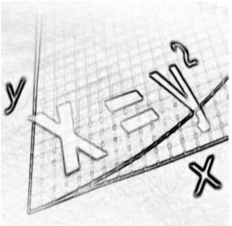


UNITAT 2: EQUACIONS

1. Igualtats, identitats i equacions

Anomenem igualtats a les expressions matemàtiques que per mitjà del signe = ens igualen dos termes.

Exemple: 7 + 5 = 24/2

$$x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2$$

$$3(x+1) = 6$$

Amb tot, fixem-nos que les igualtats anteriors no són del mateix tipus. En la primera s'han igualat termes constants, en canvi en les altres dues s'ha igualat termes variables, però a més, la segona i tercera igualtats també són diferents entre elles.

Activitat

Dóna els valors: 1, 2, 3 a la "x" per a cadascuna de les expressions següents. Què observes?

$x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2$ $\qquad\qquad$ $3(x+1) = 6$

Efectivament, la primera igualtat és sempre certa, mentre que la segona només es compleix per x=1. En el primer cas direm que es tracta d'una **identitat**, mentre que pel segon cas es tracta d'una **equació**.

2. Resolució d'equacions

Per tal de resoldre una equació ens interessa sempre arribar a l'expressió:

x = ...

Per tant, tots els passos que farem van encaminats a aïllar la variable. A més, cal tenir en compte que les equacions no deixen de ser igualtats, i per tant podem fer qualsevol canvi que ens convingui sempre i quan no trenquem la igualtat.

Exemple:

$$2x + 3 = 7$$

$$2x + 3 - 3 = 7 - 3$$

$$2x = 7 - 3$$

$$2x = 4$$

$$\frac{2x = 4}{2}$$

$$x = 2$$

Podem sumar o restar qualsevol cosa a ambdós costats de la igualtat

$$5x + 2 = 17$$

Exemple: $$5x + 2 - 2 = 17 - 2$$

$$5x = 15$$

Si ens saltem el pas intermedi:

$$5x + 2 = 17$$

$$5x = 17 - 2$$

Fixem-nos que en aquest cas sembla que el 2 que estava sumant passa restant a l'altra banda.

Podem multiplicar o dividir qualsevol cosa a ambdós costats de la igualtat

$$5x = 15$$

Exemple: $$\frac{5x}{5} = \frac{15}{5}$$

$$x = \frac{15}{5}$$

Si ens saltem el pas intermedi:

$$5x = 15$$

$$x = \frac{15}{5}$$

Fixem-nos que en aquest cas sembla que el 5 que estava multiplicant passa dividint a l'altra banda.

Podem exponenciar qualsevol cosa a ambdós costats de la igualtat

Exemple:

$$(x+2)^2 = 25$$

$$\sqrt{(x+2)^2} = \sqrt{25}$$

$$(x+2) = \sqrt{25}$$

Si ens saltem el pas intermedi:

$$(x+2)^{2} = 25$$

$$(x+2) = \sqrt[2]{25}$$

Fixem-nos que en aquest cas sembla que el 2 que estava exponenciant passa a l'altra banda com a radical.

Què passem primer?

Pot ser que a vegades tinguem dubtes a l'hora de pensar què cal passar primer. Per exemple, suposem l'expressió següent:

$$(x+1)^2 = 25$$

Com sé què he de passar? Podria passar el 1 restant?
Imaginem que la x té un valor, per exemple 2, i que vull calcular l'expressió $(x+1)^2$, primerament cal sumar x+2 i després aixecar-ho al quadrat. L'última cosa que faig és aixecar-ho al quadrat, així doncs, el primer que passaré és l'exponent.

Sempre hem de passar l'últim número que utilitzem en calcular l'expressió. I sempre passa a l'altra banda amb la operació inversa.

1. Resol les següents equacions:

a) $9x+3=5x-1$

c) $2x-6=16-9x$

b) $7-8x=2x-3$

d) $5+9x=x+12$

2. Resol les següents equacions:

a) $5x+4=3x-6$

c) $3-2x=7+3x$

b) $6+5x=9-3x$

d) $2+x=6-3x$

3. Resol les següents equacions:

a) $9x-5=4x+8$

c) $2+3x=x-4$

b) $9-7x=6x+2$

d) $5-7x=9x-7$

Solucions:

1. a) –1 b) 1 c) 2 d) $\frac{7}{8}$ 2. a) –5 b) $\frac{3}{8}$ c) $-\frac{4}{5}$ d) 1 3. a) $\frac{13}{5}$ b) $\frac{7}{13}$ c) –3 d) $\frac{3}{4}$

1. Resol les següents equacions:

a) $3x+5-8x=8-3x-9$

c) $5-3x+8x=6-2x+3x$

b) $8x-8+3=9x+4$

d) $4-6x+9=7x-5x+5$

2. Resol les següents equacions:

a) $5-x+9=4x-8+2$

c) $9-4x+x=6x-25+4$

b) $4-8x+8=9x-3x-2$

d) $x-7=9x-8+7x-26$

3. Copia les equacions i resol-les.

a) $2x-2+8x-4=5x+8-x+4$

c) $4-7x+3x-5=8x-2+6x+19$

b) $4x-9+5-4x+8=4x+7-7x$

d) $9-5x+1-x=5x+6-2x+4$

Solucions:

1. a) 3 b) -9 c) $\frac{1}{4}$ d)1 2. a) 4 b) 1 c) $\frac{10}{3}$ d) $\frac{9}{5}$ 3. a) 3 b) 1 c) –1 d) 0

1. Resol les equacions següents:

a) $2x+5=35-4x$
b) $3(3x+1)-(x-1)=6(x+10)$
c) $8(3x-2)-4(4x-3)=6(4-x)$
d) $2\left[x-3(x-1)\right]+3=x-3(x+1)$
e) $\frac{2x-3}{5}-7=0$
f) $\frac{5x}{3}=\frac{60}{4}$
g) $\frac{2-x}{2}=\frac{2x-3}{3}$
h) $\frac{x}{3}+\frac{x}{7}=20$
i) $\frac{x}{3}+\frac{x}{5}=\frac{x}{2}+\frac{11}{6}$
j) $\frac{x-1}{2}-\frac{x-2}{3}-\frac{x-3}{4}=0$

Solucions:

1.
a) $x=5$ b) $x=28$ c) $x=2$ d) $x=6$ e) $x=19$ f) $x=9$
g) $x=\frac{12}{7}$ h) $x=42$ i) $x=55$ j) $x=11$

1. Resol les equacions següents:

a) $4x-2(x+8)=2x+3(4-x)$
b) $x-2(x-1)+3(4-2x)=3x+2(x-5)$
c) $3x-(x+2)+7=2(x+4)-3x-(2-5x)$
d) $2(x-3)-3(x-4)=1$
e) $8(3x-2)-4(4x-3)=6(4-x)$

2. Resol les equacions següents:

a) $\frac{x+5}{2}=\frac{2x+3}{3}$
b) $\frac{2x-1}{3}=\frac{4x+2}{5}$
c) $\frac{x+11}{6}=\frac{x+5}{3}$

3. Resol les equacions següents:

a) $\frac{x-3}{2}+\frac{2x-1}{6}=4$
b) $\frac{x+1}{6}-\frac{x+3}{4}=-1$
c) $\frac{x-2}{4}+\frac{3x-1}{8}=4$

4. Resol les equacions següents:

a) $\frac{2x}{3}-\frac{x}{6}+\frac{3}{2}=\frac{1}{4}-\frac{5x}{12}$
b) $\frac{4}{5}-2x+\frac{3x}{2}=\frac{3}{4}-\frac{7x}{10}$
c) $\frac{1}{3}-\frac{x-2}{10}=\frac{3-2x}{15}-\frac{1}{6}+x$
d) $\frac{7x+8}{8}-\frac{9x-12}{16}=1$
e) $\frac{4+x}{21}-\frac{5+3x}{14}=\frac{x+5}{6}-1$

Solucions:

1. a) $x=\frac{28}{3}$ b) $x=2$ c) $x=-\frac{1}{2}$ d) $x=5$ e) $x=2$

2. a) $x=9$ b) $x=-\frac{11}{2}$ c) $x=1$

3.a) $x=\frac{34}{5}$ b) $x=5$ c) $x=\frac{37}{5}$

4. a) $x=-\frac{15}{11}$ b) $x=-\frac{1}{4}$ c) $x=\frac{15}{29}$ d) $x=-\frac{12}{5}$ e) $x=0$

Equacions un pèl més complicades

a) $\frac{1}{3}x+\frac{x+1}{2}-2x=5-2(2x-3)-\frac{2(x-1)}{2}$ → $x=3$

b) $\frac{1}{5}(x+1)-\frac{2}{5}(2x-3)+2=\frac{2x-1}{2}+\frac{2}{5}\,\frac{x-2}{2}$ → $x=\frac{43}{18}$

c) $2\left(\frac{x+3-2(x-1)}{3}\right)-\frac{3x-2+2x}{2}=4\frac{2x-3-3x}{3}$ → $x=\frac{50}{11}$

d) $\frac{3}{x-1}+2=0$ → $x=-\frac{1}{2}$

e) $\frac{2}{x}+\frac{3}{3x}-2=\frac{1}{2x}$ → $x=\frac{5}{4}$

f) $\frac{2(x+2)\cdot(x-2)}{3}+\frac{3x+2}{2}=\frac{2}{3}(x+3)^2$ → $x=-\frac{46}{15}$

g) $\frac{2x+\frac{1}{2}(x+1)-\frac{3x+2}{3}}{\frac{2(x-1)}{3}+\frac{1}{2}}=2$ → $x=-1$

h) $\frac{\frac{2x+1}{2}+\frac{3x-1}{3}-2x}{2}+\frac{\frac{2}{3}(x-1)\cdot(x+1)-\frac{1}{6}(2x+6)^2}{3}=\frac{2x-1}{6}$ → $x=-\frac{71}{60}$

3. Resolució de sistemes d'equacions de dues incògnites.

A vegades ens trobarem amb sistemes de dues equacions amb dues incògnites com el següent:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 8 \\ 4x + y = 7 \end{cases}$$

Per resoldre aquest tipus de problemes, hem de trobar dos números diferents, que a l'intercanviar-los per la lletra x, i per la lletra y respectivament en cadascuna de les equacions, aquestes s'acompleixin.

En aquest cas, les solucions són: x= 2 i y=-1.

Activitat

Canvia la x i la y per 2 i –1 respectivament i comprova que efectivament són solució.

Però com ho hem de fer per trobar les solucions?
Una possibilitat és resoldre-ho gràficament.

Resolem gràficament el sistema.

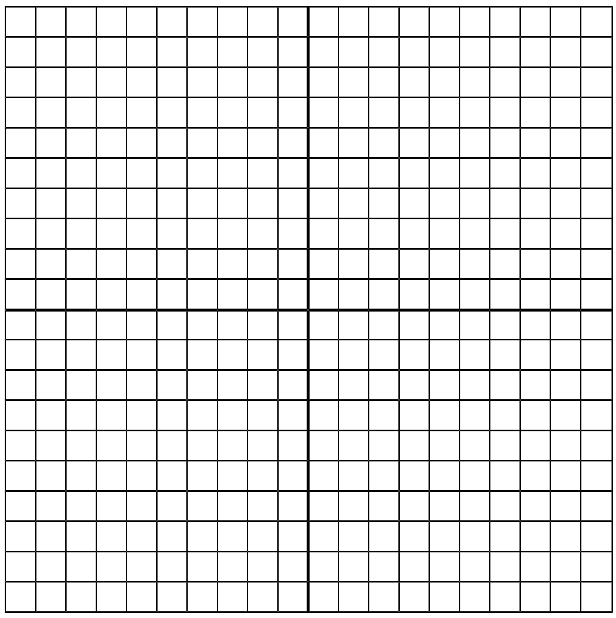
Primerament cal escriure ambdues equacions de la forma: y=f(x)

$$y = \frac{3x-8}{2}$$
$$y = -4x + 7$$

Ara cal anar donant valors a la x, i calculant quant val la y per a cadascun.

x	$y = \frac{3x-8}{2}$	$y = -4x + 7$
0	-4	7
1		
2		
3		
4		

Ara ja només cal fer la representació gràfica. Les ordenades representen la y i les abscisses les x.



Ara cal interpretar els resultats obtinguts.

Quina és la solució en aquest cas?

Activitat

Resol gràficament els següents sistemes:

a) $\begin{matrix} x+y=12 \\ x-y=2 \end{matrix}$ b) $\begin{matrix} x+y=6 \\ 3x-2y=3 \end{matrix}$

Sempre tenen solució els sistemes?

Respon tu mateix aquesta pregunta després de fer la següent activitat

Activitat

Resol gràficament els següents sistemes:

a) $\begin{matrix} 5x+y=2 \\ 5x+y=8 \end{matrix}$ b) $\begin{matrix} x+y=6 \\ 2x+2y=12 \end{matrix}$

Hi ha altres maneres de resoldre un sistema?

També podem resoldre els sistemes analíticament. La manera més comú de fer-ho és per l'anomenat mètode de substitució, que consisteix en posar la x en funció de la y en una de les equacions i aleshores canviar-la en l'altra equació.

Exemple:

$$\begin{cases} x+y=3 \Rightarrow y=3-x \\ 2x-y=5 \Rightarrow \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 2x-(3-x)&=5 \\ 2x-3+x&=5 \\ 3x&=5+3 \\ 3x&=8 \\ x&=8/3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y&=3-x \\ y&=3-8/3 \\ y&=\frac{9-8}{3}=1/3 \end{aligned}$$

1. Resol els següents sistemes d'equacions:

a) $\begin{cases} x+y=6 \\ -x+3y=2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x-y=19 \\ 2x-y=7 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x+2y=23 \\ x+y=8 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3x-5y=6 \\ x+2y=24 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x+y=0 \\ 6x-7y=39 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 3x+y=17 \\ 2x-3y=-7 \end{cases}$

g) $\begin{cases} 3x+5=2y-8 \\ 2y-3=4x+1 \end{cases}$

h) $\begin{cases} 2x+y-4=0 \\ x+y-5=0 \end{cases}$

i) $\begin{cases} 8(x-2)-3(y-4)=5(x-1) \\ 5(x+8)=2(3y-1) \end{cases}$

j) $\begin{cases} \dfrac{11x}{7}+2y=22 \\ \dfrac{3x}{8}-4y=\dfrac{21}{4} \end{cases}$

k) $\begin{cases} \dfrac{x-2}{4}-\dfrac{3(y-1)}{2}=-4 \\ 3(x-3)=5y-4 \end{cases}$

l) $\begin{cases} \dfrac{8x-4}{3}-\dfrac{4y-2}{2}=-7 \\ 2-\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{2y-1}{2} \end{cases}$

m) $\begin{cases} x+3(y-2)=5 \\ (x-2)(y+3)=(x+4)(y-1) \end{cases}$

Solucions:

a) $x = 4 \quad y = 2$
b) $x = 4 \quad y = 1$
c) $x = 7 \quad y = 1$
d) $x = 12 \quad y = 6$
e) $x = 3 \quad y = -3$
f) $x = 4 \quad y = 5$
g) $x = 9 \quad y = 20$
h) $x = -1 \quad y = 6$
i) $x = 40 \quad y = \dfrac{121}{3}$
j) $x = 14 \quad y = 0$
k) $x = 10 \quad y = 5$
l) $x = -1 \quad y = 2$
m) $x = 4 \quad y = \dfrac{7}{3}$

Sistemes d'equacions 3x3

$$\begin{cases} 2X-Y-3Z=2 \\ 5X-2Y-Z=0 \\ 4X-Y+Z=0 \end{cases} \qquad \boxed{\begin{array}{l} X=1 \\ Y=3 \\ Z=-1 \end{array}}$$

$$\begin{cases} X-2Y+Z=1 \\ 2X-Y-2Z=8 \\ X-2Y-Z=7 \end{cases} \qquad \boxed{\begin{array}{l} X=0 \\ Y=-2 \\ Z=-3 \end{array}}$$

$$\begin{cases} 3X+Y+2Z=9 \\ -2X+2Y-Z=7 \\ X+2Y+Z=11 \end{cases} \qquad \boxed{\begin{array}{l} X=2 \\ Y=5 \\ Z=-1 \end{array}}$$

$$\begin{cases} 4X-2Y+3Z=11 \\ 2X+2Y-3Z=-8 \\ X-Y+Z=4 \end{cases} \qquad \boxed{\begin{array}{l} X=\frac{1}{2} \\ Y=-\frac{3}{2} \\ Z=2 \end{array}}$$

$$\begin{cases} X-3Y-Z=-\frac{1}{2} \\ -2X+4Y-2Z=-10 \\ 2X-6Y+5Z=20 \end{cases} \qquad \boxed{\begin{array}{l} X=1 \\ Y=-\frac{1}{2} \\ Z=3 \end{array}}$$

$$\begin{cases} x+y-z = 0 \\ 2x+y-3z = -2 \\ 2x+5y-2z = 3 \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{matrix} x=0 \\ y=1 \\ z=1 \end{matrix}}$$

$$\begin{cases} \dfrac{2x+3}{2}-\dfrac{y+z}{3} = \dfrac{19}{6} \\ \dfrac{1}{3}x-y+\dfrac{5}{3}z = 5 \\ 2x-y+\dfrac{2}{3}z = \dfrac{19}{3} \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{matrix} x=2 \\ y=-1 \\ z=2 \end{matrix}}$$

$$\begin{cases} 2x-y+\dfrac{1}{3}z = -1 \\ \dfrac{x-2y}{3}-z = -\dfrac{10}{3} \\ 2(x-1)+3(z+2y) = 5 \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{matrix} x=-1 \\ y=0 \\ z=3 \end{matrix}}$$

$$\begin{cases} \dfrac{2x+2}{3}-\dfrac{3y-2z}{5}=-\dfrac{1}{3} \\ \dfrac{2x+3y}{2}+\dfrac{\frac{2}{3}z+\frac{1}{2}x}{5}=\dfrac{41}{30} \\ \dfrac{3(x-2y)}{2}-\dfrac{1}{4}\,\dfrac{2(x-z)}{3}=-\dfrac{19}{6} \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{matrix} x=0 \\ y=1 \\ z=-1 \end{matrix}}$$

4. Equacions de 2n. grau

Per resoldre les equacions de 2n. grau com aquesta:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

només cal recordar la següent fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Si ens trobem una equació de 2n. grau que no té la forma adequada, caldrà arreglar-la perquè la tingui.

Activitats

Resol les següents equacions i verifica que les solucions trobades són certes:

a) $x^2 - 5x + 6 = 0$
b) $x^2 - 5x + 4 = 0$
c) $x^2 + x - 6 = 0$
d) $x^2 + 9x + 20 = 0$
e) $x^2 - 6x + 9 = 0$
f) $x^2 + 12x + 36 = 0$
g) $x^2 + 2x + 5 = 0$
h) $2x^2 + 3x + 2 = 0$
i) $3x^2 + 5x + 3 = 0$
j) $2x^2 + x - 6 = 0$
k) $3x^2 + 6x - 45 = 0$
l) $6x^2 - 18x - 24 = 0$

Solucions:

a) x = 3, x = 2, b) x = 4, x = 1 c) x = - 3, x = 2 d) x = - 5, x = - 4 e) x = 3 (només hi ha una solució) f) x = - 6 g) No hi ha cap solució.h) No hi ha cap solució. i) No hi ha cap solució. j) $x = -2, \quad x = \frac{3}{2}$ k) $x = 3, \quad x = -5$ l) $x = -1, \quad x = 4$.

5. Equacions de grau n

$x^3+2\cdot x^2-x-2=0$	$x=-2\ ,\ x=-1\ ,\ x=1$
$x^3-3\cdot x^2+3\cdot x-1=0$	$x=1$
$x^3+2\cdot x^2-9\cdot x-18=0$	$x=-3\ ,\ x=-2\ ,\ x=3$
$x^3-2\cdot x^2-x+2=0$	$x=-1\ ,\ x=1\ ,\ x=2$
$x^3+2\cdot x^2-5\cdot x-6=0$	$x=-3\ ,\ x=-1\ ,\ x=2$
$x^4+3\cdot x^3+x^2-3\cdot x-2=0$	$x=-2\ ,\ x=-1\ ,\ x=1$
$x^4+5\cdot x^3+6\cdot x^2-4\cdot x-8=0$	$x=-2\ ,\ x=1$
$x^5-2\cdot x^4-6\cdot x^3+8\cdot x^2+5\cdot x-6=0$	$x=-2\ ,\ x=-1\ ,\ x=1\ ,\ x=3$
$x^5-x^4-5\cdot x^3+5\cdot x^2+4\cdot x-4=0$	$x=-2\ ,\ x=-1\ ,\ x=1\ ,\ x=2$
$x^6-x^5-8\cdot x^4+2\cdot x^3+13\cdot x^2-x-6=0$	$x=-2\ ,\ x=-1\ ,\ x=1\ ,\ x=3$

6. Equacions exponencials i logarítmiques

Com ja sabem el logaritme ens serveix per aïllar l'exponent.

$$\boxed{\text{Log}_a\, y = x \quad \text{si} \quad a^x = y}$$

Utilitzarem el logaritme per resoldre les equacions que tinguin una incògnita en l'exponent.

Exemple:

$$2^x = 8$$

$$\log(2^x) = \log 8$$

Faig el logaritme als dos costats de la igualtat

$$x \cdot \log 2 = \log 8$$

$$\log_a(x^n) = n \cdot \log_a x$$

$$x = \frac{\log 8}{\log 2}$$

$$x = 3.$$

$\log 2 \rightarrow 0.30103$

$\log 8 \rightarrow 0.90309$

$\frac{\log 8}{\log 2} \rightarrow 3.$

Activitats

$5^x = 25 \rightarrow x = 2.$

$4^x = 64 \rightarrow x = 3.$

$3^{x+1} = 5 \rightarrow x = 0.46497$

$e^x = 45 \rightarrow x = 3.8067$

$5^{2x-1} = 10 \rightarrow x = 1.2153$

$1000 = 10^x \rightarrow x = 3.$

$\frac{3}{2^{x+1}} = 2^x \rightarrow x = 0.29248$

$\frac{1}{3^x} = 2^{x-2} \rightarrow x = 0.77371$

El compte de la vella

Si pel que sigui, no sabem resoldre una equació, sempre es pot utilitzar el compte de la vella!!!!

Exemple:

$$\frac{1}{5^x}=15$$

Amb l'ajuda de la calculadora vaig donant diferents valors a x

$$\frac{1}{5^1} \rightarrow \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{5^2} \rightarrow \frac{1}{25}$$

Si augmento la x, el valor s'allunya de 15, de manera que cal disminuir-lo

$$\frac{1}{5^{-1}} \rightarrow 5$$

$$\frac{1}{5^{-2}} \rightarrow 25$$

La x ha d'estar entre -1 i -2 perquè per x=-1 em quedo curt i per x=-2 em passo

Provo valors entre -1 i -2

$$\frac{1}{5^{-1.5}} \rightarrow 11.18$$

$$\frac{1}{5^{-1.6}} \rightarrow 13.133$$

$$\frac{1}{5^{-1.7}} \rightarrow 15.426$$

Ha d'estar entre -1.6 i -1.7

Provo valors entre -1.6 i -1.7

$$\frac{1}{5^{-1.65}} \rightarrow 14.233$$

$$\frac{1}{5^{-1.67}} \rightarrow 14.699$$

$$\frac{1}{5^{-1.68}} \rightarrow 14.937$$

$$\frac{1}{5^{-1.69}} \rightarrow 15.18$$

Com que -1.68 s'acosta més a 15 que -1.69, em quedo amb:

$$x = -1.68$$

RESOLUCIÓ D'EQUACIONS ESPECIALS

1. EQUACIONS AMB ARRELS QUADRADES

- Per resoldre una equació amb una arrel quadrada, separem aquesta arrel deixant-la aïllada en un dels costats de la igualtat, i elevem ambdós costats al quadrat.

- Un cop obtingudes les solucions, les comprovem, ja que en elevar al quadrat poden aparèixer solucions que no verifiquin l'equació donada.

Exemple: $\sqrt{x+1} - 1 = 3x - 8$

1r: Separem l'arrel	$\sqrt{x+1} = 3x - 8 + 1 \Rightarrow \sqrt{x+1} = 3x - 7$
2n: Elevem al quadrat els dos membres	$x + 1 = 9x^2 - 42x + 49$
3r: Simplifiquem	$9x^2 - 43x + 48 = 0$
4t: Resolem l'equació obtinguda	$x = \dfrac{43 \pm \sqrt{43^2 - 4 \cdot 9 \cdot 48}}{2 \cdot 9} = \begin{cases} 3 \\ \dfrac{16}{9} \end{cases}$
5è: Comprovem les solucions	$x_1 = 3 \Rightarrow \sqrt{3+1} - 1 = 3 \cdot 3 - 8 \Rightarrow$ $\Rightarrow 1 = 1$. Sí, és solució. $x_2 = \dfrac{16}{9} \Rightarrow \sqrt{\dfrac{16}{9} + 1} - 1 = 3 \cdot \dfrac{16}{9} - 8 \Rightarrow$ $\Rightarrow \dfrac{2}{3} \neq -\dfrac{8}{3}$. No, no és solució.

Activitat: Soluciona aquestes equacions amb arrels quadrades:

a) $\sqrt{1 - x} = 2$
b) $\sqrt{x + 5} = x - 1$
c) $3 + \sqrt{x + 1} = x + 2$
d) $\sqrt{x^2 - 2x - 3} = x - 3$
e) $3 + \sqrt{x} = x - 17$
f) $x - 4 = \sqrt{x - 2}$

2. EQUACIONS AMB LA INCÒGNITA AL DENOMINADOR

- Per resoldre una equació en la qual la x figura al denominador, primer trobem els valors de la x que fan zero el denominador, ja que aquests valors no poden ser solucions de l'equació.

- A continuació, resolem l'equació (1r: trobem el m.c.m. dels denominadors, si en té; 2n: multipliquem l'equació pel m.c.m. trobat; 3r: resolem l'equació resultant)

Exemple: $\dfrac{x}{x-1} = \dfrac{x+2}{x-3}$

1r: Trobem els valors de x que fan els denominadors zero.	$x-1=0 \Rightarrow x=1$ $x-3=0 \Rightarrow x=3$
2n: Resolem l'equació.	$x \cdot (x-3) = (x+2) \cdot (x-1)$ $x^2 - 3x = x^2 - x + 2x - 2$ $-3x + x - 2x = -2$ $x = \dfrac{1}{2}$
3r: Comprovem que ½ no és entre els valors obtinguts al primer pas.	La solució és $x = \dfrac{1}{2}$

Activitat: Busca les solucions de les equacions següents i comprova que n'hi ha dues que no tenen solució:

a) $\dfrac{2x+4-7x+1}{1-x} = 2$

b) $\dfrac{x^2+2x+1}{3x+3} = 8$

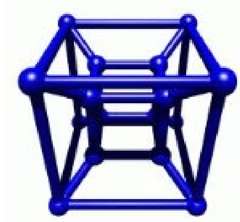
c) $1 + \dfrac{x+1}{x-1} = \dfrac{1}{2}$

d) $\dfrac{x^2-5x+6}{x-2} = 3$

e) $\dfrac{2x-4}{x-2} + \dfrac{x+3}{2} = 1$

f) $\dfrac{6-2x}{x-3} + \dfrac{8-4x}{x-2} = 0$

3. EQUACIONS BIQUADRADES



- Les equacions biquadrades són equacions de 4t grau que no tenen termes de grau senar. Són del tipus: $ax^4 + bx^2 + c = 0$
- Per resoldre-les, substituïm $x^2 = y$; $x^4 = y^2$. Així el resultat és: $ay^2 + by + c = 0$
- Després de trobar el valor de y, per conèixer el valor de x, extraiem l'arrel quadrada:

$$\boxed{x = \pm\sqrt{y}}$$

Exemple: Resol $x^4 - 11x^2 + 18 = 0$

1r: Substituïm $x^2 = y$; $x^4 = y^2$
2n: Resolem l'equació per trobar y
3r: Trobem x
4t: Indiquem les solucions de l'equació, que en aquest cas són quatre.

$$y^2 - 11y + 18 = 0$$

$$y = \frac{11 \pm \sqrt{121 - 72}}{2} = \begin{cases} 9 \\ 2 \end{cases}$$

$$x = \pm\sqrt{9} = \pm 3$$
$$x = \pm\sqrt{2}$$

$$x_1 = 3; x_2 = -3; x_3 = \sqrt{2}\,; x_4 = -\sqrt{2}$$

Activitat: Busca totes les solucions per a aquestes equacions:

a) $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$

b) $x^4 + 5x^2 - 36 = 0$

c) $x^4 - 6x^2 + 8 = 0$

d) $x^4 + 10x^2 + 9 = 0$

e) $36x^4 - 13x^2 + 1 = 0$

f) $4x^4 - 8x^2 + 16 = 0$

g) $x^4 - 8x^2 + 16 = 0$

h) $x^4 - 1 = 0$

Per preparar-se abans de l'examen

a) $\frac{3x-1}{3}-\frac{2x}{5}+\frac{1}{5}(2x-1)=\frac{22}{15}$ $\rightarrow$ $\{\{x=2\}\}$

b) $(x-1)^2-\frac{1}{4}\cdot\frac{1-x}{2}+16=(x+3)^2$ $\rightarrow$ $\{\{x=1\}\}$

c) $\frac{2}{x}+\frac{3}{2x}-\frac{1}{6}+3=\frac{16}{3}+\frac{1}{x}$ $\rightarrow$ $\{\{x=1\}\}$

d) $\begin{cases} 4x-2y=14 \\ 3x-\frac{1}{5}y=4 \end{cases}$ $\rightarrow$ $\{\{x=1,y=-5\}\}$

e) $\begin{cases} \frac{3x-y}{2}-\frac{2y+x}{3}=\frac{14}{3} \\ \frac{x-3y}{2}-\frac{1}{3}(x-3y)=1 \end{cases}$ $\rightarrow$ $\{\{x=3,y=-1\}\}$

f) $\begin{cases} 3x+2y-z=4 \\ x-y+2z=-4 \\ 2x-2y+6z=-4 \end{cases}$ $\rightarrow$ $\{\{x=-2,y=6,z=2\}\}$

g) $x^2+3x+2=0$ $\rightarrow$ $\{\{x=-2\},\{x=-1\}\}$

h) $x^3-3x+2=0$ $\rightarrow$ $\{\{x=-2\},\{x=1\}\}$

i) $2^x=42$ $\rightarrow$ $\{\{x=5.3923\}\}$

j) $\frac{1}{2^{x-3}}=3$ $\rightarrow$ $\{\{x=1.415\}\}$