

Transformacions d'expressions algebraiques

Àmbit de les Matemàtiques, de la Ciència
i de la Tecnologia



SUMARI

ORGANITZACIÓ DELS MÒDULS I LES UNITATS	7
INTRODUCCIÓ	9
PUNT DE PARTIDA	11
UNITAT 1 EL LENGUATGE ALGEBRAIC	
QUÈ TREBALLARÀS?	15
CONTINGUTS	17
ACTIVITATS D'APRENTATGE	25
ACTIVITATS D'AVUACIÓ	29
SOLUCIONS DE LES ACTIVITATS D'APRENTATGE	31
SOLUCIONS DE LES ACTIVITATS D'AVUACIÓ	35
QUÈ HAS TREBALLAT?	37
COM HO PORTO?	39
UNITAT 2 EQUACIONS DE PRIMER GRAU	
QUÈ TREBALLARÀS?	43
CONTINGUTS	45
ACTIVITATS D'APRENTATGE	55
ACTIVITATS D'AVUACIÓ	61
SOLUCIONS DE LES ACTIVITATS D'APRENTATGE	63
SOLUCIONS DE LES ACTIVITATS D'AVUACIÓ	71
QUÈ HAS TREBALLAT?	73
COM HO PORTO?	75
UNITAT 3 SISTEMES D'EQUACIONS	
QUÈ TREBALLARÀS?	79
CONTINGUTS	81
ACTIVITATS D'APRENTATGE	93
ACTIVITATS D'AVUACIÓ	99
SOLUCIONS DE LES ACTIVITATS D'APRENTATGE	101
SOLUCIONS DE LES ACTIVITATS D'AVUACIÓ	111
QUÈ HAS TREBALLAT?	115
COM HO PORTO?	117
PUNT D'ARRIBADA	119
ACTIVITATS D'AVUACIÓ DEL MÒDUL	119
SOLUCIONS DE LES ACTIVITATS D'AVUACIÓ DEL MÒDUL	121

A l'inici del **mòdul** hi trobaràs sempre dos apartats:

Introducció del mòdul:

És la presentació del mòdul. Ens situa en quin nivell es troba, si és comú o opcional i en quines unitats es divideix.

Punt de partida:

Fa reflexionar sobre els aspectes que es treballen en el mòdul. T'ajudarà a situar-te i fer una avaluació inicial del que saps sobre el tema que es tractarà abans de començar les unitats.

Cada **unitat** didàctica està estructurada en:

Què treballaràs?:

Presenta els objectius que es treballaran en la unitat i que al final hauràs d'haver assolit.

Bloc de continguts

Bloc d'activitats

ACTIVITATS D'APRENTATGE: Inclou activitats per practicar i consolidar els conceptes que s'expliquen en el bloc de continguts.

ACTIVITATS D'AVALUACIÓ: Contenen tots els aspectes que s'han treballat en la unitat i permeten consolidar l'assoliment dels objectius plantejats al principi de la unitat.

Bloc de solucions

SOLUCIONS DE LES ACTIVITATS D'APRENTATGE: Inclou les respostes de les activitats d'aprenentatge.

SOLUCIONS DE LES ACTIVITATS D'AVALUACIÓ: Són les respostes de les activitats d'avaluació.

Què has treballat?:

És una proposta d'esquema o d'un mapa conceptual que et relaciona o et resumeix els continguts treballats en la unitat. És una eina per facilitar-te la comprensió i estudi dels continguts de la unitat.

Com ho porto?:

Presenta un quadre d'autoevaluació que facilita comprovar si s'han assolit els objectius proposats a l'inici de la unitat.

Al final del mòdul hi trobaràs un últim apartat:

Punt d'arribada:

Facilita l'autoavaluació de tots els continguts treballats en el mòdul i l'assoliment dels objectius. Conté:

ACTIVITATS D'AVALUACIÓ DEL MÒDUL: Inclou les activitats que permeten autoavaluar els continguts del mòdul.

SOLUCIONS DE LES ACTIVITATS D'AVALUACIÓ DEL MÒDUL: Són les respostes a les activitats d'avaluació del mòdul.

Aquest mòdul presenta una part del món matemàtic en la qual s'utilitzen lletres per resoldre problemes. És el que es coneix amb el nom d'àlgebra.

Des de molt antic, aquest mètode ha estat molt important en l'estudi d'altres disciplines, així en el món de la geometria les fórmules que s'utilitzen per calcular àrees i volums estan formades per l'agrupació de nombres i lletres. Passa el mateix amb altres matèries com la física, que expressa els seus principis mitjançant fórmules que són expressions algebraiques.

Pots veure que som davant d'un mòdul molt important per als teus coneixements. Per això l'hem estructurat perquè de mica en mica et vagis endinsant en el món de l'àlgebra.

Per acabar et donem un consell: és millor que les operacions de les activitats les facis mitjançant el càlcul mental, perquè això afavorirà la teva rapidesa. Utilitza solament la calculadora quan les quantitats siguin elevades.

Situació del mòdul «Transformacions d'expressions algebraiques» dins els nivells de l'àmbit de les Matemàtiques, la Ciència i la Tecnologia.

MÒDULS COMUNS	
1. La temperatura	Nivell 1
2. Economia domèstica	
3. La salut	
4. Recursos naturals	
5. Transformacions d'expressions algebraiques	Nivell 2
6. El món invisible	
7. Tecnologia i habitatge	Nivell 3
8. Trigonometria	
9. Genètica	
10. Un món feliç?	

Els continguts del mòdul estan estructurats en tres unitats.

Unitat 1

Començaràs amb l'estudi d'expressions algebraiques molt senzilles i faràs monomis i polinomis.

Unitat 2

Plantejaràs i resoldràs equacions lineals.

Unitat 3

Aprenderàs a fer sistemes d'equacions lineals i acabaràs resolent problemes que tenen una certa complicació.



Posa la data d'avui en la primera columna. Per respondre les preguntes posa un número de l'1 al 3 en funció del que sàpigues.

1. No en sé res.
2. En sé alguna cosa.
3. Ho sé bé.

Quan acabis d'estudiar el mòdul emplena la segona columna. Així podràs veure el que has après.

	Data:	Data:
Saps utilitzar nombres i lletres per escriure la frase:«el triple d'un nombre elevat al quadrat»?		
Saps trobar el valor de la lletra x en la igualtat: $4 + 2x = 14$?		
Saps dir quin és el preu d'una entrada de cinema sabent que si aquest preu es multiplica per 3 i se li resta 6, el seu resultat és 9€?		
Saps dir quina és la representació gràfica d'una equació de primer grau?		
Saps esbrinar les edats d'una mare i del seu fill si la suma d' aquestes és 40 i d'aquí a 10 anys l'edat de la mare serà el doble de la del fill?		
Saps explicar per què un punt pot ser la solució d'un problema que demana dos nombres que sumats donen 7 i que la seva diferència és 5?		

Unitat 1

EL LENGUATGE ALGEBRAIC

13

què treballaràs?

En acabar la unitat has de ser capaç de:

- Escriure en forma d'expressió algebraica enunciats de problemes.
- Trobar el valor numèric d'expressions algebraiques.
- Reconèixer què és un monomi i els tipus de monomis que hi ha.
- Operar amb monomis.
- Reconèixer què és un polinomi.
- Operar amb polinomis.

1. El llenguatge algebraic

Vivim en un món en el qual les imatges tenen una gran importància. Pertot arreu podem trobar símbols que donen informació, com els senyals de trànsit, o bé que representen nacions, clubs esportius, empreses, etc. Les marques de productes inunden el mercat i molt sovint un producte el reconeixem pel símbol que utilitza, en lloc del nom de l'empresa que el fabrica.

Les matemàtiques també fan servir uns símbols que són els nombres, però de vegades hi ha situacions en les quals es desconeixen dades i és necessari utilitzar lletres. Les lletres representen les quantitats que ens són desconegudes.

El llenguatge algebraic és una tècnica matemàtica per resoldre problemes. Aquesta tècnica utilitza lletres per expressar nombres que són desconeguts i aplica sobre les lletres les regles de les operacions matemàtiques. Quan es fa l'operació de multiplicar es posa un punt perquè el signe \times pot confondre's amb una lletra.

Aquesta forma d'expressar i resoldre problemes matemàtics ha estat utilitzada des de l'antiguitat. El matemàtic francès Descartes va fer de l'àlgebra un llenguatge universal, igual en totes les llengües. És igual la llengua en la qual estigui expressat un problema, els símbols algebraics que s'utilitzen per a resoldre'l són els mateixos.

Aquestes expressions que utilitzaven els antics matemàtics són les mateixes que s'utilitzen avui dia i s'anomenen **expressions algebraiques**.

Expressions algebraiques

El llenguatge algebraic el podem utilitzar per a resoldre situacions de la vida quotidiana, es tracta de col·locar una lletra en lloc de la quantitat que no coneixem.

- Imagina que volem recollir diners per fer un viatge de fi de curs i tenim 50 samarretes que ens ha regalat un botiguer. Depenent del preu al qual venquem cada samarreta guanyarem una quantitat o una altra. Si les venem a 10€ cada una recollirem $50 \times 10 = 500€$, però si les venem a 15€ seran $50 \times 15 = 750€$. La quantitat que no coneixem és el preu de la samarreta, en el seu lloc posem una lletra, per exemple, **y**.

L'expressió algebraica que representa els diners que guanyem és **50y**. El valor de **y** varia segons el preu.

- Suposem que aconseguim una feina que consisteix a guardar pantalons en caixes. Ens paguen 15€ a la setmana més 2€ per cada caixa que preparem. És clar que el nostre sou dependrà de les caixes que fem i per tant la dada que no sabem és el nombre de caixes. Podem dir que **x** és el nombre de caixes, i si per cada una ens paguen 2€ l'expressió és **2x**. En aquest cas tenim 15€ que guanyem fix més els 2x de fer caixes. Això escrit en forma algebraica és **2x + 15**.

Per a saber quant guanyarem cada setmana utilitzarem l'expressió algebraica **2x + 15**.

Si fem 50 caixes vol dir que $x = 50$ i que el sou serà

$$2 \cdot 50 + 15 = 100 + 15 = \mathbf{115€}$$

Però si fem 75 caixes la $x = 75$ i el sou

$$2 \cdot 75 + 15 = 150 + 15 = \mathbf{165€}$$

- Utilitzant aquest mètode els matemàtics expressen les seves fórmules. Per exemple, l'àrea d'un rectangle s'escriu $b \cdot a$. És a dir, base per altura. Aquesta fórmula és una expressió algebraica i és vàlida per calcular el valor de l'àrea de tots els rectangles, perquè és el producte de qualsevol base i qualsevol altura.
- També hi ha ciències com la física o la química que utilitzen les expressions algebraiques per enunciar els seus principis i facilitar els càlculs. Per exemple, la fórmula mgh és una expressió algebraica que indica l'energia potencial d'un cos qualsevol. Segons l'altura (h) a la qual estigui situat el cos i segons la seva massa (m) l'energia potencial tindrà un valor o un altre.

En les expressions algebraiques les lletres representen nombres i totes les operacions que es realitzen amb elles són operacions amb nombres.

Les expressions algebraiques són un conjunt de nombres i lletres units pels signes de les operacions algebraiques.

El valor de x , o de la lletra que utilitzem, no el sabem i varia; per aquesta raó, **les lletres s'anomenen indeterminades o variables**.

Les expressions algebraiques expressen en forma matemàtica l'enunciat d'un problema.

En matemàtiques les lletres que utilitzaràs més sovint són la x i la y .

Escrivim ara les següents frases en forma d'expressió algebraica:

- Un nombre més cinc.

El nombre és x i hi sumem 5. Queda l'expressió $x + 5$.

$$\begin{array}{c} | \\ x \\ | \end{array} \quad \begin{array}{c} | \\ + \\ | \end{array} \quad \begin{array}{c} | \\ 5 \\ | \end{array}$$

- Tinc 2 anys menys que la meva germana.

La meva germana en té x . Jo en tinc 2 menys.

L'expressió s'escriu $x - 2$.

- Tinc dues vegades els diners que portes a la butxaca menys 10 €.

A la butxaca portes x .

Tinc dues vegades el que portes ($2x$) menys 10.

L'expressió és: $2x - 10$

$$\begin{array}{c} | \\ 2x \\ | \end{array} \quad \begin{array}{c} | \\ - \\ | \end{array} \quad \begin{array}{c} | \\ 10 \\ | \end{array}$$

També podem fer l'exercici de forma inversa:

- $2x+3y$

A aquesta expressió hi podria correspondre el següent enunciat: el doble d'un nombre més el triple d'un altre nombre.

- **Activitats d'aprenentatge 1, 2 i 3**

Valor numèric de les expressions algebraiques

Si escrivim l'expressió algebraica que correspon a la factura del gas hem de tenir en compte que cada mes paguem en relació amb el nombre de m^3 de gas que gastem.

Suposem que cada m^3 val $0,033€$ i que cada mes gastem $x m^3$. Pagarem $0,033x$.

Però a la factura hi apareix un valor fix i suposem que val $10€$.

L'expressió algebraica serà $0,033x + 10$.

Si un mes gastem $20m^3$, pagarem $0,033 \cdot 20 + 10 = 10,66€$.

Si un altre mes gastem $35m^3$, pagarem $0,033 \cdot 35 + 10 = 11,155€$.

I si fossin $27m^3$, pagaríem $0,033 \cdot 27 + 10 = 10,891€$.

$20 m^3$	$10,66€$
$35 m^3$	$11,155€$
$27 m^3$	$10,891€$

L'expressió algebraica té un valor diferent cada vegada segons els metres cúbics de gas que gastem cada mes. Els nombres obtinguts són el valor numèric de l'expressió algebraica.

El **valor numèric** d'una expressió algebraica es calcula substituint les variables o indeterminades (les lletres) per nombres. El resultat obtingut depèn del nombre pel qual substituïm la variable.

En els següents exemples calcularem el valor numèric de les expressions algebraiques en les quals cada una té una dificultat diferent.

Exemple 1

$$3x + 6$$

$$\text{Si } x = 2$$

Per a calcular el valor numèric on hi ha x posem 2.

$$3(2) + 6 = 6 + 6 = 12$$

Exemple 2

$$2a + 3b$$

$$\text{Si } a = 4 \text{ i } b = 5$$

$$2(4) + 3(5) = 8 + 15 = 23$$

Exemple 3

$$x^2 - 3x + 2$$

$$\text{Si } x = 6$$

$$(6)^2 - 3(6) + 2 = 36 - 18 + 2 = 20$$

Exemple 4

$$2x^2 + 4x - 1$$

$$\text{Si } x = -2$$

$$2(-2)^2 + 4(-2) - 1 = 2 \cdot 4 - 8 - 1 = 8 - 8 - 1 = -1$$

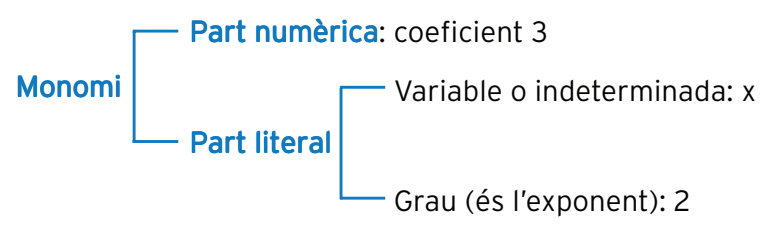
• Activitat d'aprenentatge 4

18 2. Monomis

L'àrea d'un quadrat és igual al costat elevat al quadrat (x^2). Quina superfície tenen 3 rajoles quadrades?
 L'expressió algebraica és $3x^2$.
 L'expressió $3x^2$ és un monomi.

Un **monomi** és una expressió algebraica d'un sol terme.

En el monomi $3x^2$ podem distingir dues parts:



La part numèrica és el coeficient que correspon al nombre que hi ha davant de les lletres.

La part literal està formada per:

- **la variable o indeterminada**, que és la lletra o lletres.
- **el grau**, que és l'exponent al qual està elevada la variable.

Quan el grau del monomi és 1 es diu que és de primer grau. En aquest cas no es posa el nombre de l'exponent.

Si no hi ha part literal (no apareix cap lletra) el monomi és de grau zero.

Exemples de monomis:

Monomi	Part numèrica coeficient	Part literal		Nom
		Variable	Grau	
$3x^5$	3	x	5	Monomi de cinquè grau Monomi de grau 5
$4y^2$	4	y	2	Monomi de segon grau Monomi de grau 2
x^3	1	x	3	Monomi de tercer grau Monomi de grau 3
$2x$	2	x	1	Monomi de primer grau Monomi de grau 1
7	7			Monomi de grau zero

Tipus de monomis

Monomis semblants: tenen la mateixa part literal i diferents els coeficients.

El monomi $6x^4$ i el $2x^4$ són monomis semblants.

Monomi	Coeficient	Part literal
$6x^4$	6	x^4
$2x^4$	2	x^4

El monomi $3x^2$ i el $5x^7$ no són monomis semblants.

Monomi	Coeficient	Part literal
$3x^2$	3	x^2
$5x^7$	5	x^7

Exemples:

El monomi $8x^3$ és semblant al monomi $\frac{3}{4}x^3$

El monomi $8x^2$ no és semblant al monomi $\frac{3}{4}x^3$

El monomi $2y^3x^5$ és semblant al monomi $15y^3x^5$

Monomis oposats: són els que tenen la mateixa part literal, però el coeficient d'un és oposat al de l'altre.

Exemple:

$7x^5$ i $-7x^5$ són monomis oposats.

Monomi	Coeficient	Part literal
$7x^5$	7	x^5
$-7x^5$	-7	x^5

• Activitat d'aprenentatge 5

3. Operacions amb monomis

Per fer les operacions amb monomis aplicarem les regles de les operacions amb nombres enters.

Suma de monomis

Per sumar monomis han de ser monomis semblants.

Sumem els monomis $5x^4 + 7x^4$. Són semblants perquè tenen la mateixa part literal x^4 .

Sumem els coeficients ($5 + 7$) i el resultat és $12x^4$. És un altre monomi semblant.

Exemple 1

$$3x^3 + 5x^3 = 8x^3$$

Exemple 2

$$\frac{4}{3}a^2 + \frac{1}{5}a^2 = \frac{20}{15}a^2 + \frac{3}{15}a^2 = \frac{23}{15}a^2$$

Si els monomis no són semblants, $2x^3 + 3x^2$, es deixa sense fer cap operació.

• Activitat d'aprenentatge 6

20 Resta de monomis

Per restar monomis han de ser monomis semblants.

Restem els monomis $10x^2 - 6x^2$. Són semblants perquè tenen la mateixa part literal x^2 .

Restem els coeficients ($10 - 6$) i el resultat és $4x^2$. És un altre monomi semblant.

Exemple 1

$$3x - 4x = -x$$

- **Activitats d'aprenentatge 7 i 8**

4. Polinomis

Un **polinomi** està format per sumes i restes de monomis.

El polinomi $P(x) = 4x^3 - 5x^2 + 2x + 7$ té quatre **monomis o termes**. Té una sola variable o indeterminada x .

Grau d'un polinomi: és el del monomi de grau més gran.

Polinomi	Grau	Variable	Termes en x	Terme independent
$4x^3 - 5x^2 + 2x + 7$	3	x	$4x^3$	7
			$-5x^2$	
			$+2x$	

5. Operacions amb polinomis

Suma de polinomis

Tenim dos polinomis:

$$A(x) = 6x^2 - 2x + 3$$

$$B(x) = 2x^2 - 4x - 5$$

Per fer la suma $A(x) + B(x)$ escrivim els polinomis un a sota de l'altre, de manera que cada columna tingui els monomis del mateix grau.

$$\begin{array}{r}
 A(x) \quad \longrightarrow \quad 6x^2 - 2x + 3 \\
 B(x) \quad \longrightarrow \quad 2x^2 - 4x - 5 \\
 \hline
 \text{Fem la suma} \quad A(x) + B(x) \longrightarrow 8x^2 - 6x - 2
 \end{array}$$

També podem fer la suma dels polinomis $A(x) + B(x)$ agrupant els monomis semblants i després fent les operacions.

$$A(x) + B(x) = (6x^2 - 2x + 3) + (2x^2 - 4x - 5) = 6x^2 - 2x + 3 + 2x^2 - 4x - 5 = 8x^2 - 6x - 2$$

$$\begin{array}{r}
 8x^2 \quad - 6x \quad - 2
 \end{array}$$

En aquest exemple el que hem fet és reduir els termes semblants.

- **Activitat d'aprenentatge 9**

Resta de polinomis

Per a restar polinomis se suma al primer polinomi l'oposat del segon.

Tenim els polinomis

$$A(x) = 3x^2 - 6x + 3$$

$$B(x) = -7x^2 + 4x - 8$$

Escrivim els polinomis un a sota de l'altre de manera que cada columna correspon a monomis del mateix grau.

Després canviem el signe de cada un dels termes del polinomi B(x) per fer el polinomi oposat.

$$\begin{array}{rcl} A(x) & \longrightarrow & 3x^2 - 6x + 3 \\ -B(x) & \longrightarrow & 7x^2 - 4x + 8 \\ \hline A(x) - B(x) & \longrightarrow & 10x^2 - 10x + 11 \end{array}$$

També podem fer la resta $A(x) - B(x)$ escrivint el primer polinomi $A(x)$ i després el segon $B(x)$ canviant de signe tots els seus monomis. Després agrupem monomis semblants i fem les operacions.

$$A(x) - B(x) = (3x^2 - 6x + 3) - (-7x^2 + 4x - 8) = 3x^2 - 6x + 3 + 7x^2 - 4x + 8 = 10x^2 - 10x + 11$$

$$10x^2 \quad -10x \quad + 11$$

• Activitat d'aprenentatge 10

Activitat 1

Escriu en forma d'expressió algebraica els enunciats següents.

- a) La diferència entre x i y =
- b) La diferència de dos nombres =
- c) La meitat d'un nombre =
- d) La quarta part de y =
- e) El triple de x =
- f) El quadrat de b =
- g) La meitat de a més 12 =
- h) El quadrat d'un nombre menys 7 =
- i) La diferència dels quadrats de a i b =
- j) El triple de x més el quadrat de y menys el doble de z =

Activitat 2

Escriu de forma algebraica les següents relacions.

- a) La diferència entre un nombre i 9 =
- b) El triple d'un nombre =
- c) Divideix un nombre per 6 =
- d) L'edat d'una persona d'aquí a deu anys =
- e) Resta a 10 el doble d'un nombre =
- f) En Pau té 8 anys més que el seu germà. El seu pare té el doble d'anys que en Pau =

- g) El quadrat d'un nombre més la seva quarta part =
- h) La veïna gasta 10 vegades la quantitat d'aigua que gastem a casa meva =

- i) El doble d'un nombre menys la diferència entre el nombre i 8 =
- j) He comprat taronges a 2€ el quilo, peres a 3€ el quilo i préssecs a 4€ =

Activitat 3

Posa un enunciat a les següents expressions algebraiques.

- a) $4z =$
- b) $2x + y =$
- c) $a^2 + b^2 =$
- d) $3 + 2y =$
- e) $x + \frac{1}{5} =$

Activitat 4

Troba el valor numèric de les següents expressions algebraiques segons el valor que es dóna de la variable o variables.

- a) $x - 4$ per a $x = 1$
- b) $2x + 5x$ per a $x = 5$
- c) $x - 3y$ per a $x = 2, y = -1$
- d) $5x - 2y + 3z$ per a $x = 1, y = -2, z = -3$
- e) $x^2 + 2x - 10$ per a $x = 3$
- f) $x^2 - 8$ per a $x = -1$
- g) $5 - 3a + 2b$ per a $a = 5, b = -4$
- h) $3x + 9 - 2x^2$ per a $x = 3$
- i) $-2x^2 - 6 + x^3$ per a $x = -1$
- j) $2xy + x - 3y$ per a $x = 2, y = 5$

Activitat 5

Escriu un monomi oposat a cada un dels següents.

- a) $2x^3 =$
- b) $-25y^5 =$
- c) $3y^2x^4 =$

Activitat 6

Fes la suma dels monomis següents tenint en compte si són monomis semblants o no.

- a) $5x^4 + 2x^4 =$
- b) $4x^2y + x^2y + 7x^2y =$

$$c) \frac{x^2}{4} + \frac{3x^2}{4} =$$

$$d) \frac{x^3}{2} + \frac{x^3}{5} =$$

$$e) 6a^5 + 3b + 3a^5 =$$

Activitat 7

Fes la resta dels monomis següents tenint en compte si són monomis semblants o no.

$$a) 8x^4 - 2x^4 =$$

$$b) 7x^2 - 9x^2 =$$

$$c) \frac{3x^2}{4} - \frac{3x^2}{4} =$$

$$d) \frac{x^3}{2} - \frac{2x^3}{5} =$$

Activitat 8

Fes les sumes i restes dels monomis següents tenint en compte si són monomis semblants o no.

$$a) 2x^2 - x^2 - 5x^2 =$$

$$b) 5x^3 - 2x^3 + 4x^3 - x^3 - 7x^3 =$$

$$c) 4x^2y - x^2y + 6x^2y =$$

$$d) 3x^2 - 5x + 3x + x^2 =$$

Activitat 9

Suma els següents polinomis: $A(x) + B(x)$

$$a) \begin{aligned} A(x) &= 8x^2 - 7x + 4 \\ B(x) &= 3x^2 - 2x + 5 \end{aligned}$$

$$b) \begin{aligned} A(x) &= 5x^2 - 2x + 3 \\ B(x) &= 8x + 10 \end{aligned}$$

Activitat 10

Resta els següents polinomis: $A(x) - B(x)$

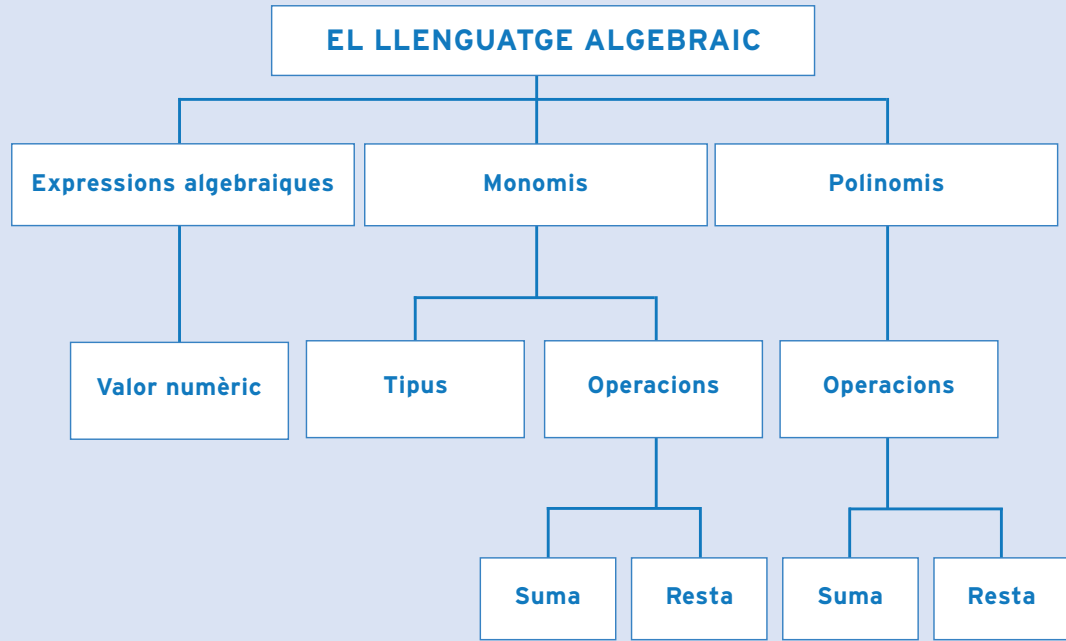
a) $A(x) = 6x^2 - 3x + 10$

$B(x) = 7x^2 - 3x - 12$

b) $A(x) = -8x^2 - 3x + 5$

$B(x) = 4x^2 - 2x - 11$

què has treballat?



com

ho porto?

Omple la graella següent posant una creu on correspongui.

En acabar la unitat, sóc capaç de...

	Bé	A mitges	Malament
Escriure en forma d'expressió algebraica enunciat de problemes.			
Trobar el valor numèric d'expressions algebraiques.			
Reconèixer un monomi.			
Reconèixer els tipus de monomis.			
Sumar monomis.			
Restar monomis.			
Reconèixer un polinomi.			
Sumar polinomis.			
Restar polinomis.			

Unitat 2

37

EQUACIONS DE PRIMER GRAU

què treballaràs?

En acabar la unitat has de ser capaç de:

- Resoldre equacions de primer grau.
- Trobar la solució a problemes utilitzant equacions de primer grau.

1. Equació

Quan tenim dues expressions algebraiques igualades, per exemple $x + 3x = 4x$, la igualtat es compleix per qualsevol valor que donem a la x . Comprovem-ho. Si donem a la x valor 1, tenim $1 + 3 = 4$, la igualtat és certa; si donem a la x valor 2 tenim $2 + 6 = 8$, la igualtat també és certa. Podríem anar donant valors a la x i veuríem que aquesta igualtat es compleix sempre.

Es tracta d'una **identitat**.

En canvi, la igualtat $x - 8 = 2$ només es compleix quan la x val 10, ja que $10 - 8 = 2$.

Es tracta d'una **equació**.

La lletra que intervé en una equació s'anomena **incògnita** i és el nombre que ens és desconegut.

Quan resollem una equació calculem el valor de la incògnita que fa que la igualtat sigui certa. Aquest valor és la **solució** de l'equació.

Equacions són les igualtats establertes entre expressions algebraiques que tenen una única solució.

Exemple

$x + 2 = 5$ és una equació en la qual:

x és la incògnita

3 és la solució, perquè $3 + 2 = 5$

Parts d'una equació

Imaginem-nos l'equació $3x + 7 = 5x - 9$.

Aquesta equació consta de dos **membres** i de quatre **termes**. Anomenem primer membre a l'expressió que hi ha a l'esquerra de la igualtat i segon membre a l'expressió que hi ha a la dreta de la igualtat.

primer membre		segon membre
$3x + 7$	=	$5x - 9$
termes		termes

Grau d'una equació és l'exponent més gran al qual està elevada la incògnita.

$x + 6 = 3$ és una equació de **primer grau**.

$x^2 + 5x = -6$ és una equació de **segon grau**.

Equacions equivalents

Equacions equivalents són les que tenen la mateixa solució.

L'equació $x - 3 = 5$ té per solució 8 perquè $8 - 3 = 5$

La solució de l'equació $2x = 16$ també és 8, perquè $2 \cdot 8 = 16$

Per tant, totes dues equacions són equivalents.

40 2. Propietats de les equacions

En tota equació els canvis efectuats en un membre s'han de fer també a l'altre membre, perquè la solució de l'equació continuï essent la mateixa.

- L'equació $x + 3 = 7$ té per solució $x = 4$, ja que $4 + 3 = 7$.
 Si sumem 2 al primer membre ho hem de fer també al segon membre, perquè la solució continuï essent la mateixa.
 $x + 3 + 2 = 7 + 2$
 La nova equació $x + 5 = 9$ és equivalent a l'anterior perquè té la mateixa solució, $x = 4$, ja que
 $4 + 5 = 9$.
- Tornem a l'equació anterior $x + 3 = 7$.
 Si restem 2 al primer membre ho hem de fer també al segon membre perquè la solució de l'equació no variï.
 $x + 3 - 2 = 7 - 2$
 La nova equació és $x + 1 = 5$ i és equivalent a l'anterior perquè la seva solució és també $x = 4$, ja que es compleix que $4 + 1 = 5$.
 Per tant,

Si sumem o restem un mateix nombre als dos membres d'una equació obtenim una equació equivalent a la primera.

- L'equació $x + 4 = 10$ té per solució $x = 6$, perquè $6 + 4 = 10$.
 Si ara multipliquem el primer i el segon membre per 2, l'equació obtinguda és equivalent a la primera.
 $2(x+4) = 2 \cdot 10$
 $2x + 8 = 20$
 Aquesta nova equació és equivalent a la primera ja que té la mateixa solució, $x = 6$. Es compleix que $2 \cdot 6 + 8 = 20$.
- Si en l'equació anterior, $x + 4 = 10$, dividim el primer i el segon membre per 2, l'equació obtinguda és equivalent a la primera.

$$\frac{x}{2} + \frac{4}{2} = \frac{10}{2}$$

$$\frac{x}{2} + 2 = 5$$

és equivalent ja que té per solució la mateixa que la primera, és a dir, $x = 6$.

Es compleix que $\frac{6}{2} + 2 = 5$

Per tant,

Si multipliquem o dividim per un mateix nombre els dos membres d'una equació obtenim una equació equivalent a la primera.

- L'equació $5 - x = 3$ té per solució $x = 2$ perquè $5 - 2 = 3$.
Si canviem el signe dels termes del primer membre de l'equació hem de canviar el signe dels del segon membre.
Així l'equació quedarà $-5 + x = -3$ que és una equació equivalent a la primera perquè la seva solució és també $x = 2$.
Comprovem-ho: $-5 + 2 = -3$.
Per tant,

Si canviem els signes de tots els termes d'una equació s'obté una equació equivalent a la primera.

3. Resolució d'equacions de primer grau

Per resoldre una equació hem de transformar-la en una del tipus més senzill possible i després deixar la incògnita sola en un membre, d'això se'n diu aïllar la incògnita.

Per aprendre a resoldre equacions de primer grau, les hem classificades en cinc tipus, de les més senzilles a les més complicades. Cada nou tipus introdueix un grau més de dificultat que l'anterior.

Dins de cada tipus utilitzem exemples per aprendre el procediment de resoldre equacions.

Cada exemple té una característica nova que has d'aprendre bé abans de passar a l'exemple següent.

Tipus I: Equacions en les quals la incògnita hi és una sola vegada

Exemple 1

Calculem la solució de l'equació $x + 4 = 5$.

Primer hem d'aïllar la incògnita, és a dir, posar $x = \dots$

En aquest cas sobra el 4 en el primer membre. Per treure'l restem 4 als dos membres. Estem aplicant una propietat de les equacions equivalents: si sumem o restem un nombre als dos membres d'una equació, aquesta no varia.

$$x + 4 - 4 = 5 - 4$$

Fem les operacions

$$x + 0 = 5 - 4$$

$x = 1$ és la solució de l'equació.

De forma més senzilla, podem dir que el que hem fet és canviar el 4 de membre. Quan algun terme canvia de membre ho fa fent l'operació contrària, en el cas del 4 que estava sumant passa a l'altre membre restant.

Exemple 2

Calculem la solució de l'equació $3 - x = 8$

En aquest cas per tenir la x sola, ens sobra el 3. Podem restar 3 als dos membres o bé passar directament el 3, restant, al segon membre.

$$3 - x - 3 = 8 - 3$$

$$-x = 8 - 3$$

$$-x = 5$$

Per donar el resultat d'una equació la x ha de portar al davant el signe +. Recorda que si canviem el signe de tots els termes d'una equació, el resultat de l'equació no varia.

Per tant, podem escriure $x = -5$, que és la solució de l'equació.

Exemple 3

Solucionem la següent equació: $5 = 11 - x$

En aquest cas per tenir la x sola ens sobra l'11. El passem restant al primer membre.

$$5 - 11 = -x$$

$$-6 = -x$$

Canviem el signe dels dos termes, perquè la x ha de portar al davant el signe +. $6 = x$ o bé $x = 6$ és la solució de l'equació.

Exemple 4

Calculem la solució de l'equació següent: $8 - x - 9 = 3$

Fem primer les sumes i restes dels nombres per obtenir una equació més senzilla.

$$-x - 1 = 3$$

Per aïllar la x sobra el -1 , que passa al segon membre sumant.

$$-x = 3 + 1$$

$$-x = 4$$

Canviem el signe dels dos membres perquè la x ha de portar davant el signe +. $x = -4$ és la solució de l'equació.

Per resoldre equacions en les quals la incògnita hi és una sola vegada:

- 1r S'aïlla la incògnita. Per aïllar la x els nombres que l'acompanyen sumant passen a l'altre membre restant i els que l'acompanyen restant passen sumant.
- 2n Es calcula el valor de la incògnita fent les operacions que calgui.

• Activitat d'aprenentatge 1

Tipus II: Equacions en les quals un nombre multiplica la incògnita.

Exemple 1

Donada l'equació $3x = 9$, calculem les solucions possibles.

A fi d'aïllar la x dividim els dos membres de l'equació per 3, que és el nombre que multiplica la x . Estem aplicant una propietat de les equacions. Recorda que si multipliquem o dividim pel mateix nombre els dos membres d'una equació, aquesta no varia.

$$\frac{3x}{3} = \frac{9}{3}$$

Efectuem les operacions a cada terme i queda, $x = 3$, que és la solució de l'equació.

Exemple 2

Calculem la solució de l'equació següent:

$$-2x = 14$$

Dividim per 2 els dos membres.

$$\frac{-2x}{2} = \frac{14}{2}$$

Fem les operacions a cada terme,

$$-x = 7$$

Canviem el signe dels dos membres perquè la x tingui el signe +.

$x = -7$ és la solució de l'equació.

Exemple 3

Calculem la solució de l'equació $12 = -4x$

$$\frac{12}{4} = \frac{-4x}{4}$$

$$3 = -x$$

$-3 = x$ o bé $x = -3$ és la solució de l'equació.

Per resoldre equacions en les quals un nombre multiplica la incògnita:

1r S'aïlla la incògnita dividint els dos membres pel nombre que multiplica la x.

2n Es calcula el valor de la incògnita fent les operacions que calgui.

- **Activitat d'aprenentatge 2**

Tipus III: Equacions que tenen la incògnita més d'una vegada.**Exemple 1**

Calculem la solució de l'equació següent: $x + 2 + 2x = 8$

Sumem els termes que contenen la x, x i + 2x, per obtenir una equació de tipus més senzill.

$$3x + 2 = 8$$

El 2 passa restant a l'altre membre.

$$3x = 8 - 2$$

$$3x = 6$$

Dividim per 3 els dos membres.

$$\frac{3x}{3} = \frac{6}{3}$$

$x = 2$ és la solució de l'equació.

Exemple 2

Solucionem la següent equació: $10 - 3x = 6x$

Passem els termes que tenen x al mateix membre. El -3x passa al segon membre amb el signe més (estava restant i passa sumant).

$$10 = 6x + 3x$$

$$10 = 9x$$

Dividim per 9 els dos membres.

$$\frac{10}{9} = \frac{9x}{9}$$

Ens queda

$$\frac{10}{9} = x \text{ o bé } x = \frac{10}{9} \text{ és la solució de l'equació.}$$

Exemple 3

Calculem la solució de l'equació $x + 2 = 3x + 1$

Agrupem els termes que tenen x en un membre i els que no tenen x a l'altre membre.

El $3x$ passa restant al primer membre i el 2 passa restant al segon membre.

$$x + 2 = 3x + 1$$

$$x - 3x = +1 - 2$$

Efectuem les operacions:

$$-2x = -1$$

$$\frac{-2x}{2} = \frac{-1}{2}$$

$$-x = \frac{-1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ és la solució de l'equació.}$$

Per resoldre equacions que tenen dos termes amb x o més:

- 1r Es passen a un membre tots els termes que tenen la incògnita i a l'altre membre tots els que no la tenen.
- 2n Se sumen els termes de cada membre.
- 3r Es calcula el valor de la x pels mètodes anteriors.

• Activitat d'aprenentatge 3

Tipus IV: Equacions en les quals hi ha parèntesis en un membre o en els dos membres.

Exemple 1

Resolem la següent equació: $2(x + 1) = 6$

Primerament hem de treure els parèntesis. En aquest cas apliquem la propietat distributiva, és a dir, multipliquem cada terme del parèntesis per 2.

$$2x + 2 = 6$$

$$2x = 6 - 2$$

$$2x = 4$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{4}{2}$$

$x = 2$ és la solució de l'equació.

Exemple 2

Calculem la solució de l'equació $3(6 + x) = 2(x-15)$

Apliquem la propietat distributiva en els dos membres.

$$18 + 3x = 2x - 30$$

$$3x - 2x = -30 - 18$$

$x = -48$ és la solució de l'equació.

Per resoldre equacions en les quals hi ha parèntesis:

- 1r Es treuen els parèntesis aplicant-hi la propietat distributiva.
- 2n Es passen a un membre tots els termes que tenen la incògnita i a l'altre membre tots els que no la tenen.
- 2n Se sumen els termes de cada membre.
- 3r Es calcula el valor de la x .

• **Activitat d'aprenentatge 4**

Tipus V: Equacions en les quals hi ha termes que són fraccions.

Exemple 1

Calculem la solució de l'equació $\frac{x}{4} = -2$

Primer de tot hem de treure el denominador multiplicant els dos membres pel mcm dels termes de l'equació.

Aquí el mcm és el 4, multipliquem per 4 els dos membres.

$$\frac{4x}{4} = -2 \cdot 4$$

Operem amb cada terme per separat i ens queda $x = -8$.

$x = -8$ és la solució de l'equació.

Exemple 2

Resolem la següent equació: $\frac{x}{2} + 3 = \frac{x}{3} - 5$

El mcm dels denominadors 2 i 3 és 6.

Multipliquem per 6 tots els termes.

$$\frac{6x}{2} + 6 \cdot 3 = \frac{6x}{3} - 6 \cdot 5$$

Operem amb cada terme:

$$3x + 18 = 2x - 30$$

$$3x - 2x = -30 - 18$$

$x = -48$ és la solució de l'equació.

Exemple 3

Calculem la solució de l'equació $\frac{x+1}{3} - \frac{x-1}{4} = 2$

El mcm de 3 i de 4 és 12. Multipliquem per 12 tots els termes.

$$\frac{12(x+1)}{3} - \frac{12(x-1)}{4} = 2 \cdot 12$$

Operem amb cada terme per separat:

$$4(x + 1) - 3(x - 1) = 24$$

$$4x + 4 - 3x + 3 = 24$$

$$4x - 3x = 24 - 3 - 4$$

$x = 17$ és la solució de l'equació.

Per resoldre equacions que tenen denominadors en els termes:

- 1r Es calcula el mcm dels denominadors.
- 2n Es multipliquen tots i cada un dels termes pel mcm.
- 3r S'opera amb cada terme per separat.
- 4t S'apliquen els procediments coneguts.

• **Activitat d'aprenentatge 5**

4. Problemes d'equacions de primer grau amb una incògnita.

Quan volem resoldre un problema matemàtic, podem fer-ho per mètodes diversos. La utilització d'equacions facilita la recerca de la solució del problema i és molt útil si el problema és una mica complicat.

Recordem que el llenguatge habitual pot passar a llenguatge algebraic i, per consegüent, l'enunciat d'un problema el podem escriure en forma d'equació.

A fi de plantejar bé l'equació, és necessari llegir a poc a poc l'enunciat del problema, reconèixer-hi les dades i escollir la incògnita.

Una vegada plantejada l'equació es resol, és a dir, es calcula la seva solució.

Després se'n fa la comprovació per veure si la solució obtinguda compleix el que diu l'enunciat.

En els exemples següents es resolen problemes mitjançant equacions.

Exemple 1

Si sumem 27 al doble d'un nombre el resultat que obtenim és 47. Quin és el nombre?

Recordem el que sabem sobre els enunciats de les expressions algebraiques.

La incògnita és el nombre que no sabem i l'anomenem x .

El doble del nombre és el doble de x , $2x$.

Sumem 27 a $2x$ i queda $2x + 27$.

El resultat de la suma és 47.

Escrivim l'equació

$$2x + 27 = 47$$

Resolem l'equació:

$$2x = 47 - 27$$

$$2x = 20$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{20}{2}$$

$$x = 10$$

El nombre és 10

Comprovació: $2 \cdot 10 + 27 = 47$

Exemple 2

Jo tinc el doble d'euros que en Carles i entre els dos tenim 60 euros. Quants diners té cadascú?

La incògnita són els euros que té en Carles, serà x

Jo tinc el doble d'euros que té en Carles $2x$

La suma dels diners de tots dos serà l'equació $2x + x = 60$

Resolem l'equació:

$$3x = 60$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{60}{3}$$

$$x = 20$$

En Carles té 20 € i jo el doble, 40€.

Comprovació:

La suma és $20 + 40 = 60$

Exemple 3

El pare d'en Pep té el triple d'edat que ell i quan passin 10 anys la suma de les seves edat serà 80 anys. Quina edat té cadascú?

	Edat	D'aquí a 10 anys
Pep	x	$x + 10$
Pare	$3x$	$3x + 10$
Suma		80

$$x + 10 + 3x + 10 = 80$$

$$4x + 20 = 80$$

$$4x = 60$$

$$x = 15$$

En Pep té 15 anys i el seu pare en té 45.

Comprovació:

L'edat del pare és el triple de la del fill.

$$45 = 3 \cdot 15$$

D'aquí a 10 anys la suma de les seves edats serà 80.

$$15 + 10 + 45 + 10 = 80$$

- **Activitats d'aprenentatge 6, 7, 8, 9, 10, 11 i 12.**

Activitat 1

Aïlla la x de les següents equacions i després calcula el seu valor.

a) $x + 2 = 8$

b) $x - 5 = 3$

c) $2 - x = 4$

d) $x - 11 = -14$

Activitat 2

Quina és la solució de les següents equacions?

a) $2x = 10$

b) $-3x = 12$

c) $2x - 1 = 3$

d) $5 - 3x = 2$

e) $4x + 9 = 13$

Activitat 3

En els següents exercicis esbrina el valor de la incògnita.

a) $5x + 1 = 4x$

b) $3x - 2 = x + 6$

c) $10 - 2x = 7 - 3x$

d) $3 + 4x - 8 - 2x = 3x + 7$

e) $6 - 5x - 15 = -4 + x + 1$

Activitat 4

Resol les equacions següents. Recorda que primer has de treure els parèntesis.

a) $3 - x = 2(5x - 1)$

b) $3(4x - 3) = 5(5 - x)$

c) $6(x + 1) = 10(x - 3)$

d) $6(x - 3) - 2(x - 1) = 10$

e) $2(x - 2) = 60 - 3(1 - x)$

Activitat 5

Resol les equacions següents.

a) $x - \frac{x+1}{2} = 3$

b) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 5$

c) $\frac{x+5}{2} = \frac{2x+3}{3}$

d) $\frac{x-2}{6} - \frac{x+1}{3} + \frac{x-1}{2} = 0$

$$e) \frac{3x+2}{5} - 7 = 2x - \frac{x+1}{2}$$

Activitat 6

Quin és el nombre que multiplicat per $\frac{3}{4}$ té per resultat 48?

Activitat 7

El terreny de joc del camp del Barça té una superfície de 8.446 m^2 . Quina és la seva amplada si sabem que la llargada és aproximadament 103 m ?

Activitat 8

Entre dues persones tenen 542 € ; una té 300 € més que l'altra. Quants diners té cadascuna?

Activitat 9

Un pare reparteix uns diners entre els seus fills. Al primer li dóna la meitat dels diners, al segon la quarta part més 8 € i al tercer la cinquena part. Quants euros dóna a cadascun d'ells?

Activitat 10

Les edats de dos germans sumen 41. Quants anys té cada un d'ells si el petit va néixer 9 anys més tard que el gran?

Activitat 11

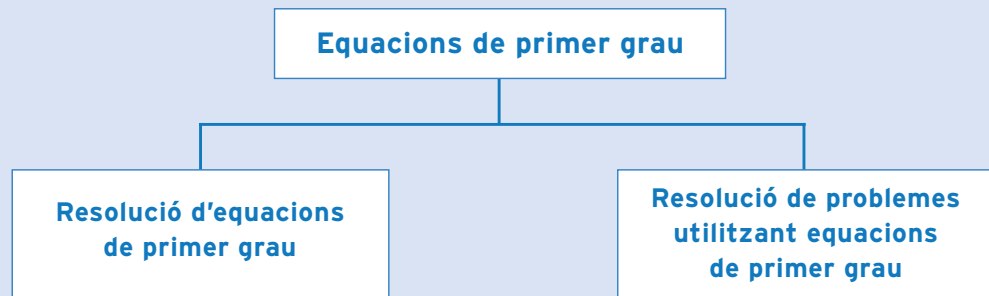
Calcula el preu de cost d'un televisor sabent que si el venem per 650 € guanyem un 25% sobre el preu de cost.

Activitat 12

Els angles d'un triangle estan relacionats de la següent forma: A val 40° més que B i C 10° més que A. Quin valor tenen els angles?

(Els angles d'un triangle sumen 180°)

què has treballat?



com

ho porto?

Omple la graella següent posant una creu on correspongui.

En acabar la unitat, sóc capaç de...

	Bé	A mitges	Malament
Resoldre equacions de primer grau que contenen una sola vegada la incògnita.			
Resoldre equacions de primer grau en les quals un nombre multiplica la incògnita.			
Resoldre equacions de primer grau que contenen la incògnita més d'una vegada.			
Resoldre equacions de primer grau en les quals hi ha parèntesis en un o en tots dos membres.			
Resoldre equacions de primer grau que contenen termes que són fraccions.			
Trobar la solució a problemes plantejant equacions de primer grau amb una incògnita.			

Unitat 3

SISTEMES D'EQUACIONS

67

UNITAT 3 SISTEMES D'EQUACIONS

5. TRANSFORMACIONS D'EXPRESSIONS ALGEBRAIQUES

Matemàtiques, Ciència i Tecnologia

què treballaràs?

En acabar la unitat has de ser capaç de:

- Representar gràficament sistemes d'equacions lineals i trobar la solució d'aquestes equacions.
- Resoldre sistemes d'equacions utilitzant els mètodes d'igualació, de substitució i de reducció.
- Trobar solucions a problemes utilitzant els sistemes d'equacions.

1. Equacions de primer grau amb dues incògnites

L'equació $x + y = 3$ és una equació de primer grau amb dues incògnites: x i y . Per calcular les solucions escollim un valor qualsevol per a la incògnita x , substituïm la x per aquest valor i calculem el valor de la y . Així obtenim parells de nombres que són les possibles solucions de l'equació.

Aquestes solucions les col·loquem en una taula de valors.

Exemple 1

Calculem les possibles solucions de l'equació $x + y = 3$.

Per a facilitar el càlcul aïllem la incògnita y .

$$y = 3 - x$$

Escollim donar a la x valor 1 ($x = 1$), substituïm la x per 1 i calculem la y .

$y = 3 - 1 = 2$. La y val 2. Podem escriure les solucions de l'equació ($x = 1$ i $y = 2$) de la següent manera: (1,2).

Calculem ara altres parelles de solucions de l'equació. Donem un valor a la x i calculem el valor que correspon a la y . Vegem-ho tot seguit:

$x = 2$	$y = 3 - 2 = 1$	(2,1)
$x = 3$	$y = 3 - 3 = 0$	(3,0)
$x = 0$	$y = 3 - 0 = 3$	(0,3)
$x = 4$	$y = 3 - 4 = -1$	(4,-1)
$x = -1$	$y = 3 - (-1) = 3 + 1 = 4$	(-1,4)
$x = -2$	$y = 3 - (-2) = 3 + 2 = 5$	(-2,5)

Escrivim la taula de valors:

x	y
1	2
2	1
3	0
4	-1
0	3
-1	4
-2	5

Exemple 2

Calculem les possibles solucions de l'equació $-x - y = 5$.

Aïllem la y i ens queda: $-y = 5 + x$.

Canviem el signe dels termes de l'equació per fer la y positiva.

$$y = -x - 5$$

Els valors que donem a la x són aleatoris. (Per tant, en tots els exemples i exercicis d'aquesta unitat es podrien donar altres valors diferents dels que s'han donat.)

Si la x val 1	$x = 1$	$y = -1 - 5 = -6$	(1,-6)
	$x = +2$	$y = -2 - 5 = -7$	(2,-7)
	$x = 0$	$y = 0 - 5 = -5$	(0,-5)
	$x = -1$	$y = -(-1) - 5 = 1 - 5 = -4$	(-1,-4)
	$x = -2$	$y = -(-2) - 5 = 2 - 5 = -3$	(-2,-3)

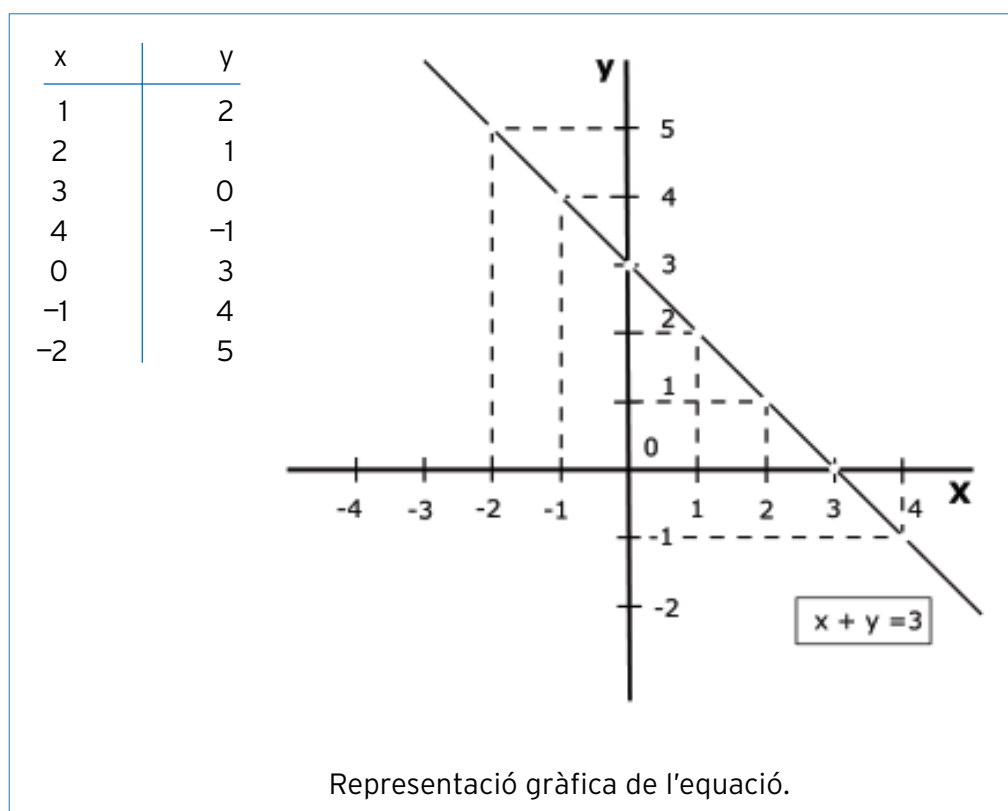
Fem la taula de valors:

x	y
1	-6
2	-7
0	-5
-1	-4
-2	-3

2. Representació gràfica d'equacions de primer grau amb dues incògnites

Recordem que una taula de valors es pot representar en uns eixos de coordenades cartesianes. Cada parell de solucions és un punt de la gràfica.

Tornem a l'equació $x + y = 3$ del primer exemple, recuperem la taula de valors i representem els punts.



Quan tracem la línia que uneix els punts obtenim una recta.

Podem dir que l'equació $x + y = 3$ és l'equació de la recta que hem obtingut.

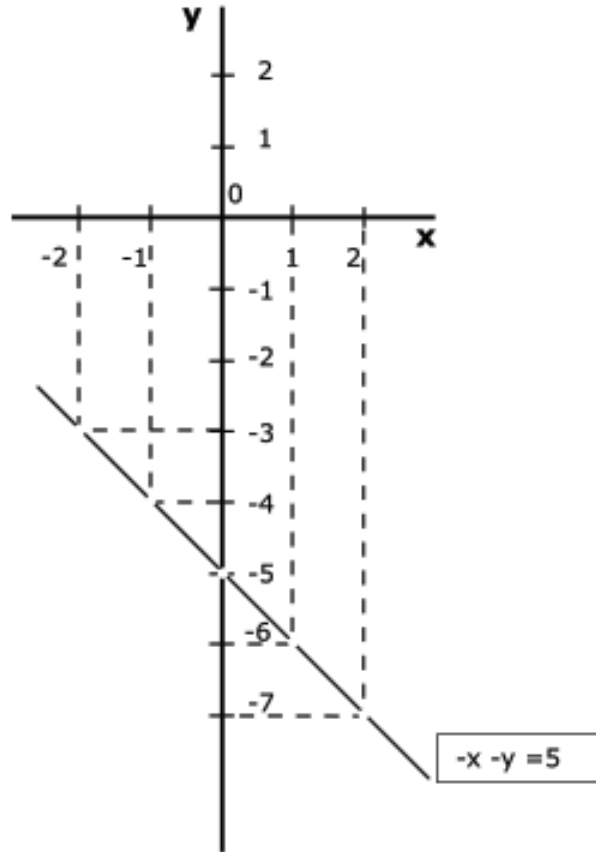
Si representem en els eixos de coordenades l'equació del segon exemple. Quin tipus de gràfica sortirà? Creus que sortirà una recta?

Provem-ho.

Equació: $-x - y = 5$

Taula de valors:

x	y
1	-6
2	-7
0	-5
-1	-4
-2	-3



Representació gràfica de l'equació.

Ha sortit una recta i com en el cas anterior podem dir que $-x - y = 5$ és la seva equació.

Si representéssim més equacions de primer grau amb dues incògnites comprovarem aquest resultat.

La representació gràfica d'una equació de primer grau és sempre una recta.

Per aquesta raó:

Les equacions de primer grau amb dues incògnites també s'anomenen equacions lineals.

• **Activitat d'aprenentatge 1.**

72 3. Sistemes d'equacions

Què passaria si representéssim dues equacions lineals en uns mateixos eixos de coordenades?

Suposem les equacions $x + y = -3$ i $x - y = 1$.

· Per fer la representació de l'equació $x + y = -3$.

Aïllem $y \rightarrow y = -3 - x$.

Calculem la taula de valors:

x	y
1	-4
2	-5
0	-3
-1	-2
-2	-1

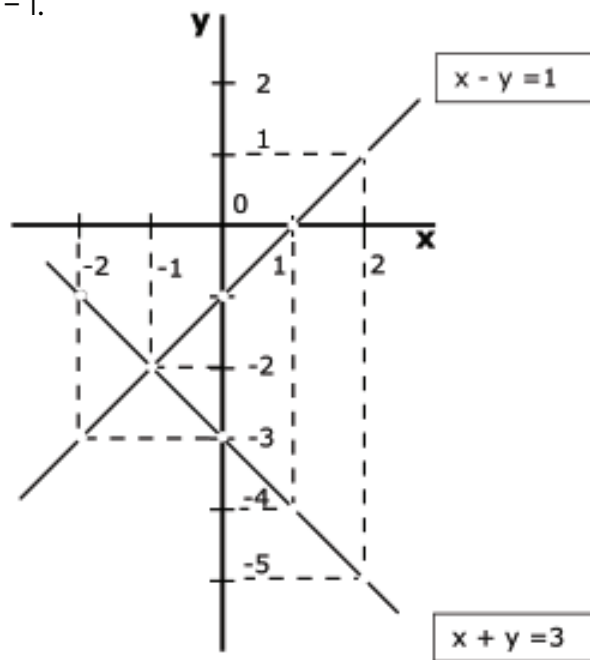
· Fem la representació de la segona equació $x - y = 1$.

Aïllem $y \rightarrow -y = -x + 1$.

Fem la y positiva $\rightarrow y = x - 1$.

Calculem la taula de valors:

x	y
1	0
2	1
0	-1
-1	-2
-2	-3



Representació gràfica de les dues equacions sobre els mateixos eixos de coordenades.

Fixa't que les dues equacions es tallen en un punt.

Esbrina el valor de les coordenades d'aquest punt.

T'ha sortit que en aquest punt la $x = -1$ i la $y = -2$? Si és així has calculat bé les coordenades i has d'escriure-les així $(-1, -2)$.

El punt on es tallen les dues rectes s'anomena punt d'intersecció.

Les coordenades d'aquest punt $(-1, -2)$ són a la vegada una solució de la primera i de la segona equació.

Podem dir que:

les equacions $x + y = -3$ i $x - y = 1$ formen un sistema de dues equacions amb dues incògnites i l'escriurem de la manera següent:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = -3 \\ x - y = 1 \end{array} \right\}$$

la solució d'aquest sistema es $x = -1$ i $y = -2$. Que són les coordenades del punt d'intersecció.

Podem pensar que sempre que hi ha un sistema hi ha un punt d'intersecció de les rectes?

Esbrinem-ho.

Fem la representació gràfica del sistema.

$$x - y = 2$$

$$-x + y = 1$$

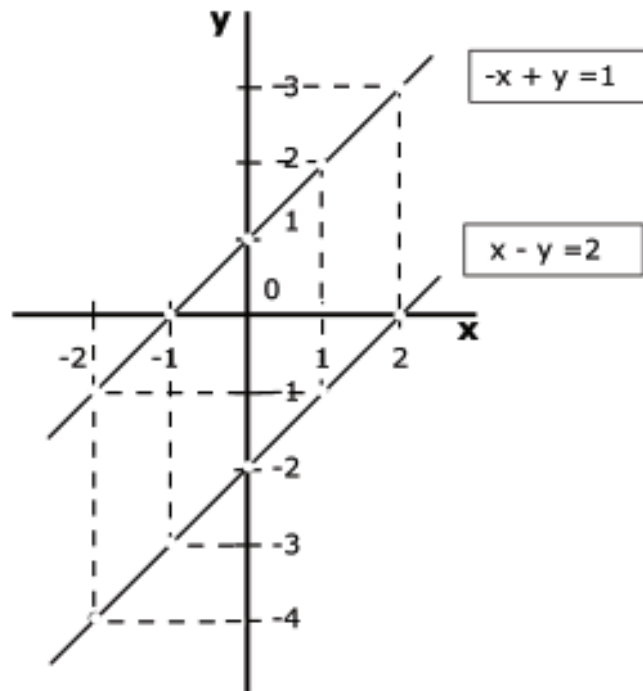
Calculem la taula de valors de cada una de les equacions.

• Equació: $x - y = 2$
 $y = x - 2$

x	y
1	-1
2	0
0	-2
-1	-3
-2	-4

• Equació: $-x + y = 1$
 $y = 1 + x$

x	y
1	2
2	3
0	1
-1	0
-2	-1



Representació gràfica de les dues equacions sobre els mateixos eixos de coordenades.

Les dues rectes obtingudes són rectes paral·leles que no tenen cap punt en comú. **Per tant, el sistema no té solució.**

Fem la representació gràfica d'un altre sistema.

$$\left. \begin{array}{l} 6x + 2y = 2 \\ 3x + y = 1 \end{array} \right\}$$

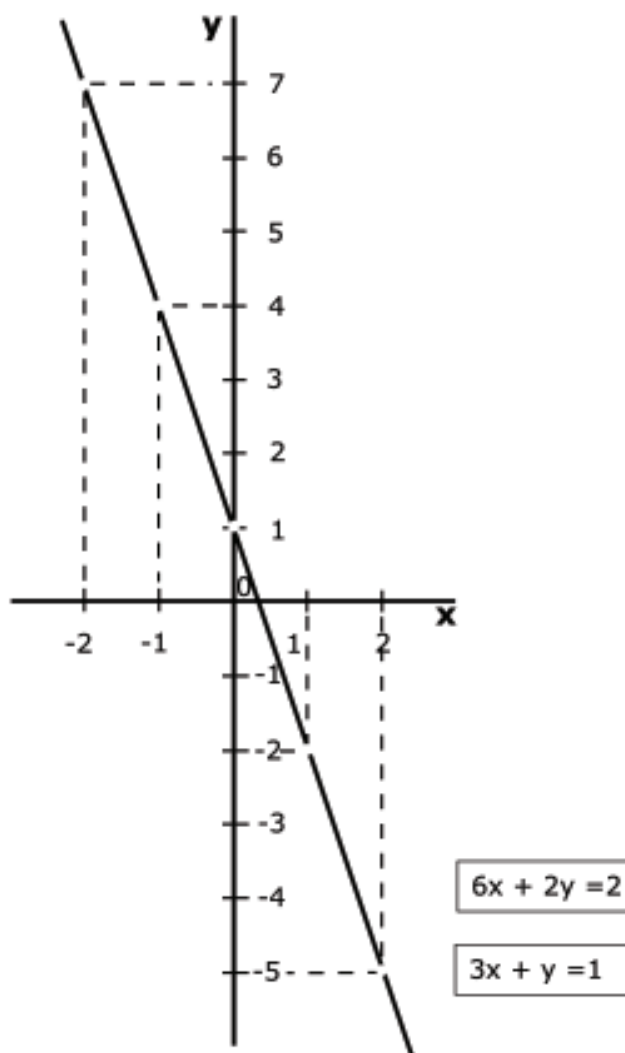
Calculem la taula de valors de cada una de les equacions.

• Equació: $6x + 2y = 2$

x	y
1	-2
2	-5
0	1
-1	4
-2	7

• Equació: $3x + y = 1$
 $y = 1 - 3x$

x	y
1	-2
2	-5
0	1
-1	4
-2	7



Representació gràfica de les dues equacions sobre els mateixos eixos de coordenades.

Les dues rectes coincideixen. Això vol dir que les seves equacions són equivalents. **El sistema té infinites solucions.**

La representació gràfica d'un sistema de dues equacions amb dues incògnites pot:

- Tenir un punt en comú. El sistema té una única solució. Les rectes es tallen.
- No tenir cap punt en comú. El sistema no té solució. Les rectes són paral·leles.
- Tenir tots els punts en comú. El sistema té infinites solucions. Només és una recta.

• **Activitats d'aprenentatge 2 i 3.**

4. Mètodes de resolució de sistemes d'equacions

En l'apartat anterior hem resolt els sistemes d'equacions lineals de forma gràfica. Quan utilitzem el mètode gràfic podem tenir dificultats en cas que les solucions no siguin nombres enters. Per això es fa necessari aprendre a resoldre sistemes de forma algebraica mitjançant el mètode analític.

Hi ha tres mètodes analítics: el mètode d'igualació, el mètode de substitució i el mètode de reducció.

Mètode d'igualació

Per a resoldre un sistema d'equacions lineals pel mètode d'igualació es fa de la següent manera:

- 1r S'aïlla la mateixa incògnita en les dues equacions.
- 2n S'igualen les dues expressions obtingudes.
- 3r Es resol l'equació.
- 4t Es calcula el valor de la segona incògnita substituint el valor obtingut de la primera en una de les dues equacions.

Resolem el següent sistema pel mètode d'igualació.

$$\left. \begin{array}{l} 3x - y = 1 \\ 2x + 3y = 8 \end{array} \right\}$$

1r Aïllem la incògnita **y** en les dues equacions.

$$\begin{aligned} -y &= 1 - 3x \\ y &= 3x - 1 \end{aligned}$$

$$y = \frac{8 - 2x}{3}$$

2n Igualem les dues expressions obtingudes.

$$3x - 1 = \frac{8 - 2x}{3}$$

3r Resolem l'equació.

$$\begin{aligned} 9x - 3 &= 8 - 2x \\ 9x + 2x &= 8 + 3 \\ 11x &= 11 \\ x &= \frac{11}{11} \\ x &= 1 \end{aligned}$$

4t Substituïm la **x** pel seu valor ($x = 1$) en una de les dues equacions i trobem el valor de la **y**.

$$\begin{aligned} y &= 3x - 1 \\ y &= 3(1) - 1 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

Les solucions del sistema són $x = 1$ i $y = 2$.

• Activitats d'aprenentatge 4

76 Mètode de substitució

Per a resoldre un sistema d'equacions lineals pel mètode de substitució es fa de la següent manera:

- 1r S'aïlla una incògnita d'una de les dues equacions.
- 2n Se substitueix l'expressió obtinguda en l'altra equació.
- 3r Es resol l'equació obtinguda.
- 4t Es calcula el valor de la segona incògnita.

Resolem el sistema anterior pel mètode de substitució.

$$\left. \begin{array}{l} 3x - y = 1 \\ 2x + 3y = 8 \end{array} \right\}$$

- 1r Aillem la incògnita y de la primera.

$$\begin{aligned} -y &= 1 - 3x \\ y &= 3x - 1 \end{aligned}$$

- 2n Substituïm l'expressió en la segona equació.

$$2x + 3(3x - 1) = 8$$

- 3r Resolem l'equació.

$$\begin{aligned} 2x + 9x - 3 &= 8 \\ 2x + 9x &= 8 + 3 \\ 11x &= 11 \\ x &= \frac{11}{11} \\ x &= 1 \end{aligned}$$

- 4t Substituïm el valor de la x en la primera equació per a saber el valor de la y .

$$\begin{aligned} 3(1) - y &= 1 \\ 3 - y &= 1 \\ 3 - 1 &= y \\ 2 &= y \end{aligned}$$

Hem obtingut les mateixes solucions per a l'equació: $x = 1$ i $y = 2$

- **Activitats d'aprenentatge 5.**

Mètode de reducció

Per a resoldre un sistema d'equacions lineals pel mètode de reducció es fa de la següent manera:

- 1r S'ha d'aconseguir que les dues equacions tinguin un terme oposat. Recordem que un terme oposat és un terme igual, però amb signe contrari. Per a aconseguir-ho s'apliquen les propietats de les equacions (multiplicar o dividir termes).
- 2n Se sumen les equacions obtingudes.
- 3r Es resol l'equació resultant.
- 4t Es calcula el valor de la segona incògnita.

Apliquem aquest mètode al sistema anterior.

$$\left. \begin{array}{l} 3x - y = 1 \\ 2x + 3y = 8 \end{array} \right\}$$

- 1r Per a aconseguir que tinguin un terme oposat multipliquem la primera equació per 3 i queda l'equació.

$$9x - 3y = 3$$

En aquesta equació hem obtingut el terme $-3y$, que si la comparem amb la segona equació veiem que és oposat al terme $3y$.

- 2n Sumem les dues equacions.

$$\begin{array}{r} 9x - 3y = 3 \\ 2x + 3y = 8 \\ \hline 11x + 0 = 11 \end{array}$$

- 3r Resolem l'equació $11x = 11$.

$$x = 1$$

- 4t Per a calcular el valor de la y fem com en els dos mètodes anteriors, substituïm el valor de la x i calculem el valor de la y .

$$\begin{array}{l} 3(1) - y = 1 \\ 3 - y = 1 \\ 3 - 1 = y \\ 2 = y \end{array}$$

Les solucions del sistema són: $x = 1$ i $y = 2$.

- **Activitat d'aprenentatge 6.**

78 5. Aplicació dels sistemes d'equacions per a resoldre problemes

Es poden resoldre problemes mitjançant sistemes d'equacions lineals. Els passos que hem de seguir són els mateixos que utilitzàvem quan la resolució de problemes la fèiem amb equacions que tenien una sola incògnita.

Els passos que hem de fer són els següents:

- 1r Escollir les incògnites.
- 2n Plantejar el sistema.
- 3r Resoldre el sistema. Per a la resolució del sistema podem utilitzar qualsevol dels tres mètodes que hem après.

Exemple 1

La suma de dos nombres és 15 i la seva diferència 1. Quins són els nombres?

Un nombre serà la incògnita x .

L'altre nombre serà la incògnita y .

Plantegem les equacions:

La suma és 15, $x + y = 15$

La diferència és 1, $x - y = 1$

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 15 \\ x - y = 1 \end{array} \right\}$$

Resolem el sistema pel mètode de reducció.

$$\begin{array}{r} x + y = 15 \\ x - y = 1 \\ \hline 2x + 0 = 16 \\ 2x = 16 \\ x = 8 \end{array}$$

Per a saber quan val y fem la substitució.

$$\begin{array}{r} 8 + y = 15 \\ y = 7 \end{array}$$

Els nombres són 8 i 7.

Exemple 2

Entre dos germans tenen 13 CD d'en Lluís Llach. El doble dels CD que té un és igual als que té l'altre més 2.

Un germà té x CD i l'altre y . En total tenen $x + y = 13$

La segona equació serà: $2x = y + 2$

El sistema serà:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 13 \\ 2x = y + 2 \end{array} \right\}$$

Per a resoldre el sistema utilitzem el mètode de substitució.

$$\begin{aligned}x &= 13 - y \\2(13 - y) &= y + 2 \\26 - 2y &= y + 2 \\-2y - y &= 2 - 26 \\-3y &= -24 \\y &= 8\end{aligned}$$

Calculem l'altra incògnita.

$$\begin{aligned}x &= 13 - 8 \\x &= 5\end{aligned}$$

Un té 8 CD i l'altre en té 5.

- **Activitats d'aprenentatge 7,8,9 i 10.**

Activitat 1

Representa de forma gràfica les següents equacions lineals. Calcula prèviament la taula de valors.

a) $x - y = -4$

b) $y = \frac{2x}{3}$

c) $5x + y = 2$

d) $3x + 2y = 1$

Activitat 2

Representa gràficament el següent sistema d'equacions. Quin és el punt d'intersecció de les rectes? Quina és la solució del sistema?

$$\left. \begin{array}{l} x - y = -1 \\ 2x + y = 7 \end{array} \right\}$$

Activitat 3

Calcula de forma gràfica les solucions dels següents sistemes:

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} x + y = 3 \\ x - y = 1 \end{array} \right\}$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} 2x + y = 4 \\ \frac{x}{3} + y = -1 \end{array} \right\}$$

Activitat 4

Resol els següents sistemes aplicant el mètode d'igualació.

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} x - 2y = 2 \\ x + y = 11 \end{array} \right\}$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} 3x + 4y = 2 \\ 2x - y = 5 \end{array} \right\}$$

Activitat 5

Resol els següents sistemes aplicant el mètode de substitució.

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} x + 2y = 1 \\ x - y = -5 \end{array} \right\}$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1 \\ \frac{x}{5} + y = 16 \end{array} \right\}$$

Activitat 6

Resol els següents sistemes aplicant el mètode de reducció.

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} 2x + y = 1 \\ x + y = 2 \end{array} \right\}$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} 5x - 6y = 2 \\ 7x - 2y = 54 \end{array} \right\}$$

Activitat 7

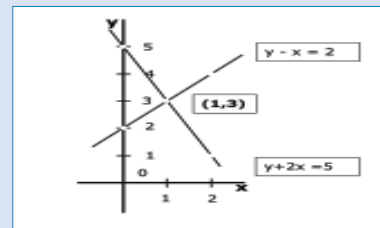
La diferència entre dos nombres és 3. La meitat del més gran més el triple del més petit és 12. Quins són aquests nombres?

Activitat 8

Hem barrejat cafè de 6€/kg amb cafè de 9€/kg i hem obtingut una barreja de 300 kg que costa 7€/kg. Quants quilos de cafè hem posat de cada classe?

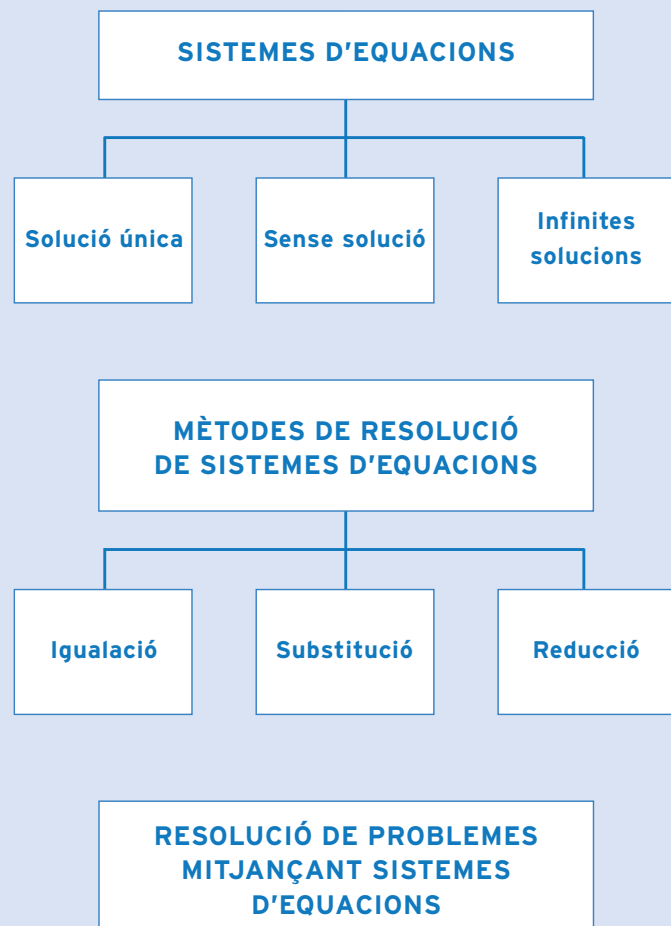
Activitat 9

El perímetre d'un rectangle fa 16 cm. Quines són les seves dimensions si la base és 2 cm més gran que l'altura.

**Activitat 10**

La Consol té 8 anys més que la Maria. D'aquí a 6 anys el triple de l'edat de la Consol serà igual a sis vegades la de la Maria. Quants anys té cada una?

què has treballat?



com

ho porto?

Omple la graella següent posant una creu on correspongui.

En acabar la unitat, sóc capaç de...

	Bé	A mitges	Malament
Representar gràficament sistemes d'equacions lineals i calcular la solució d'aquestes equacions.			
Resoldre sistemes d'equacions utilitzant el mètode d'igualació.			
Resoldre sistemes d'equacions utilitzant el mètode de substitució.			
Resoldre sistemes d'equacions utilitzant el mètode de reducció.			
Trobar solució a problemes mitjançant sistemes d'equacions.			