna hi ha 2 boles vermelles, 2 boles blaves i 2 verdes. En treim dues amb substitució.

- Quina és la probabilitat que siguin del mateix color?
- Quina és la probabilitat que siguin de color diferent?

20.- Si en una bossa es fiquen quatre paperets amb les lletres R, O, M, A i es fan quatre extraccions amb substitució, quina és la probabilitat que s'obtinguin per ordre les lletres següents?

- ROMA
- AMOR

21.- Un jugador de bàsquet que sol encistellar el 70 % dels seus llançaments ha de llançar una falta personal. Si el jugador encerta el primer llançament, pot fer-ne un altre. Per tant, es possible que aconseguixi 0 punts( si falla el primer llançament) o 1 punt (si encerta el primer i falla el segon) o 2 punts( encertant-los els dos). Quina probabilitat té en cada cas?

22.- Una taula d'un despatx té 2 calaixos. Al primer hi ha 4 retoladors vermells i 2 de blaus. Al segon hi ha 3 retoladors vermells i 3 blaus. S'obre un calaix a l'atzar i se'n treu un retolador. Quina és la probabilitat que s'hagi obert el segon calaix i s'hagi tret un retolador vermell?

25.- Triem amb substitució dues cartes d'un joc de cartes. La primera és l'as d'oros. Calcula aquestes probabilitats:

- a) Que la segona sigui oros.
- b) Que la segona sigui as.
- c) Que la segona sigui figura.

26.- Tiram 2 daus i sumam els punts obtinguts. Calcula aquestes probabilitats:

- a) La suma de punts és parell.
- b) La suma de punts és senar.
- c) Si has d'elegir la suma amb més probabilitat, quina elegiràs? Per què?

27.- La probabilitat que una persona sigui rossa és 0,4 i que tengui els ulls blaus 0,25. Quina és la probabilitat en cadascun d'aquests casos en què es tria una persona a l'atzar?

- a) Ser rossa amb els ulls blaus
- b) Ser rossa i no tenir els ulls blaus.
- c) No ser rossa i tenir els ulls blaus.
- d) No ser rossa i no tenir els ulls blaus.

28. En una urna hi ha 5 boles numerades del 1 al 5. S'agafen dues boles sense reposició.

- a) Escriu l'espai mostral
- b) Escriu l'esdeveniment  $A$ = la primera bola és parell
- c) Escriu l'esdeveniment  $B$ = la primera bola és 4
- d) Escriu l'esdeveniment  $C$ = la segona bola és 3
- e) Calcula la probabilitat de  $A$ ,  $B$ ,  $C$  i de  $A \cup C$ ,  $B \cup C$ ,  $A \cap C$ ,  $B \cap C$

29. Siguin dos esdeveniments tals que  $P(A)=0,4$ ,  $P(B)=0,5$  i  $P(A \cap B)=0,3$ . Calcula la probabilitat de la unió. Calcula la probabilitat de  $\overline{A}$  i  $\overline{B}$

30. La probabilitat d'un jugador d'encertar gol des de el punt de penalty és 0,5. Si pot fer 3 llançaments calcula la probabilitat d'encertar algun i la probabilitat de fallar els tres tirs.

31. En una urna hi ha 6 boles blanques i 3 negres. S'agafen 2 boles a l'atzar amb reposició calculeu la probabilitat de :

- a) Les dues boles siguin del mateix color
- b) La primera bola sigui blanca i la segona negra