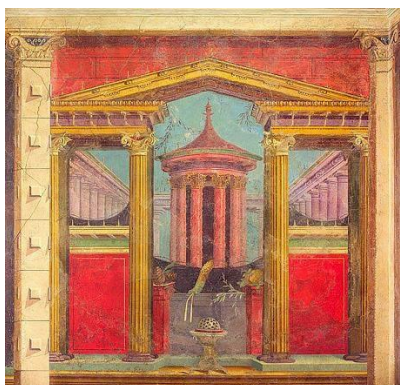


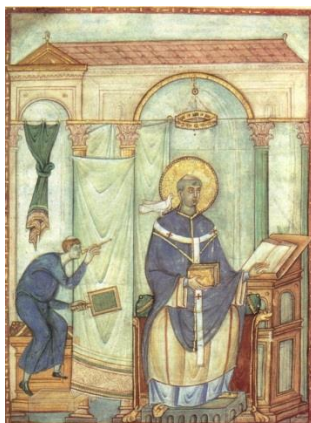
2D ↔ 3D
Tecnologies creatives
Idees per Educació Primària

La creació d'objectes per a impressora 3D sempre passa per l'ús d'un programari que ens permet dissenyar-los a l'ordinador. La visualització a la pantalla, per molt que el propi programa ens permeti girar-los de forma dinàmica i canviar el seu angle d'observació, és sempre en 2D. Per tant, saber interpretar una figura 2D per conceptualitzar-la en les seves tres dimensions o, a la inversa, saber representar objectes tridimensionals utilitzant-ne només dues, són aspectes cabdals per treballar a l'aula.

La representació tridimensional en el pla bidimensional ha estat un problema que els artistes van abordar des de èpoques remotes. Encara que la representació figurativa no sempre ha prioritzat el realisme del que es representa, sempre ha existit una certa recerca en les tècniques per plasmar l'espai de formes més o menys fidedignes. Hi ha exemples clars de diferents èpoques, alguns més reeixits que uns altres, que intenten resoldre el tema de la representació de la "profunditat".



*Pintura de la Villa de
Boscoreale
(Pompeia – Segle a.n.e)*

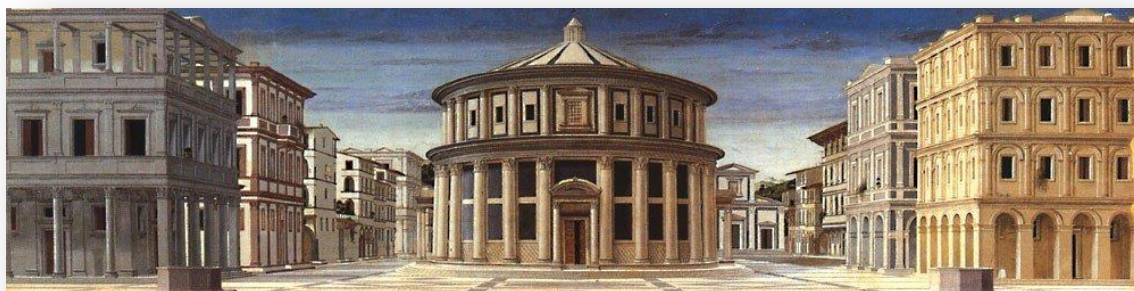


*Registrum Gregorii
(Segle X)*



*El miracle del nen que cau
des del balcó
(Simone Martini, segle XIV)*

Però no és fins el Renaixement que es creen unes tècniques, basades en les matemàtiques, que permeten representar l'espai tridimensional amb més exactitud. És el naixement de la perspectiva, com a tècnica, i que actualment forma part de la geometria projectiva.



La ciutat ideal (atribuït a Piero della Francesca – Segle XV)

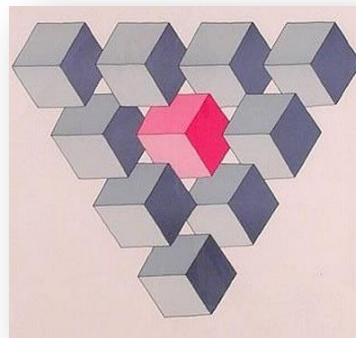
El nostres nens i nenes estan molt avesats a interpretar figures bidimensionals com a tridimensionals. No només perquè les tècniques gràfiques de representació de l'espai hagin evolucionat molt sinó per l'omnipresència de la fotografia, la televisió, el cinema... que sempre mostren imatges bidimensionals. Però això no es contradiu amb la necessitat de fer feines específiques que connectin les dues formes de representació per fer un anàlisi més profund.

A continuació presentem algunes activitats que es poden realitzar en diferents moments de l'educació primària, que no tenen per què realitzar-se amb l'ordre que les mostrem i que tracten d'aquestes connexions 2D↔3D.

ÉS POSSIBLE?

Existeixen moltes obres artístiques que juguen amb les regles de la perspectiva portant-les a situacions impossibles o inversemblants. L'anàlisi d'aquestes representacions, aparentment reals, és una bona forma de posar en qüestió les relacions entre les dues i les tres dimensions.

Un exemple clàssic són les figures d'[Oscar Reutersvärd](#), entre elles, el seu triangle impossible.



Aquest triangle va ser reinventat per [Roger Penrose](#) i és una de les figures impossibles més conegudes i que ha estat àmpliament reproduïda.

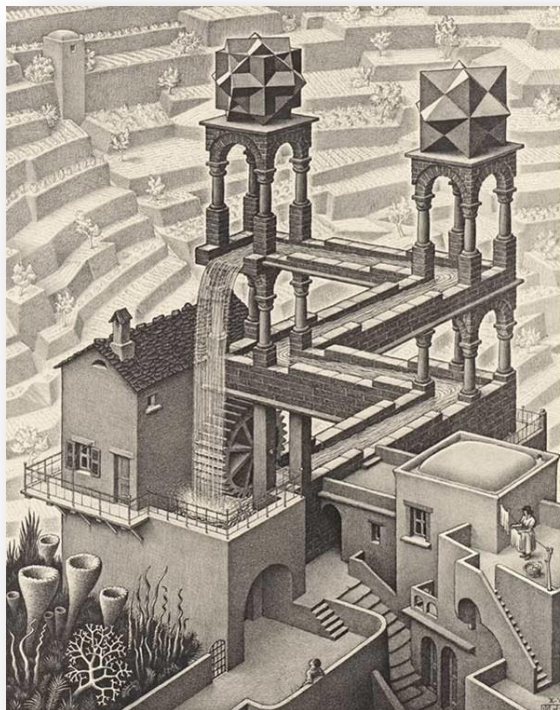


Escultura situada a East Perth, Austràlia Occidental.

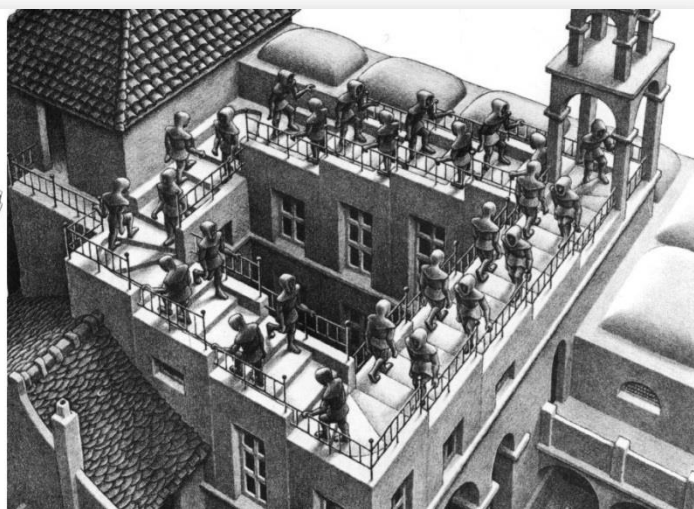
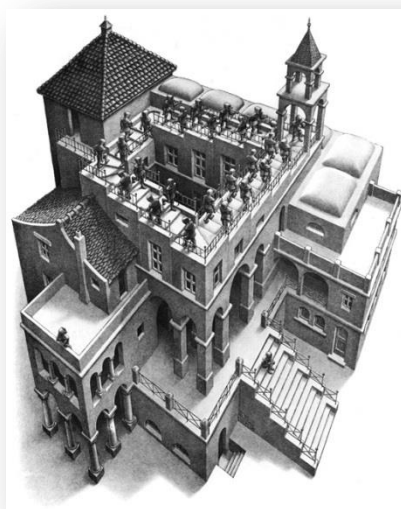


Escultura de Mathieu Hamakers a Ophoven (Bèlgica)

Un dels artistes més reconeguts per les seves figures impossibles és l'holandès [Maurits C. Escher](#). A la litografia *Cascada* (1961) juga amb el triangle de Penrose. Si s'observa amb deteniment es pot veure que el canal d'aigua està en un mateix pla i l'aigua no pot "pujar". Una forma de veure-ho pot consistir en tapar l'aigua que cau sobre la sènia.



Una altra de les obres més conegudes d'Escher és *Pujant i baixant* (1960) en la que s'observa un ascens i descens continu impossible.



Indagar en les obres de Reutersvård, Escher i altres artistes que han jugat amb les mateixes tècniques pot ser un exercici interessant. Al web [Ilusionario](#) en podem trobar moltes imatges.

Una altra possibilitat és observar objectes reals que, vistos des d'alguns punts o angles concrets, també posen en contradicció la nostra interpretació de les tres dimensions a partir de dues. Els anaformismes serien un exemple. Enllacem una activitat de l'ARC ([Anamorfismes geomètrics al pati amb efecte 3D](#)), per a educació secundària, per si es vol ampliar informació i conèixer millor com es construeixen.



Un altre exemple, més accessible a primària, es referiex la nostra interpretació de la concavitat i la convexitat. Quan un objecte còncav l'interpretem com convex es genera una sensació de moviment irreal. L'escultor [Josep Maria Subirachs](#) ha jugat amb aquest efecte fent cares còncaves que, vistes de lluny, en vídeo, o amb un sol ull (que és una forma de mirar en el que es perd la mirada estereoscòpica) sembla que les cares giren quan ens desplacem.

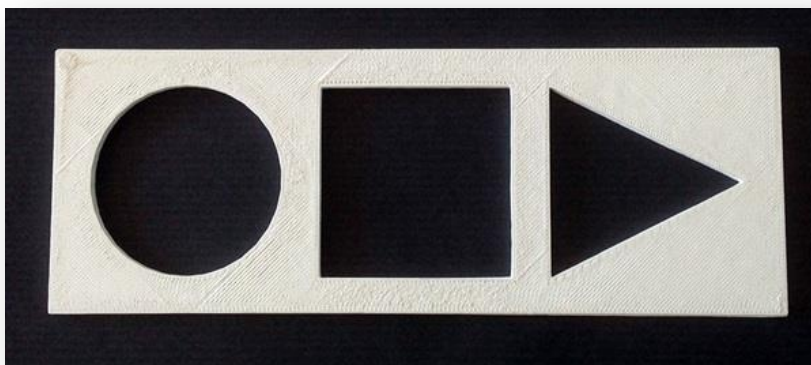


La Verònica a la façana de la Sagrada Família

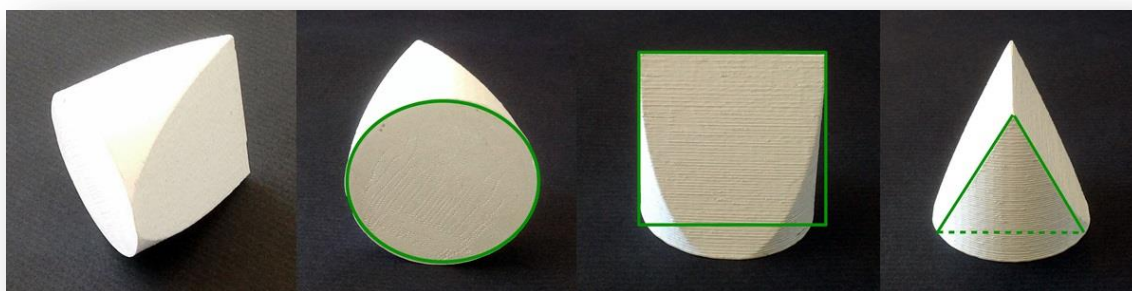
Un altre exemple la construcció que es va fer en homenatge del divulgador matemàtic Martin Gardner. És un retallable d'una mena de drac amb el cap còncav i que, mirant-lo també amb un sol ull, de lluny o a través de la càmera del mòbil fa l'efecte de girar el cap quan ens movem. ([Enllaç al retallable](#)) ([Enllaç a un vídeo on es veu l'efecte de moviment](#))



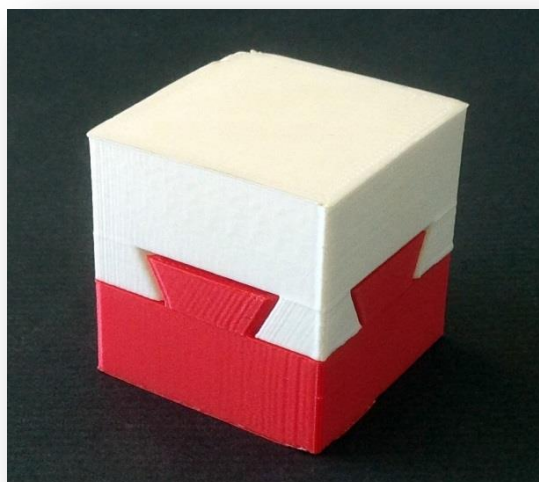
Una altra opció és observar objectes aparentment impossibles. Per exemple, existeix un tap “universal” que tapi els tres forats?



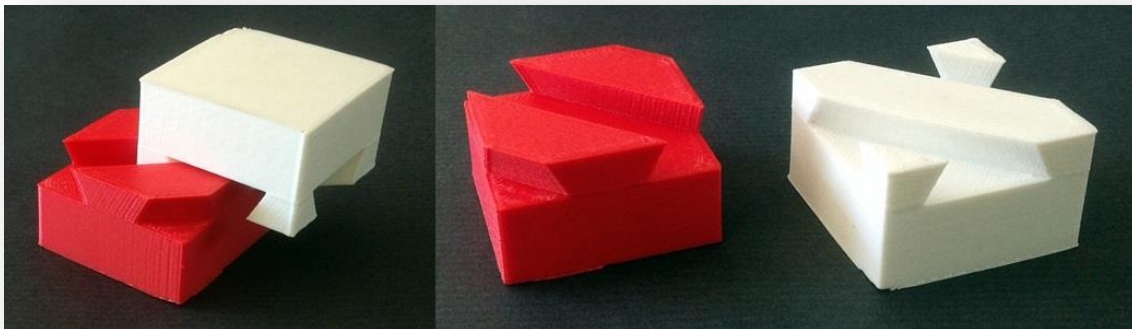
La resposta s'obté fent un tap que, segons l'orientació, tingui cadascuna de les formes.



També podem observar aquesta peça que és igual per les quatre bandes laterals. Com es pot haver acoblat?



La solució la veiem al dibuix.

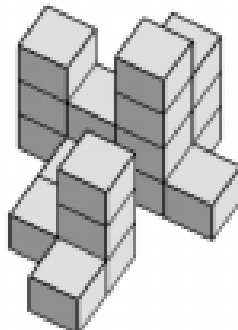


COMPTAR EL QUE NO VEIEM

Una activitat ben diferent és fer comptatges amb estructures creades amb cubets en la que alguns són visibles i altres no. És una activitat molt graduable perquè les estructures poden ser més o menys complexes o es pot acompanyar deixant que reproduïen les figures amb el material. Un exemple d'estructura complexa pot ser aquest.



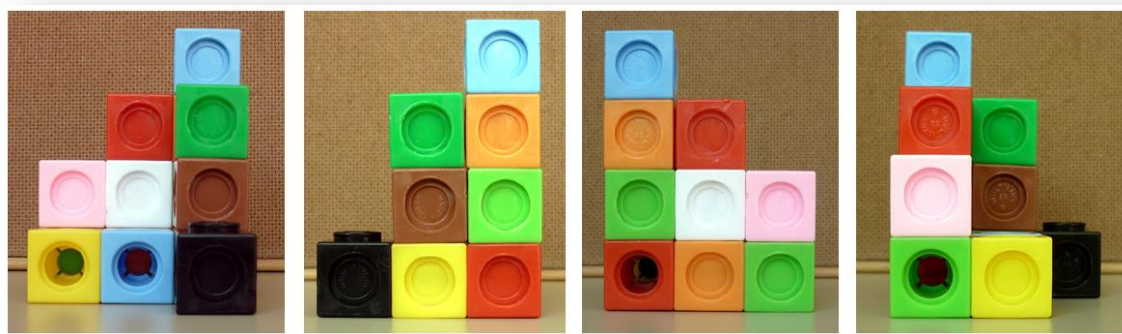
També es pot modificar el tipus de pregunta. Per exemple demanar quants cubets tindran tres cares pintades si pintem una estructura com la següent.



FER CONSTRUCCIONS A PARTIR DE VISTES

La representació d'objectes a partir de tres vistes (dues laterals i planta) és molt usual com a mètode de representació d'objectes. Però no sempre cal recórrer exactament a aquest tipus de representació i podem fer variants.

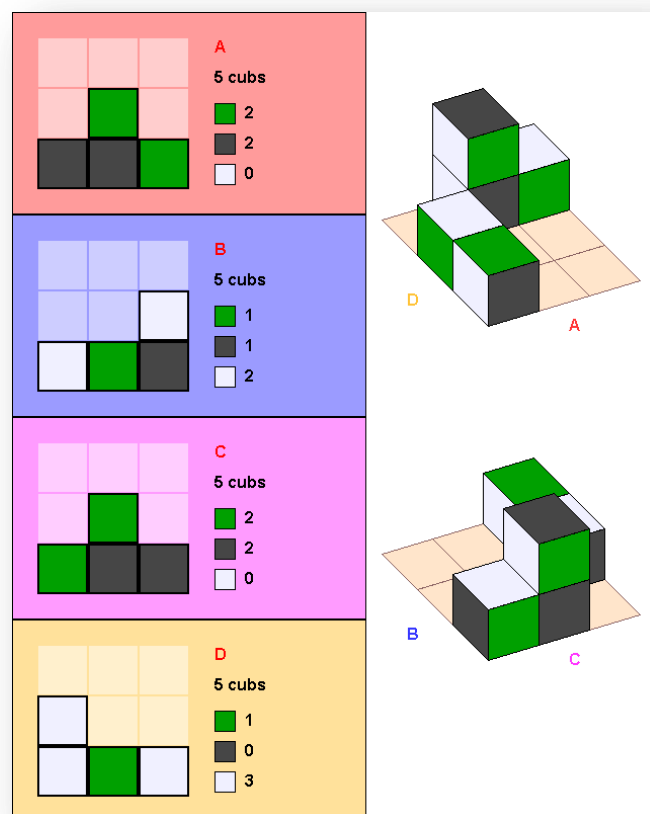
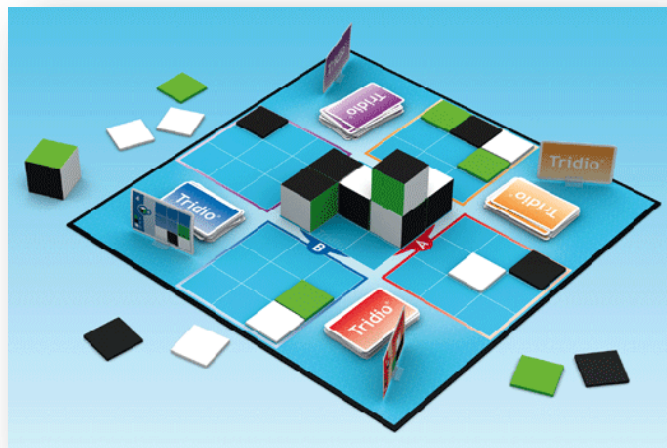
Per exemple demanar construir amb *multilink* la següent estructura a partir de les quatre vistes laterals. Segons l'edat podem diferenciar colors o no.



- **El tridio**

Un bon joc per practicar les vistes laterals de forma col·laborativa és el [Tridio](#). És un joc comercial però que podem replicar amb una certa facilitat. El joc consta d'un tauler 3x3, 8 cubs amb dues cares verdes, dues blanques i dues negres i unes targetes de repte. Cada repte té quatre targetes (una per a cada jugador) que representen cadascuna de les quatre vistes laterals d'una estructura. El repte és que, entre els

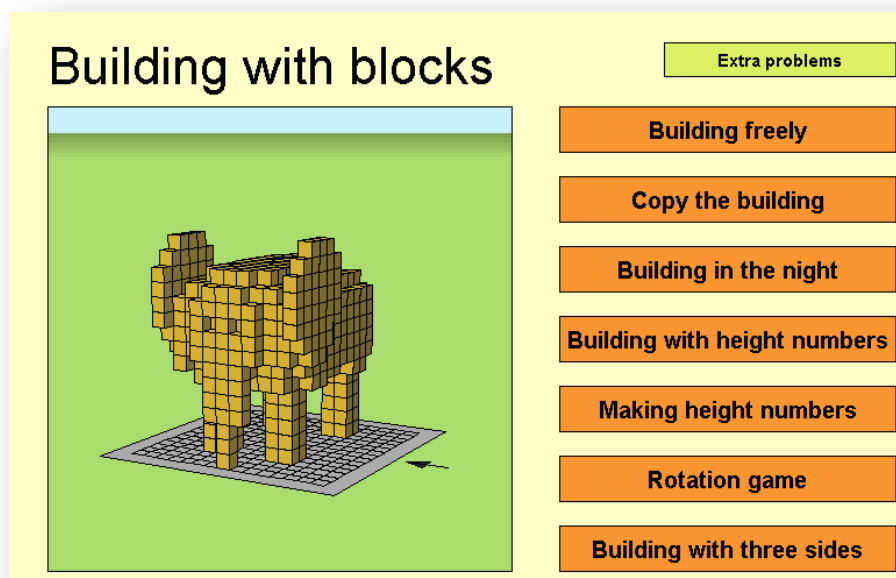
quatre, cadascun discutint des del seu costat, construeixin l'estructura. Els reptes estan graduats: fent servir menys cubs, indicant tots el color o deixant d'indicar alguns...



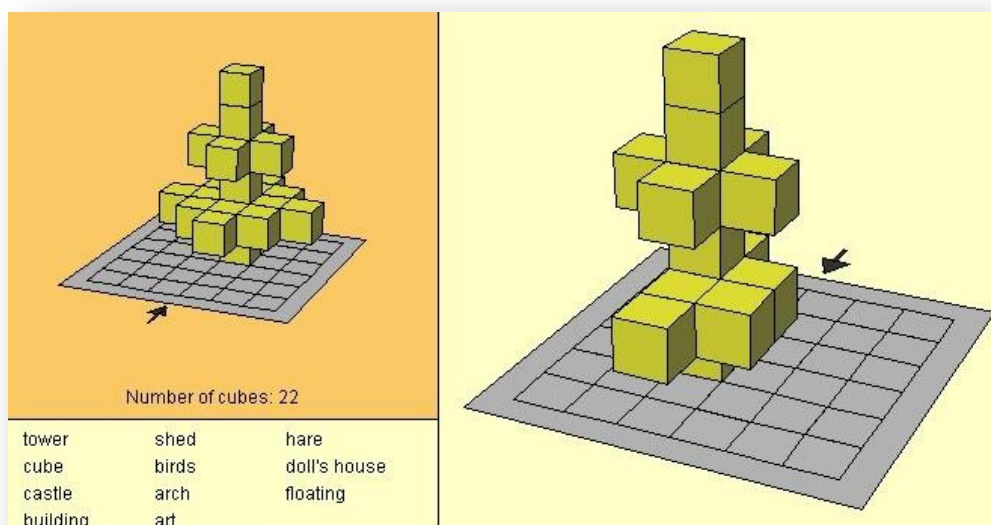
Exemple de repte i solució

- Idees a partir d'un applet

L'[Institut Freudenthal](#) va tenir disponible un applet ([Building with blocs](#)) que oferia moltes alternatives de construcció a partir de vistes. Actualment només és accessible amb navegadors que suportin *java* i no sense problemes per obrir-lo.

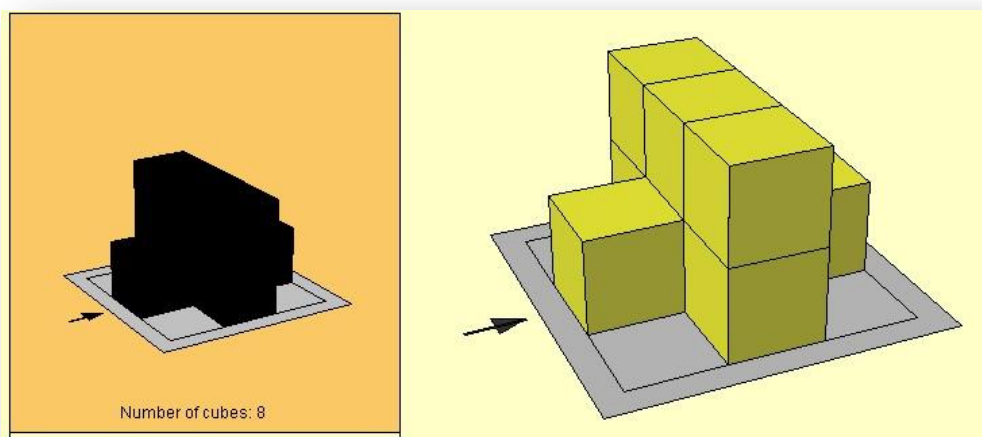


Actualment només funciona amb qualsevol navegador i amb dispositius mòbils l'activitat més senzilla que consisteix en reproduir construccions directament des d'un altre model 3D ([enllaç](#)) però que pot ser útil per començar.

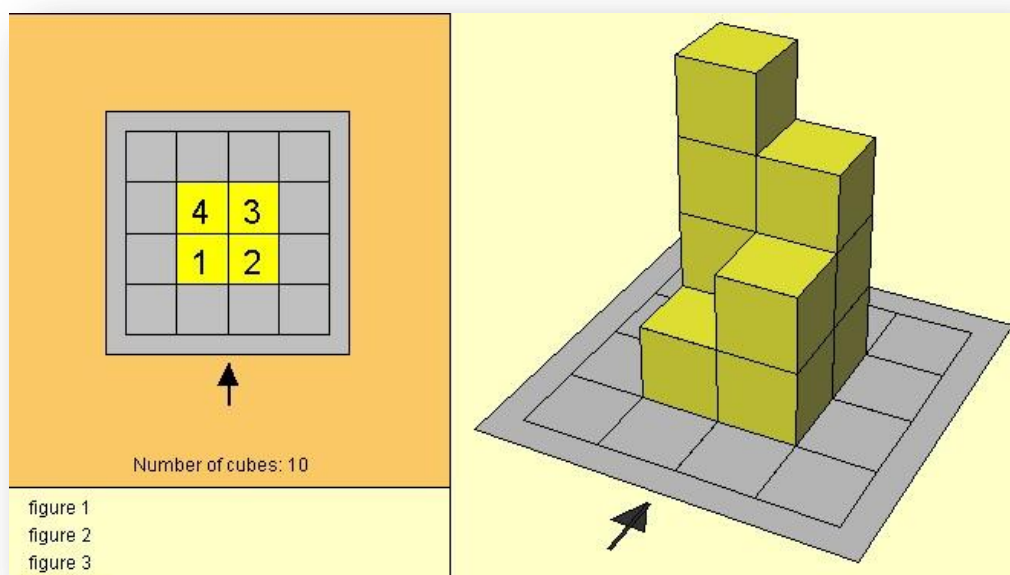


Presentem algunes de les activitats que eren possibles amb l'*applet* antic perquè no són difícilment adaptables a l'aula. A més es pot crear una dinàmica interessant si són els propis alumnes que inventen reptes i els comparteixen entre ells.

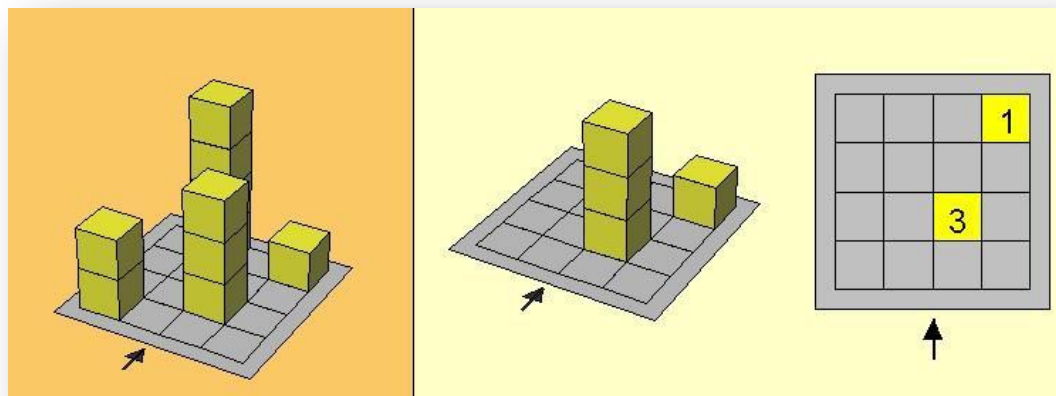
Construir a les fosques



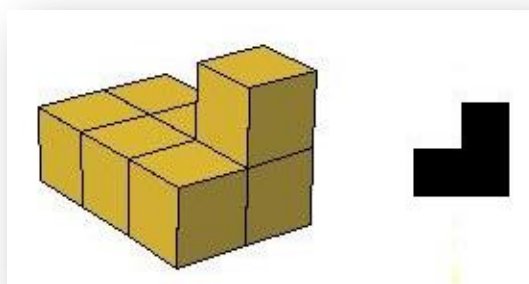
Construir a partir d'alçades



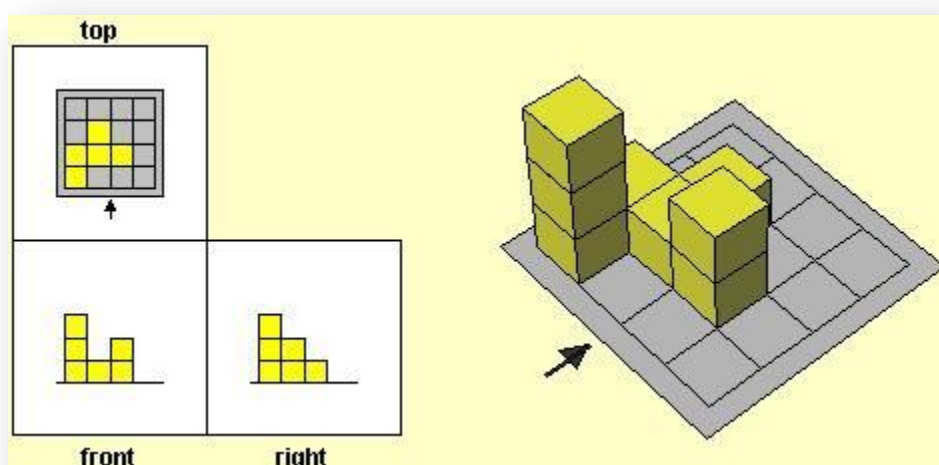
Representar alçades



Jocs de rotació (buscar la vista demanada tenint la construcció feta)

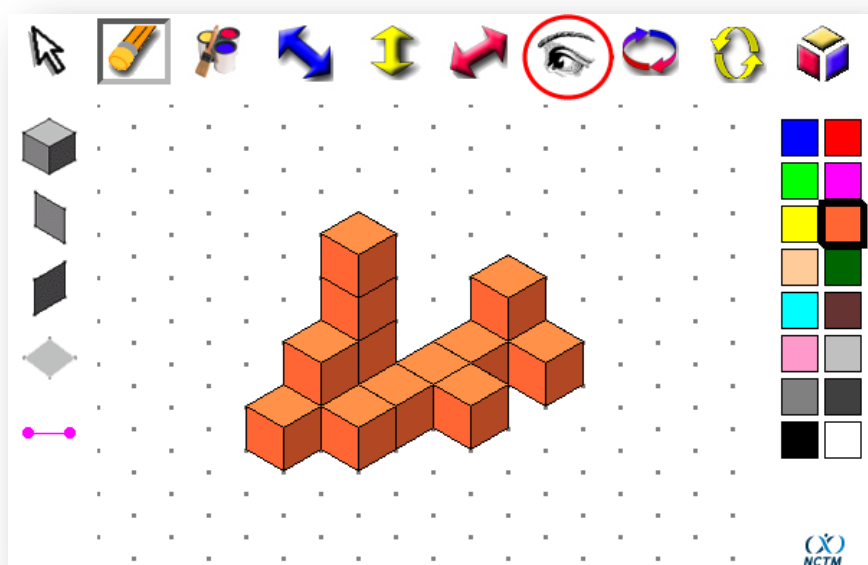


Construir a partir de tres vistes



REPRESENTAR EN TRAMA ISOMÈTRICA

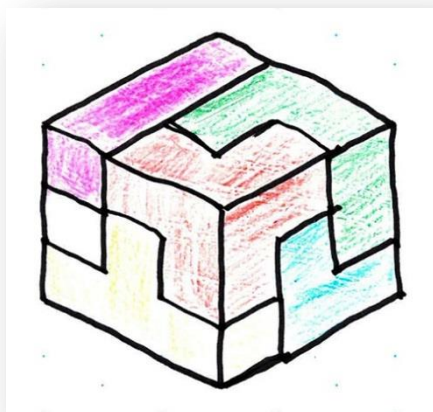
És interessant dibuixar qualsevol de les construccions que es fan en *multilink*. Una ajuda pot ser utilitzar una trama isomètrica. No és difícil obtenir fitxers en pdf amb trames isomètriques. Per exemple en aquest [enllaç](#) (Incompetech) es pot aconseguir una trama de punts amb les mesures que vulguem. En aquest altre [enllaç](#) (Waterproofpaper) es pot aconseguir una trama isomètrica amb línies. Una possibilitat és treballar amb algun *applet* com el del web [Illuminations](#).



Un exemple per utilitzar la trama pot ser representar una de les solucions del joc del *tridio*.



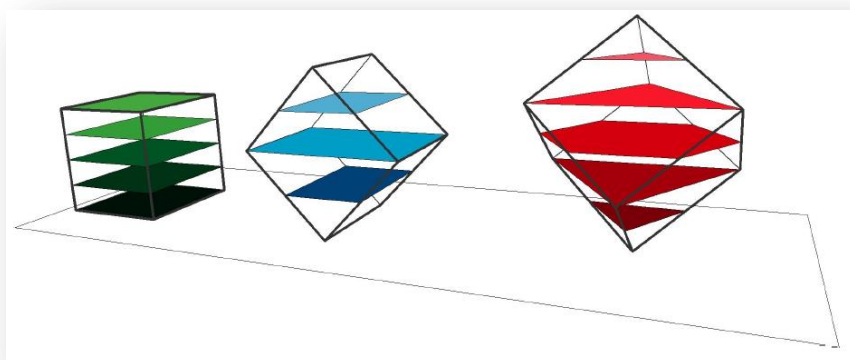
Una altra possibilitat és representar les solucions d'un trencaclosques. En aquest exemple es veu una solució del [cub soma](#).



Es pot observar que aquesta representació no dona la solució completa del cub amb les set peces del trencaclosques perquè hi ha algunes que no es veuen. Per tant, es poden treballar mètodes d'anotació més complets per explicar les solucions. En aquest [enllaç](#) (CREAMAT) en trobareu alguns exemples.

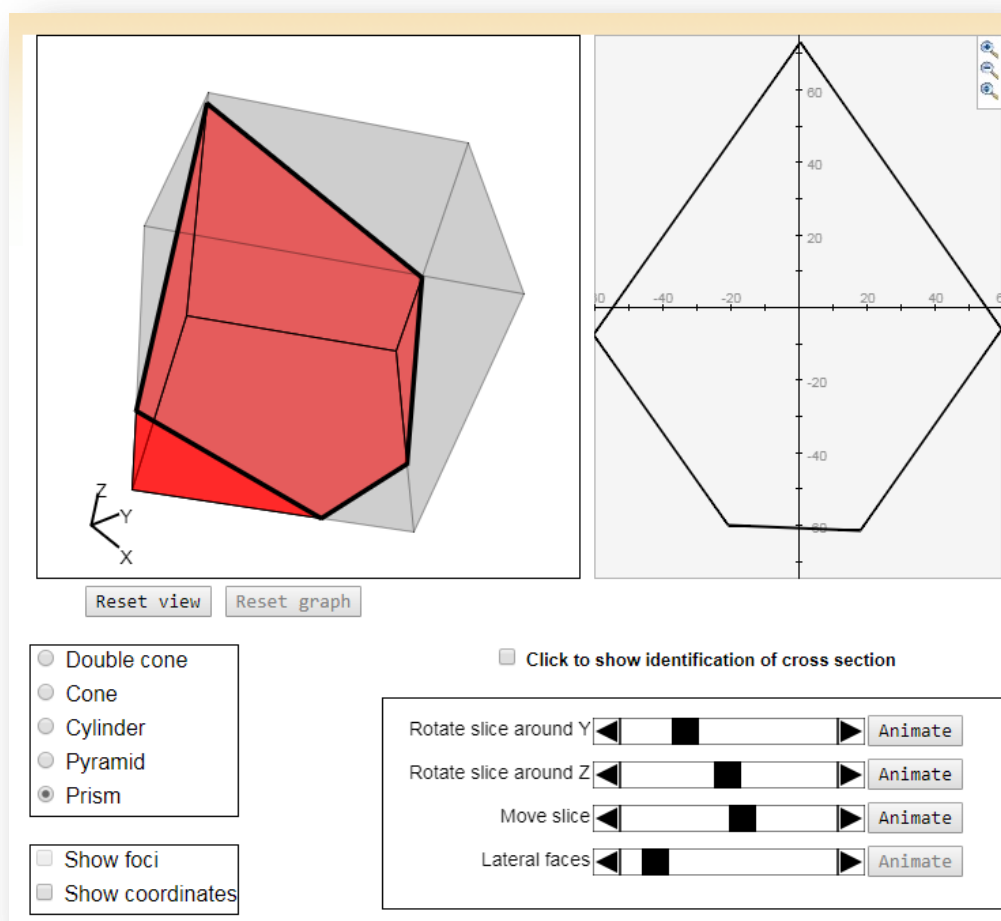
SECCIONS

Quan tallem amb un pla un objecte s'obtenen plans de secció amb diferents formes segons el cos que es talli i segon l'angle de tall. Per exemple, tallant un cub vertical o horitzontalment s'obtenen quadrats. Si ho fem inclinant en una sola direcció obtenim rectangles. Però amb altres inclinacions podem obtenir triangles, pentàgons o hexàgons, fins i tot el regular.



Estudiar el talls fent-los realment en cossos de porexpan, suro, argila o plastilina és sempre interessant. També ho podem fer posant gomes elàstiques al voltant dels cossos que, en aquest cas, és millor que siguin transparents. L'activitat té interès pel disseny d'objectes 3D perquè alguns programes ens permeten tallar objectes predissenysats i, si s'ha treballat prèviament, podem preveure els resultats que s'obtidran.

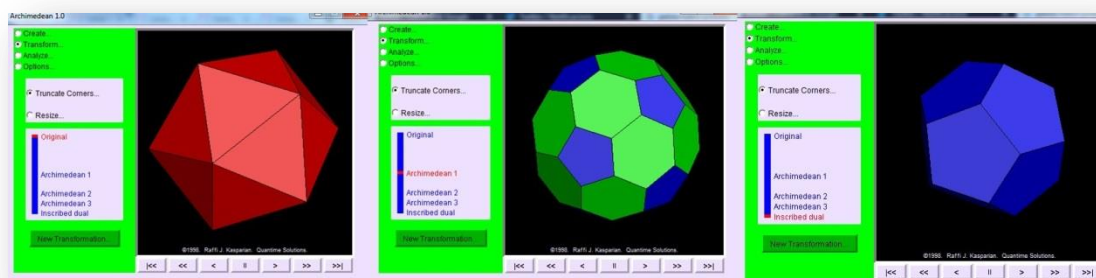
Una altra opció per continuar l'estudi de seccions, després de fer-ho amb materials reals, és fer servir *applets*. Per exemple en aquest [enllaç](#) (Shodor. Interactivate) podem explorar les seccions d'un cub.



També pot ser curiós investigar truncaments de poliedres. Aquests truncaments es poden fer tant tallant totes les cares del poliedre com tots els vèrtexs. Hi ha casos interessants en els que es passa d'un poliedre especial per arribar-ne a un altre. Un

programa que permet fer aquestes transformacions, però que només funciona amb navegadors que suportin java és [Archimedean 1.0](#).

A la seqüència de tres imatges podem veure com truncant pels vèrtexs passem de l'icosaedre al dodecaedre. Entre un i l'altre trobarem diversos poliedres semiregulars com l'icosaedre truncat que es fa servir per construir pilotes de futbol.



L'applet també permet construir poliedres a partir de la unió dels polígons que conformen un vèrtex. A la següent imatge es veu la construcció d'un antiprisma hexagonal.

